



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Beregning af luftstråler og returstrømme i rum

Terpager Andersen, K.

Publication date:
1996

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Terpager Andersen, K. (1996). *Beregning af luftstråler og returstrømme i rum*. SBI forlag. SBI-rapport Nr. 248

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

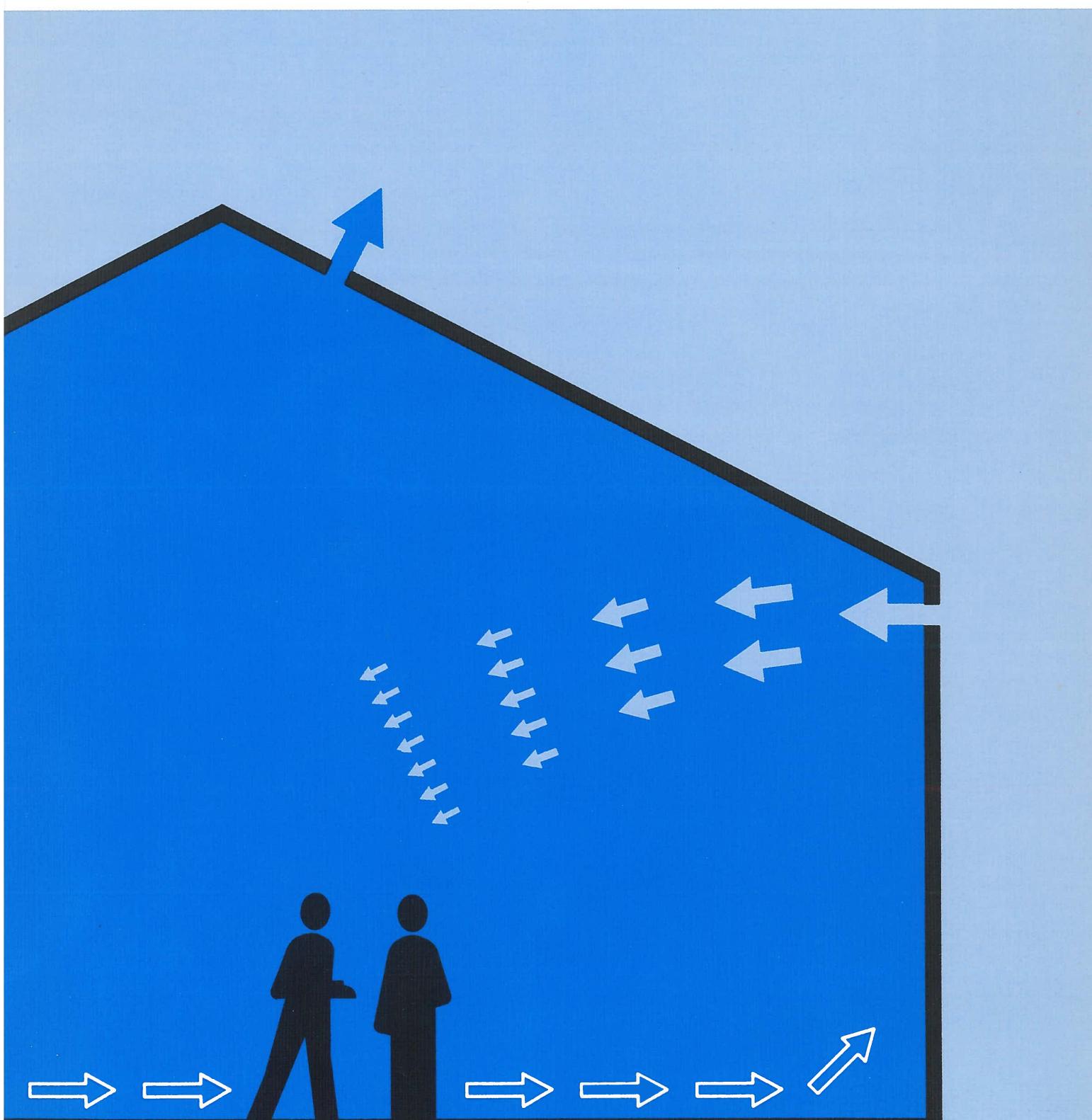
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Beregning af luftstråler og returstrømme i rum

SBI

SBI-RAPPORT 248 · STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT 1996



Beregning af luftstråler og returstrømme i rum

KARL TERPAGER ANDERSEN



SBI-RAPPORT 248 · STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT 1996

SBI-rapporter er beretninger om afsluttede forskningsprojekter.

SBI-publikationer udgives i følgende serier: Anvisninger, Rapporter, Meddelelser, Byplanlægning og Beton. Publikationerne fås gennem boghandelen eller ved at tegne et SBI-abonnement. Instituttets årsberetning, publikationskatalog og publicerings-diskette er gratis og kan rekvisiteres fra SBI.

SBI-abonnement er en rabatordning med mange fordele for dem, der vil sikre sig løbende orientering om væsentlige udgivelser inden for bygeforskningsområdet. Ring til SBI og hør nærmere.

ISBN 87-563-0903-1.

ISSN 0573-9985.

Pris: Kr. 275,00 inkl. 25 pct. moms.

Oplag: 500.

Tekstbehandling: Hanne Lisa Reder.

Omslag: Henning Holmsted.

Tryk: Bjørvig Offset, Hillerød.

Statens Bygeforskningsinstitut,
Postboks 119, 2970 Hørsholm.
Telefon 42 86 55 33.

Eftertryk i uddrag tilladt, men kun med kildeangivelsen:
*SBI-rapport 248: Beregning af luftstråler og returstrømme
i rum. 1996.*

Indhold

Symboliste	5
Forord	7
Indledning	8
Luftstråler generelt	9
Stråleform	9
Kernedelen i cirkulære fristråler	9
Kernedelen i plane fristråler	11
Sløret i cirkulære fristråler	11
Sløret i plane fristråler	12
Kerne og slør i vægstråler	13
Overgang mellem forskellige stråleformer	13
Coanda-effekt	14
Begrænsede stråler	15
Kritiske afstande for aksesymmetriske stråler	15
Kritiske afstande for plane stråler	16
Korte eller dybe rum	16
Isoterme frie stråler	17
Grundligninger	17
Centralhastigheder	18
Cirkulære fristråler	18
Cirkulære vægstråler	19
Plane fristråler	20
Plane vægstråler	21
Rektangulære fri- og vægstråler	21
Coanda-vægstråler	21
Sammensmeltede stråler	22
Hastighedskonstanter	24
Begrænsninger for hastighedsformlerne	24
Kastelængder	25
Volumenstrømme	26
Isoterme, begrænsede stråler	28
Centralhastigheder	28
Kastelængder	28
Dybe rum	29
Indtrængningslængde	29
Returhastigheder	29
Korte rum	30
Afbøjningsforhold	30
Returhastigheder	32
Ikke-isoterme, frie stråler	34
Hastighedsprofiler	34
Temperaturprofiler	35
Grundligninger	35

Massebalancealigning	35
Energiligning	36
Bevægelsesmængdeligninger	36
Banekurver	36
Centralhastigheder	37
Cirkulære fristråler	37
Plane fristråler	38
Temperaturforhold	38
Kastelængde	38
Indtrængningslængde	39
Vægstrålers klæbelængde	41
 Ikke-isoterme, begrænsede stråler	43
Centralhastigheder	43
Cirkulære fristråler	43
Plane fristråler	43
Temperaturforhold	44
Banekurver	44
Fistråler i dybe rum	45
Indtrængningslængde	45
Returhastigheder	46
Fistråler i korte rum	47
Vægstråler	48
Klæbelængde	48
Indtrængningslængde	48
Returhastigheder	50
 Loftsforhindringer	51
Isoterme stråler	52
Kritiske værdier for cirkulære vægstråler	52
Kritiske værdier for plane vægstråler	53
Hastighedsforhold efter forhindring	54
Indtrængningslængde	56
Returhastigheder	58
Ikke-isoterme stråler	59
 Gulvplacerede forhindringer	60
Afslutning	62
Summary	65
Referencer	66
Appendiks A. Hastighedsforhold i slørkeglen	68
Appendiks B. Bevægelsesmængdeligning for isoterme fristråler	70
Appendiks C. Energiligningen for isoterme stråler	72
Temperaturforhold	74
Appendiks D. Supplerende beregninger af centralhastigheder i isoterme stråler	75
Coanda-stråle	75
Sammensmeltet stråle	76

Appendiks E. Vurdering af hastighedskonstanterne	77
Hastighedskonstanter ud fra kernelængde og slørvinkel	77
Hastighedskonstanter ud fra centralhastigheder	78
Hastighedskonstanter for cirkulære stråler	79
Hastighedskonstanter for plane stråler	80
Hastighedskonstanter for rektangulære stråler	81
Appendiks F. Energiligningen for ikke-isoterme fristråler	83
Appendiks G. Temperaturforhold i ikke-isoterme fristråler	85
Appendiks H. Vandret og lodret bevægelsesmængdeligning for ikke-isoterme fristråler	88
Vandret bevægelsesmængdeligning	88
Lodret bevægelsesmængdeligning	88
Appendiks I. Ikke-isoterme fristrålers banekurver	92
Appendiks K. Vandrette hastighedskomposanter for ikke-isoterme fristråler	94
Cirkulære stråler	94
Plane stråler	96

Symbolliste

	Enhed
A	m^2
A_R	m^2
B	m
B	N
C	
E	J
F	N
H	m
K	
K_B	
K_R	
L	m
Q	W
T	K
V	m^3/s
W	W
a	
b	m
c_p	J/kg K
d	m
f	
f	
g	m/s^2
h	m
k_k	
k_v	
l	m
p	Pa
r	m
$r_{0,5}$	
s	m
t	$^\circ\text{C}$
v	m/s
v_{rem}	m/s
v_x	m/s
$v_{x,r}$	m/s
$v_{x,y}$	m/s
x	m
x_{kl}	m

x_{ker}	kernelængde	m
x_{pol}	afstand til strålepol	m
x_{re}	indtrængningslængde	m
x_{rem}	afstand (langs gulv) hen til, hvor returhastighed er størst	m
$x_{0,2}$	kastelængde	m
y	stråles nedbøjning	m
y	lodret afstand fra centralakse (plan stråle)	m
$y_{0,5}$	lodret afstand til område med lufthastighed lig med halve centralhastighed	m
α	stråleslørets vinkel	
$\alpha_{0,5}$	vinkel regnet fra centralakse til område med den halve centralhastighed	
θ	nedbøjningskurves tangenthældning	
ν	kinematisk viskositet	m^2/s
ρ	massefylde	kg/m^3

Indices

b	begrænset stråle
c	cirkulær stråle
f	forhindring
g	gulv
i	inde
k	kontraheret
kr	kritisk
l	lokal
m	middel
p	plan stråle
u	ude
v	hastighed

Dimensionsløse størrelser

- Ar Archimedes' tal
 Re Reynolds' tal

Forord

Den termiske komfort i et rum er stærkt afhængig af luftstrømningsforholdene. Desuden spiller luftstrømningerne en stor rolle for luftkvaliteten og energiforbruget.

Detaljerede analyser af luftstrømningsforholdene kan kun gennemføres ved brug af CFD-programmer (Computational Fluid Dynamics). Men arbejdet med disse programmer er for tids-, ekspertise- og edb-kapacitetskrævende til, at det kan udføres af de rådgivende i deres daglige arbejde, samtidig med at de f.eks. arbejder med energisimulationsprogrammer.

Der kan foretages grovere analyser med en beregningsmodel baseret på formeludtryk, der beskriver luftstrømningsforholdene i begrænsede områder.

I denne rapport beskrives detaljeret formeludtryk til beregning af luftstråler og returstrømme i rum. Formlerne vil blive anvendt i det integrerede energisimuleringsværktøj, der er under udvikling på SBI.

Arbejdet er en forsættelse af den kortlægning vedrørende muligheder for at udvikle luftstrømningsmodeller, som er beskrevet i SBI-rapport 247, Vurdering af luftstrømningsmodeller for glasbygninger.

Arbejdet er udført med støtte fra Energiministeriets energiforskningsprogram under jurnalnummer 1213/92-0016. Det henvender sig til forskere og rådgivende ingeniører, der beskæftiger sig med luftstrømningsforhold i bygninger.

Statens Byggeforskningsinstitut
Afdelingen for Energi og Indeklima, oktober 1995
Erik Christophersen, forskningschef

Indledning

Luftstråler opträder efter indblæsningsåbningerne ved stråleventilation (eller op blandingsventilation). Lufthastigheden i strålen vil være væsentlig højere end i rumluften i øvrigt, medens temperaturen i strålen oftest vil være lavere end rumlufttemperaturen. Ved dimensionering af ventilationsanlægget er det vigtigt at strålen får et sådant forløb med en sådan hastighed og temperatur, at den ikke giver anledning til trækgener, når den når ind i rummets opholdszone.

Ved behandling af strålers forløb er det nødvendigt at skelne mellem ikke-isoterme stråler, hvor stråletemperaturen er forskellig fra rumlufttemperaturen, og isoterme stråler, hvor de to temperaturer er ens. I praksis er en stråle almindeligvis ikke-isoterm. Men isoterme stråler er de letteste at behandle teoretisk og eksperimentelt. Desuden kan en række resultater gældende for isoterme stråler med god tilnærmedelse anvendes på de ikke-isoterme stråler under de hastigheds- og temperaturforhold, der opträder i praksis. Isoterme stråler har derfor fået en detaljeret behandling i denne rapport.

Ved behandling af stråler er det ligeledes nødvendigt at skelne mellem det, der i denne rapport kaldes frie stråler og begrænsede stråler. Årsagen er, at en stråle altid medriver luft fra de nærmeste omgivelser, og denne luft skal erstattes. Erstatningsluften fremkalder returstrømme med en bevægelsesretning modsat strålens. Sålænge strålens tværsnit er lille sammenlignet med rumtværsnittet vinkelret på stråleretningen, vil returstrømmene ikke influere på strålens udbredelse, og der tales da om en fri stråle. Men i mindre rum vil returstrømmene bevirke, at selv en isoterme stråle tvinges nedad mod gulvet efter at den har gennemløbet en vis strækning. Der tales da om en begrænset stråle.

Stråleventilation kan optræde i forbindelse med såvel mekanisk som naturlig ventilation. Indblæsningsåbningerne vil almindeligvis være anbragt i ydervæggene, og derfor er der i rapporten kun behandlet stråler fra aksesymetriske åbninger (cirkulære eller rektangulære stråler) og fra spalteformede åbninger (plane stråler). I begge tilfælde er der endvidere regnet med vandret indblæsningsretning.

En stråles retning kan ændres drastisk, hvis den på sin vej støder på en forhindring. Forhindringer må derfor undgås, eller de må placeres, så de ikke bevirker utilsigtede luftstrømninger i rummets opholdszone. Disse forhold er behandlet nærmere i rapportens kapitler om henholdsvis loftsforklaringer og gulvplacerede forhindringer.

I tilknytning til flere af rapportens kapitler er der foretaget en række teoretiske detailanalyser og -udredninger, og de er medtaget som appendikser bagerst i rapporten.

Luftstråler generelt

Ved behandlingen af luftstråler i rum er det nødvendigt at skelne mellem isoterme og ikke-isoterme stråler, afhængigt af om lufttemperaturen i strålen er den samme eller forskellig fra rumluftens temperatur.

Det er ligeledes nødvendigt at skelne mellem frie og begrænsede stråler, idet luftstrålen på sin vej medriver luft fra omgivelserne, og denne medrevne luft erstattes af luft, der bevæger sig som en returstrøm hen mod indblæsningsåbningerne. I tilstrækkeligt store rum vil denne returstrøm ikke influere på strålens udbredelse, og der tales da om en fri stråle. I mere begrænsede rum vil strålens udbredelse blive begrænset af returstrømmen, og der tales da om en begrænset stråle.

Yderligere vil forhindringer langs loft eller gulv begrænse en stråles udbredelse.

Endelig afhænger stråleforløbet af:

- indblæsningsåbningernes form, som igen er bestemmende for, om man får en aksesymmetrisk (cirkulær eller rektangulær) eller en plan stråle
- indblæsningsåbningernes indbyrdes afstand, idet flere aksesymmetriske stråler kan smelte sammen til en plan stråle, hvis den indbyrdes afstand er lille nok
- indblæsningsåbningernes afstand fra loft, idet en såkaldt fristråle kan ændres til en såkaldt vægstråle, hvis afstanden er lille nok
- forholdet mellem rummets højde og dybde (i strålens retning) og som bevirker, at der må skelnes mellem korte og lange rum.

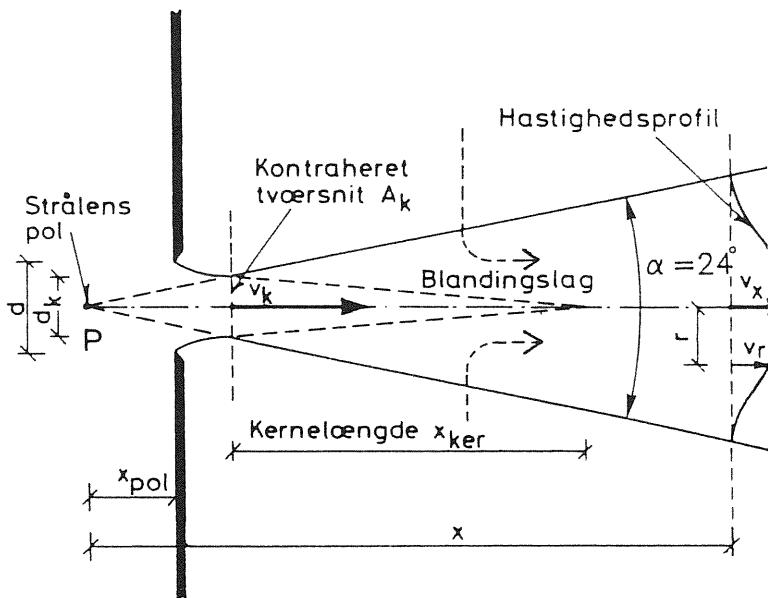
Stråleform

Strålens tværsnit vil lige efter indblæsningsåbningen almindeligvis blive mindre end åbningsarealet, og dette formindskede tværsnit kaldes det kontraherede tværsnit (*vena contracta*). Formindskelsen afhænger af åbningskanternes form. Man kan med god tilnærmelse regne med, at lufthastigheden over dette kontraherede tværsnit er konstant.

Som følge af at strålen medriver luft fra omgivelserne, vil dens tværsnit begynde at vokse efter det kontraherede tværsnit, og på en vis strækning vil strålen bestå af en to dele, som vist på figur 1. De to dele er dels kernen, hvor lufthastigheden er den samme som i det kontraherede areal, dels sløret, der ligger uden om kernen, og som består af en blanding af indblæst luft og luft fra omgivelserne. Kernenelens tværsnit bliver mindre og mindre, medens sløret vokser. I en vis afstand fra indblæsningsåbningen vil kernen være helt forsvundet, og strålen vil derefter kun bestå af et slør.

Kernedelen i cirkulære fristråler

Kernedelen i en cirkulær stråle vil være kegleformet udgående fra det kontraherede tværsnit og med en keglevinkel på $8,8^\circ$ ifølge Becher



Figur 1. Snit i aksesymmetrisk fristråle (efter Nielsen, 1988).

(1972). Dette betyder at keglen teoretisk set forsvinder i en afstand $x_{ker,c}$ fra det kontraherede tværsnit, der vil være bestemt af:

$$x_{ker,c} = d_k / (2 \operatorname{tg} 4,4) = 6,5 d_k \quad (1)$$

hvor d_k er kontraherede tværsnits diameter. Kernen vil dog slutte afrundet og ikke i en spids, så kernelængden bliver i praksis mindre end hvad man får af (1).

I forbindelse med det kontraherede tværsnit A_k definerer man en kontraktionskoefficient k_k :

$$A_k = k_k A \quad (2a)$$

hvor k_k afhænger af udløbets form. Er udløbet skarpkantet som vist på figuren vil man få en k_k -værdi på ca. 0,6, medens man med afrundede

kanter kan nå op på $k_k = 1$.

Den konstante lufthastighed v_k i det kontraherede tværsnit bestemmes af:

$$v_k = \frac{V}{A_k} = k_v v_{teo} \quad (2b)$$

hvor V er volumenstrømmen gennem åbningen, k_v er en hastigheds-koefficient, der udtrykker friktionstabet ved strømningen gennem åbningen, og v_{teo} er den teoretiske, tabsfrie hastighed gennem åbningen. Hastighedskoefficienten ligger i området 0,95-0,98 for almindelige åbninger. Den teoretiske hastighed bestemmes af:

$$v_{teo} = (2 \Delta p / \rho)^{1/2} \quad (2c)$$

hvor Δp er trykdifferensen over åbningen.

Kernedelen i plane fristråler

I en plan stråle vil kernen ligeledes aftage under en vinkel på $8,8^\circ$, således at kernen her teoretisk set forsvinder ved afstanden

$$x_{ker, p} = h_k (2 \operatorname{tg} 4,4) = 6,5 h_k \quad (2d)$$

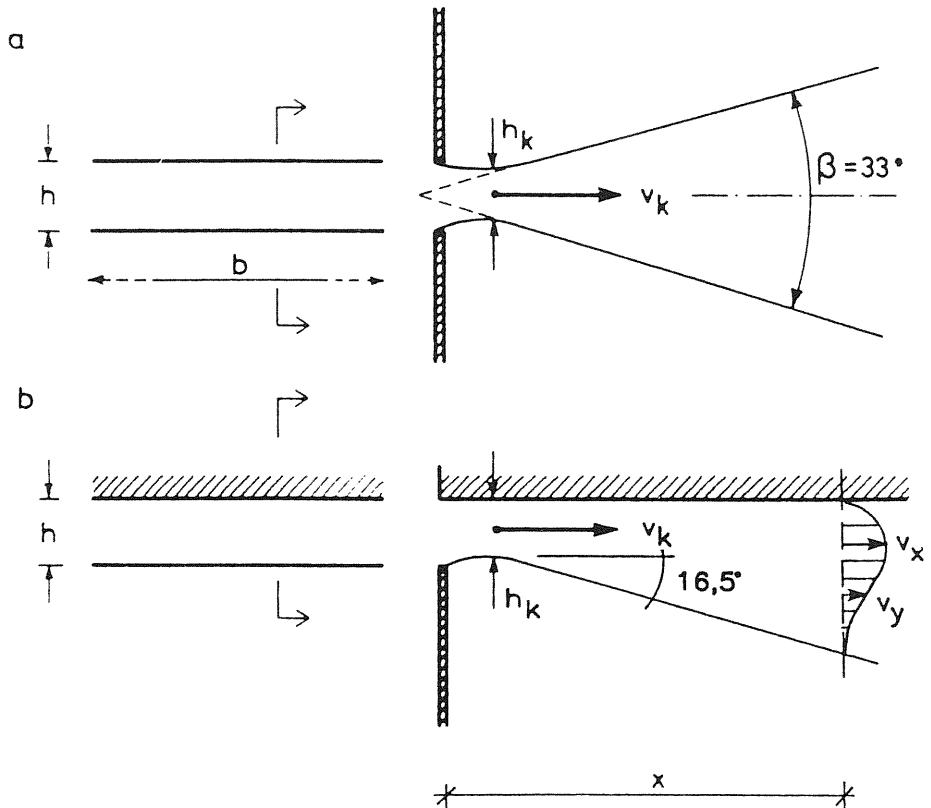
Her defineres kontraktionskoefficienten ved, jf. figur 2.

$$h_k = k_v h \quad (3a)$$

hvor k_v vil ligge i området 0,7-1,0. Der vil desuden gælde at

$$v_k = \frac{V}{b h_k} = k_v v_{teo} \quad (3b)$$

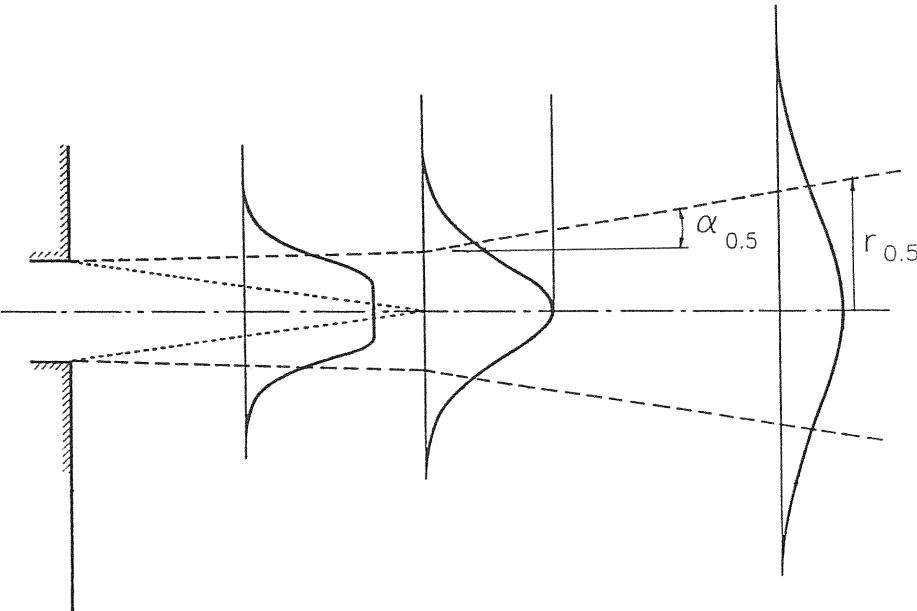
hvor hastighedskoefficienten k_v har størrelsen 0,95-0,98. Den teoretiske hastighed v_{teo} kan bestemmes af (2c).



Figur 2. Plan fristråle (a) og plan vægstråle (b) (efter Nielsen, 1988).

Sløret i cirkulære fristråler

Sløret i en cirkulær fristråle danner en kegle med en keglevinkel på ca 24° og med toppunkt i et punkt, der ligger før udløbet, også kaldet strålens pol, jvf. figur 1. Dette punkt er samtidig nulpunkt i det koordinatsystem, hvori hastighedsforholdene beskrives. I praksis vil man dog oftest kunne tillade sig at se bort fra denne polafstand og alene regne med den vandrette afstand fra indblæsningsåbningen.



Figur 3. Lignedannede lufthastighedsprofiler i en stråles slørdel (efter Regenscheit, 1971).

Lufthastigheden i stråleretningen vil være størst i slørets midte, og kender man denne såkaldte centralhastighed v_x , vil hastigheden i et vilkårligt punkt af sløret være bestemt ved:

$$v_{x,r} = v_x \cdot f\left(\frac{r}{x}\right) \quad (3c)$$

hvor r er afstanden fra centerlinien til punktet. Det ses, hvilket også bekræftes af forsøg, at hastighedsprofilerne for forskellige x -værdier er ligedannede som vist på figur 3, således at lufthastigheden for en fast r/x -værdi vil være en bestemt brøkdel af v_x for den pågældende x -værdi. Alle punkter, hvor $v_{x,r}/v_x = 0,5$, vil således ligge på rette linier, der tilsammen afgrænser en kegle liggende inde i slørkeglen. Denne kegle kan beskrives ved

$$r_{0,5}/x = \operatorname{tg} \alpha_{0,5} \quad (3d)$$

hvor $\alpha_{0,5}$ er den halve keglevinkel i keglen, hvor $v_{x,r}/v_x = 0,5$.

Hastighedsprofilet er vist på figur 4. Det er optegnet som en funktion af $r/r_{0,5}$, hvor $r_{0,5}$ er afstanden ud til stedet hvor hastigheden $v_{x,r} = 0,5 v_x$. En funktion der passer godt med målepunkterne er en Gauss-fejlfunktion givet ved:

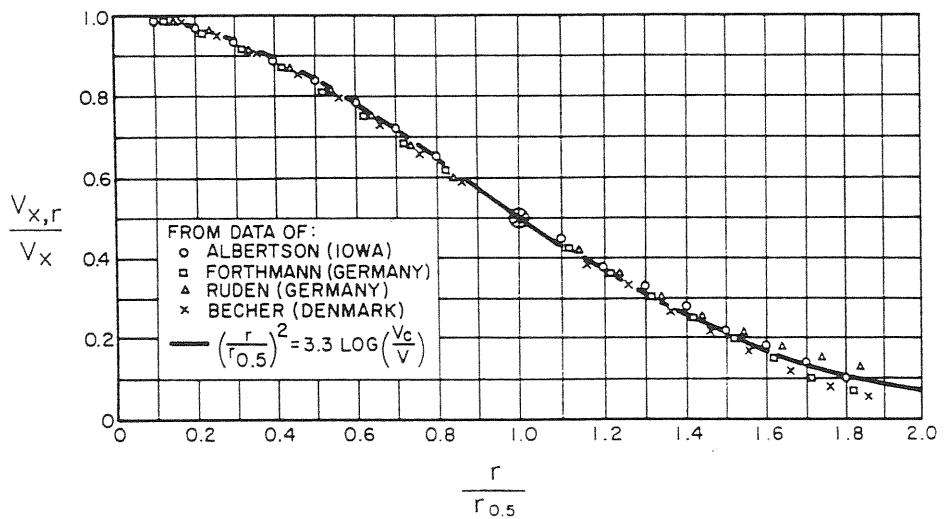
$$v_{x,r}/v_x = (0,5)^{(r/r_{0,5})^2} = e^{-\ln 2 (r/r_{0,5})^2} \quad (3e)$$

Med dette profil fås en middelhastighed i sløret bestemt ved (jf. (A4) i appendiks A):

$$v_m/v_x = 0,33 \quad (3f)$$

Sløret i plane fristråler

Sløret i en plan fristråle begrænses af 2 skrå flader, der danner en vinkel på 33° med hinanden som vist på figur 2, situation a. Hastig-



Figur 4. Hastighedsfordelingen på tværs af sløret tegnet dimensionsløst med $v_{x,r}/v_x$ som funktion af $r/r^{0.5}$. Her er $r^{0.5}$ afstanden, hvor $v_{x,r} = 0,5 v_x$ (ASHRAE, 1993).

hedsprofilerne over et tværsnit af strålen vil være lignedannede på samme måde som for en cirkulær fristråle og de vil have samme udseende som vist på figur 4. Analogt til (4) fås da for plane stråler:

$$v_{x,y}/v_x = e^{-\ln 2 (y/y_{0.5})^2} \quad (4a)$$

Dette giver en middelhastighed i sløret bestemt ved jf. (A9) i appendiks A:

$$v_m/v_x = 0,50 \quad (4b)$$

Kerne og slør i vægstråler

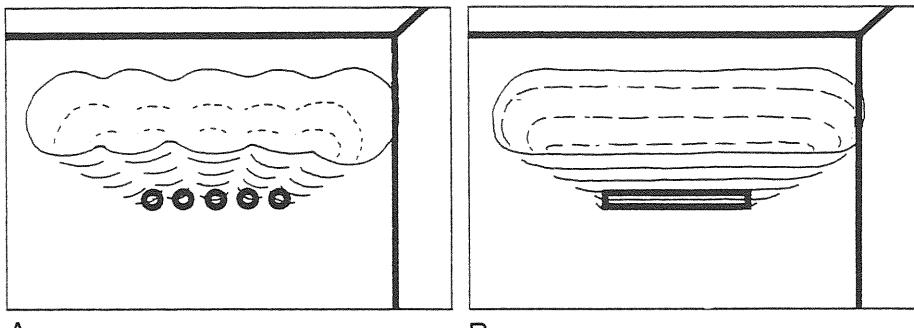
Vægstråler antager en form, der med god tilnærmelse svarer til en halvering af de tilsvarende cirkulære og plane fristråler med vægfladen som symmetriplan. Dette er vist for en plan vægstråle på figur 2, situation b. Kernens og slørets keglevinkler halveres derved, og den største hastighed vil optræde tæt på fladen.

For såvel aksesymmetriske som plane vægstråler defineres kontraktionskoefficienten k_k og lufthastigheden v_k i det kontraherede tværsnit analogt til formeludtrykkene (2a og b) og (3a og b).

Overgang mellem forskellige stråleformer

For aksesymmetriske stråler fra rektangulære åbninger gælder, at de hurtigt får samme tværsnitsform som ståler fra en cirkulær åbning. Der gælder desuden at flere aksesymmetriske stråler på en række vil kunne nå sammen og få samme stråletværsnit som en plan stråle som vist på figur 5, situation A.

For en fristråle fra en nærmest spalteformet åbning gælder, at den i starten vil have form som en plan stråle som vist på figur 5, situation B. Men i det videre forløb får den mere og mere karakter af en aksesymmetrisk fristråle som følge af, at stråletværsnittet vokser hurtigere i højden end i bredden.



A B

Figur 5. Overgang mellem forskellige

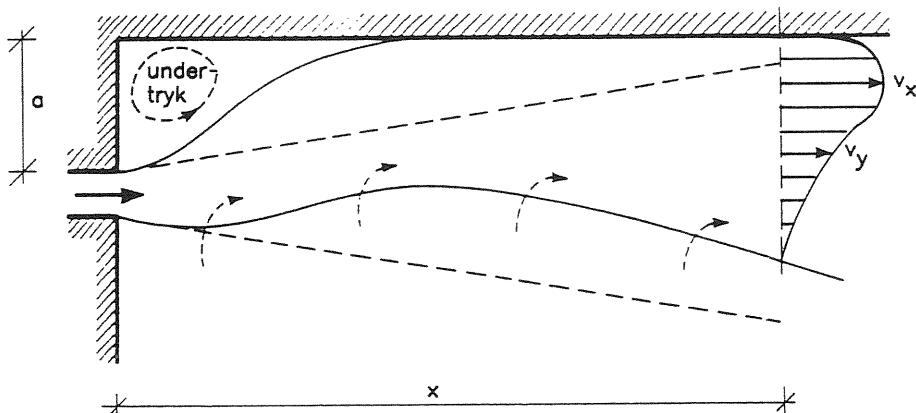
A: Fra aksesymmetrisk til plan stråle.

Coanda-effekt

Hvis indblæsningsåbningen er placeret tæt på en flade, det være sig loft eller væg, vil den luft der bliver medrevet fra området mellem stråle og flade ikke blive erstattet hurtigt nok fra omgivelserne. Der vil da opstå et undertryk i nævnte område, og det vil trække strålen over mod (eller op mod) fladen som vist på figur 6. Man taler om at strålen "klæber" sig til fladen og kalder derfor også ofte strålen for en klæbestråle. Denne klæbeffekt betegnes Coanda-effekten.

De forhold, der skaber klæbeeffekten, aftager med afstanden fra åbningen, og strålen fortsætter langs fladen som en vægstråle med det hastighedsprofil, en sådan stråle har.

Coanda-effekten kan optræde ved såvel aksesymmetriske som plane stråler. Hvor stor afstanden mellem fladen og åbningskant maksimalt må være, for at Coanda-effekten vil optræde, afhænger af stråletypen. For loftslader vil afstanden desuden afhænge af indblæsningsluftens temperatur i forhold til rumluften. Men selv kolde stråler vil kunne bøjes opad af Coanda-effekten og fortsætte et stykke langs loftet som en vægstråle. Det har ikke været muligt i litteraturen at finde pålidelige værdier for, hvor stor afstanden fra åbning til flade skal være, for at Coanda-effekten ikke optræder.



Figur 6. Stråle der tvinges op mod loft som følge af Coanda-effekten (efter Nielsen, 1988).

Begrænsede stråler

Den luft, som en stråle river med sig, skal hele tiden erstattes og det sker ved, at der føres luft tilbage i form af en returstrøm. Så længe rummets dimensioner er store i forhold til strålens, vil denne returstrøm ikke influere på strålens udbredelse. Rumtværsnittet kan betragtes som stort indtil stråletværsnittet udgør ca. 25 % af det samlede rumtværsnit A_R vinkelret på stråleretningen (Grimitlin, 1970), og så længe dette er tilfældet, tales der om en fri stråle (der kan således udmærket tales om en fri fristråle).

Kritiske afstande for aksesymmetriske stråler

Det kritiske stråletværsnits afstand fra indblæsningsåbningen, x_{kr1} , kan for en aksesymmetrisk **fristråle** beregnes af:

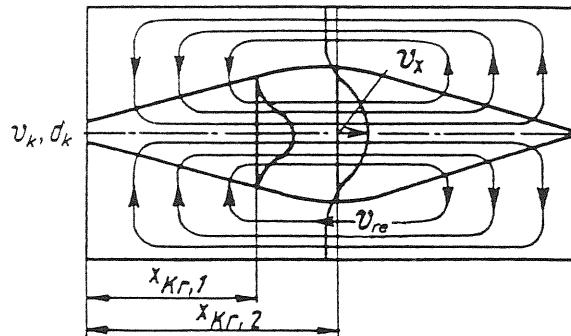
$$\pi (x_{kr1} \operatorname{tg} 12)^2 \sim A_R / 4$$

hvoraf fås

$$x_{kr1} \sim 1,3 A_R^{1/2} \quad (5)$$

Når man er ude over denne afstand vil stråletværsnittet vokse langsommere, jf. figur 7a. Når det er nået op på ca. 40 % af rumtværsnittet stopper tilvæksten, og stråletværsnittet vil derefter aftage, samtidig med at strålen klinger ud. Afstanden x_{kr2} til dette 2. kritiske tværsnit kan if. Grimitlin (1970) bestemmes af:

$$x_{kr2} = x_{kr1} + 0,7 A_R^{1/2} \sim 2,0 A_R^{1/2} \quad (6)$$



Figur 7a. Strømningsforhold i begrænsede rum (Grimitlin, 1970).

I dette 2. kritiske tværsnit vil der desuden gælde, at returstrømmens hastighed er størst.

Strålen vil maksimalt nå ud på en afstand der kan bestemmes af (Grimitlin 1970):

$$x_{max} = x_{kr1} + 3,5 (A_R)^{1/2} \sim 4,8 A_R^{1/2} \quad (7)$$

Baturin (1972) angiver, at strålens 1. kritiske tværsnit optræder, hvor strålens tværsnit er nået op på 20-25 % af rumtværsnittet og at 2. kriti-

ske tværsnit optræder, hvor stråletværsnittet er nået op på 40-42 % af rumtværsnittet. Endelig anfører han:

$$x_{max} = 3A_R^{\frac{1}{2}} \text{ til } 4A_R^{\frac{1}{2}} \quad (8a)$$

For en aksesymmetrisk vægstråle vil der gælde:

$$\frac{1}{2} \pi (x_{kr1} \operatorname{tg} 12)^2 = \frac{1}{4} A_R$$

hvoraf fås:

$$x_{kr1} = 1,3 (2A_R)^{\frac{1}{2}} \quad (8b)$$

Dette betyder, at udtrykkene (5)-(7) også gælder for en vægstråle, blot $A_R^{\frac{1}{2}}$ erstattes af $(2A_R)^{\frac{1}{2}}$.

Kritiske afstande for plane stråler

Der foreligger ikke tilsvarende undersøgelser for plane stråler. Forestiller man sig imidlertid, at den kritiske længde x_{kr1} , også for plane stråler er den afstand fra åbningen, hvor strålen udfylder 25 % af rummets tværsnit vinkelret på strålen, så får man for en plan **fristråle**

$$2B x_{kr1} \operatorname{tg} 16 = \frac{1}{4} A_R = \frac{1}{4} BH$$

hvoraf

$$x_{kr1} = 0,45 H \quad (9a)$$

og for en plan **vægstråle** fås:

$$x_{kr1} = 0,45 \cdot 2H = 0,9H \quad (9b)$$

Der er ikke fundet oplysninger i litteraturen, som muliggør en beregning af x_{kr2} og x_{max} for plane stråler.

Korte eller dybe rum

Hvis lokalets dybde L er mindre end x_{max} , begrænses stråleforløbet af en væg, og man taler om et kort rum. I modsat fald tales der om et dybt rum.

Isoterme frie stråler

Ved en isoterm stråle er den indblæste stråles temperatur lig med rumluftens temperatur, og tyngdekraften vil derfor ikke have nogen indflydelse på strålens forløb. Desuden er strålen fri, hvis rumdimensionerne er så store, at returstrømmen ikke influerer på strålens udbredelse.

Grundligninger

I strømmende luft bestemmes temperatur, tryk og hastighed af følgende sæt grundligninger:

- massebalancealigningen
- energiligningen
- bevægelsesmængdelignerne (1-3 ligninger)

For en isoterm stråle har energiligningen ingen betydning, som det fremgår af appendiks C. Kun massebalancealigningen og den vandrette bevægelsesmængdeligning har interesse.

Ligningerne opstilles for et begrænset område som vist på figur 7b, hvor begrænsningsfladerne er fladen AB gennem det kontraherede tværsnit, fladen CD i afstanden x fra indblæsningsåbningen og endelig slørfladen ABCD.

Massebalancealigningen får følgende form, når der antages statio-nære forhold:

$$V_{AB} + V_{ABCD} - V_{CD} = 0 \quad (10)$$

hvor V erne angiver volumenstrømmene gennem de respektive flader. Af (10) kan den medrevne luftmængde V_{ABCD} bestemmes, idet der for de to øvrige bidrag vil gælde:

$$V_{AB} = v_k A_k = k_v k_k v_{teo} A \quad (11a)$$

$$V_{CD} = \int_{A_{CD}} v_{x,y} dA = v_m A_{CD} \quad (11b)$$

hvor v_{teo} kan bestemmes af (2c), og hvor v_m kan bestemmes af (3f) eller (4b), når centralhastigheden v_x kendes.

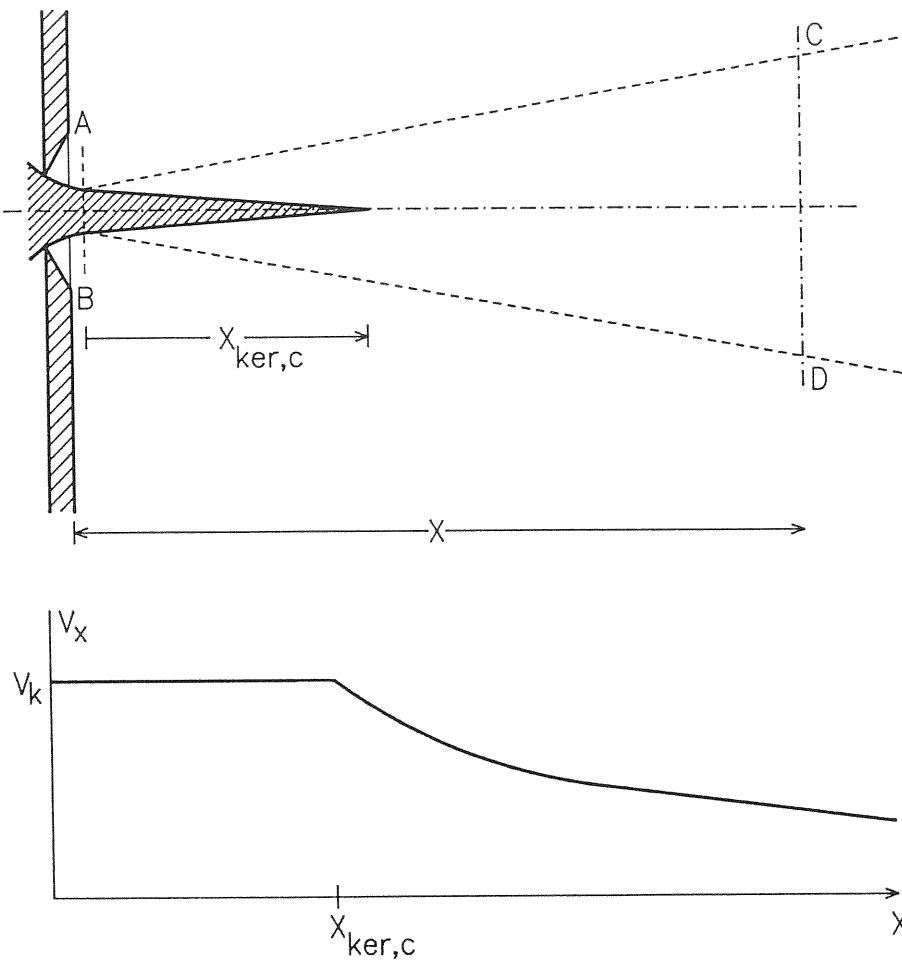
Den vandrette bevægelsesmængdeligning får for en cirkulær fristråle følgende udseende, jf. appendiks B:

$$\rho v_k^2 A_k - \pi \rho v_x^2 x^2 K_{vc} = 0 \quad (11c)$$

og for en plan fristråle får den formen:

$$\rho h_k v_k^2 - \rho v_x^2 x K_{vp} = 0 \quad (11d)$$

hvor K_{vc} og K_{vp} er konstanter, der er afhængige af slørvinklens størrelse.



Figur 7b. Aksesymmetrisk fristråle. Afgrænsset område i forbindelse med opstilling af bevægelsesmængdeligning. Desuden centralhastighedens størrelse udtrykt ved (12d).

Centralhastigheder

I en stråles hastighedsprofil er det først og fremmest centralhastigheden, der har interesse, dels fordi det er maksimalhastigheden, dels fordi man kan bestemme det resterende hastighedsprofil, når centralhastigheden er kendt.

Centralhastigheden kan bestemmes ud fra bevægelsesmængdeligningen for den pågældende stråle, som det vil fremgå af det følgende.

Den vandrette afstand x , der indgår i formeludtrykkene skal principielt regnes fra luftstrålens pol, jf. figur 1, men i praksis regnes den fra indblæsningsåbningen, da fejlen herved er ubetydelig.

Cirkulære fristråler

For en cirkulær fristråle, der strømmer ind i et rum uden begrænsninger, fås af strålens bevægelsesmængdeligning (11c):

$$\frac{v_x}{v_k} = \frac{1}{(\pi K_{v_c})^{\frac{1}{2}}} \frac{A_k^{\frac{1}{2}}}{x} = C_c \frac{A_k^{\frac{1}{2}}}{x} \quad (12a)$$

Størrelsen af hastighedskonstanten C_c , er behandlet nærmere i appendiks E. Hyppigt anvendte værdier er anført i tabel 1.

Tabel 1. C_c -værdier for cirkulære og rektangulære stråler.
(Nielsen, 1988).

<i>Cirkulær åbning</i>
$C_c = 5,7$ for $2,5 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 5 \text{ m/s}$
$C_c = 7,0$ for $10,0 \text{ m/s} \leq v_0 \leq 50 \text{ m/s}$
<i>Rørformet indblæsning, længden $\geq 5 d$</i>
$C_c = 6,8$
<i>Rektangulær åbning</i>
Afstand $x \geq 6$ gange bredden
$C_c = 6,5$ for bredde/højde = 1
$C_c = 6,2$ for bredde/højde = 5
$C_c = 6,0$ for bredde/højde = 10
$C_c = 5,6$ for bredde/højde = 20

Hastighedsformel (12a) gælder kun for $x \geq x_{ker,c}$. Da $v_x = v_k$ for $x = x_{ker,c}$ fås følgende sammenhæng mellem C_c og kernelængden:

$$1 = C_c \frac{A_k^{\frac{1}{2}}}{x_{ker,c}}$$

eller

$$x_{ker,c} = C_c A_k^{\frac{1}{2}} \quad (12b)$$

Ved indsættelse i (12a) fås videre:

$$\frac{v_x}{v_k} = \frac{x_{ker,c}}{x} \quad (12c)$$

eller

$$v_x = v_k (x_{ker,c}/x) \quad (12d)$$

og dette er afbildet på figur 7b. Endelig kan (12a) omformes til:

$$v_x = C_c \frac{(A_k v_k^2)^{\frac{1}{2}}}{x} \quad (12e)$$

hvor udtrykket inde i parentesen er proportional med strålens bevægelsesmængdestrøm i det kontraherede tværsnit, jf. appendiks B. Det ses, at centralhastigheden i en given afstand alene er afhængig af bevægelsesmængdestrømmens størrelse og ikke af, om det f.eks. er indblæsningshastigheden, der er stor, eller om indblæsningsarealet er stort. Man får således samme centralhastighed hvis man mindsker åbningsarealet til en fjerdedel samtidig med at indblæsningshastigheden fordobles.

Cirkulære vægstråler

Hastighedsfordelingen over tværsnittet af en cirkulær vægstråle vil have form som halvdelen af en "Gauss-klokke", hvor vægfladen er sym-

metriflade, og hvor maksimalhastigheden eller centralhastigheden vil optræde tæt ved vægfladen. Bevægelsesmængdeligningen (11c) får da formen:

$$\rho v_k^2 A_k - \frac{1}{2} \pi \rho v_x^2 x^2 K_{vc} = 0 \quad (12f)$$

og heraf fås til bestemmelse af centralhastigheden:

$$\frac{v_x}{v_k} = C_c \frac{(2 A_k)^{\frac{1}{2}}}{x} = 2^{\frac{1}{2}} C_c \frac{A_k^{\frac{1}{2}}}{x} \quad (12g)$$

Resultatet svarer til den centralhastighed man ville have fået for en fristråle fra to åbninger, der hver havde det kontraherede tværsnit A_k , og som var beliggende lige over for hinanden med vægfladen som en tænkt symmetriflade.

Centralhastigheden kan analogt til (12e) også fås på formen:

$$v_x = 2^{\frac{1}{2}} C_c \frac{(A_k v_k^2)^{\frac{1}{2}}}{x} \quad (12h)$$

Plane fristråler

For en plan fristråle, der strømmer ind i et rum uden begrænsninger, fås af bevægelsesmængdeligningen (11d):

$$\frac{v_x}{v_k} = \frac{1}{K_{vp}^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{h_k}{x} \right)^{\frac{1}{2}} = C_p \left(\frac{h_k}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12i)$$

Størrelsen af hastighedskonstanten C_p er behandlet nærmere i appendiks E. En hyppigt anvendt værdi er $C_p = 2,5$.

Udtrykket (12i) gælder for $x \geq x_{ker,p}$, og idet $v_x = v_k$ for $x = x_{ker,p}$ fås følgende sammenhæng mellem C_p og kernelængden:

$$1 = C_p \left(\frac{h_k}{x_{ker,p}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

eller

$$x_{ker,p} = C_p^2 h_k \quad (12j)$$

Udtrykket (12i) kan da omformes til:

$$\frac{v_x}{v_k} = \left(\frac{x_{ker,p}}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12k)$$

Endelig kan (12i) omformes til:

$$v_x = C_p \left(\frac{h_k v_k^2}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12m)$$

Plane vægstråler

Hastighedsfordelingen over tværsnittet af en plan vægstråle vil have form af den halve Gauss fejlfunktion givet ved (4a) med toppunktet nær ved vægfladen. Bevægelsesmængdeligningen (11d) får da formen:

$$\rho h_k v_k^2 - \frac{1}{2} \rho v_x^2 x K_{vp} = 0 \quad (12n)$$

og heraf fås til bestemmelse af centralhastigheden:

$$\frac{v_x}{v_k} = C_p \left(\frac{2h_k}{x} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} C_p \left(\frac{h_k}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12o)$$

Resultatet svarer til den hastighed, man ville have fået for en plan fristråle fra en åbning med højden $2h_k$ beliggende med vægfladen som en tænkt symmetriflade.

Endelig kan (12o) omformes til:

$$v_x = 2^{\frac{1}{2}} C_p \left(\frac{h_k v_k^2}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12p)$$

Rektangulære fri- og vægstråler

En fristråle fra en rektangulær åbning med åbningsarealet $b \cdot h$, hvor bredden b er større end højden h , opfører sig hastighedsmæssigt som om den har to kernespidser, og hvor hastigheden mellem de to spidser svarer til hastigheden i en plan stråle og efter 2. spids til hastigheden i en cirkulær stråle (Becher, 1972). De to spidser er bestemt ved, jf. (12j) og (12b):

$$x_{ker,1} = C_p^2 h_k \quad (12q)$$

$$x_{ker,2} = C_c b_k \quad (12r)$$

Centralhastigheden bestemmes derfor af, jf. appendiks E:

$$v_x/v_k = C_p (h_k/x)^{\frac{1}{2}} \quad \text{for } x_{ker,1} < x < x_{ker,2} \quad (13a)$$

$$v_x/v_k = C_c (b_k h_k)^{\frac{1}{2}}/x \quad \text{for } x > x_{ker,2} \quad (13b)$$

Hyppigt anvendte C_c -værdier for rektangulære åbninger er anført i tabel 1.

Coanda-vægstråler

Forsøg viser, at der opstår et tab i bevægelsesmængdestrømmen på 30-40 %, når en fristråle ændres til en vægstråle som følge af Coanda-effekten (Nielsen, 1981). En tilnærmet beregning fører da til følgende udtryk for centralhastigheden i vægstrålen efter klæbningen, jf. (D.2) - (D.5) i appendiks D:

$$\frac{v_x}{v_k} = k_1 C_c \frac{(2A_k)^{\frac{1}{2}}}{x + 0,4 x_{kl}} \quad (\text{aksesymmetrisk stråle})$$

$$\frac{v_x}{v_k} = k_1 C_p \left(\frac{2h_k}{x + x_{kl}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{plan stråle})$$

hvor k_1 er en reduksionsfaktor, hvis størrelse ligger i området 0,75-0,85, svarende til en reduktion i bevægelsesmængdestrømmen på de ovennævnte 30-40 % (dvs. $k_1^2 \sim 0,6-0,7$).

Sammensmeltede stråler

Flere parallelle stråler kan smelte sammen til én stråle i en vis afstand fra åbningerne. Den sammensmeltede stråle vil forsætte som en plan eller aksesymmetrisk stråle afhængigt af, om de enkelte åbninger ligger på linie eller ej.

Strålehastigheden i et vilkårligt punkt i den sammensmeltede stråle fås som en række enkeltbidrag, der kan bestemmes ved at se på bevægelsesmængdestrømmen igennem et lille delareal omkring punktet.

Man finder da (jf. appendiks D):

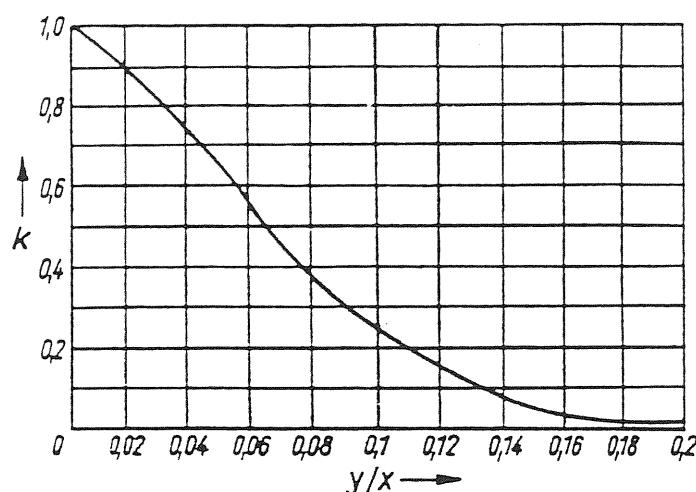
$$v_{xy} = (k_1 v_{x1}^2 + k_2 v_{x2}^2 + \dots k_i v_{xi}^2 + \dots)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

hvor v_{xi} er centralhastigheden for den pågældende stråle, og k_i er en konstant, der er bestemt af forholdet y_i/x , og hvor igen y_i er afstanden fra den i 'te stråles centralakse op til det pågældende punkt. Denne konstant kan fås af figur 7c. Bemærk blandt andet, at $k = 0,25$ for $y/x = 0,1$ og det er den linie, hvor $v_y = 0,5 v_x$.

Ofte vil alle åbninger være ens, og strålerne vil have samme centralhastighed v_x . Da kan (14) forenkles til:

$$v_{xy} = v_x (n_1 k_1 + n_2 k_2 + \dots n_i k_i + \dots)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

hvor n 'erne er antallet af åbninger, der har samme vinkelrette afstand mellem åbning og en akse gennem det betragtede punkt.



Figur 7c. Faktor k for sammensmeltede stråler til brug i udtrykkene (14) - (17) (Grimitlin, 1970).

Bliver den sammensmeltede stråle aksesymmetrisk, kan v_x i (15) bestemmes af (12a), og der fås da:

$$v_{xy} = (C_c A_k^{1/2}/x) (n_1 k_1 + n_2 k_2 + \dots n_i k_i + \dots) \quad (16)$$

hvor A_k er den enkelte åbnings kontraherede areal. Ligger åbningerne på linie fås ved brug af (12i):

$$v_{xy} = C_p (h_k/x)^{1/2} (n_1 k_1 + n_2 k_2 + \dots n_i k_i + \dots) \quad (17)$$

hvor $h_k = n A_k / L$, og hvor igen L er afstanden mellem de to yderste åbninger. Udtrykket (17) vil gælde indtil $x = x_{ker,2} = C_p^2 L$. For større x -værdier bliver strålen aksesymmetrisk, og hastighederne bestemmes da af (16).

På figur 7d er vist et eksempel med tre åbninger beliggende på en ret linie. Ønskes f.eks. hastigheden i den sammensmeltede stråles midte vil der gælde, jf. figur 7c:

for $n_1 = 1$ og $y/x = 0$: $k_1 = 1$

for $n_2 = 2$ og $y/x \sim 0,13$: $k_2 = 0,1$

For $x >$ ca. 12 b_1 , hvor b_1 er den indbyrdes afstand mellem de tre åbninger, bliver strålen aksesymmetrisk (jf. (12r)), og derfor skal (16) anvendes til beregning af den ønskede hastighed.

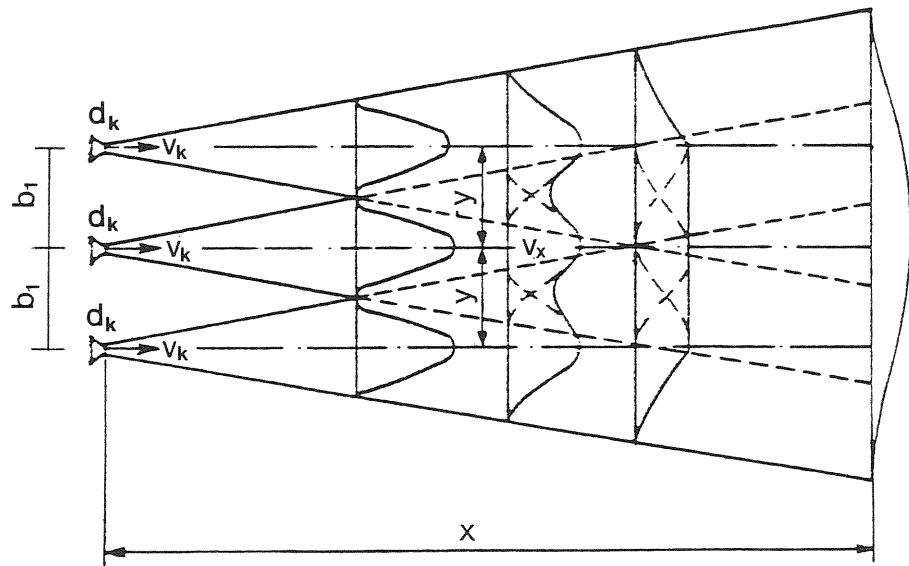
Strålerne vil ikke influere på hinanden så længe:

$$(b_1/2) > x \operatorname{tg}(\alpha/2)$$

eller

$$b_1/x > 2 \operatorname{tg}(\alpha/2) \sim \operatorname{tg}\alpha \quad (18)$$

hvor b_1 er den mindste afstand mellem to åbninger, og α er slørets vinkel.



Figur 7d. Sammensmelting af 3 parallelle stråler (Grimitlin, 1970).

Hastighedskonstanter

Der er en direkte sammenhæng dels mellem hastighedskonstanterne og kernelængderne og dels mellem disse to størrelser og strålerne slør-vinkel. Der er endelig en sammenhæng til den valgte hastighedsforde-lingsfunktion. Disse sammenhænge er behandlet nærmere i appendiks E. Hyppigt anvendte værdier for cirkulære og rektangulære stråler er vist i tabel 1. For plane stråler anvendes værdien $C_p = 2,5$.

Begrænsninger for hastighedsformlerne

Der regnes normalt med, at hastighedskonstanterne kun afhænger af indblæsningsåbningens form, men det viser sig at åbningshastigheden eller mere præcist Reynolds' tal også spiller en rolle. Reynolds' tal er defineret ved:

$$\text{Cirkulære stråler: } Re = \frac{\nu_k d_k}{\nu} \quad (19)$$

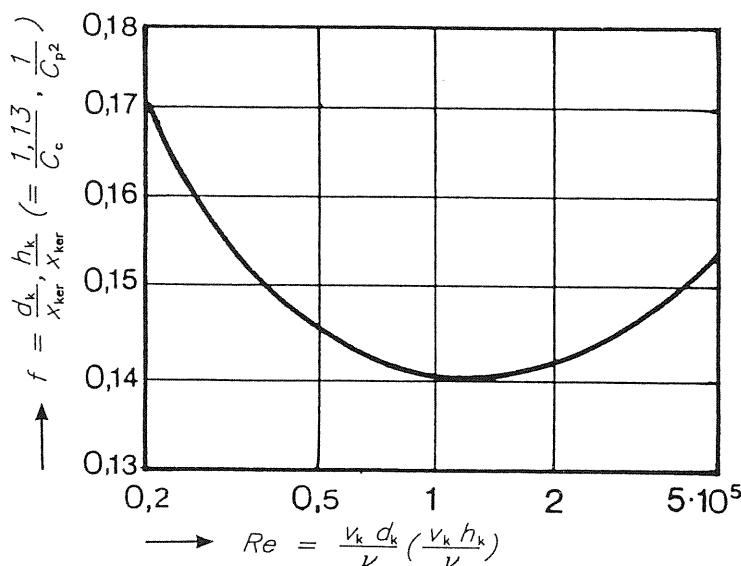
$$\text{Plane stråler: } Re = \frac{\nu_k h_k}{\nu} \quad (20)$$

hvor ν er luftens kinematiske viskositet. Afhængigheden kan være som vist på figur 7e. Der er følgende sammenhæng mellem figurens såkaldte meddrivningstal f og hastighedskonstanterne C_c og C_p , jf. (E.2) og (E.6) i appendiks E:

$$C_c = (4/\pi)^{1/2} x_{ker,c}/d_k = 1,13/f \quad (21)$$

$$C_p = (x_{ker,p}/h_k)^{1/2} = (1/f)^{1/2} \quad (22)$$

Det ses at der er en minimumsværdi for f (og dermed maksimumsværdi for C_c og C_p) for $Re \sim 10^5$.



Figur 7e. Meddrivningstallets afhængighed af Reynolds' tal (efter Regenscheit, 1971).

Området for Reynolds-tallet på figur 7e svarer omrentlig til de hastighedsområder, der er anført i tabel 1 for cirkulære åbninger, når åbningsdiameter er ca. 0,2 m og dermed $d_k \sim 0,15$ m. Men figurens f -værdier fører dog ikke helt til de i tabel 1 anførte k_c -værdier. For Re i området $0,2 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 10^5$ svarende til hastighedsområdet 2-5 m/s fås således:

$$C_c \sim 1,13/0,155 = 7,3$$

og i området $10^5 - 5 \cdot 10^5$ svarende til hastighedsområdet 10-50 m/s fås:

$$C_c \sim 1,13/0,145 = 7,8.$$

Der er ikke fundet C_c -værdier i litteraturen for højere Re -tal eller højere hastigheder. Det er ligeledes uklart, hvad lavere Re -tal eller lavere hastigheder betyder for dels hastighedskonstanten og dels stråle-dannelsen. Målinger udført af Nielsen og Møller (1988) tyder dog på, at strålen begynder at blive diffus for $Re < 5000$.

Det skal endelig bemærkes, at hastighedsformlerne kun gælder for frie stråler. For begrænsede rum betyder det, at hastighedsformlerne kun gælder så længe stråletværsnittet ikke overstiger ca. 25 % af rumtværsnittet, dvs. for $x < x_{kr}$. Hertil svarer, at i begrænsede rum gælder formlerne kun for (jf. det tidligere afsnit om begrænsede stråler):

$$x < 1,5 (BH)^{1/4} \quad \text{for cirkulære fristråler}$$

$$x < 2 (BH)^{1/4} \quad \text{for cirkulære vægstråler}$$

$$x < 0,5 H \quad \text{for plane fristråler}$$

$$x < 1,0 H \quad \text{for plane vægstråler}$$

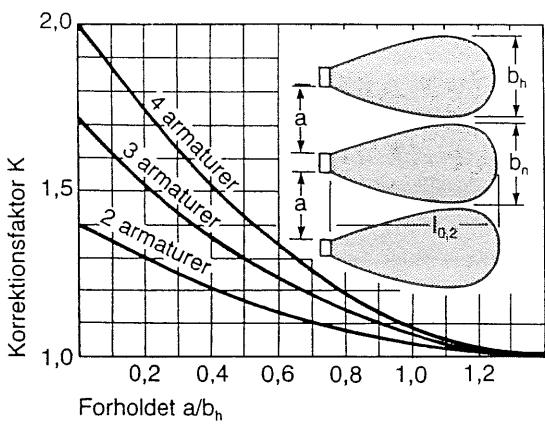
Kastelængder

Ved kastelængden forstås afstanden fra indblæsningsåbningen frem til et punkt, hvor centralhastigheden v_x har en bestemt størrelse. Ved dimensionering af et stråleventilationsanlæg kræves ofte, at centralhastigheden skal ned på 0,2 m/s eller derunder, inden strålen når opholds-zonen eller en væg, der tvinger den ned i opholdszonens. Med dette krav fås f.eks. for en cirkulær fristråle, jf. (12a):

$$x_{0,2} = C_c A_k^{1/2} v_k / 0,2 = 5 C_c v_k A_k^{1/2} \quad (23)$$

Tilsvarende udtryk fås for de øvrige behandlede stråletyper, dvs. plane fristråler samt vægstråler.

For sammensmeltede stråler bestemmes kastelængden ved at løse en af ligningerne (14) - (17) med hensyn til $x_{0,2}$. For nogle simple tilfælde kan den fås ved at multiplicere kastelængden for en enkelt åbning med korrektionsfaktorer fra figur 8.



Figur 8. Kastelængdekorrektion ved flere parallelle rettede åbninger (Ventilation Ståbi, 1988).

Volumenstrømme

Den luftstrøm, der passerer et stråletværsnit CD i afstanden x fra åbningen, jf. figur 7b, kan bestemmes af:

$$V_x = v_m A_{CD} = k v_x A_{CD} \quad (24)$$

hvor v_m er middelhastigheden over tværsnittet, og k er en konstant, der kan fås af (3f) eller (4b).

For en **cirkulær fristråle**, hvor $k = 0,33$, fås ved indsættelse af v_x udtrykt ved (12a):

$$V_x = 0,33 (C_c A_k^{1/2} v_k /x) \pi (x \operatorname{tg} 12)^2 = 0,47 C_c (V_k / A_k^{1/2}) x$$

og heraf:

$$V_x / V_k = 0,047 C_c x / A_k^{1/2} \quad (25)$$

Heri kan yderligere indføres kernelængden x_{ker} , jf. (12b), og indsættes derefter $C_c = 7,3$ fås:

$$V_x / V_k = 0,047 C_c^2 (x / x_{ker}) = 2,5 (x / x_{ker}) \quad (26)$$

Tilsvarende udtryk findes hos Regenscheit (1959) og Becher (1972), blot har deres konstant foran x/x_{ker} værdien 2,0. Konstantværdien i (26) ændres til 2,0 hvis der indsættes $C_c = 6,5$ i stedet for 7,3.

For en **plan fristråle**, hvor $k = 0,50$, fås ved indsættelse i (24) af v_x udtrykt ved (12k):

$$\begin{aligned} V_x &= 0,50 (C_p (h_k / x)^{1/2}) v_k b_k (2 x \operatorname{tg} 16,5) \\ &= 0,30 C_p (V_k / h_k^{1/2}) x^{1/2} \end{aligned} \quad (27)$$

Heri kan indføres x_{ker} , jf. (12j), og indsættes derefter $C_p = 2,5$, fås:

$$V_x / V_k = 0,30 C_p^2 (x / x_{ker})^{1/2} = 3,5^{1/2} (x / x_{ker}) \quad (28)$$

Regenscheit (1959) og Becher (1972) anfører et tilsvarende udtryk blot med konstantværdien $2^{\frac{1}{2}}$ i stedet for $3,5^{\frac{1}{2}}$. Konstantværdien i (28) ændres til $2^{\frac{1}{2}}$ hvis der indsættes $C_p = 2,2$ i stedet for 2,5.

For såvel den cirkulære som den plane stråle vil der gælde at den medrevne luftmængde kan fås som

$$V_{ABCD} = V_x - V_k \quad (29)$$

og heraf

$$V_{ABCD} / V_k = V_x / V_k - 1 \quad (30)$$

Isoterme, begrænsede stråler

De hidtil udledte centralhastighedsformler gælder kun for de såkaldte frie stråler, hvor rummets dimensioner er så store i forhold til strålens tværsnit, at strålen kan udbrede sig frit uden at blive påvirket af den returstrøm der skal erstatte den medrevne luft.

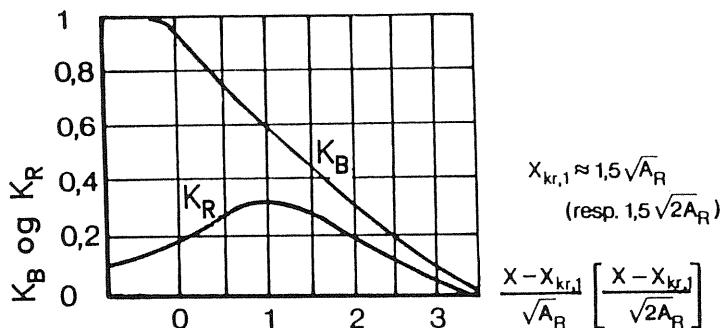
Centralhastigheder

I begrænsede rum gælder hastighedsformlerne kun for x -værdier mindre end $x_{kr,1}$. For større x -værdier skal der i formlerne indføres en korrektionsfaktor K_B , således at centralhastigheden i det videre forløb bestemmes af (Grimitlin, 1970):

$$v_{x,b} = K_B v_x \quad (31a)$$

hvor v_x er centralhastigheden i den tilsvarende frie stråle i afstanden x .

For cirkulære fri- og vægstråler angiver Grimilin (1970) de på figur 9 viste værdier for K_B , men han anvender dem også i sine formeludtryk for plane stråler. Der er ikke fundet andre værdier for reduktionsfaktorerne for plane stråler.



Figur 9. Faktoren K_B til bestemmelse af strålehastigheden samt faktoren K_R til bestemmelse af returstrømmen i begrænsede rum (efter Grimilin, 1970).

Kastelængder

I begrænsede rum kan udtrykket (23) anvendes til bestemmelse af kastelængde for en cirkulær fristråle, så længe $x_{0,2} < x_{kr,1}$. Fårstørre $x_{0,2}$ -værdier af (23) kan kastelængden bestemmes af:

$$0,2 = K_B v_x = K_B C_c A_k^{1/2} v_k / x_{0,2} \quad (31b)$$

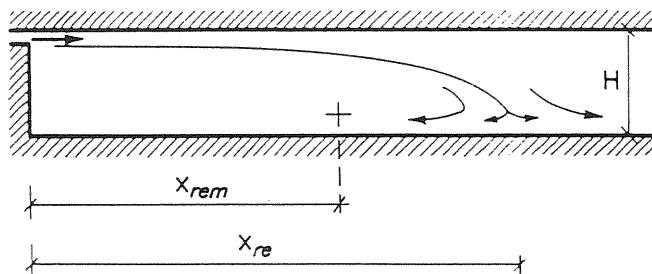
hvor K_B fås af figur 9. Med da K_B selv er en funktion af x kan (31b) kun løses ved at opstille et analytisk udtryk for K_B eller ved at iterere sig frem.

Konstantværdierne i figur 9 kan også anvendes for cirkulære vægstråler, hvorimod der som nævnt ikke er fundet K_B -værdier for plane stråler.

Dybe rum

I begrænsede rum bremses strålen, og i en vis afstand fra indblæsningsåbningen tvinges den nedad og deler sig som vist på figur 10.

Der er foretaget målinger dels af afstanden x_{re} til det punkt, hvor strålen deler sig, dels af afstanden x_{rem} hen til, hvor returstrømmens hastighed er størst. Her svarer x_{rem} til det tidligere omtalte $x_{krit,2}$ og x_{re} til x_{max} .



Figur 10. Strømningsforhold og indtrængningslængde for isoterm, plan stråle i et dybt lokale (Nielsen, 1988).

Der tales om dybe rum, når rumlængden er større end den strækning strålen maksimalt når ud på, dvs. for $L > x_{max}$. Eksempelvis for en aksesymmetrisk stråle er der da tale om et dybt rum, når $L > 4-5 A_R^{1/2}$, jf. (7) og (8b).

Indtrængningslængde

I tabel 2 er anført værdier for x_{re} og x_{rem} fundet i litteraturen. Som det ses er der ret store afvigelser mellem de forskellige forfattere. Dog synes man at kunne regne med, at:

- værdierne for vægstråler er ca. 1,5 gange værdierne for cirkulære stråler
- værdierne for x_{rem} er ca. 1/2-3/4 af værdierne for x_{re}

Det skal bemærkes, at indtrængningslængden x_{re} er uafhængig af indblæsningshastigheden. Der er dermed heller ikke nogen sammenhæng mellem kastelængde og indtrængningslængde. Heraf følger, at hvis man dimensionerer sin indblæsningshastighed ud fra en ønsket kastelængde, og denne kastelængde er større end indtrængningslængden, så får man ikke en større indtrængningslængde af den grund, men hastigheden af returstrømmen nede i opholdszonene bliver større.

Returhastigheder

Hastighedsprofilet i returstrømmen langs gulvet i et dybt rum vil have en maksimumsværdi tæt på gulvfladen (svarende til maksimumsvær-

dien tæt på loftsladen for en vægstråle). Denne maksimumsværdi kan i afstanden x fra væggen med indblæsningsåbningen fås af (Grimitlin, 1970):

$$v_{re} = K_R v_x \quad (31c)$$

hvor v_x er centralhastigheden i den fri stråle i afstanden x .

For en **cirkulær fristråle** kan returfaktoren K_R fås af figur 9. Det ses af figuren, at den største centralhastighed i returstrømmen optræder for $x \sim 2,2 (A_R)^{1/2}$, dvs. for $x = x_{kr,2}$ (jf.(6)). For denne x -værdi er $K_R = 0,3$, og indføres v_x udtrykt ved (12a) i (31c) og sættes $C_c = 7,3$, fås:

$$v_{rem} = 0,3 \cdot 7,3 A_k^{1/2} v_k / (2,2 A_R^{1/2}) = 0,99 (A_k/A_R)^{1/2} v_k \quad (31d)$$

Dette udtryk er analogt til, hvad Nielsen (1981) anfører, blot har han en konstantværdi på 0,95.

For en **cirkulær vægstråle** fås ved at indsætte $x = x_{kr,2} = 2,2 (2A_R)^{1/2}$ i (31c) sammen med v_x udtrykt ved (12g) og med $C_c = 7,3$:

$$\begin{aligned} v_{rem} &= 0,3 \cdot 2^{1/2} \cdot 7,3 A_k^{1/2} v_k / (2,2 (2A_R)^{1/2}) \\ &= 0,99 (A_k/A_R)^{1/2} v_k \end{aligned} \quad (31e)$$

eller det samme som (31d), der således også kan anvendes på en cirkulær vægstråle.

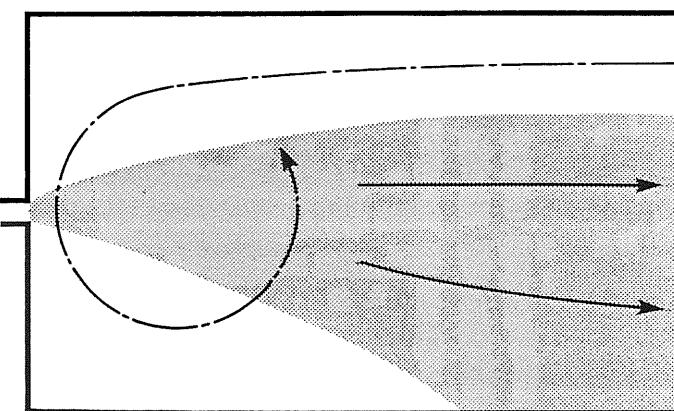
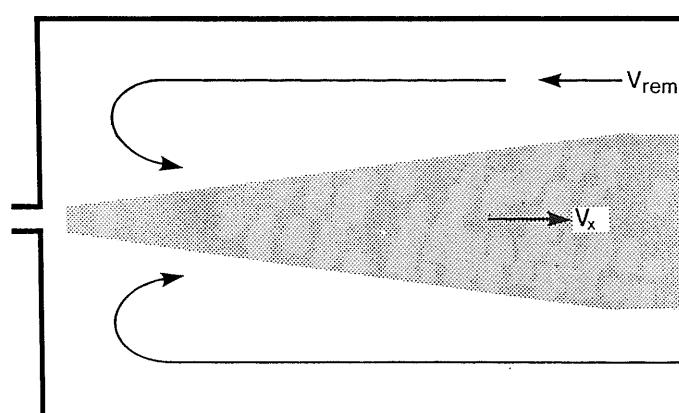
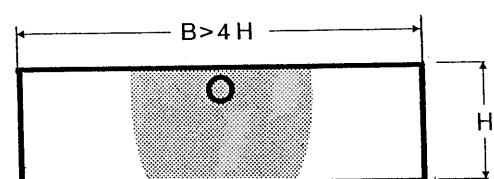
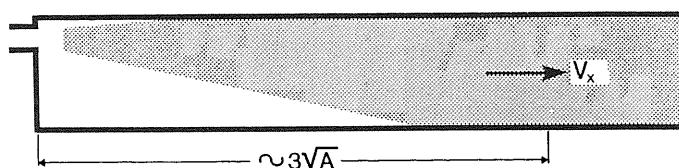
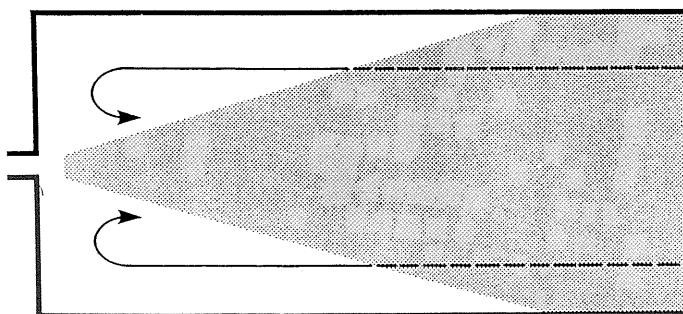
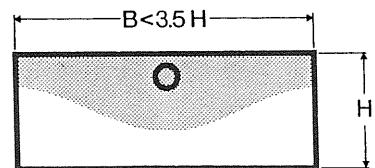
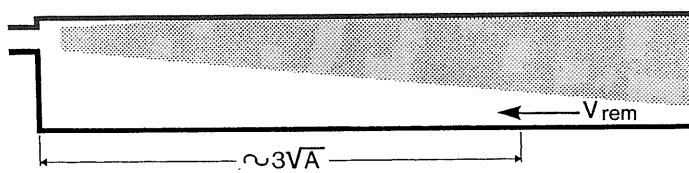
Nielsen (1981) gør opmærksom på, at returstrømsforholdene afhænger af forholdet mellem rumbredde og rumhøjde. For $B < 3,5 H$ vil forholdene være som de hidtil antagne med en returstrøm langs gulvet som vist på figur 11. For bredere rum, dvs. $B > 4H$, vil strålesløret ramme gulvet inden returpunktet nås, og returstrømmen vil optræde langs siderne som vist på figur 12. Der vil her kunne optræde en fremadrettet luftstrøm langs gulvet med en hastighed der med tilnærmelse kan bestemmes af (31a), og den vil være større end returhastighedenude langs siderne. Desuden kan der optræde en sideværts ustabilitet, idet strålen kan blive trukket over mod en af væggene af Coanda-effekten som vist på figur 13. Endelig anfører Nielsen (1981) at udtrykket (31d) med tilnærmelse også kan anvendes på plane stråler, blot man erstatter A_k/A_R med h_k/H .

Korte rum

I et kort rum vil en stråle ramme endevæggen og blive tvunget ned mod gulvet, hvor den igen vil dreje 90° og returnere langs gulvet.

Afbøjningsforhold

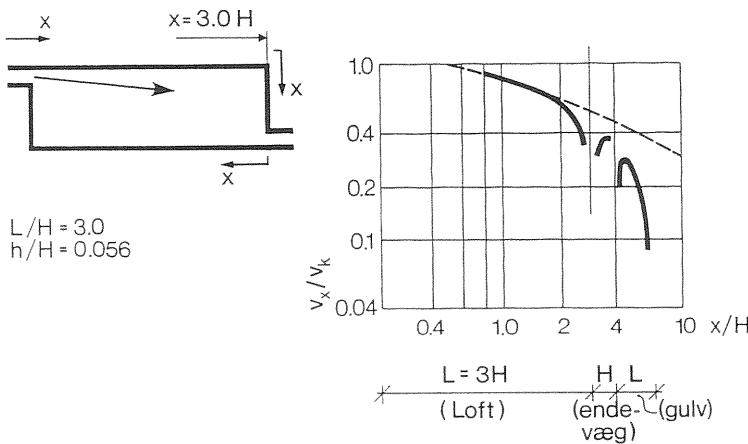
For en plan vægstråle er der på figur 14 vist et numerisk beregnet forløb (Nielsen, 1976 og 1981). Det ses, at hastigheden aftager kraftigt før hjørnet mellem loft og endevæg. Her omsættes hastigheden til en trykstigning, der igen omsættes til hastighed ned langs endevæggen. Dette gentager sig i hjørnet mellem endevæg og gulv. I hjørnet ved gulvet fjernes der i dette tilfælde desuden samme mængde luft gennem



Figur 11. Strømningsforhold for aksesymmetrisk vægstråle i dybt lokale, hvor $B/H < 3,5$ (efter Nielsen, 1981).

Figur 12. Strømningsforhold for aksesymmetrisk stråle i et dybt lokale, hvor $B > 4H$ (efter Nielsen, 1981).

Figur 13. Aksesymmetrisk stråle i dybt, bredt lokale, hvor strålen søger over mod den ene væg (Nielsen, 1981).



Figur 14. Centralhastigheden i plan vægstråle i afhængighed af afstanden fra indblæsningsåbning, når afstanden måles langs lokalelets omkreds. Den punkterede kurve viser den centralhastighed, men ville have fået uden afbøjninger (efter Nielsen, 1981).

en udsugningsåbning, som der kommer ind gennem indblæsningsåbningen.

På figuren er med punkteret streg indtegnet den beregnede centralhastighed i tilfælde af, at strålen forløb uden knæk. Denne centralhastighed svarer også til at der ikke skete ændringer af selve hastighedens størrelse i forbindelse med luftstrålens retningsændring.

Energitabet i hjørnet kan skyldes, at der inden hjørnet sker en opbremsning, hvor stråletværsnittet udvider sig, og efter hjørnet en acceleration hvor stråletværsnittet indskrænker sig. Begge tværsnitsændringer kan medføre energitab, jf. rørstrømninger, hvor der ved tilsvarende tværsnitsændringer skal regnes med modstandstal på 0,05 - 0,10. Endelig kan der optræde hvirveldannelser helt inde i hjørnet, som også medfører energitab.

De numerisk beregnede hastighedsreduktioner er på ca. 20 % i loftshjørnet og ca. 10 % i hjørnet ved gulvet.

Der er ikke fundet oplysninger om afbøjningsforholdene for cirkulære stråler i korte rum.

Returhastigheder

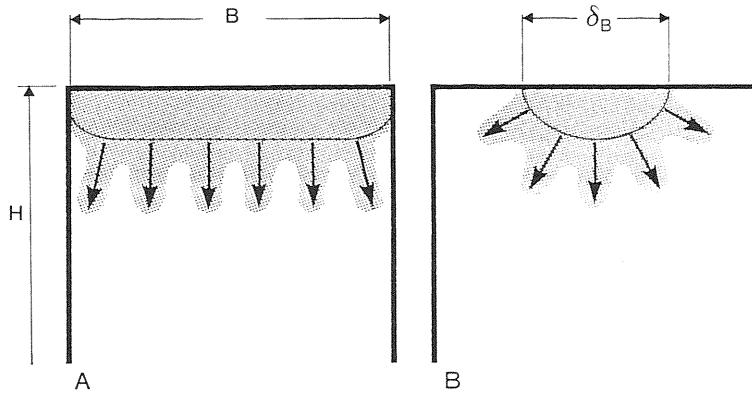
Den største returhastighed langs gulvet vil optræde lige efter at strålen har forladt væggen. For en **plan vægstråle** viser resultaterne af de numeriske beregninger, jf. figur 14, at:

$$v_{rem}/v_{L+H} \sim 0,7 = K_{rem} \quad (31f)$$

hvor v_{L+H} er hastigheden i den uforstyrrede plane vægstråle for $x = L + H$. Indføres v_{L+H} udtrykt ved (12i) fås:

$$v_{rem}/v_k = C_p K_{rem} (h_k/(L+H))^{1/2} \sim 1,8(h_k/(L+H))^{1/2} \quad (31g)$$

For en **rektagulær vægstråle** vil returhastigheden afhænge af forholdet b/B hvor b er åbningsbredden. Hvis forholdet har en sådan værdi, at strålen henved endevæggen udfylder loftet i hele dets bredde, som vist på figur 15A, fås if. Hestad (1975):



Figur 15. Aksesymmetrisk vægstråle, der enten er blevet næsten plan inden den når indervæg (A) eller forbliver tredimensional (B) (Nielsen, 1981).

$$v_{rem} / v_L \sim 0,7 \quad (32)$$

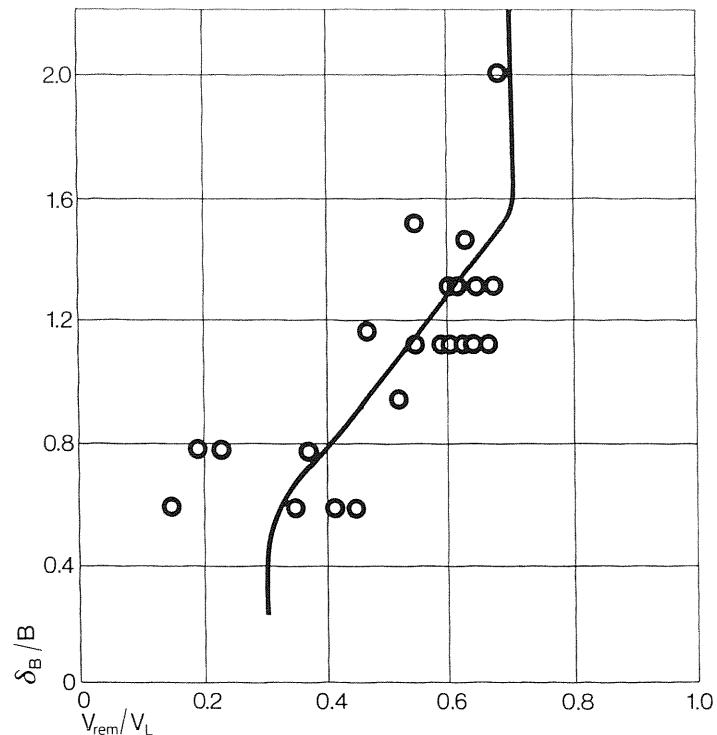
eller omrentlig det samme som udtrykt ved (31f).

Er udbredelsen lille i forhold til vægstrålen, jf. figur 15B, fås:

$$v_{rem} / v_L \sim 0,3 \quad (33)$$

For andre værdier af δ_B / B , hvor δ_B er strålebredden ved endevæggen, kan v_{rem} / v_L fås af figur 16. Hastigheden v_L fås af udtrykket (12g).

Der er ikke fundet værdier for forholdet v_{rem} / v_{L+H} eller v_{rem} / v_L for fristråler. Dette kan skyldes, at forholdet antagelig er stærkt afhængig af strålens udbredelse, når den rammer endevæggen, dvs. om den fylder endevæggen ud på en sådan måde, at hele luftstrømmen tvinges nedad, eller om luftstrømmen deles i en opad- og nedadrettet luftstrøm.



Figur 16. Sammenhæng mellem hastighedsforholdet v_{rem} / L og strålens relative bredde ved endevæggen, δ_B / B (efter Hestad, 1975).

Ikke-isoterme, frie stråler

Ved ikke-isoterme stråler er indblæsningsluftens temperatur forskellig fra rumluftens. Dette bevirker, at strålen får et krumt forløb med opadgående retning for en varm stråle og nedadgående for en kold. Bortset fra krumningen, vil den ikke-isoterme stråle med god tilnærrelse have samme form som den isoterme stråle med omtrentlig samme vinkler for kerne- og slørkegle.

Strålens krumning bestemmes af forholdet mellem opdrifts- og massekræfterne, og dette kan udtrykkes ved Archimedes' tal:

$$Ar = \frac{l g \Delta t}{T_i v_k^2} \quad (34)$$

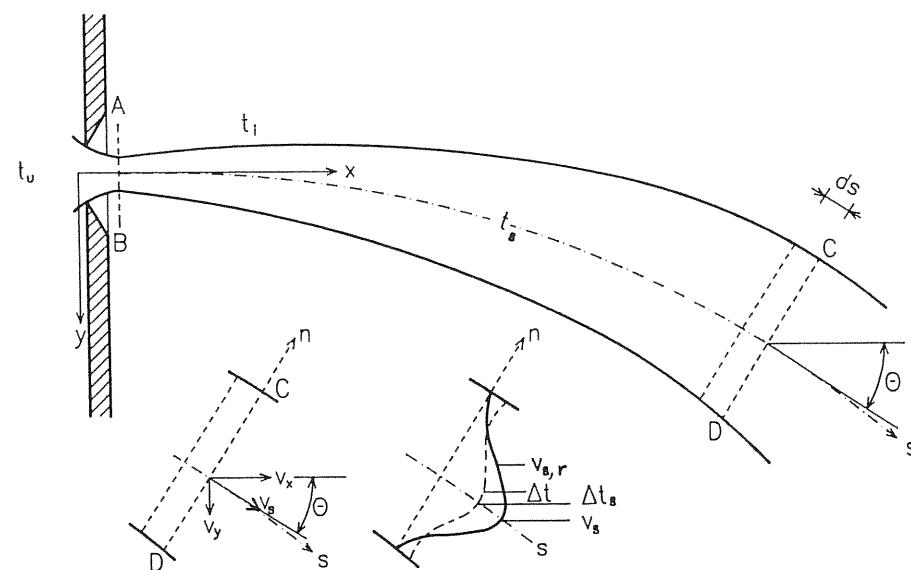
hvor l er samme karakteristiske, geometriske størrelse for indblæsningsåbningen som blev anvendt i forbindelse med Reynolds' tal, jvf. (19) og (20).

Ved lave Ar -tal taler man ofte om quasi-isoterme stråler, hvor strålen delvis opfører sig som en isoterme stråle. Baturin (1972) og Schwenke (1975) anfører, at man har med sådanne stråler at gøre, når $Ar < 0,001$.

I det følgende behandles kun stråler, der er koldere end rumluften, og som indblæses vandret.

Hastighedsprofiler

Hastighedsprofilerne i et tværsnit vinkelret på den krumme stråleakse vil være ligedannede og vil med god tilmærmelse have form af samme Gauss-fejlfunktion som en isoterme stråle, dog med den forskel, at den vandrette afstand x erstattes af centralaksens buelængde s , jf. figur 17.



Figur 17. Hastigheds- og temperaturforhold i ikke-isoterme stråle.

For en **cirkulær stråle** kan hastighedsprofilet udtrykkes ved, jf. (3e) samt (A.3) i appendiks A:

$$\frac{v_{s,r}}{v_s} = e^{-a_{rc}(r/s)^2} = e^{-62.9(r/s)^2} \quad (35)$$

hvor v_s er strålens centralhastighed for buelængden s .

For en **plan stråle** kan hastighedsprofilet tilsvarende udtrykkes ved, jf. (4a) samt (A.7) i appendiks A:

$$\frac{v_{s,y}}{v_s} = e^{-a_{rp}(y/s)^2} = e^{-33.0(y/s)^2} \quad (36)$$

Temperaturprofiler

Også temperaturforløbet over forskellige tværsnit vil være lignedannede og kan udtrykkes ved en Gauss-fejlfunktion, jf. appendiks G.

For en **cirkulær stråle** fås, jf. (G.1a) i appendiks G:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_s} = \frac{t_i - t_r}{t_i - t_s} = e^{-a_{tc}(r/s)^2} = e^{-31.5(r/s)^2} \quad (37)$$

For en **plan stråle** fås, jf. (G.7) i appendiks G:

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_s} = \frac{t_i - t_y}{t_i - t_s} = e^{-a_{tp}(y/s)^2} \quad 0 = e^{-14.4(y/s)^2} \quad (38)$$

Grundligninger

Som ved isoterme stråler bestemmes strålens temperatur- og hastighedsforhold af massebalance- og energiligningen samt af bevægelsesmængdeligningerne. Ligningerne opstilles for et begrænset område som vist på figur 17 med endefladerne AB og CD og slørfladen $ABCD$.

Massebalancealigning

For en ikke-isoterm stråle får massebalancealigningen formen:

$$\rho_u V_{AB} + \rho_i V_{ABCD} - \rho_s V_{CD} = 0$$

eller

$$(\rho_u/\rho_i) V_{AB} + V_{ABCD} - (\rho_s/\rho_i) V_{CD} = 0$$

eller

$$(T_i/T_u) V_{AB} + V_{ABCD} - (T_i/T_s) V_{CD} = 0 \quad (39)$$

Imidlertid er (T_i/T_u) og (T_i/T_s) under normale forhold mindre end 1,1. Desuden er V_{AB} lille i forhold til de øvrige to bidrag. Man kan derfor med god tilnærmelse bruge kontinuitetsligningen på formen (10) også for ikke-isoterme stråler.

Energiligning

Energiligningen kan med god tilnærmelse reduceres til (jf. appendiks F):

$$c_p \rho_u V_{AB} T_u + c_p \rho_i V_{ABCD} T_i - c_p \rho_{sm} V_{CD} T_{sm} = 0 \quad (40)$$

Dette er det samme som man ville have fået ved at opstille en stationær varmebalanceequation for området ABCD på figur 17.

I den ikke-reducede energiligning indgår centralhastigheden i de små led, der er blevet elimineret som følge af, at deres størrelse er mindre end 1 % af temperaturleddene. Energiligningen er derfor uegnet til bestemmelse af strålens centralhastighed. Der må i stedet for anvendes bevægelsesmængdeligningen for henholdsvis vandret og lodret retning.

Bevægelsesmængdeligninger

Bevægelsesmængdeligninger for cirkulære og plane fristråler er udledt i appendiks H. Den **vandrette bevægelsesmængdeligning** for en cirkulær fristråle får formen:

$$\rho_u A_k v_k^2 - \pi \rho_s v_s^2 s^2 K_{vc} \cos\theta = 0 \quad (41)$$

For en plan fristråle fås tilsvarende:

$$\rho_u h_k b v_k^2 - \rho_s v_s^2 b s K_{vp} \cos\theta = 0 \quad (42)$$

Den **lodrette bevægelsesmængdeligning** for en cirkulær fristråle får formen, idet $\Delta t_i = t_i - t_u$

$$A_k v_k^2 \tan\theta = \frac{\pi g (1 + a_{vc}/a_{ic}) \Delta t_i (A_k K_{vc} \cos\theta / \pi)^{1/2} s^2}{2 T_s} \quad (43)$$

For en plan fristråle får den formen:

$$b h_k v_k^2 \tan\theta = \frac{2g (1 + a_{vp}/a_{ip})^{1/2} (h_k K_{vp} \cos\theta)^{1/2} b \Delta t_i s^{3/2}}{3 T_s} \quad (44)$$

Banekurver

En stråles banekurve kan udledes af bevægelsesmængdeligningerne (jf. appendiks I).

For en **cirkulær fristråle** fås:

$$\frac{y}{d_k} = 0,089 Ar (x/d_k)^3 \quad (45)$$

Konstantværdien 0,089 er noget højere end den værdi på ca. 0,07 der ofte ses og som f.eks. anføres af Grimitlin (1970). Koestel (1955) når frem til konstantværdien 0,065.

For en **plan fristråle** fås:

$$\frac{y}{h_k} = 0,16 \text{ } Ar \left(\frac{x}{h_k} \right)^{5/2} \quad (46)$$

For en **kold vægstråle**, der slipper et loft, kan banekurven for det videre forløb bestemmes ved at opstille vandret og lodret bevægelsesligning for en strækning, der starter, hvor strålen slipper loftet. Her vil banekrumningen være nul, og hastigheden vil have vandret retning.

Centralhastigheder

De ikke-isoterme strålers centralhastigheder kan bestemmes af bevægelsesmængdeligningerne, analogt til hvad der var tilfældet med isoterme stråler.

Cirkulære fristråler

For en cirkulær fristråle fås af (41):

$$v_s = \left(\frac{\rho_u}{\rho_s} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\pi K_{vc}} \right)^{1/2} \frac{A_k^{1/2}}{s (\cos\theta)^{1/2}} v_k \quad (47)$$

Den **vandrette hastighedskomposant** v_x bliver da, når der indsættes $(\rho_u/\rho_s) = (T_s/T_u)$ og $(1/(\pi K_{vc})^{1/2} = C_c$ (jf. 12a):

$$v_x = v_s \cos\theta = \left(\frac{T_s}{T_u} \right)^{1/2} (\cos\theta)^{1/2} C_c \frac{A_k^{1/2}}{s} v_k \quad (48)$$

Dette udtryk er analogt til (12a) for en tilsvarende isotherm stråle på nær leddene $(T_s/T_u)^{1/2}$ og $(\cos\theta)^{1/2}$. Desuden indgår kurvelængden s i stedet for den vandrette afstand x . Det kan vises, at man for $dy/dx < 0,7$ kan bruge det isoterme udtryk med en fejl på mindre end 8 % (jf. appendiks K), dvs.:

$$v_x \sim \frac{C_c A_k^{1/2}}{x} v_k \quad (49)$$

Den **lodrette hastighedskomposant** kan bestemmes af:

$$v_y = v_s \cdot \sin\theta = v_x \tan\theta = v_x (dy/dx) \quad (50)$$

Med $\tan\theta \leq 0,7$ og med $C_c = 7,3$ fås med tilnærmelse ved brug af (K.4) og (K.7) i appendiks K:

$$v_y \sim (C_c A_k^{1/2}/x) v_k \cdot 0,27 \text{ } Ar x^2/d_k^2 = 1,97 \text{ } Ar (x/d_k) v_k \quad (51)$$

Dvs. at v_y med tilnærmelse er lineært voksende med x .

Plane fristråler

For en plan fristråle fås af (42):

$$v_s = \left(\frac{\rho_u}{\rho_s} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\cos \theta} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{K_{vp}} \right)^{1/2} \left(\frac{h_k}{s} \right)^{1/2} v_k \quad (52)$$

For den vandrette hastighedskomposant fås da, jf. (K.11) i appendiks K:

$$v_x = v_s \cos \theta \sim C_p \left(\frac{h_k}{x} \right)^{1/2} v_k \quad (53)$$

når $dy/kx < 0,7$

Den lodrette hastighedskomposant bliver:

$$v_y = v_s \sin \theta = v_x \operatorname{tg} \theta = v_x (dy/dx)$$

Her kan dy/dx fås af (46):

$$dy/dx = 0,40 Ar (x/h_k)^{3/2}$$

og ved brug af (53) fås da, når $C_p = 2,5$:

$$v_y = C_p (h_k/x)^{1/2} v_k \cdot 0,40 Ar (x/h_k)^{3/2} = 1,0 Ar (x/h_k) v_k \quad (54)$$

Temperaturforhold

I en kold stråle vil temperaturen over et stråletværsnit være lavest i strålens midte og vil vokse ud mod strålens rand.

For en **cirkulær stråle** kan temperaturforholdene i et vilkårligt tværsnit bestemmes af, jf. (G.6) i appendiks G:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \frac{t_i - t_s}{t_i - t_u} \sim 0,56 \frac{v_s}{v_k} \quad (55)$$

Det kan vises, at v_s for ikke alt for krumme banekurver kan erstattes af v_x for den tilsvarende isoterme stråle, jf. appendiks K.

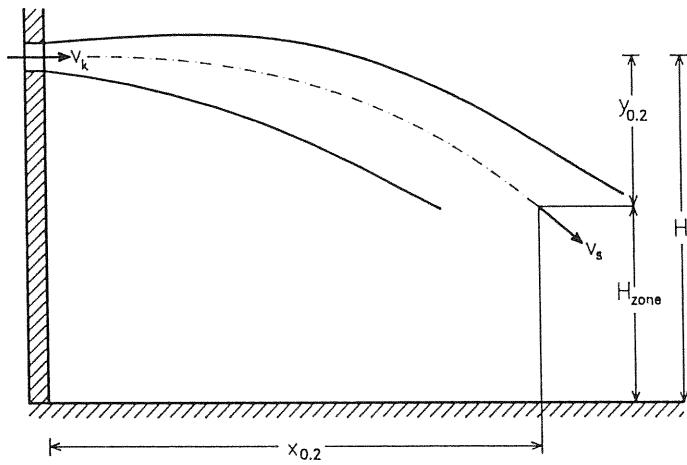
For en **plan stråle** kan temperaturforholdene i et vilkårligt stråletværsnit udtrykkes ved, jf. (G.10) i appendiks G:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = 0,62 \frac{v_s}{v_k} \quad (56a)$$

Også her vil der gælde, at v_s kan erstattes af v_x for den tilsvarende isoterme stråle, når banekurven ikke er for krum.

Kastelængde

Begrebet kastelængde knytter sig til isoterme stråler og er baseret på kravet om, at luftstrålens centralhastighed skal være mindre end 0,2



Figur 18. Fastlæggelse af kastelængde for fri, ikke-isoterm stråle.

m/s inden strålen når ned i opholdszonen. Kastelængdebegrebet kan dog også anvendes på centralhastigheden v_s ved brug af (47), idet der så skal gælde, jf. figur 18:

$$v_s \leq 0,2 \text{ m/s}$$

samtidig med at der f.eks. opstilles kravet:

$$H_{zone} \geq 1,8 \text{ m}$$

Eftersom strækningen s og vinklen θ er indbyrdes afhængige, bliver der tale om en iterativ proces.

En simpel, tilnærmet metode er at sætte $v_s \sim v_x$ og derefter beregne $x_{0,2}$ analogt til, hvad der gøres ved isoterme stråler, jf. eksempelvis (23) for cirkulære stråler. Derefter beregnes $y_{0,2}$ for at kontrollere, at H_{zone} har den ønskede størrelse, og at $\tan \theta_{0,2} < 0,7$.

En mere korrekt metode vil være at bestemme $y_{0,2} = H - H_{zone}$ og derefter den tilsvarende $x_{0,2}$. Herefter kan $\tan \theta_{0,2}$ og v_s bestemmes, og det kan kontrolleres, om $v_s < 0,2 \text{ m/s}$.

Endelig kan man med god tilnærmede beregne temperaturforholde-
ne for at sikre, at temperaturdifferensen i opholdszonen ikke bliver for
stor.

Indtrængningslængde

Begrebet indtrængningslængde er normalt knyttet til begrænsede stråler, hvor den hænger sammen med returnstrømmen. Begrebet ses dog også anvendt i forbindelse med frie, ikke-isoterme stråler, og indtrængningslængden er da den vandrette afstand fra åbningen, hvor strålen rammer gulvet.

Der er ikke tale om en egentlig vending af strålen. Men nede ved gulv vil der ske en deceleration indtil den lodrette hastighedskomposant er nul, og dette medfører en (lokal) trykstigning, som får strålen til at dele sig til begge sider, så der fås et strømningsbillede, der minder en del om det, der er vist på figur 10.

Det skal bemærkes, at indtrængningslængden bliver afhængig dels af indblæsningsåbningens højde over gulvet, dels af forholdet mellem temperaturskel og indblæsningshastighed (dvs. af Archimedes' tal).

Petzold og Schwenke (1972) har målt plane og cirkulære strålers indtrængningslængde i en modelbygning (skala 1:10). Resultaterne heraf er vist på figur 19, hvor de har afbildet x_{re}/y som funktion af $Ar(y/h)^{1,5}$ og $Ar(y/d_k)^{2,5}$, og hvor Ar er Archimedes tal. De finder et retlinet sammenhæng i et enkeltlogaritmisk koordinatsystem svarende til et funktionssammenhæng, der for plane stråler vil have formen:

$$a^{(x_{re}/y)} = b \quad (Ar \cdot (y/h_k)^{1,5}) \quad (56b)$$

Løses til sammenligning (46) med hensyn til de ovenfor nævnte variable fås først:

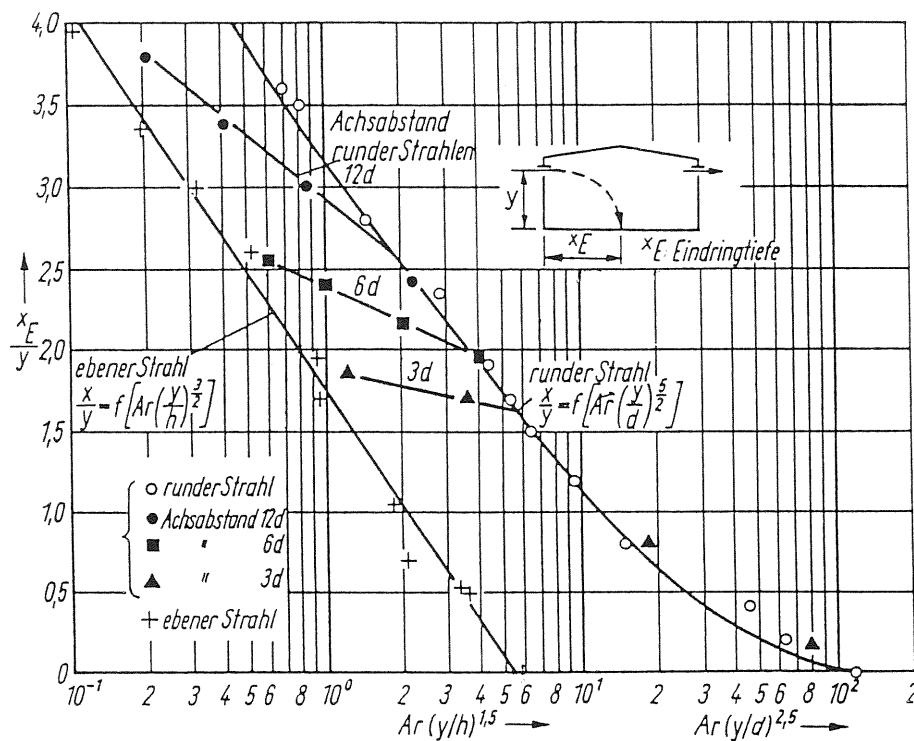
$$\frac{y}{x_{re}} = 0,16 \cdot Ar \left(\frac{x_{re}}{h_k} \right)^{1,5} \quad (56c)$$

og heraf

$$\frac{x_{re}^{2,5}}{y^{2,5}} = \frac{1}{0,16 \cdot Ar} \left(\frac{h_k}{y} \right)^{1,5}$$

eller

$$\frac{x_{re}}{y} = \left(\frac{1}{0,16} \right)^{0,4} \left(\frac{1}{Ar \cdot (y/h_k)^{1,5}} \right)^{0,4} = 2,1 \cdot (Ar \cdot (y/h_k)^{1,5})^{-0,4} \quad (56d)$$



Figur 19. Indtrængningslængder for cirkulære og plane stråler målt af Petzold og Schwenke (1972).

hvilket giver rette linier i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem med hældningen -0,4.

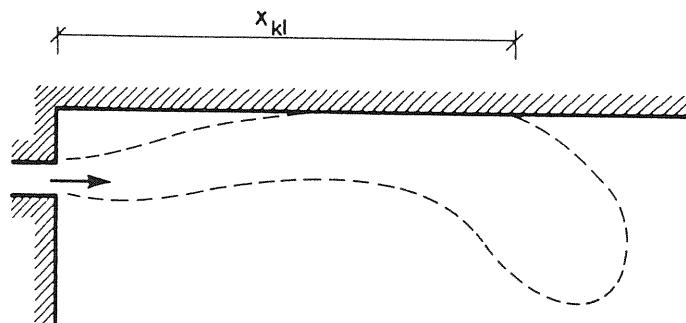
For cirkulære ståler fås tilsvarende af (45):

$$\frac{x_{re}}{y} = \left(\frac{1}{0,09} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{Ar (y/d_k)^2} \right)^{1/3} = 2,2 (Ar (y/d_k)^2)^{-0,33} \quad (56e)$$

Der er således ikke helt overensstemmelse mellem teori og måleresultaterne. Dette kan skyldes, at de teoretisk udledte udtryk forudsætter frie stråler, medens målingerne er foretaget på begrænsede stråler. For plane stråler betyder dette, at udtrykket (46) for nedbøjningen kun gælder, så længe $x < 0,5 H$, hvor H er rumhøjden. For cirkulære stråler gælder (45) tilsvarende kun så længe $x < 1,5 (BH)^{1/2}$. Her er B lig med åbningsafstanden og f.eks. med $B = 6d$ og $H = 10d$ fås $x < 12d = 1,2 H$.

Vægstrålers klæbelængde

En kold vægstråle vil følge en loftsflade et stykke inden den slipper fladen. Ligeledes vil Coanda-effekten kunne omdanne en kold fristråle til en vægstråle, der følger loftsladden et stykke vej.



Figur 20. Klæbelængden v_{kl} for kold stråle langs en loftslade (Nielsen, 1981).

Hvornår en vægstråle slipper loftsladden vil afhænge af strålens Archimedes-tal. Den afstand x_{kl} fra indblæsningsåbningen, hvor strålerne slipper, kaldes klæbelængden, jf. figur 20.

For en **cirkulær vægstråle** angiver Nielsen (1981) følgende udtryk for klæbelængden:

$$\frac{x_{kl}}{A_k^{1/2}} = K_{mc} C_c \left(\frac{v_k^2}{\Delta t A_k^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (57)$$

hvor K_{mc} er en konstant, der afhænger af en varmekildes placering og desuden delvis af rumdybden. Udtrykket kan omformes til:

$$\frac{x_{kl}}{d_k} = K_{mc} C_c \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/4} \left(\frac{g}{T_i} \right)^{1/2} \left(\frac{v_k^2 T_i}{d_k g \Delta t} \right)^{1/2} \quad (58)$$

For et lokale med varmekilden jævnt fordelt over gulv, er $K_{mc} \sim 1,6$ og (3.58) kan da omformes til:

$$\frac{x_{kl}}{d_k} = 1,6 \cdot 7,3 \left(\frac{\pi}{4} \right)^{1/4} \left(\frac{9,81}{293} \right)^{1/2} \left(\frac{v_k^2 T_i}{d_k g \Delta t} \right)^{1/2} = 2,0 Ar^{-1/2} \quad (59)$$

Grimitlin (1970) angiver ud fra en række russiske forsøg, at kolde, cirkulære vægstråler slipper en loftsflade når det "stedlige" Archimedes-tal Ar_x når op på:

$$Ar_x = 0,40 \quad (60a)$$

Her er

$$Ar_x = \frac{g d_x \Delta t_x}{v_x^2 T_x} \quad (60b)$$

Endvidere er:

$$d_x \sim 0,4 x \quad (\text{jf. (3d) med } \alpha_{0,5} = 6^\circ) \quad (61)$$

$$v_x = C_c (A_k^{1/2} / x) v_k \quad (62)$$

$$\Delta t_x \sim 0,6 C_c (A_k^{1/2} / x) \Delta t / v_k \quad (\text{jf. (55) og (49)}) \quad (63)$$

Dette fører til (Grimitlin, 1970):

$$x_{kl}/d_k = 1,7 Ar^{-1/2} \quad (64)$$

For en **plan stråle** angiver Nielsen (1981) følgende udtryk for klæbelængden:

$$\frac{x_{kl}}{h_k} = K_{mp} C_p^2 \left(\frac{v_k^2}{h_k \Delta t} \right)^{2/3} \quad (65)$$

Her er $K_{mp} \sim 1,8$, og der fås da:

$$\frac{x_{kl}}{h_k} = 1,8 \cdot 2,5^2 \left(\frac{9,81}{293} \right)^{2/3} \left(\frac{v_k^2 T_i}{h_k g \Delta t} \right)^{2/3} = 1,17 Ar^{-2/3} \quad (66)$$

Grimitlin (1970) angiver, at det stedlige Archimedes-tal skal op på:

$$Ar_x = 0,50 \quad (67a)$$

før en kold, plan vægstråle slipper loftsfladen, og dette fører til:

$$x_{kl}/h_k = 1,25 Ar^{-2/3} \quad (67b)$$

Ikke-isoterme, begrænsede stråler

En ikke-isoterm stråle vil ligesom en isoterm stråle blive bremset, når strålen udfylder en vis del af rumtværsnittet, og den tvinges til at vende om, når en endnu større del er udfyldt.

Centralhastigheder

Grimitlin (1970) anvender korrektionsfaktoren K_B (fra figur 9) ikke blot på isoterme stråler, men også på ikke-isoterme stråler, og dette uanset om de er cirkulære eller plane.

Cirkulære fristråler

Den **vandrette hastighedskomposant** v_{xb} for en cirkulær stråle kan bestemmes af, jf. (49):

$$v_{xb} = K_B v_x \sim K_B C_c v_k A_k^{1/2} / x \quad (68)$$

Den **lodrette hastighedskomposant** kan bestemmes af, jf. (50):

$$v_{yb} = v_{xb} (\tan \theta)_b$$

hvor v_{xb} fås af (68) og $(\tan \theta)_b$ kan bestemmes af, jf. (71) under afsnittet om banekurver:

$$(\tan \theta)_b = (dy/dx)_b = 0,27 Ar (x/d_k)^2 / K_B^3$$

Der fås da analogt til (51):

$$\begin{aligned} v_{yb} &= K_B (1/K_B)^3 1,97 Ar (x/d_k) v_k \\ &= (1,97/K_B^2) Ar (x/d_k) v_k \end{aligned} \quad (69)$$

Plane fristråler

For en plan fristråle fås den **vandrette hastighedskomposant** af:

$$v_{xb}/v_k = K_B(v_x/v_k) = K_B C_p (h_k/x)^{1/2} \quad (70a)$$

Den **lodrette hastighedskomposant** fås af:

$$v_{yb}/v_k = (v_{xb}/v_k) (\tan \theta)_b$$

Her er igen (jf. den senere (72)):

$$(\tan \theta)_b = (dy/dx)_b = (0,40/K_B^3) Ar (x/h_k)^{3/2}$$

således at der fås analogt til (54):

$$v_{yb}/v_k = (1,0/K_B^2) Ar(x/h_k) \quad (70b)$$

Temperaturforhold

Begrænsningerne influerer også på temperaturforholdene. For en **cirkulær fristråle** skal der i (G.4) i appendiks G indsættes

$$A_k/s^2 \sim (1/C_c)^2 (1/K_B)^2 (v_s/v_k)^2,$$

og der fås da, jf. (G.5) og (G.6):

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} \sim 0,56 \frac{1}{K_B^2} \frac{K_B v_s}{v_k} = \frac{0,56}{K_B} \frac{v_s}{v_k} \quad (70c)$$

For en **plan fristråle** fås tilsvarende, jf. (56.a):

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \frac{0,62}{K_B} \frac{v_s}{v_k} \quad (70d)$$

Banekurver

Rumbegrænsningernes indvirkning på banekurverne kan for **cirkulære stråler** findes ved at omforme (45), så nedbøjningen udtrykkes ved forholdene i selve strålen, dvs. ved Δt_s og v_s . Der fås da:

$$\frac{y}{x} = 0,089 \frac{g d_k \Delta t_i}{v_k^2 T_u} \frac{x^2}{d_k^2} = 0,089 \frac{g x (\Delta t_i d_k/x)}{T_u (v_k d_k/x)^2}$$

Her er $\Delta t_i d_k/x$ proportional med Δt_s (jf. (63)), og $v_k d_k/x$ proportional med v_{xb} (jf. (62)). Indføres konsekvenserne af begrænsningen på disse to størrelser, fås, jf. (68) og (70a):

$$\frac{y}{x} = 0,089 \frac{1}{K_B^3} Ar \left(\frac{x}{d_k} \right)^2$$

eller

$$\frac{y}{d_k} = 0,089 \frac{1}{K_B^3} Ar \left(\frac{x}{d_k} \right)^3 \quad (71)$$

For **plane stråler** fås tilsvarende ved omformning af (46):

$$\frac{y}{h_k} = 0,16 \frac{1}{K_B^3} Ar \left(\frac{x}{h_k} \right)^{5/2} \quad (72)$$

Det ses, at reduktionsfaktorerne øger banekurvernes krumning. De tidligere opstillede grænser for banekurveudtrykkenes gyldighedsområde skal derfor modificeres.

Fistråler i dybe rum

I dybe rum, dvs. rum, hvor strålen når ned til gulv inden den rammer en bagvæg, har såvel indtrængningslængde som returhastigheder interesse.

Forholdene er kun meget beskeden belyst i litteraturen. Nedenstående er der foretaget en grov analyse af forholdene.

Indtrængningslængde

Under ikke-isotermiske forhold vil indtrængningslængden være bestemt af den nødvendige returstrøm for at kompensere for strålens meddrivning af omgivelsesluften, og det vil igen sige af stråletværtsnittets størrelse i forhold til rumtværtsnittets størrelse vinkelret på strålens vandrette bevægelsesretning. Indtrængningslængden vil desuden være bestemt af strålens nedbøjning, og det vil igen sige af temperaturdifferencen og af indløbshastigheden.

Stråletværtsnittets størrelse vil være næsten uafhængig af, om strålen er isoterm eller ikke-isoterm, så længe strålebanens tangenthældning ikke overstiger 30-35°. Ser man bort fra strålens nedbøjning, kan man da regne med omtrentlig samme indtrængningslængde som for begrænsede, isoterme stråler.

Indtrængningslængden bliver mindre, hvis strålens Archimedes-tal er så stort, at strålen rammer gulvet, før den har gennemløbet en strækning svarende til den isoterme indtrængningslængde.

For en **cirkulær stråle** indtræffer ovennævnte situation, når (jf. (71) og tabel 2):

$$\frac{H_{ab}}{d_k} = \frac{0,089 Ar}{K_B^3} \left(\frac{x_{re}}{d_k} \right)^3 = \frac{0,089 Ar}{K_B^3} \left(\frac{3 A_R^{1/2}}{d_k} \right)^3 \quad (73a)$$

hvor H_{ab} er åbningens højde over gulv.

Heraf fås følgende grænseværdi for Archimedens-tallet:

$$Ar = \frac{0,42 K_B^3 H_{ab} d_k^2}{A_R^{3/2}} \quad (73b)$$

Med eksempelvis $H_{ab} = 15 d_k$, $d_k = 0,12 \text{ m}$, $A_R = 8 \text{ m}^2$ og $K_B = 0,8$ fås $Ar = 0,001$.

Ses der bort fra tilbagestrømningens indvirkning på banekurvvens krumning, så vil en cirkulær stråle ramme gulv ($x = x_y$), når følgende er opfyldt, jf. (45):

$$\frac{H_{ab}}{d_k} = 0,089 Ar \left[\frac{x_g}{d_k} \right]^3 \quad (74a)$$

Heraf fås:

$$x_g = \left(\frac{11,0 H_{\text{ab}} d_k^2}{Ar} \right)^{1/3} \quad (74b)$$

Eksempelvis fås for $Ar = 10^{-2}$ (svarende til $\Delta T = 10$ K, $d_k = 0,12$ m, $T = 300$ K og $v_k = 2,0$ m/s) og for $H_{\text{ab}} = 15 d_k$:

$$x_g = \left(\frac{11,0 \cdot 15 \cdot 0,12^3}{10^{-2}} \right)^{1/3} = 3,1 \text{ m}$$

Til sammenligning bliver den isoterme indtrængningslængde $x_{re} = 3 A_R^{1/2} = 8,5$ m, når det antages, at $A_R = 8 \text{ m}^2$

Brugen af (45) forudsætter, at banekurvens tangenthældning ikke overstiger $40\text{-}45^\circ$. Dette vil være opfyldt, når (jf. (74b)):

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= 0,27 Ar \left(\frac{x_g}{d_k} \right)^2 = \frac{0,27 Ar}{d_k^2} \left(\frac{11,0 H_{\text{ab}} d_k^2}{Ar} \right)^{2/3} \\ &= 1,3 \left(\frac{H_{\text{ab}}^2 Ar}{d_k^2} \right)^{1/3} < 0,7 \end{aligned}$$

eller

$$Ar < 0,16 \left[\frac{d_k}{H_{\text{ab}}} \right]^2 \quad (74c)$$

Med $H_{\text{abn}} = 15 d_k$ fås:

$$Ar < 0,16 (1/15)^2 = 0,001$$

Normalt er $Ar > 0,001$, og derfor vil der normalt også gælde, at $x_{re} < x_g$, hvor x_g er bestemt af (74b).

For en plan stråle vil tilsvarende forhold gøre sig gældende.

Returhastigheder

Den maksimale lufthastighed langs gulv vil være bestemt af den lodrette og vandrette hastighed umiddelbart over gulv samt af den returstrøm, der er nødvendig for at udligne strålens meddrivning af luft fra omgivelserne.

Betrages først bidraget fra strålehastigheden så vil forholdene være analoge til, hvad der sker, når en isoterme stråle afbøjes i et hjørne i et kort rum (jf. afsnittet herom i kapitlet om isoterme, begrænsede stråler). Den lodrette hastighedskomposant omsættes til en trykstigning lige over gulvet, der igen omsættes til hastighed langs gulvet. Antages der et energitab ved afbøjningen svarende til en hastighedsreduktion på 20 % fås ved brug af (69) og (68) følgende returhastighed (regnet positiv i retning mod indblæsningsåbningen) for en cirkulær stråle:

$$v_{rem} \sim 0,8 v_y - v_x = (1,6/K_B^2) Ar (x_g/d_k) - K_B C_c (A_k^{1/4}/x_g) v_k \quad (74d)$$

Betrages alene returstrømsbidraget vil man med rimelig tilnærmelse kunne anvende samme udtryk som for isoterm, begrænsede stråler.

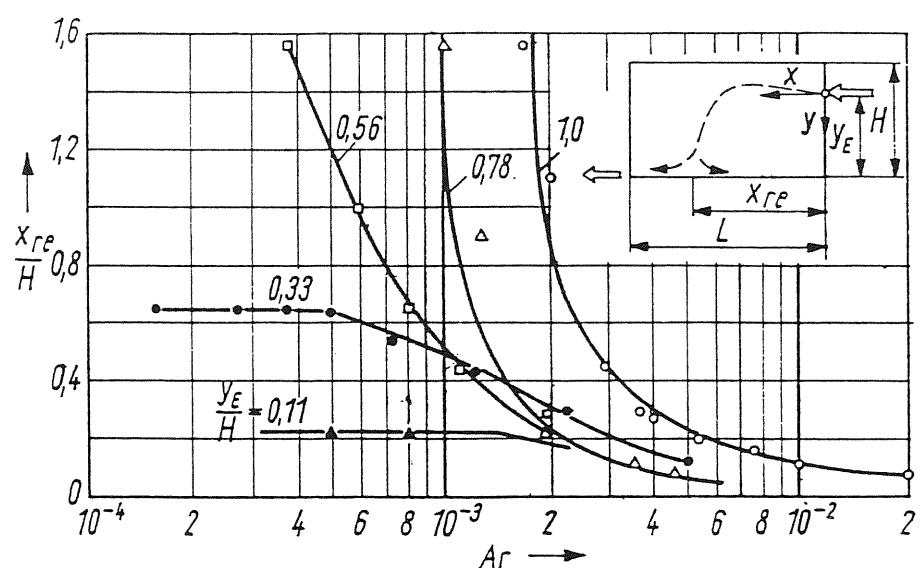
Hvordan de to bidrag virker sammen er ikke fundet belyst i litteraturen. Det skal bemærkes, at faktoren K_B vil være afhængig af x_g , således at det også af den grund ikke er umiddelbart muligt at bestemme den resulterende hastighed teoretisk. Det skal yderligere bemærkes, at der ikke er fundet måleresultater i litteraturen, som kunne støtte opstillingen af et formeludtryk for den samlede returstrøm.

Fristråler i korte rum

I et kort rum vil en ikke-isoterm stråle ramme en bagvæg, før den rammer gulv. Hvad der kan betragtes som et kort rum, vil være afhængig af strålens Archimedes-tal og af åbningens placering over gulv.

Forholdene kan illustreres af modelforsøg (skala 1:6) med plane stråler udført af Schwenke (1975). Nogle resultater er vist på figur 21. Det ses, at for lave Archimedes-tal (næsten isoterm stråle) rammer strålen bagvæggen, når samtidig indblæsningsåbningen er placeret over vægmidte (dvs. $y_E/H > 0,5$). Det skal bemærkes, at resultaterne kan være påvirket af en Coanda-effekt mod loft (når $y_E/H > 0,5$) eller mod gulv (når $y_E/H < 0,5$), idet væghøjden i modellen var 0,9 m, således at afstanden fra åbning til en vandret flade højst har været 0,3-0,4 m.

Der kan gøres tilsvarende overvejelser vedrørende returhastighederne som under dybe rum. Forholdene er kun meget beskedent belyst i litteraturen.



Figur 21. Plane fristrålers indtrængningslængde i korte rum ($L/H = 1,6$) i afhængighed af Archimedes' tal og af indblæsningsåbnings placering over gulv (Schwenke, 1975).

Vægstråler

For vægstråler har klæbelængde, indtrængningslængde og returnas-tigheder interesse. Forholdene er kun beskeden belyst i litteraturen og vedrører især plane vægstråler.

Klæbelængde

Grimitlin (1970) anvender også begrænsningsfaktoren K_B , vist på figur 9, i forbindelse med ikke-isoterme vægstrålers klæbelængde. Anvendt på (60a) og (67a) fører dette til (Grimitlin, 1970):

$$\frac{x_{kl}}{d_k} = 1,7 K_B^{3/2} Ar^{-1/2} \text{ for cirkulære stråler} \quad (74e)$$

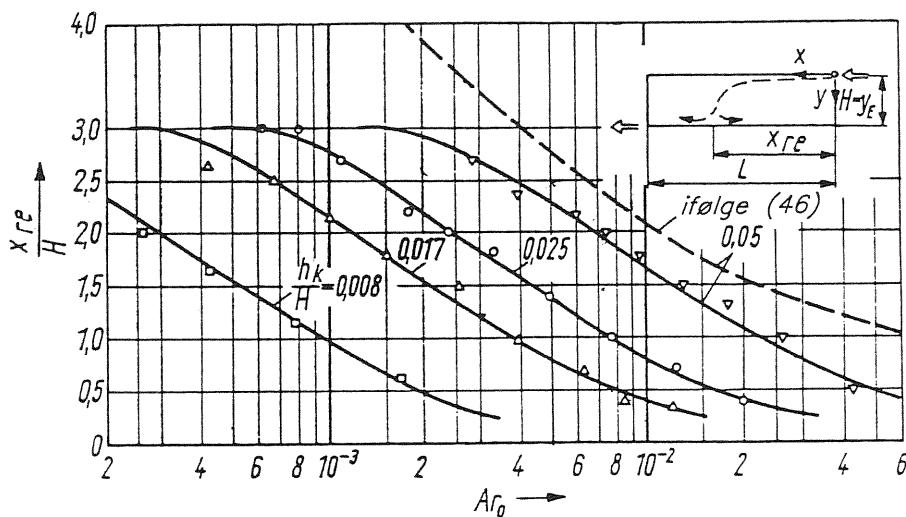
$$\frac{x_{kl}}{d_k} = 1,25 K_B^2 Ar^{-2/3} \text{ for plane stråler} \quad (74f)$$

Indtrængningslængde

Schwenke (1975) har udført modelforsøg (skala 1:6) vedrørende plane, ikke-isoterme vægstrålers indtrængningslængde i dybe rum. Resultaterne er vist på figur 22. Det ses, at største indtrængningslængde er $x_{re} = 3H$ selv ved meget små Ar -tal. Dette resultat er i overensstemmelse med, hvad andre forfattere har fundet for isoterme, plane, begrænsede stråler, jf. tabel 2.

Schwenke har på figuren indtegnet kurven for den vandrette afstand fra åbningen, hvor en plan, ikke-isoterm fristråle med $h/H = 0,05$ rammer gulv. Dvs. han har løst udtrykket (46) mht. x_{re}/H , hvor $x_{re} = x_g$. Med hans konstantværdi på 0,18 (i stedet for 0,16) fås, idet $y = H$ og $x = x_{re}$:

$$\frac{x_{re}}{H} = \left(\frac{1}{0,18 Ar (H/h_k)^{3/2}} \right)^{0,4} \quad (74g)$$



Figur 22. Indtrængningslængde x_{re} for plane vægstråler i dybe rum ($L/H = 4,7$) i afhængighed af Archimedes-tallet og spaltehøjden h_k (Schwenke, 1975).

og videre med $h_k/H = 0,05$ fås:

$$\frac{x_{re}}{H} = 0,33 \text{ } Ar^{-0,4} \quad (74\text{h})$$

Det ses, at de målte indtrængningslængder er mindre end, hvad man finder med udtrykket (74h). Dette viser sig også at være tilfældet for de øvrige værdier af h_k/H , der er målt på.

Schwenke (1975) har også udført modelforsøg med plane vægstråler i rum med varierende dybde, og resultaterne heraf er vist på figur 23. Det ses at dybden af, hvad der kan betegnes som et kort rum, afhænger af Ar -tallet, således som det også var tilfældet for plane fristråler (jf. figur 21). På figur 23 er der indtegnet sammenligningskurver svarende til, at (46) er løst med hensyn til x_{re}/L og med L/H som parameter. Af (74g) fås, idet $x_{re}/H = (x_{re}/L) (L/H)$:

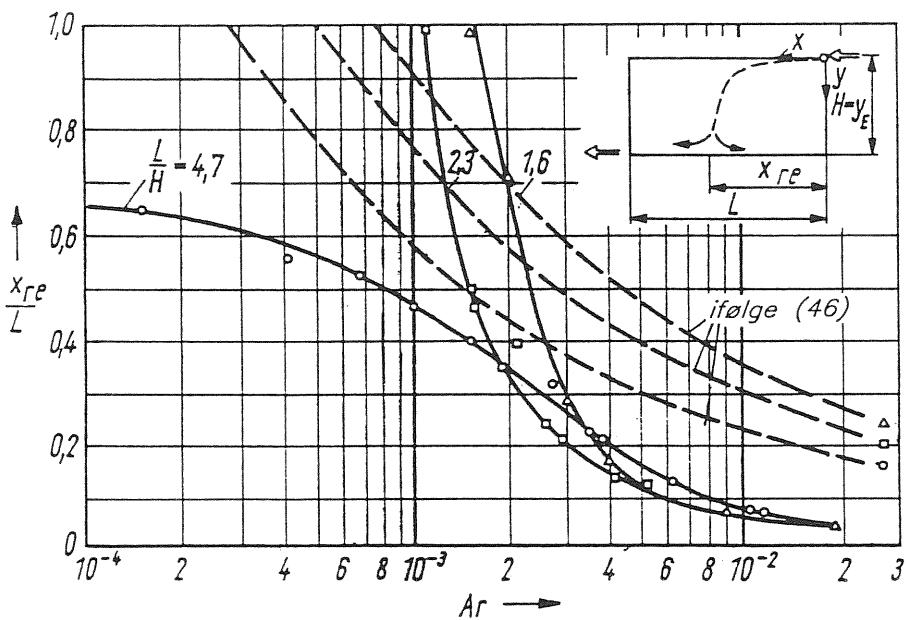
$$\frac{x_{re}}{L} = \left(\frac{1}{0,18 \text{ } Ar \text{ } (H/h_k)^{3/2} \text{ } (L/H)^{5/2}} \right)^{0,4} \quad (74\text{i})$$

Dette giver teoretiske kurver, der er forskellige fra Schwenkes. Det skal her bemærkes, at Schwenkes kurver ikke giver resultater, der opfylder

Tabel 2. Afstanden til vendepunktet x_{re} og til punktet med største returhastighed, x_{rem}

	Vendepunkt, x_{re}				Punkt for max. returhastighed, x_{rem}			
	Aksesymmetrisk ¹⁾		Plan stråle		Aksesymmetrisk ¹⁾		Plan stråle	
	fristråle	vægstråle	fristråle	vægstråle	fristråle	vægstråle	fristråle	vægstråle
Baturin (1972)	$3 A_R^{1/2}$							
Grimitlin (1970)	$5 A_R^{1/2}$	$7 A_R^{1/2}$			$2,2 A_R^{1/2}$	$3,1 A_R^{1/2}$		
Krause (1972)	$2,5-3 A_R^{1/2}$							
Nielsen (1981)		$5 A_R^{1/2}$		$3-5 H$				
Nielsen (1983)				$\sim 4 H$				
Nielsen et al. (1987)		$4 A_R^{1/2}$					$\sim 2 H$	
Skåret (1976)								$1,5 H$
Schwenke (1975)			$3 H$					

1) $A_R = BH$



Figur 23. Indtrængningslængder for plane vægstråler ($h_k/H = 0,0036$) i afhængighed af Ar -tallet og af lokaledimensionerne bestemt ved L/H (Schwenke, 1975).

det logiske krav, at for en fristråle må x_{re} blive den samme for samme Ar -værdi, uanset værdien af L/H . Dvs. at man ved brug af sammenligningskurverne skal få samme værdi, når der for samme Ar -værdi, men forskellige (L/H) -værdier, udregnes:

$$x_E = \left(\frac{x_E}{L} \right)_{\text{kurve}} \left(\frac{L}{H} \right)_{\text{parameter}} (H)$$

Returhastigheder

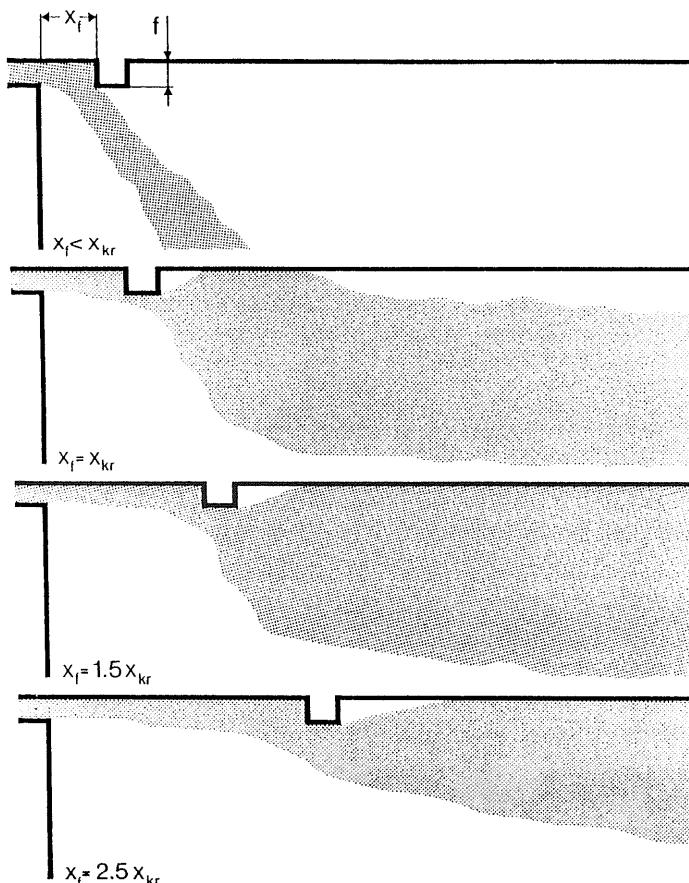
Det er ikke umiddelbart muligt at opstille et analytisk udtryk for returhastighederne for plane ikke-isoterme, begrænsede vægstråler, og der er heller ikke fundet forsøgsresultater, der kunne belyse forholdene.

Loftsforhindringer

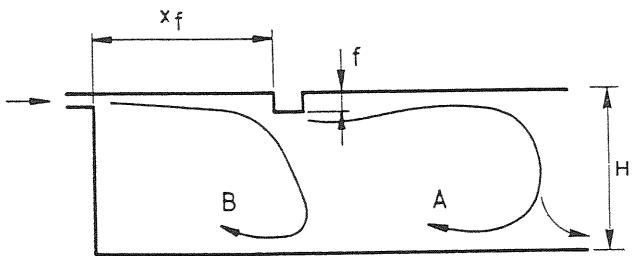
Hvis en isoterm vægstråle møder en forhindring under loftet, f.eks. en loftsbjælke eller et lysarmatur, kan der ske følgende, jf. figur 24:

1. Strålen afbøjes og fortsætter ned i opholdszonens, hvis afstanden mellem forhindring og indblæsningsåbning er mindre end en vis kritisk værdi x_{kr} .
2. Strålen afbøjes, men vender tilbage til loftsladen lidt længere fremme, hvis afstanden til forhindringen er større end x_{kr} .
3. Strålen vil passere forhindringen uden at blive væsentligt påvirket, hvis afstanden til forhindringen er et passende antal gange større end x_{kr} .

Forhindringen bevirkede således enten en strømning, som vist ved situation B på figur 25, hvor man får en større lufthastighed i opholdszonen, eller en strømning, som vist ved situationen A på figuren, hvor man får en vis indtrængningslængde.



Figur 24. Forløb af stråle, der møder en forhindring i forskellige afstande fra indblæsningsåbningen (efter Holmes og Sachariewics, 1973).



Figur 25. Mulige strømningsforhold i rum med en loftsbjælke som forhindring (efter Nielsen, 1983).

Isoterme stråler

For isoterme stråler afhænger den kritiske afstand af forholdet mellem forhindringens og indblæsningsåbningens størrelse.

Kritiske værdier for cirkulære vægstråler

For en cirkulær stråle angiver Schwenke (1975) følgende kritiske værdi:

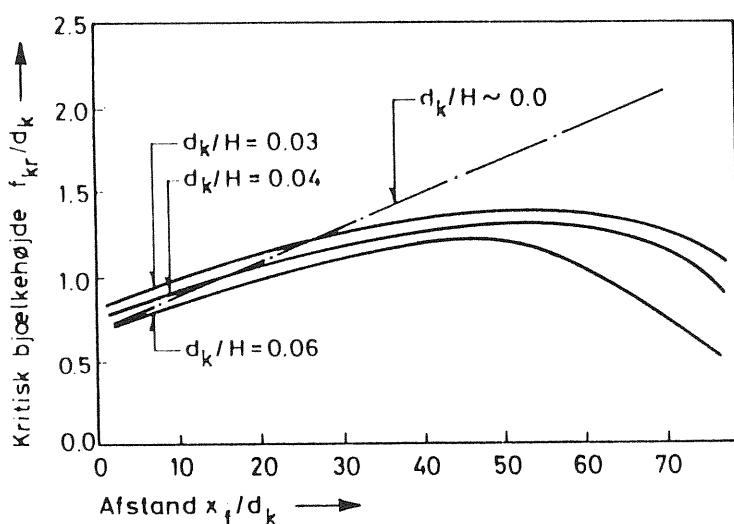
$$f_{kr} \sim 0,045 x_f \quad (75a)$$

Nielsen et al (1987) angiver den på figur 26 viste sammenhæng. Der er en lineær sammenhæng mellem kritisk højde og forhindringens afstand for x_f/d_k op til ca. 25. Der er desuden en stigende afhængighed af rumhøjden for stigende værdier af x_f/d_k .

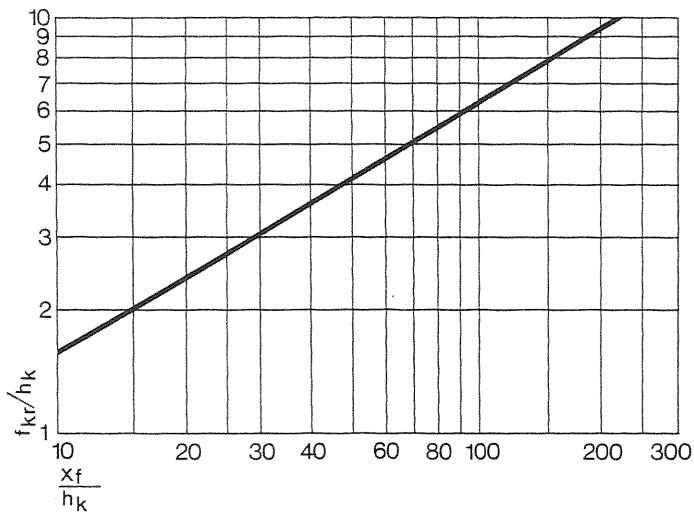
Den rette linie for $d_k/H \sim 0$ kan udtrykkes ved

$$f_{kr}/d_k = 0,7 + 0,02 (x_f/d_k) \quad (75b)$$

Rumdimensionernes indflydelse på den kritiske afstand eller den kritiske højde forklares med, at det kræver god plads både i højden og i dybderetningen for at en afbøjet stråle kan nå tilbage til loftet. En afbøjet stråle fylde meget i lodret retning, som det fremgår af figur 24, og derfor vil returnstrømmen hurtigere få indflydelse på en sådan stråle end på en ikke-forstyrret stråle.



Figur 26. Aksesymmetrisk stråle. Kritisk højde for forhindring i afhængighed af forhindringens afstand x_f til indblæsningsåbning og af rumdimensionerne repræsenteret ved d_k/H (Nielsen et al., 1987).

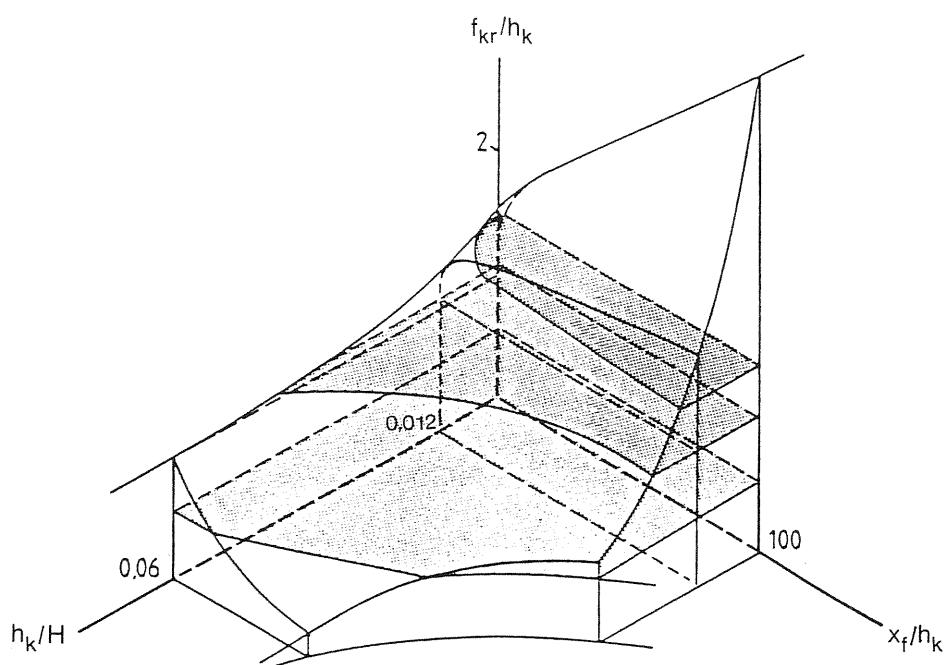


Figur 27. Plan stråle. Sammenhæng mellem en forhindrings kritiske højde og forhindringens afstand fra indblæsningsåbning (efter Holmes og Sachariewicz, 1973).

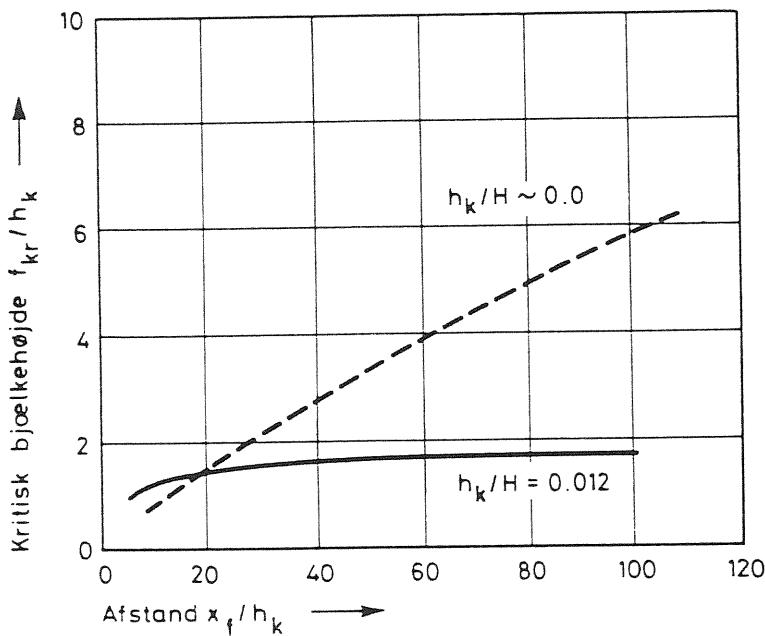
Kritiske værdier for plane vægstråler

For plane, isoterme stråler har Holmes og Sachariewicz (1973) fundet den på figur 27 viste sammenhæng mellem kritisk afstand x_{kr} , spalteåbningens højde h og forhindringens højde f . Resultaterne er fundet i en forsøgskanal med luftspalten anbragt nede ved bunden, således at bunden illuderede loft. Der var ikke nogen højdebegrensning, idet kanalen var åben foroven. Der blev gennemført undersøgelser med åbningshøjderne 6,6 mm og 14,5 mm og det gav ikke forskel i resultaterne. Indløbet til luftsparten var afrundet, så $h_k = h$ (eller kontraktionskoefficienten $k_k = 1$).

Nielsen (1983) har fundet den på figur 28 viste sammenhæng mellem kritisk afstand, forhindringshøjde og åbningshøjde. Det ses at her spiller



Figur 28. Plan stråle. Sammenhæng mellem en forhindrings kritiske højde, afstand til indblæsningsåbning og åbningshøjde (efter Nielsen, 1983).



Figur 29. Plan stråle. En forhindrings kritiske højde som funktion af afstand til indblæsningsåbning og med rumdimensioner repræsenteret ved h_k/H som parameter (Nielsen, 1988).

forholdet h_k/H en rolle, således at når $h_k/H > \text{ca. } 0,01$, så kan forhindringshøjden ikke overstige $2h$ uanset forhindringens afstand fra indblæsningsåbningen. Dette resultat er vist tydeligere på figur 29, hvor resultaterne svarende til de to "snit", $h_k/H = 0$ og $h_k/H = 0,012$, på figur 28 er optegnet separat.

For $h_k/H \approx 0$ er der god overensstemmelse mellem resultaterne fundet af Holmes og Sachariewicz og dem fundet af Nielsen (1983), og det passer med, at Holmes og Sachariewicz' resultater er fundet under forhold svarende til $h_k/H \sim 0$.

Hastighedsforhold efter forhindring

Centralhastigheden i en stråle, der er vendt tilbage til loftet vil blive mindre end i en tilsvarende vægstråle uden forhindring.

Cirkulær stråle

Nielsen et al (1987) har undersøgt hastighedsreduktionen i en cirkulær stråle efter at den har passeret en forhindring, og resultatet er vist på figur 30. For en stråle uden forhindring finder de:

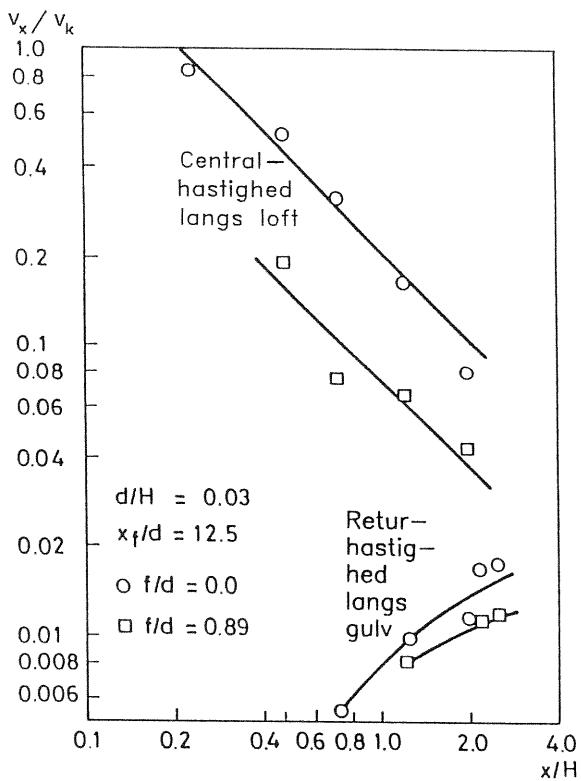
$$(\nu_x / \nu_k) \sim 0,2 (x/H)^{-1} \quad (75c)$$

og for en stråle med forhindring finder de:

$$\nu_{xf} / \nu_k \sim 0,08 (x/H)^{-1} \quad (75d)$$

Forhindringen reducerer således hastigheden med ca. 60 %. For den uforstyrrede stråle svarer resultatet til en C_c -værdi, der kan bestemmes af, jf. (12g) og (75d):

$$\frac{\nu_x}{\nu_k} = 2^{\frac{1}{2}} C_c \frac{(A_k)^{\frac{1}{2}}}{x} = C_c \frac{2^{\frac{1}{2}} (\pi/4)^{\frac{1}{2}} d_k / H}{x / H} = \frac{0,2}{x / H}$$



Figur 30. Aksesymmetrisk stråle. En forhindrings indflydelse på centralhastigheden efter forhindringen og på returhastigheden langs gulv (Nielsen et al., 1987).

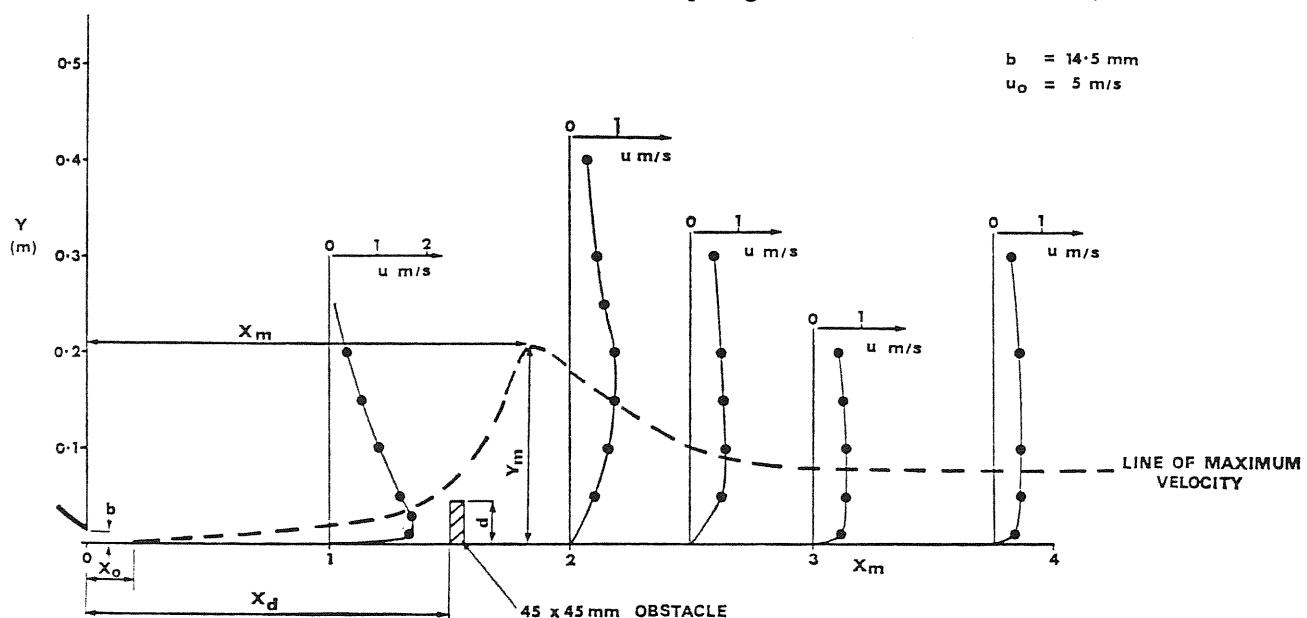
Heraf fås, idet $d/H = 0,03$, og når det antages at $d_k = 0,8d$:

$$C_c 2^{\frac{1}{2}} (\pi/4)^{\frac{1}{2}} 0,8 \cdot 0,03 = 0,2$$

eller $C_c = 6,7$

Plan stråle

For plane stråler har Holmes og Sachariewicz (1973) fundet de hastighedsprofiler, der er vist på figur 31. De finder endvidere, at central-



Figur 31. Plan stråle. Hastighedsprofiler før og efter en forhindring (Holmes og Sachariewics, 1973).

hastigheden v_{xf} i en passende afstand fra forhindringen kan udtrykkes ved:

$$\frac{v_{xf}}{v_k} = 2,2 \left(1 - 0,785 \frac{b_f}{b} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h_k}{x - x_f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (76a)$$

Udtrykket angives at være gældende for $0,5 \leq b_f/b \leq 1$, hvor b_f/b er forholdet mellem forhindringens og luftspaltens bredde. For $b_f/b = 1$ fås:

$$\frac{v_{xf}}{v_k} = 1,0 \left(\frac{h_k}{x - x_f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (76b)$$

Uden forhindring fandt de:

$$\frac{v_x}{v_k} = 2,2 \left(\frac{h_k}{x - x_{pol}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (77)$$

Dette er i formen analogt til (12o), og deres konstant svarer til en C_p -værdi bestemt af:

$$2^{\frac{1}{2}} C_p = 2,2$$

Hvoraf fås $C_p = 1,6$

Forholdet mellem hastighederne i en forstyrret og den tilsvarende uforstyrrede stråle bliver, jf. (76b) og (77):

$$\frac{v_{xf}}{v_x} = \frac{1,02}{2,2} \left(\frac{h_k}{x - x_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{x - x_p}{h_k} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,46 \left(\frac{x}{x - x_f} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (78)$$

idet $x_{pol} \approx 0$

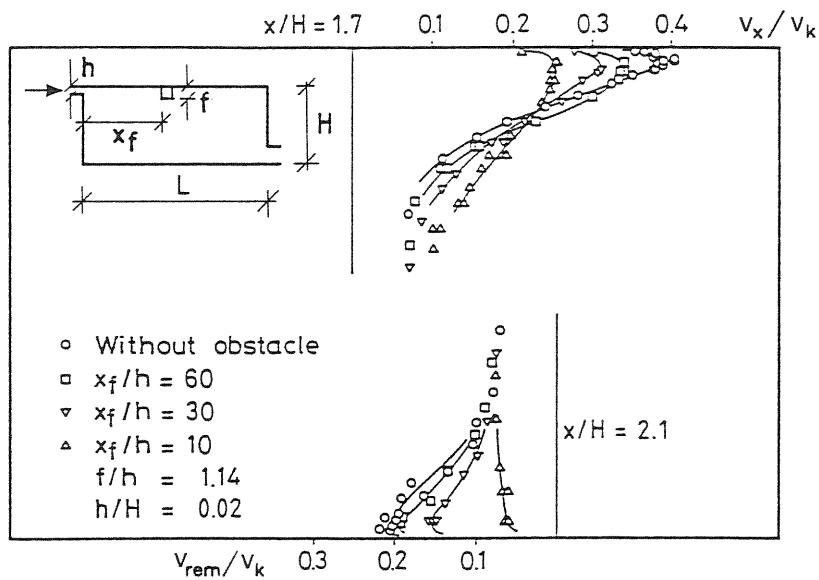
Nielsen (1983) finder de på figur 32 viste hastigheder efter at en forhindring er passeret. Der er en mere udpræget centralhastighed efter forhindringen end hvad Holmes og Sachariewicz fandt (jf. figur 31).

Jo længere væk forhindringen er fra indblæsningsåbningen i forhold til den kritiske afstand, desto mindre vil strålen if. Holmes og Sachariewicz (1973) blive påvirket af forhindringen. De finder, at for $x_f > 8 x_{kr}$ bliver strålen ikke længere påvirket, og hastighederne i strålen efter forhindringen kan da findes af (12o). Det skal her tages i betragtning, at deres undersøgelser er udført under forhold, hvor der ikke har været nogen rumlig højdebegrænsning, dvs. $h_k/H \approx 0$.

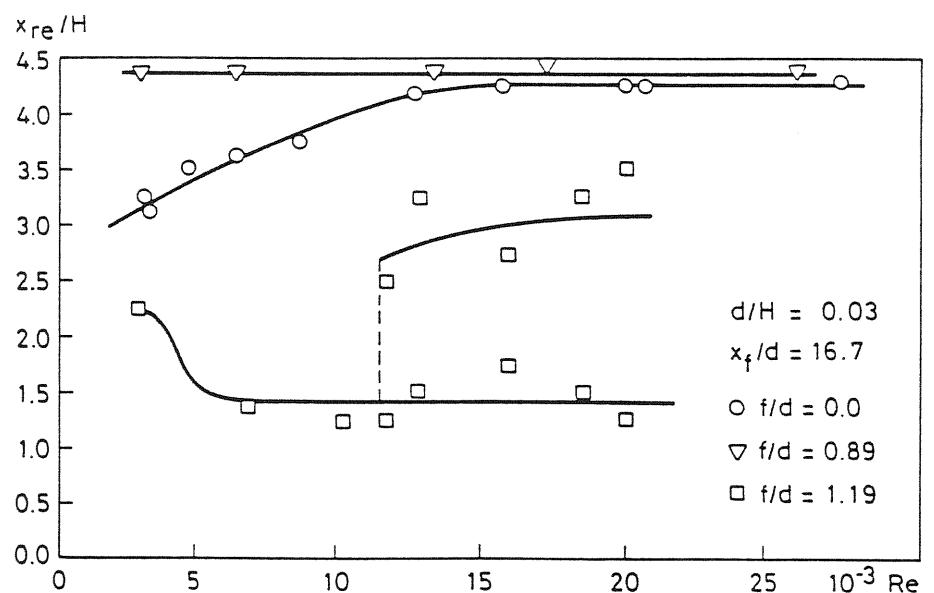
Indtrængningslængde

Forhindringer i loftet reducerer almindeligvis indtrængningslængden

For **cirkulære stråler** har Nielsen et al. (1987) fundet de resultater, der er vist på figur 33. De finder at for $Re > ca. 15000$ er indtræng-



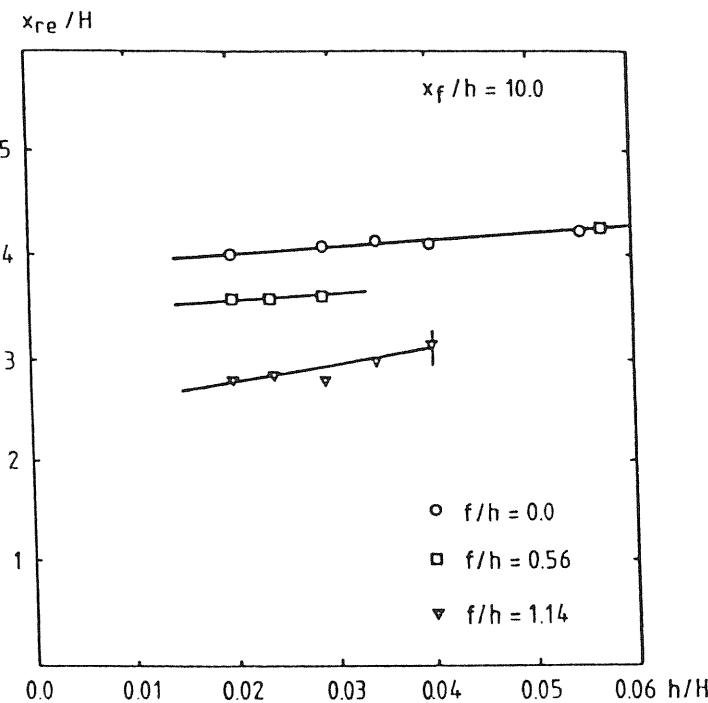
Figur 32. Plan stråle. Hastighedsprofiler dels for strålen efter en forhindring (målt for $x/H = 1,7$) dels for strålens returnhastighed langs gulv (målt for $x/H = 2,1$) i afhængighed af forhindringens afstand fra åbningen (Nielsen, 1983).



Figur 33. Indtrængningslængde for cirkulære stråler i afhængighed af forhindringens højde og Re -tallet (Nielsen et al., 1987).

ningslængden uafhængig af Re -tallet, og ligeledes at små forhindringer ikke påvirker indtrængningslængden.

For **plane stråler** har Nielsen et al. (1983) fundet de på figur 34 viste resultater. Selv for små forhindringer ($f/h = 0,56$) sker der her en reduktion af indtrængningslængden.



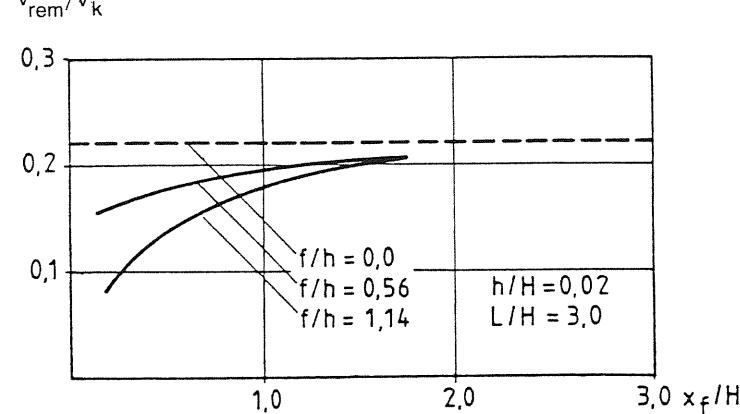
Figur 34. Indtrængningslængder for en plan vægstråle i afhængighed af strålens og forhindringens dimensioner, når $x_f / h = 10,0$ (Nielsen, 1983).

Returhastigheder

Returhastigheden v_{rem} i opholdszonen vil ligesom indtrængningslængden blive påvirket af en forhindring i loftet.

For **cirkulære stråler** har Nielsen et al. (1987) fundet de returhastigheder, der er vist på figur 30. Det ses, at en forhindring giver en reduktion af returhastighederne, der omrent svarer til hastighedsreduktionen efter selve forhindringen.

For **plane stråler** har Nielsen (1983) fundet de returhastigheder, der er vist dels på figur 32 dels på figur 35. Af figur 32 ses, at forskellige placeringer af en forhindring giver omrent samme reduktion af returhastigheden som af lufthastigheden lige efter forhindringen. Figur 35 viser den maksimale returhastighed i afhængighed af forhindringens placering og af forholdet mellem forhindringens og indblæsningsåbnin-



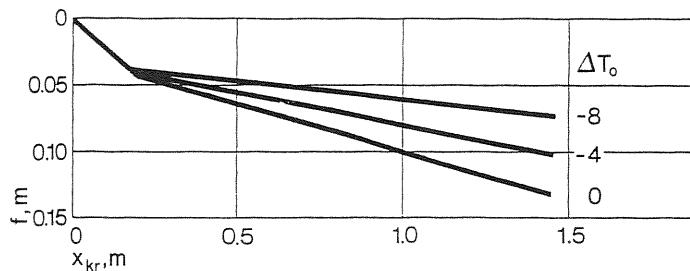
Figur 35. Maksimale returhastigheder for plan vægstråle i afhængighed af forhindringens placering samt af dens højde (Nielsen, 1983).

Ikke-isoterme stråler

Der er kun fundet få oplysninger om loftforhindringers indflydelse på ikke-isoterme strålers videre strømningsforløb.

Holmes og Sachariewicz (1973) har undersøgt forholdene med en varm, plan luftstråle med en overtemperatur på 10 °C i en kanal med indblæsningspalte ved bunden (svarer til en 10 °C kold stråle langs loft), og de fandt, at temperatordifferensen ikke havde nogen nævneværdig indflydelse på forholdene omkring og efter en forhindring. Dette forklarer de med, at forhindringen i deres tilfælde var anbragt mindst 60-100 spaltehøjder fra indblæsningsåbningen, dvs. $x_f/h_k > 60$, og da er temperatordifferensen blevet reduceret så kraftigt (til ca. 3 °C) at den ikke har nogen mærkbar indflydelse.

Söllner og Klingenberg (1972) fandt for en luftstråle fra en luftspalte i selve luftsfladen (spaltediffusor) den på figur 36 viste sammenhæng mellem forhindringshøjde, kritisk forhindringsafstand og undertemperatur.



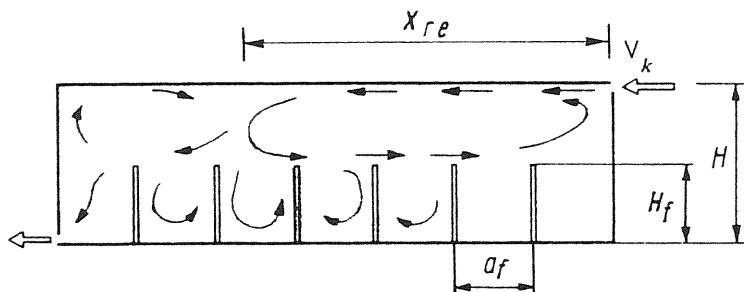
Figur 36. Sammenhæng mellem en forhindrings højde og dens kritiske afstand til indblæsningsåbningen med indblæsningsluftens undertemperatur som parameter. Indblæsningsåbningen var en såkaldt spaltedifussor anbragt i luftsfladen (efter Söllner og Klingenberg, 1972).

Gulvplacerede forhindringer

Tætte spærrelementer anbragt på gulvet på tværs af strømningsretningen vil have en effekt der svarer til en formindskelse af rumhøjden.

Schwenke (1975) har i en række modelforsøg med spærrelementer, som vist på figur 37, fundet følgende indtrængningslængde:

$$x_{re} = 3(H - H_f/2) \quad (79)$$



Figur 37. Gulvplacerede spærrelementers indflydelse på strømningsforhold og indtrængningslængde (Schwenke, 1975).

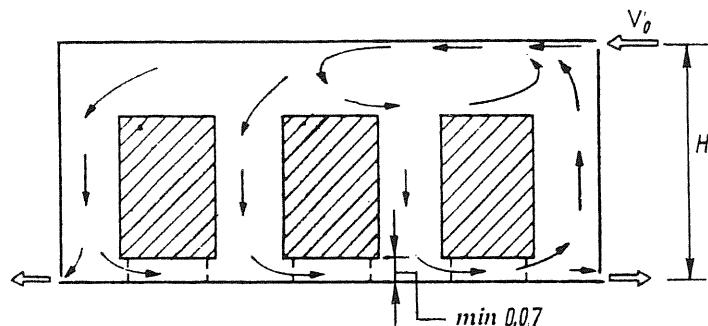
Til sammenligning fandt han $x_{re} = 3H$, når der ikke optrådte forhindringer, jf. figur 22. Han anfører at udtrykket (79) gælder for

$$0,25 < H_f/H < 0,67 \text{ og } 1 < a_f/H < 2$$

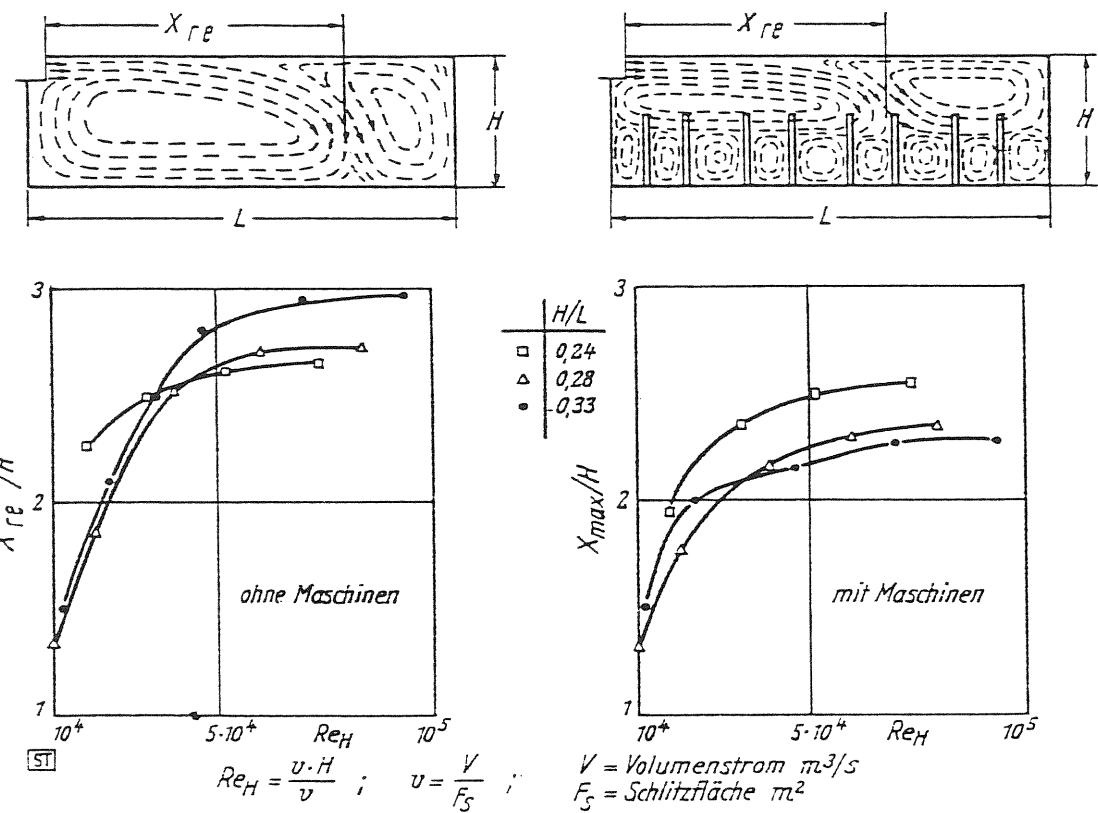
hvor a_f er afstanden mellem spærrelementerne.

Schwenke (1975) fandt endvidere for kasseagtige spærrelementer, som vist på figur 38, at man skulle sørge for, at der kunne finde en returnstrømning sted ved at hæve kasserne mindst $0,07H$ over gulvet.

Regenscheidt (1964) har ligeledes undersøgt indtrængningsdybden når der optrådte spærrelementer (maskineri) på gulvet, og han fandt de på figur 39 viste resultater. Der er rimelig god overensstemmelse mellem hans resultater og Schwenkes, når spærrehøjden i (79) sættes til ca. $\frac{1}{2}H$.



Figur 38. Strømningsforhold i forbindelse med kasseformede spærrelementer (Schwenke, 1975).



Figur 39. Gulvplacerede spærrelementers (maskiners) indflydelse på en plan stråles indtrængningslængde (Regenscheit, 1964).

Afslutning

Man skal kunne beregne luftstrålers hastigheder og udbredelse for at kunne fastlægge luftstrømningsforholdene i et rums opholdszone.

Der må skelnes mellem isoterme og ikke isoterme stråler, og de kan igen hver for sig være frie eller begrænsede. De såkaldte begrænsede stråler opträder når stråletværtnittet bliver så stort i forhold til rumtværtnittet, at det giver begrænsninger i strålens udbredelse. Der må yderligere skelnes mellem fristråler og vægstråler, hvor sidstnævnte helt eller delvis følger en væg- eller loftsslade.

For **isoterme, frie stråler** er der et godt grundlag for at beregne hastigheder og udbredelse, som det bl.a. fremgår af formeloversigten i tabel 3.

For **isoterme, begrænsede stråler** er begrænsningernes indflydelse på hastighedsforholdene godt belyst for cirkulære stråler og rimelig godt belyst for plane stråler, jf. tabel 3. Yderligere er returstrømsforholdene rimeligt godt belyst for de to stråletyper, som det ligeledes fremgår af tabel 3. Derimod er det forbundet med en vis usikkerhed at bestemme, hvor langt strålen når ind i rummet inden den bliver tvunget nedad og retur som følge af begrænsningerne. Der er formeludtryk til rådighed, som alene er baseret på eksperimentelt arbejde, og der er stor spredning på de fundne resultater.

For **ikke-isoterme, frie fristråler** kan strålehastigheder, temperaturforhold og nedbøjning bestemmes med god nøjagtighed, jf. tabel 4. For vægstråler foreligger der alene eksperimentelt bestemte værdier for, hvor langt strålen "klæber" sig til en loftsslade inden den slipper.

For **ikke-isoterme, begrænsede stråler** er forholdene kun belyst i meget beskedent omfang. For at få en ide om hastigheds-, temperatur- og udbredelsesforholdene er det her nødvendigt at anvende de begrænsningsfaktorer, der anføres for de isoterme, begrænsede stråler, jf. tabel 4.

For **loftsforhindringer** er der med isoterme stråler foretaget en række undersøgelser af forholdet mellem forhindringens højde og dens afstand til indblæsningsåbningen og som gør det muligt at afgøre om forhindringen tvinger luftstrålen ned i opholdszonens eller ej. For ikke-isoterme stråler er forholdene kun belyst i beskedent omfang. For gulvplacerede forhindringer er kun enkelte, bestemte situationer belyst nærmere.

Tabel 3. Oversigt over formler for isoterme stråler.

Fri stråle		Begrænset stråle ¹⁾	
Fristråle	Vægstråle	Fristråle	Vægstråle
<i>Centralhastigheder:</i>			
cirkulær stråle, v_x/v_k	$C_c A_k^{1/2}/x$	$2^{1/2} C_c A_k^{1/2}/x$	$K_B (v_x/v_k)_{fri}$
rektagulær stråle, v_x/v_k	²⁾		
plan stråle, v_x/v_k	$C_p (h_k/x)^{1/2}$	$2^{1/2} C_p (h_k/x)^{1/2}$	$\sim K_B (v_x/v_k)_{fri}$
sammensat stråle, v_x/v_k	³⁾		
<i>Kastelængder:</i>			
cirkulær stråle, $x_{0,2}$, m	$5,0 C_c v_k A_k^{1/2}$	$5,0 \cdot 2^{1/2} C_c v_k A_k^{1/2}$	⁴⁾ ⁵⁾
plan stråle, $x_{0,2}$, m	$25 C_p^2 v_k^2 h_k$	$25 \cdot 2^{1/2} C_p^2 v_k^2 h_k$	
<i>Indtrængningslængder, dybe rum:</i>			
cirkulær stråle, x_{re} , m ⁶⁾		$\sim 3 A_R^{1/2}$	$\sim 5 A_R^{1/2}$
plan stråle, x_{re} , m ⁶⁾		$\sim 2,5 H$	$\sim 4 H$
<i>Returhastigheder, dybe rum:</i>			
cirkulær stråle, v_{re}/v_k		$K_R (v_x/v_k)_{fri}$	$K_R (v_x/v_k)_{fri}$
plan stråle, v_{re}/v_k		$\sim K_R (v_x/v_k)_{fri}$	$\sim K_R (v_x/v_k)_{fri}$
<i>Max. returhastigheder, dybe rum:</i>			
cirkulær stråle v_{rem}/v_k		$\sim (A_k/A_R)^{1/2}$	$\sim (A_k/A_R)^{1/2}$
plan stråle, v_{rem}/v_k		$\sim (h_k/H)^{1/2}$	$\sim (h_k/H)^{1/2}$
<i>Positioner for max. returhast., dybe rum:</i>			
cirkulær stråle, x_{rem} , m ⁶⁾		$\sim 2 A_R^{1/2}$	$\sim 3 A_R^{1/2}$
plan stråle, x_{rem} , m ⁶⁾			$\sim 2 H$
<i>Max. returhastigheder, korte rum:</i>			
cirkulær stråle, v_{rem}/v_L			$\sim 0,3-0,7$
plan stråle, v_{rem}/v_L			$\sim 0,7$

1) index "fri" henviser til fri stråle

4) se formel (31b)

2) se formlerne (13a) og (13b)

5) analog til (31b) med tilføjelse af $2^{1/2}$

3) se formlerne (14) - (17)

6) jf. tabel 5.3

Tabel 4. Oversigt over formler for ikke-isoterne stråler.

Fri stråle		Begrænset stråle ²⁾	
Fristråle	Vægstråle	Fristråle	Vægstråle
<i>Banekurver:</i>			
cirkulær stråle, y/d_k	$0,08 Ar (x/d_k)^3$	$(1/K_B)^3 (y/d_k)_{fri}$	
plan stråle, y/h_k	$0,16 Ar (x/h_k)^{5/2}$	$(1/K_B)^3 (y/h_k)_{fri}$	
<i>Centralhastigheder:</i> ¹⁾			
cirkulær stråle, vandret, v_x/v_k	$C_c A_k^{1/2}/x$	$\sim K_B (v_x/v_k)_{fri}$	
cirkulær stråle, lodret, v_y/v_k	$2,0 Ar (x/d_k)$	$\sim (1/K_B)^2 (v_y/v_k)_{fri}$	
plan stråle, vandret, v_x/v_k	$C_p (h_k/x)^{1/2}$	$\sim K_B (v_x/v_k)_{fri}$	
plan stråle, lodret, v_y/v_k	$1,0 Ar (x/h_k)$	$\sim (1/K_B)^2 (v_y/v_k)_{fri}$	
<i>Temperaturer:</i> ¹⁾			
cirkulær stråle, $\Delta t_s/\Delta t_i$	$0,55 (v_x/v_k)$	$\sim (1/K_B) (\Delta t_s/\Delta t_i)_{fri}$	
plan stråle, $\Delta t_s/\Delta t_i$	$0,60 (v_x/v_k)$	$\sim (1/K_B) (\Delta t_s/\Delta t_i)_{fri}$	
<i>Klæbelængder:</i>			
cirkulær stråle, x_{kl}/d_k	$\sim 1,7 Ar^{-1/2}$	$\sim K_B^{3/2} (x_{kl}/d_k)_{fri}$	
plan stråle, x_{kl}/h_k	$\sim 1,3 Ar^{-2/3}$	$\sim K_B^2 (x_{kl}/h_k)_{fri}$	

1) formeludtrykkene for de frie stråler er tilnærmede, men gælder med god tilnærmelse så længde banekurvvens tangenthældning ikke overstiger 35°

2) index "fri" henviser til fri stråle

Summary

SBI Report 248: Calculation of air jets and reverse flows in rooms

In any room one of the main factors determining thermal comfort, air quality and energy consumption is the air flow conditions. When designing ventilation systems the flow, velocity and temperature of the air jet must be such that the jet does not cause draughts when it reaches the room's occupancy zone.

The report gives detailed formulae for calculation of air jets and reverse flows in rooms. Air jets from circular, rectangular and slot-shaped openings with horizontal inlet directions are considered.

The report deals with:

- isothermal, free jets
- isothermal, constricted jets
- non-isothermal, free jets
- non-isothermal constricted jets

and with the flow conditions by:

- ceiling-mounted obstacles
- floor-level obstacles.

There is a good basis for calculating velocities and air distribution for free, isothermal and non-isothermal jets, but a less certain basis in the case of constricted jets and also in the case of the conditions relating to ceiling-mounted and floor-level obstacles.

A number of theoretical analyses and investigations carried out in connection with some chapters of the report are given as appendices at the end of the report.

Referencer

Andersen, K.T.: Vurdering af luftstrømningsmodeller for glasbygninger. Statens Bygeforskningsinstitut. SBI rapport 247, Hørsholm, 1995.

ASHRAE Handbook of Fundamentals. New York. 1993.

Baturin, V.V.: Fundamentals of industrial ventilation. Pergamon Press, 1972.

Becher, P.: Varme og ventilation 3. Teknisk Forlag, København, 1972.

Grimitlin, M.: Zuluftverteilung in Räumen. Luft und Kältetechnik, nr. 5, 1970.

Hestad, T.: En dimensjoneringsmetode for tilluftsorganer basert på teori, fullskalaforsøk og praktisk erfaring. Tekniska Meddelanden nr. 83, Institutionen för Uppvärmnings- och ventilationsteknik, KTH, Stockholm, 1975.

Holmes, M. J. og Sachariewicz, E.: The effect of ceiling beams and light fittings on ventilating jets. Laboratory report No. 79, HVRA, 1973.

Koestel, A.: Paths of horizontally projected heated and chilled air jets. ASHRAE Transactions, 1955.

Krause, D.: Freistrahlen bei der Sonderbewetterung. Neue Bergbautechnik, 2.Jg, Heft 1, Januar 1972.

Nielsen, P.V.: Flow in air conditioned rooms (engelsk oversættelse af lic. afh. fra DTH 1974). Danfoss, 1976.

Nielsen, P.V.: Luftstrømning i ventilerede arbejdslokaler. Statens Bygeforskningsinstitut. SBI-rapport 128, Hørsholm, 1981.

Nielsen, P.V.: Air diffusion in rooms with ceiling-mounted obstacles and two dimensional isothermal flow. 16th International Congress of Refrigeration, Paris 1983.

Nielsen, P.V.: Luftfordeling i rum. DANVAK Grundhåndbog for Varme- og Klimateknik, 1988.

Nielsen, P.V., Evensen, L., Grabau, P. og Thulesen-Dahl, J. H.: Air distribution in rooms with ceiling-mounted obstacles and three-dimensional isothermal flow. Room Vent 87, International conference on air distribution in ventilated spaces. Stockholm, 1987.

Nielsen, P.V. and Möller, Å.T. A.: Measurements on Buoyant Jet Flows from a Ceiling-mounted Slot Diffusor. Aalborg University Centre, Dept. of Indoor Environmental Technology. Publ. no. 6, 1988.

Petzold, K. og Schwenke, H.: Einige probleme der Lüftung in Stallbauten. Luft- und Kältetechnik, 1972/4, p. 178-184.

Regenscheit, B.: Die Luftbewegung in klimatisierten Räumen. Kältetechnik, 1959, Heft 1.

Regenscheit, B.: Modellversuche zur Erforschung der Raumströmung in belüfteten Räumen. Staub 24 (1964) nr. 1, p. 14-20.

Regenscheit, B.: Die Berechnung von radial strömenden Frei- und Wandstrahlen, sowie von Rechteckstrahlen. Gesundtheitsingenieur, 1971, Heft 7, p. 193-201.

Schwenke, H.: Über das Verhalten ebener horizontaler zuluftstrahten im begrenzten Raum. Luft und Kältetechnik 1975/5 p. 241-245.

Skåret, E.: Luftbevegelse i ventilerte rom. Institutt for varme-, ventilasjons- og sanitærteknikk, NTH, Tapir, Trondheim, 1976.

Söllner, G. og Klinkenberg, K.: Leuchten als Störkörper im Luftstrom. Heizung, Lüftung/Klimatechnik, Haustechnik, 23, nr. 4, 1972.

Ventilation Ståbi. Teknisk forlag, København, 1988.

Appendiks A. Hastighedsforhold i slørkeglen

Hastighedsprofilerne for en **cirkulær stråle** er lignedannede for forskellige x -værdier. Profilet er vist på figur 4. Det er optegnet som en funktion af $r/r_{0,5}$, hvor $r_{0,5}$ er den radiære afstand ud til, hvor hastigheden er $v_r = 0,5 v_x$. En funktion der passer godt med målepunkterne er en Gaussfejlfunktion givet ved:

$$v_{x,r}/v_x = 0,5^{(r/r_{0,5})^2} = e^{-\ln 2 (r/r_{0,5})^2} \quad (\text{A.1})$$

Denne funktion kan også udtrykkes ved 10-tals logaritmen, dvs.:

$$\log(v_{x,r}/v_x) = (\log 0,5) (r/r_{0,5})^2 = -0,30 (r/r_{0,5})^2$$

eller, som det er gjort på figur 4:

$$(r/r_{0,5})^2 = 3,3 \log(v_x/v_{x,r}) \quad (\text{A.2})$$

For $r = 2r_{0,5}$ fås at $v_{x,r}/v_x = 1/16$, således at lufthastigheden for $r > 2r_{0,5}$ vil være så lille, at man i praksis regner med at slørkeglen afgrænses af $r = 2r_{0,5}$. Dette betyder igen at $v_{x,r} = 0,5 v_x$ opträder på en kegle med den halve keglevinkel $\alpha_{0,5}$ bestemt af

$$\alpha_{0,5} \sim 0,5\alpha/2 = 0,5 \cdot 24/2 = 6^\circ$$

Denne kegle kan også beskrives ved:

$$r_{0,5}/x = \tan 6 = 0,105$$

Udtrykket (A.1) kan da omformes til:

$$v_{x,r}/v_x = e^{-\ln 2 (r/(0,105x))^2} = e^{-62,9 (r/x)^2} = e^{-a_{vc} (r/x)^2} \quad (\text{A.3})$$

Middelhastigheden v_m i sløret kan bestemmes af:

$$v_m \pi (x \tan 12)^2 = \int_0^{r_s} v_{x,r} 2 \pi r dr = \int_0^{r_s} v_x e^{-a_{vc} (r/x)^2} 2 \pi r dr$$

eller

$$\begin{aligned} 0,142 v_m x^2 &= v_x \pi x^2 (1/-a_{vc}) \int_0^{r_s/x} e^{-a_{vc} (r/x)^2} d(-a_{vc} (r/x)^2) \\ &= (-\pi/a_{vc}) x^2 v_x [e^{-a_{vc} (r/x)^2}]_0^{\tan 12} \\ &= (-\pi/62,9) x^2 v_x (0,06 - 1) = 0,047 x^2 v_x \end{aligned}$$

idet $a_{vc} = 62,9$. Heraf fås:

$$\frac{v_m}{v_x} = \frac{0,047}{0,142} = 0,33 \quad (\text{A.4})$$

For en **plan stråle** vil hastighedsprofilerne over et tværsnit af strålen være ligedannede på samme måde som for en cirkulær fristråle og de vil have samme udseende som vist på figur 4. Dette kan analogt til (A.1) udtrykkes ved:

$$\frac{v_{x,y}}{v_x} = e^{-\ln 2 (y/y_{0,5})^2} \quad (\text{A.5})$$

Der vil her gælde:

$$y_{0,5}/x \sim \operatorname{tg}(16,5/2) = 0,145 \quad (\text{A.6})$$

således at (A.5) kan omformes til:

$$\frac{v_{x,y}}{v_x} = e^{-\ln 2 (y/0,145x)^2} = e^{-33,0 (y/x)^2} = e^{-a_{vp} (y/x)^2} \quad (\text{A.7})$$

Middelhastigheden i sløret bestemmes af, idet der regnes pr. meter åbningsbredde:

$$2 v_m (x \operatorname{tg} 16,5) = 2 \int_0^y v_{x,y} dy = 2 \int_0^y v_x e^{-a_{vp} (y/x)^2} dy$$

eller

$$0,59 v_m x = 2 v_x x \int_0^{\operatorname{tg} 16,5} e^{-a_{vp} (y/x)^2} d(y/x)$$

Til bestemmelse af integralet kan med tilnærmelse anvendes (CRC Standard Mathematical Tables, 1967):

$$\int_0^\infty e^{-a^2 x^2} dx = \frac{1}{2} \pi^{1/2} / a \quad (\text{A.8})$$

En numerisk integration af kurven på figur 4 viser, at fejlen ved kun at integrere til $\operatorname{tg} 16,5^\circ$ i stedet for mod uendelig højst er på 5%, således at der fås:

$$0,592 v_m x = 2 v_x x^{1/2} (\pi^{1/2} / a_{vp}^{1/2}) \cdot 0,95 = 0,294 v_x x$$

idet $a_{vp} = 33,0$. Heraf fås da:

$$\frac{v_m}{v_x} = \frac{0,294}{0,592} = 0,50 \quad (\text{A.9})$$

Appendiks B. Bevægelsesmængdeligning for isoterme fristråler

Ved integration af Newtons 2. lov med hensyn til tiden fås bevægelsesmængdeligningen, der siger at tilvæksten i bevægelsesmængde er lig med kraftens impuls (= kraft · tidsinterval). For strømmende medier kan det formuleres mere bekvemt, nemlig: at ændringen i bevægelsesmængdestrømmen er lig med den resulterende kraftr resultant.

Bevægelsesmængdeligningen kan anvendes på en stråle, ved at betragte det afgrænsede område $ABCD$ på figur 7b. Bevægelsesmængdeligningen opstillet efter centralsaksens retning får da formen:

$$B_{AB} + B_{CD} + B_{ABCD} + B_t = \Sigma F_x \quad (\text{B.1})$$

B_{AB} er bevægelsesmængdestrømmen gennem det kontraherede tværsnit, og den kan udtrykkes ved:

$$B_{AB} = \rho V_k v_k = \rho A_k v_k^2 \quad (\text{B.2})$$

B_{CD} er bevægelsesstrømmen gennem områdets højre endeflade, dvs.:

$$B_{CD} = - \int_{A_{CD}} \rho v_{x,r} dV = - \int_{A_{CD}} \rho v_{x,r}^2 dA \quad (\text{B.3})$$

B_{ABCD} er bevægelsesmængdestrømmen igennem slørkeglen, men projiceret ind på centralakseretningen bliver den nul.

B_t er ændringen i bevægelsesmængden i selve det betragtede område, men den er lig med nul, når der antages stationære forhold.

De virkende kræfter kan opdeles i de ydre og de indre kræfter. De ydre kræfter i centralaksens retning er det statiske tryk på det afgrænsede område samt friktionskræfterne langs sløret. Her vil det statiske tryk være det samme over alt på begrænsningsfladen nemlig lig med trykket i rummet, som strålen strømmer ind i. Summeret op over hele begrænsningsfladen og projiceret ind på centralakseretningen fås, at det statiske tryks kraftr resultant bliver nul. Friktionskræfterne langs sløret vil være så små at der kan ses bort fra dem.

De indre kræfter vil også være friktionskræfter. De vil virke to og to sammen, som vil være lige store og modsat rettede og derfor vil summen af dem være 0.

For en **cirkulær stråle**, hvor hastigheden kan udtrykkes ved (A.3) fås for bidraget B_{CD} :

$$\begin{aligned}
B_{CD} &= - \rho \int_0^\infty v_x^2 (e^{-a_{vc}(r/x)^2})^2 2\pi r dr \\
&= -\pi \rho v_x^2 (-1/(2a_{vc})) x^2 \int_0^\infty e^{-2a_{vc}(r/x)^2} d(-2a_{vc}(r/x)^2) \\
&= \pi \rho v_x^2 x^2 / (2a_{vc}) \left[e^{-2a_{vc}(r/x)^2} \right]_0^\infty = -\pi \rho v_x^2 x^2 / (2a_{vc}) \\
&= -\pi \rho v_x^2 x^2 K_{vc}
\end{aligned} \tag{B.4}$$

For den cirkulære stråle får bevægelsesmængdeligningen da formen:

$$\rho v_k^2 A_k - \pi \rho v_x^2 x^2 K_{vc} = 0 \tag{B.5}$$

For en **plan fristråle** fås for bidraget B_{AB} , når åbningsbredden er b :

$$B_{AB} = \rho h_k b v_k^2$$

For B_{CD} fås ved brug af (A.7) og (A.8):

$$\begin{aligned}
B_{CD} &= -\int_0^\infty \rho v_x^2 (e^{-a_{vp}(y/x)^2})^2 b dy \\
&= -\rho v_x^2 b x \int_0^\infty e^{-2a_{vp}(y/x)^2} d(y/x) \\
&\sim -\rho v_x^2 b x^{1/2} \pi^{1/2} / (2a_{vp})^{1/2} = -\rho v_x^2 b x K_{vp}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Bevægelsesmængdeligningen for en plan fristråle får da formen:

$$\rho h_k b v_k^2 - \rho v_x^2 b x K_{vp} = 0 \tag{B.7}$$

Appendiks C. Energiligningen for isoterme stråler

Newton's 2. lov integreret over en tilbagelagt vejstrækning giver sammen med termodynamikkens 1. hovedsætning en energiligning, der udtrykker at tilværksten i indre og i kinetisk energi er lig med mængden af tilført arbejde W og varme Q . For strømmende medier får energiligningen følgende form, idet der regnes med tilført energi pr. tidsenhed:

$$\Delta E_i + \Delta E_{kin} = W + Q$$

eller mere detaljeret:

$$\begin{aligned} & (E_{i,AB} + E_{i,ABCD} - E_{i,CD}) + (E_{kin,AB} + E_{kin,ABCD} - E_{kin,CD}) \\ &= W_{tryk} + W_{forskydning} + W_{tyngde} + Q \end{aligned} \tag{C.1}$$

For de enkelte led fås følgende, idet V 'erne står for volumenstrømmene gennem de med index karakteriserede flader:

$$E_{i,AB} = c_p \rho V_{AB} T$$

$$E_{i,ABCD} = c_p \rho V_{ABCD} T$$

$$E_{i,CD} = c_p \rho V_{cd} (T + \Delta T)$$

$$E_{kin,AB} = \frac{1}{2} \rho V_{AB} v_k^2 = \frac{1}{2} \rho A_k v_k^3$$

$E_{kin,ABCD} = 0$, idet tilstrømningshastighedens retning er omtrentlig vinkelret på centralaksen.

$$E_{kin,CD} = \int_{vol} \frac{1}{2} (\rho dV) v^2 = \frac{1}{2} \rho \int_A v^3 dA$$

$$W_{tryk} = p_i A_{AB} ds + (p_i A_{ABCD}) \sin(\alpha/2) ds - p_i A_{CD} ds$$

$$= p_i ds (A_{AB} + A_{ABCD} \sin(\alpha/2) - A_{CD})$$

$$= p_i ds (A_{AB} + (A_{CD} - A_{AB}) - A_{CD}) = 0$$

$W_{forskydning} = 0$, idet friktionskræfterne langs sløret er så små, at der kan ses bort fra dem.

$W_{tyngde} = 0$, da centralaksen ligger vandret.

$Q = 0$, da det er en isoterm stråle.

For en **cirkulær fristråle** fås, når hastigheden v udtrykkes ved (A.3):

$$\begin{aligned}
 E_{kinCD} &= \frac{1}{2} \rho \int_0^\infty v_x^3 (e^{-a_{vc}(r/x)^2})^3 2\pi r dr \\
 &= \frac{1}{2} \rho v_x^3 \pi x^2 (-1/(3a_{vc})) \int_0^\infty e^{-3a_{vc}(r/x)^2} d(-3a_{vc}(r/x)^2) \\
 &= -\frac{1}{2} \rho v_x^3 \pi x^2 / (3a_{vc}) \left[e^{-3a_{vc}(r/x)^2} \right]_0^\infty \\
 &= \frac{1}{2} \rho v_x^3 \pi x^2 \frac{2}{3} (1/(2a_{vc})) = \frac{1}{3} \rho \pi v_x^3 x^2 K_{vc} \tag{C.2}
 \end{aligned}$$

idet $1/(2a_{cv}) = K_{vc}$, jf. (B.4). For den cirkulære stråle fås da ved indsættelse i (C.1) følgende energiligning:

$$\begin{aligned}
 c_p \rho T (V_{AB} + V_{ABCD} - V_{CD}) - c_p \rho V_{CD} \Delta T + \\
 \frac{1}{2} \rho A_k v_k^3 - \frac{1}{3} \rho \pi v_x^3 x^2 K_{vc} = 0
 \end{aligned}$$

eller idet parentesen er lig med 0, jf. (10):

$$c_p \rho V_{CD} \Delta T = \frac{1}{2} \rho A_k v_k^3 - \frac{1}{3} \rho \pi v_x^3 x^2 K_{vc} \tag{C.3}$$

Heri indføres, jf. (B.5):

$$\pi \rho v_x^2 x^2 = \rho v_k^2 A_k / K_{vc}$$

således at der fås:

$$c_p \rho V_{CD} \Delta T = \frac{1}{2} \rho A_k v_k^3 - \frac{1}{3} \rho v_k^2 A_k v_x$$

eller

$$c_p \rho V_{CD} \Delta T = \frac{1}{2} \rho A_k v_k^2 (v_k - \frac{2}{3} v_x) \tag{C.4}$$

Idet $v_x < v_k$ bliver parentesen i (C.4) positiv.

Det ses, at der fås en temperaturstigning, der skyldes den varme, der dannes ved nedbremsningen af den indstrømmende luft. Det ses også, at centralhastigheden v_x kun kan bestemmes af energiligningen, hvis man kender friktionsarbejdet eller temperaturstigningen (eller det tilsvarende friktionsarbejde). Dette er oftest ikke tilfældet og slet ikke med tilstrækkelig nøjagtighed. Derfor er det bevægelsesmængdeligningen, der anvendes til bestemmelse af strålens centralhastighed.

For **plane fristråler** kan der gennemføres tilsvarende beregninger, og de fører til en ligning, der er analog til den, der her er opstillet for cirkulære fristråler.

Temperaturforhold

Af (C.4) ses, at der for temperaturstigningen inde i en cirkulær fristråle som følge af friktionen, vil gælde:

$$\Delta T < \frac{\rho A_k v_k^3}{2 c_p \rho V_{CD}} = \frac{\rho v_k^2 V_k}{2 c_p \rho V_{CD}} \quad (\text{C.5})$$

Indføres heri, jf. (26)

$$V_{CD} = V_x = 2,5 V_k x / x_{ker}$$

fås (jf. (1)):

$$\Delta T < \frac{\rho V_k v_k^2 x_{ker}}{2 c_p \rho 2,5 V_k x} = v_k^2 \frac{x_{ker}}{5 c_p x} = \frac{v_k^2 6,5 d_k}{5 c_p x} \quad (\text{C.6})$$

Regnes f.eks. med $v_k=2$ m/s, $d_k=0,3$ m og $x=2$ m fås:

$$\Delta T < \frac{2^2 \cdot 6,5 \cdot 0,3}{5 \cdot 1010 \cdot 2} = 0,001 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Der er således tale om helt ubetydelige temperaturstigninger, som man kan se bort fra.

Appendiks D. Supplerende beregninger af centralhastigheder i isoterme stråler

Coanda-stråle

For en Coanda-stråle vil der optræde et tab i bevægelsesmængdestrømmen på strækningen fra åbning til klæbested. If. Nielsen (1981) er dette tab på 30-40 %.

For en **cirkulær stråle** kan der opstilles følgende tilnærmede ligning for bevægelsesmængdestrømmen, jf. (11.c) og (12.f), når det antages, at bevægelsesmængdestrømmen holder sig konstant i det videre forløb efter klæbepunktet.

$$k_1^2 \rho v_k^2 A_k = \pi \rho v_{xkl}^2 x_{kl}^2 K_{vc} = \frac{1}{2} \pi \rho v_x^2 (x + a_c)^2 K_{vc} \quad (\text{D.1})$$

hvor k_1 er en faktor for hastighedsreduktionen, som vil have størrelsen 0,8-0,85, v_{xkl} er centralhastigheden for $x = x_{kl}$, dvs. hvor strålen begynder at klæbe, og a_c er en konstant. Af ligningens første og tredje led fås:

$$\frac{v_x}{v_k} = k_1 2^{\frac{1}{2}} \frac{K_{vc}}{\pi} \frac{A_k^{\frac{1}{2}}}{x + a_c} = 2^{\frac{1}{2}} k_1 C_c \frac{A_c^{\frac{1}{2}}}{x + a_c} \quad (\text{D.2})$$

Størrelsen a_c kan bestemmes af, at centralhastigheden i klæbepunktet skal være ens, hvadenten den bestemmes af andet eller tredje led i (D.1). Dvs. for $x = x_{kl}$ fås:

$$\pi \rho v_{xkl}^2 x_{kl}^2 K_{vc} = \frac{1}{2} \pi \rho v_{xkl}^2 (x_{kl} + a_c)^2 K_{vc}$$

eller

$$x_{kl}^2 = \frac{1}{2} (x_{kl} + a_c)^2$$

eller

$$a_c = x_{kl} (2^{\frac{1}{2}} - 1) \sim 0,4 x_{kl} \quad (\text{D.3})$$

For en **plan stråle** kan der tilsvarende opstilles følgende ligning, jf. (11.d) og (12.d):

$$k_1^2 \rho h_k b v_k^2 = \rho v_{xkl}^2 b x_{kl} K_{vp} = \frac{1}{2} \rho v_x^2 b (x + a_p) K_{vp}$$

og heraf fås:

$$\frac{v_x}{v_k} = 2^{\frac{1}{2}} \frac{1}{K_{vp}^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{h_k}{x + a_p} \right)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} C_p \left(\frac{h_k}{x + a_p} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{D.4})$$

Til bestemmelse af a_p fås:

$$\rho v_{xkl}^2 b x_{kl} K_{vp} = \frac{1}{2} \rho v_{xkl}^2 b (x_{kl} + a_p) K_{vp}$$

eller

$$x_{kl} = \frac{1}{2} (x_{kl} + a_p)$$

eller

$$a_p = x_{kl} \quad (\text{D.5})$$

Sammensmeltet stråle

I en sammensmeltet stråle kan strålehastigheden v i et vilkårligt punkt fås som en række enkeltbidrag, der kan bestemmes ved at se på de enkelte bidrag til bevægelsesmængdestrømmen igennem et lille del-areal ΔA omkring punktet. Der vil da gælde:

$$\Delta A v_{xy}^2 = \Delta A v_1^2 + \Delta A v_2^2 + \dots + \Delta A v_i^2 \quad (\text{D.6})$$

hvor v_i er den i 'te stråles hastighed i det pågældende punkt. Heraf fås

$$v_{xy} = (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_i^2 \dots)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{D.7})$$

Her kan igen v_i^2 bestemmes som:

$$v_i^2 = k_i v_{xi}^2 \quad (\text{D.8})$$

hvor v_{xi} er centralhastigheden for den pågældende stråle og k_i er en konstant der er bestemt af forholdet y_i/x , og hvor igen y_i er afstanden fra den i 'te stråles centralakse op til det pågældende punkt. Denne konstant kan fås af figur 3.7d i kapitel 3.

Indføres (D.8) i (D.7) fås:

$$v_{xy} = (k_1 v_{x1}^2 + k_2 v_{x2}^2 + \dots + k_i v_{xi}^2 + \dots)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{D.9})$$

Appendiks E. Vurdering af hastighedskonstanterne

Hastighedskonstanter ud fra kernelængde og slørvinkel

Der er en direkte sammenhæng dels mellem hastighedskonstanterne og kernelængderne og dels mellem disse to størrelser og strålernes slørvinkel. De nævnte størrelser er igen afhængige af hastighedsprofilet. Der vil her blive antaget et profil der kan udtrykkes ved en Gaussfunktion, som vist på figur 4.

For en **cirkulær fristråle** er sammenhængen mellem hastighedskonstant og kernelængde vist med udtrykket (12b). Indføres heri $A_k = \pi d_k^2 / 4$ fås:

$$x_{ker,c} = C_c (\pi/4)^{1/2} d_k \quad (E.1)$$

eller

$$C_c = (4/\pi)^{1/2} x_{ker,c} / d_k \quad (E.2)$$

Sammenhængen med slørvinklen fremgår af udtrykket (12a) samt af (B.4) i appendiks B. Heraf fås:

$$C_c = \frac{1}{(\pi K_{vc})^{1/2}} = \left(\frac{2 a_{vc}}{\pi} \right)^{1/2} \quad (E.3)$$

Her er igen, jf. (A.3):

$$a_{vc} = \ln 2 / \operatorname{tg}^2 \alpha_{0,5} \quad (E.4)$$

således at der endeligt fås:

$$C_c = (2 \ln 2 / \pi)^{1/2} / \operatorname{tg} \alpha_{0,5} = 0,66 / \operatorname{tg} \alpha_{0,5} \quad (E.5)$$

For en **plan fristråle** fås af (12j) følgende sammenhæng mellem hastighedskonstant og kernelængde:

$$C_p = (x_{ker,p} / h_k)^{1/2} \quad (E.6)$$

Sammenhængen med slørvinklen fremgår af udtrykket (12i) samt (B.6) i appendiks B. Det giver:

$$C_p = \frac{1}{K_{vp}^{1/2}} = \frac{2^{1/2} (2 a_{vp})^{1/4}}{\pi^{1/4}} = 1,26 a_{vp}^{1/4} \quad (E.7)$$

Yderligere gælder der, jf. (A.7), at $\alpha_{vp} = \ln 2 / \operatorname{tg}^2 \alpha_{0,5}$, således at der fås:

$$C_p = 1,26 (\ln 2)^{1/4} / (\operatorname{tg} \alpha_{0,5})^{1/2} = 1,15 / (\operatorname{tg} \alpha_{0,5})^{1/2} \quad (\text{E.8})$$

Man kan altså for begge stråletyper bestemme hastighedskonstan-ten ved at måle enten kernelængden eller slørvinklen.

Hastighedskonstanter ud fra centralhastigheder

Hastighedskonstanterne kan altså bestemmes ved at måle central-hastigheden i en række punkter og optegne resultaterne i et dobbelt-logaritmisk koordinatsystem. Baggrunden herfor fås ved at se nærmere på hastighedsudtrykkene.

For en **cirkulær fristråle** kan hastighedsudtrykket (12a) omformes til:

$$\log(v_x/v_k) = \log C_c - \log(x/A_k^{1/2}) \quad (\text{E.9})$$

eller

$$\log(v_x/v_k) = \log(C_c(\pi/4)^{1/2}) - \log(x/d_k) \quad (\text{E.10})$$

Desuden kan (12c) omformes til:

$$\begin{aligned} \log(v_x/v_k) &= \log x_{ker,c} - \log x \\ &= \log(x_{ker,c}/d_k) - \log(x/d_k) \end{aligned} \quad (\text{E.11})$$

Det ses, at i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem afbildes v_k/v_x som en lineær funktion af $x/A_k^{1/2}$, x eller x/d_k med hældningskoefficienten -1 . Det ses også at hastighedskonstanten eller kernelængden kan bestemmes ud fra liniens skæring med den vandrette linie givet ved $v_x/v_k = 1$.

For en **plan fristråle** kan hastighedsudtrykket (12i) omformes til:

$$\log(v_x/v_k) = \log C_p - 0,5 \log(x/h_k) \quad (\text{E.12})$$

og (12k) kan omformes til:

$$\begin{aligned} \log(v_x/v_k) &= \frac{1}{2} \log x_{ker,p} - \frac{1}{2} \log x \\ &= \frac{1}{2} \log(x_{ker,p}/h_k) - \frac{1}{2} \log(x/h_k) \end{aligned} \quad (\text{E.13})$$

Her fås en ret linie i det dobbeltlogaritmiske koordinatsystem med hældningskoefficienten $-0,5$, og man får igen hastighedskonstanten eller kernelængden ud fra den x -eller x/h_k -værdi hvor linien skærer den vandrette linie givet ved $v_x/v_k = 1$.

Hastighedskonstanter for cirkulære stråler

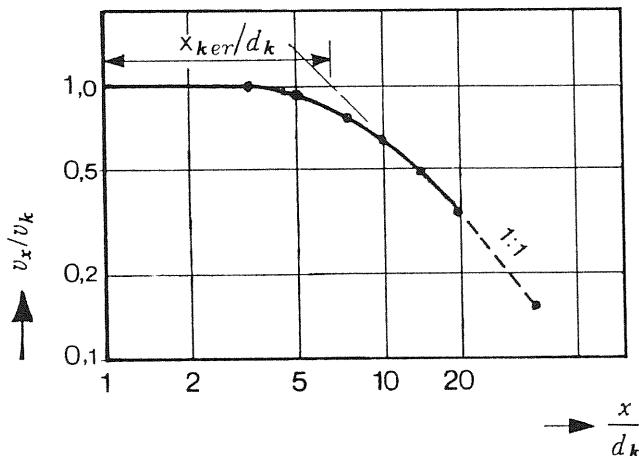
Antages slørets vinkel i en cirkulær stråle at være 24° fås $\alpha_{0,5} = 6^\circ$ og af såvel (E.3) som (E.5) fås da:

$$C_c = 0,66/\tan 6^\circ = 6,3$$

Går man i stedet ud fra den hyppigt anvendte værdi $x_{ker,c} = 6,5 d_k$ (jf. (1) fås af (E.2)):

$$C_c = (4/\pi)^{1/2} \cdot 6,5 = 7,3$$

På figur E.1 er vist målte centralhastigheder i en cirkulær fristråle som funktion af x/d_k . Det ses at for $x/d_k >$ ca. 8 fås den forventede rette linie med hældningskoefficienten $-1,0$. Men i området ca. $4 < x/d_k <$ ca. 8 krummer kurven. Skæringspunktet mellem den skrå og den vandrette linie angiver således en tænkt kernelængde. Centralhastigheden begynder at aftage før den tænkte kernespids, men det er i en langsommere takt svarende til en linie med hældningen ca. $-0,5$, eller det man har i en plan stråle. Først for $x/d_k = 8-10$ fås altså den hastighed, der svarer til udtrykket (12a) og med en C_c -værdi svarende til den tænkte kernespids. Hastighedsforløbet svarer udmærket til, at kernen i virkeligheden ikke ender i en spids, men er afrundet som vist på figur 2.



Figur E.1. Målte centralhastigheder i aksesymmetrisk fristråle som funktion af x/d_k (efter Regenscheit, 1971).

Af figur E.1 kan aflæses, at $x_{ker,c}/d_k \sim 6,6$ og indsatt i (E.12) fås da:

$$C_c = (4/\pi)^{1/2} \cdot 6,6 = 7,4$$

Det ses at der ikke er helt overensstemmelse mellem de C_c -værdier man når frem til ad forskellige veje. Går man den modsatte vej og antager $C_c = 7,3$, da fås af (E.5):

$$\operatorname{tg}\alpha_{0,5} = 0,66/C_c = 0,66/7,3 = 0,0904$$

og heraf

$$\operatorname{tg}\alpha/2 = 2 \operatorname{tg}\alpha_{0,5} = 0,181$$

og heraf igen

$$\alpha = 2 \cdot 10,3 = 20,6^\circ$$

hvilket er i god overensstemmelse med at Grimitlin (1970) angiver en slørvinkel på 20-22°.

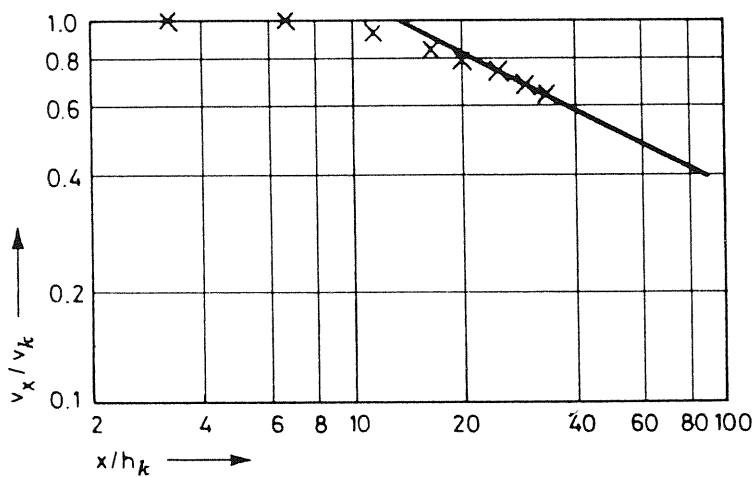
Hastighedskonstanter for plane stråler

Antages det, at slørvinkel i en plan fristråle er 32°, bliver $\alpha_{0,5} \sim 8^\circ$ og det giver, jf. (E.8):

$$C_p = 1,15/(\operatorname{tg}8)^{\frac{1}{2}} = 3,1$$

Går man i stedet ud fra en kernelængde på $x_{ker,p} = 6,5 h_k$, jf. (2d), fås af (E.6):

$$C_p = (6,5)^{\frac{1}{2}} = 2,5$$



Figur E.2. Målte centralhastigheder i plan vægstråle (Nielsen, 1988).

På figur E.2 er vist målte hastigheder for en plan vægstråle. Det ses at den indlagte rette linie har hældningen $-0,5$, men resultaterne "krummer" det sidste stykke. Det svarer til, at også kernen for en plan stråle er afrundet i enden. Skæringspunktet mellem den skrå og den vandrette linie kan aflæses til $x/h_k \sim 14,5$. Dette skal sammenholdes med at hastighedsudtrykket for en plan vægstråle kan omformes til

$$\log(v_x/v_k) = \log(2^{\frac{1}{2}} C_p) - 0,5 \log(x/h_k) \quad (\text{E.14})$$

Svarende til skæringpunktet, dvs. for $v_x/v_k = 1$ fås:

$$0 = \log(2^{\frac{1}{2}} C_p) - 0,5 \log 14,5$$

og heraf:

$$2^{\frac{1}{2}} C_p = (14,5)^{\frac{1}{2}}$$

eller:

$$C_p = \left(\frac{14,5}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = 2,7$$

Hastighedskonstanter for rektangulære stråler

En rektangulær stråle fra en åbning med åbningsarealet hb opfører sig som om den har to kernespidser, hvor hastighedsforløbet mellem de to spidser svarer til en plan fristråle fra en spalte med højden h og efter den 2. spids svarer til en fristråle fra en kvadratisk åbning med kantlængden b . Afstanden til de to kernespidser bliver da, jf. (12j) og (12b):

$$x_{ker,1} = C_p^2 h_k \quad (\text{E.15})$$

$$x_{ker,2} = C_c (b_k^2)^{\frac{1}{2}} = C_c b_k \quad (\text{E.16})$$

For centralhastigheden vil der for $x_{ker,1} < x < x_{ker,2}$ gælde:

$$v_x/v_k = C_p (h_k/x)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{E.17})$$

og for $x > x_{ker,2}$ vil der gælde:

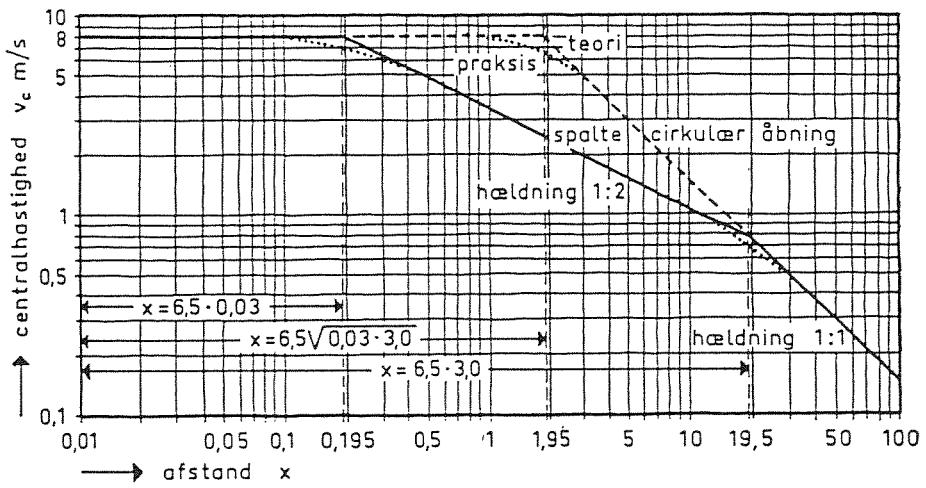
$$v_x/v_k = C_c (K/x) \quad (\text{E.18})$$

Her er K en konstant, der bestemmes, af at hastigheden for $x = x_{ker,2}$ skal være den samme, uanset om den bestemmes af (E.17) eller (E.18). Dvs.:

$$C_p \left(\frac{h_k}{x_{ker,2}} \right)^{\frac{1}{2}} = C_c \frac{K}{x_{ker,2}}$$

hvoraf fås:

$$\begin{aligned} K &= \frac{C_p}{C_c} (h_k x_{ker,2})^{\frac{1}{2}} = \frac{C_p}{C_c} (h_k C_c b_k)^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{C_p}{C_c^{\frac{1}{2}}} (A_k)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{E.19})$$



Figur E.3. Centralhastigheden i stråle fra henholdsvis en spalteformet åbning ($30 \times 3000 \text{ mm}^2$) og en cirkulær åbning med samme åbningsareal ($d = 339 \text{ mm}$) med godt afrundede kanter (Becher, 1972).

På figur E.3 er vist hastighedsforløbet for en rektangulær stråle fra en åbning med arealet $30 \cdot 3000 \text{ mm}^2$. Der er regnet med en afrundet kant så kontraktionskoefficienten kan sættes til 1. Desuden er der regnet med at $C_p = C_c^{1/2} = 6,5^{1/2}$ således at der her fås $K = A_k^{1/2}$ og dermed:

$$\frac{v_x}{v_k} = C_c \frac{A_k^{1/2}}{x}$$

hvor $A_k = h_k b_k$

Appendiks F. Energiligningen for ikke-isoterme fristråler

Energiligningen på formen (C.1) gælder også for en ikke-isoterm stråle. Nogle af de indgående led vil være uændrede i forhold til de tilsvarende led for den isoterme stråle, og det gælder følgende led:

$$\begin{aligned} E_{i,AB} &= c_p \rho_u V_{AB} T_u \\ E_{kin,AB} &= \frac{1}{2} \rho_u A_k v_k^3 \\ E_{kin,ABCD} &= 0 \\ W_{tryk} &= 0 \\ W_{forskyd} &= 0 \\ Q &= 0 \end{aligned}$$

Derimod ændres følgende led:

$$\begin{aligned} E_{i,ABCD} &= c_p \rho_i V_{ABCD} T_i \\ E_{i,CD} &= c_p \rho_{sm} V_{CD} T_{sm} \end{aligned}$$

hvor ρ_{sm} og T_{sm} er henholdsvis strålens middelmassefyldte og middeltemperatur det pågældende sted.

For specielt en cirkulær stråle fås desuden analogt til (C.2):

$$E_{kin,CD} = \frac{1}{2} \int_{CD} \rho v_{sm}^3 dA \sim \frac{1}{3} \rho_{sm} v_s^3 s^2 \pi K_{cv}$$

og endelig fås:

$$W_{lyngde} = g \rho_{sm} V_{CD} g y_x - g \rho_i V_{ABCD} y_{xm}$$

hvor y_x er centralaksens lodrette afbøjning på strækningen x og hvor y_{xm} er en slags middelafbøjning for strålen på strækningen fra AB til CD .

Indsættes de enkelte led i (C.1) fås:

$$\begin{aligned} c_p \rho_u V_{AB} T_u + c_p \rho_i V_{ABCD} T_i - c_p \rho_{sm} V_{CD} T_{sm} + \frac{1}{2} \rho_u A_k v_k^3 \\ - \frac{1}{3} \rho_{sm} v_s^3 s^2 \pi K_{cv} = g \rho_s V_{CD} y_x - g \rho_i V_{ABCD} y_{xm} \end{aligned} \quad (\text{F.1})$$

Der vil gælde, at de to kinetiske energiled samt de to led i W_{lyngde} er små i forhold til de øvrige led som det vil fremgå at det følgende eksempel.

Antages følgende udgangsværdier:

$$v_k = 5 \text{ m/s}, A_k = 0,01 \text{ m}^2, x = 5 \text{ m}, T \sim 290 \text{ K}$$

da bliver, jf. (26):

$$V_{CD} \sim 5/2 V_{AB} = (5/2) 0,01 \cdot 5 = 0,13 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$y_x \sim 1,5 \text{ m}$$

og for de enkelte bidrag fås:

$$\frac{1}{2} \rho_u A_k v_k^3 = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 0,01 \cdot 5^3 = 0,8 \text{ W}$$

$$\frac{1}{2} \rho_s v_s^3 s^2 2\pi K_{cv} < 0,8 \text{ W}$$

(jf. bla. (C.4))

$$g \rho_s V_{CD} y_x \sim 9,82 \cdot 1,2 \cdot 0,13 \cdot 1,5 = 2,3 \text{ W}$$

$$g \rho_i V_{ABCD} y_{xm} < 2,3 \text{ W}$$

Til sammenligning er:

$$c_p \rho_s V_{CD} T_s \sim 1010 \cdot 1,2 \cdot 0,13 \cdot 290 = 45700 \text{ W}$$

Ligningen (F.1) kan derfor med god tilnærmelse reduceres til:

$$c_p \rho_u V_{AB} T_u + c_p \rho_i V_{ABCD} T_i - c_p \rho_{sm} V_{CD} T_{sm} = 0 \quad (\text{F.2})$$

Appendiks G. Temperaturforhold i ikke-isoterme fristråler

Målinger viser, at temperaturprofilerne over forskellige tværsnit langs strålen vil være lignedannede. Målingerne viser også, at temperaturprofilen følger en tilsvarende Gauss-fejlfunktion som hastighedsprofilen.

For **cirkulære stråler** kan de lignedannede hastighedsprofiler udtrykkes ved (Regenscheit, 1959):

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_s} = \frac{t_r - t_i}{t_s - t_i} = \left(\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \right)^{(r/r_{0.5})^2} = e^{(-\ln 2/2)(r/r_{0.5})^2} \quad (\text{G.1})$$

hvor t_s er temperaturen i strålemidten og $r_{0.5}$ er afstanden til den halve stråles vinkelhalveringslinie. Det ses, at for $r=r_{0.5}$ fås $\Delta t/\Delta t_s = 1/2^{\frac{1}{2}} = 0,7$ og ikke 0,5 som ved hastighedsfordelingen.

Ved brug af $r_{0.5} \sim 0,105 s$ kan (G.1) omformes til:

$$\Delta t/\Delta t_s = e^{(-\ln 2/2)(r/0,105s)^2} e^{-31.5(r/s)^2} = e^{-a_{tc}(r/s)^2} \quad (\text{G.1a})$$

Temperaturforholdene i et vilkårligt tværsnit kan derefter bestemmes ud fra energiligningen på formen (F.2), der kan reduceres til, idet $\rho_u \sim \rho_i \sim \rho_x$:

$$V_{AB} T_u + V_{ABCD} T_i = V_{CD} T_{sm}$$

eller

$$V_{AB} (T_u - T_i) + V_{AB} T_i + V_{ABCD} T_i = V_{CD} T_{sm}$$

$$V_{AB} + V_{ABCD} \approx V_{CD}$$

Idet $V_{AB} + V_{ABCD} \approx V_{CD}$ (jf. (37) med T_i/T_u og $T_i/T_{sm} \sim 1$), og idet $T_i - T_u = t_i - t_u$ og $T_i - T_{sm} = t_i - t_{sm}$ fås videre:

$$V_{AB} (t_i - t_u) = V_{CD} (t_i - t_{sm}) \quad (\text{G.2})$$

Her kan t_{sm} udtrykkes ved t_s ved at indføre temperaturprofilet udtrykt ved (G.1). For tværsnittet CD vil der da gælde følgende:

$$\begin{aligned} V_{CD} (t_i - t_{sm}) &= \int_0^\infty \Delta t \nu_{xr} 2\pi r dr \\ &= -\pi \Delta t_s \nu_s \frac{s^2}{(a_{tc} + a_{vc})} \int_0^\infty e^{-(a_{tc} + a_{vc})(r/s)^2} d(-(a_{tc} + a_{vc})(r/s)^2) \\ &= \pi \Delta t_s \nu_s \int_0^\infty e^{-a_{vc}(r/s)^2} \cdot e^{-a_{tc}(r/s)^2} 2r dr \\ &= \pi \Delta t_s \nu_s \frac{s^2}{a_{tc} + a_{vc}} \end{aligned} \quad (\text{G.3})$$

Desuden er:

$$V_{AB} (t_i - t_u) = v_k A_k \Delta t_i$$

som giver, indsat i (G.2) sammen med (G.3):

$$A_k v_k \Delta t_i = \pi \Delta t_s v_s \frac{s^2}{a_{tc} + a_{vc}}$$

eller:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \frac{A_k v_k (a_{tc} + a_{vc})}{\pi v_s s^2} \quad (\text{G.4})$$

eller, idet $A_k/s^2 \approx (1/C_c^2)(v_s/v_k)^2$, jf. (12a):

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \frac{a_{tc} + a_{vc}}{\pi C_c^2} \frac{v_k}{v_s} \left(\frac{v_s}{v_k} \right)^2 = \frac{a_{tc} + a_{vc}}{\pi C_c^2} \frac{v_s}{v_k}$$

For $a_{tc}=31,5$ (jf. G.1a), $a_{vc}=62,9$ (jf. A.3) og $C_c=7,3$ fås:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} \sim \frac{31,5 + 62,9}{\pi 7,3^2} \frac{v_s}{v_k} = 0,56 \frac{v_s}{v_k} \quad (\text{G.6})$$

Det vil i appendiks K blive vist, at v_s for ikke alt for krumme banekurver kan erstattes af v_x for den tilsvarende isoterm stråle.

For en **plan stråle** kan temperaturprofilet i et stråletværsnit udtrykkes ved:

$$\Delta t/\Delta t_s = e^{-(\ln 2/2)(y/y_{0,5})^2}$$

og idet $y_{0,5} \sim 0,155$ s, jf. (A.6), fås videre:

$$\Delta t/\Delta t_s = e^{-(\ln 2/2)(y/0,155)^2} = e^{-14,4(y/s)^2} = e^{-a_{tp}(y/s)^2} \quad (\text{G.7})$$

Også for plane stråler vil energiligningen kunne reduceres til en ligning analog til (G.2). Her er (jf. (A.8)):

$$\begin{aligned} V_{CD} (t_i - t_{sm}) &= \int_0^\infty \Delta t v_{sy} b 2 dy \\ &= 2b \Delta t_s v_s \int_0^\infty e^{-a_{tp}(y/s)^2} e^{-a_{vp}(y/s)^2} dy \\ &= 2b \Delta t_s v_s s \int_0^\infty e^{-(a_{tp} + a_{vp})(y/s)^2} d(y/s) \\ &= 2b \Delta t_s v_s s^{1/2} (\pi/(a_{tp} + a_{vp}))^{1/2} \end{aligned}$$

Desuden er:

$$V_{AB} (t_i - t_u) = v_k b h_k \Delta t_i$$

Ved indsættelse i (G.2) fås da:

$$v_k b h_k \Delta t_i = b \Delta t_s v_s s (\pi/(a_{tp} + a_{vp}))^{1/2}$$

eller

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \left(\frac{a_{tp} + a_{vp}}{\pi} \right)^{1/2} \frac{v_k h_k}{v_s s} \quad (G.8)$$

eller, idet $h_k/s \sim (1/C_p)^2 (v_s/v_k)^2$ jf. (12m):

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} = \left(\frac{a_{tp} + a_{vp}}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{C_p} \right)^2 \frac{v_s}{v_k} \quad (G.9)$$

For $a_{tp} = 14,4$ (jf. (G.7)), $a_{vp} = 33,0$ (jf. (A.7)) og $C_p = 2,5$ fås:

$$\frac{\Delta t_s}{\Delta t_i} \sim \left(\frac{14,4 + 33,0}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{2,5^2} \frac{v_s}{v_k} = 0,62 \frac{v_s}{v_k} \quad (G.10)$$

Også her vil der gælde, at v_s kan erstattes af v_x for den tilsvarende isoterme stråle, når banekurven ikke er for krum, jf. appendiks K.

Appendiks H. Vandret og lodret bevægelsesmængdeligning for ikke-isoterme fristråler

Vandret bevægelsesmængdeligning

Bevægelsesmængdeligningen for en ikke-isoterm stråle vil for vandret retning få en form analog til (B.1).

For en **cirkulær stråle** vil der gælde følgende:

$$B_{ABCD,x} = 0$$

$$B_{t,x} = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$B_{AB,x} = \rho_u A_k v_k^2 \quad (\text{jf. B.2})$$

Desuden fås $B_{CD,x}$ af:

$$B_{CD,x} = B_s \cos\theta \quad (\text{H.1})$$

hvor igen, jf. (B.4):

$$B_s = \int \rho v_s dV = \pi \rho_s v_s^2 s^2 K_{vc} \quad (\text{H.2})$$

Indsat i (B.1) fås da:

$$\rho_u A_k v_k^2 - \pi \rho_s v_s^2 s^2 K_{vc} \cos\theta = 0 \quad (\text{H.3})$$

For en **plan stråle** fås tilsvarende, jf. (B.7):

$$\rho_u h_k b v_k^2 - \rho_s v_s^2 b s K_{vp} \cos\theta = 0 \quad (\text{H.4})$$

Lodret bevægelsesmængdeligning

For lodret retning får bevægelsesmængdeligningen formen:

$$B_{AB,y} + B_{ABCD,y} + B_{CD,y} + B_{t,y} = \sum F_y \quad (\text{H.5})$$

Her vil der gælde:

$$B_{AB,y} = 0$$

og, idet luften strømmer jævnt til fra alle sider:

$$B_{ABCD,y} = 0,$$

For en **cirkulær stråle** gælder yderligere:

$$B_{CD,y} = B_s \sin \theta = \pi \rho_s v_s^2 s^2 K_{vc} \sin \theta$$

Her kan højresiden fastlægges ved hjælp af (H.3) og der fås da:

$$B_{CD,y} = \rho_u A_k v_k^2 \operatorname{tg} \theta \quad (\text{H.6})$$

Endelige er $B_{t,y} = 0$

Af virkende kræfter er der alene tyngdekraften, der er en følge af forskellen i massefylde mellem strålen og den omgivende luft. Kraften er nedadrettet og betegnes med F_y .

Da forskellen i massefylde varierer hen gennem strålen, betragtes først "opdriften" dF_y for et infinitesimalt volumen begrænset af to (næsten) parallelle flader vinkelret på stråleaksen og med den indbyrdes afstand ds . Der fås:

$$\begin{aligned} dF_y &= \Delta \rho_{sm} g dV = \frac{\Delta t_{sm}}{T_s} \rho_s g A ds \\ &= \frac{\rho_s}{T_s} g ds \int_0^\infty \Delta t dA \end{aligned}$$

og videre, jf. (G.1a):

$$\begin{aligned} dF_y &= (\rho_s / T_s) g ds \int_0^\infty \Delta t_s e^{-a_{ic}(r/s)^2} 2\pi r dr \\ &= \pi (\rho_s / T_s) g \Delta t_s \frac{s^2}{a_{ic}} ds \quad (\text{H.7}) \end{aligned}$$

For Δt_s fås af (G.4):

$$\Delta t_s = \frac{A_k v_k (a_{ic} + a_{vc}) \Delta t_i}{\pi s^2 v_s} \quad (\text{H.8})$$

Her kan v_s bestemmes af (H.3):

$$v_s = \left(\frac{A_o}{\pi s^2 K_{vc} \cos \theta} \right)^{1/2} v_k \quad (\text{H.9})$$

og indsatt i (H.8) fås:

$$\begin{aligned}\Delta t_s &= \frac{A_k v_k (a_{tc} + a_{vc}) \Delta t_i s (\pi K_{vc} \cos \theta)^{1/2}}{\pi s^2 v_k (A_k)^{1/2}} \\ &= \frac{(a_{tc} + a_{vc}) \Delta t_i (A_k K_{vc} \cos \theta / \pi)^{1/2}}{s} \quad (\text{H.10})\end{aligned}$$

Indsættes dette udtryk for Δt_s i (H.7) fås:

$$dF_y = \frac{\pi \rho_s g (a_{tc} + a_{vc}) \Delta t_i (A_o K_{vc} \cos \theta / \pi)^{1/2} s ds}{T_s a_{tc}}$$

og ved integration fås:

$$F_y = \frac{\pi \rho_s g (1 + a_{vc}/a_{tc}) \Delta t_i (A_o K_{vc} \cos \theta / \pi)^{1/2} s^2}{2 T_s} \quad (\text{H.11})$$

Indsættes endelig alle de fundne led i (H.5) fås, idet ρ 'erne forkortes væk ($\rho_u/\rho_s \approx 1$):

$$A_k v_k^2 \operatorname{tg} \theta = \frac{\pi g (1 + a_{vc}/a_{tc}) \Delta t_i (A_k K_{vc} \cos \theta / \pi)^{1/2} s^2}{2 T_s} \quad (\text{H.12})$$

Heraf kan θ bestemmes, hvorefter v_s kan bestemmes af f.eks. (H.9).

For en **plan stråle** er, jf. (B.6) og 1 (H.4)

$$B_s = \int \rho_s v_s dV = \rho_s v_s^2 b s K_{vp} = \rho_u b h_k v_k^2 / \cos \theta$$

og heraf:

$$B_{CD,y} = B_s \sin \theta = \rho_u b h_k v_k^2 \operatorname{tg} \theta$$

Desuden er:

$$\begin{aligned}dF_y &= (\rho_s/T_s) g ds \int_0^\infty \Delta t_s e^{-a_{tp}(y/s)^2} b 2 dy \\ &= (\rho_s/T_s) g ds s \Delta t_s 2 b \int_0^\infty e^{-a_{tp}(y/s)^2} d(y/s) \\ &= (\rho_s/T_s) g ds s \Delta t_s 2 b (1/2) (\pi/a_{tp})^{1/2} \quad (\text{H.13})\end{aligned}$$

Til bestemmelse af Δt_s haves, jf. (G.8):

$$\Delta t_s = \left(\frac{a_{tp} + a_{vp}}{\pi} \right)^{1/2} \frac{v_k h_k \Delta t_i}{v_s s}$$

og videre haves, jf. (H.4):

$$v_s = v_k \left(\frac{h_k}{s K_{vp} \cos \theta} \right)^{1/2} \quad (\text{H.14})$$

Der fås da først:

$$\Delta t_s = \left(\frac{a_{ip} + a_{vp}}{\pi} \right)^{1/2} \frac{v_k h_k \Delta t_i (s K_{vp} \cos \theta)^{1/2}}{s v_k h_k^{1/2}}$$

$$= \left(\frac{a_{ip} + a_{vp}}{\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{h_k K_{vp} \cos \theta}{s} \right)^{1/2} \Delta t_i$$

som indsæt i (H.13) giver:

$$dF_y = \frac{\rho_s g s (a_{ip} + a_{vp})^{1/2} (h_k K_{vp} \cos \theta)^{1/2} \Delta t_i b \pi^{1/2} ds}{T_s \pi^{1/2} s^{1/2} a_{ip}^{1/2}}$$

eller

$$dF_y = \frac{\rho_s g (1 + a_{vp}/a_{ip})^{1/2} (h_k K_{vp} \cos \theta)^{1/2} \Delta t_i b s^{1/2} ds}{T_s}$$

og ved integration fås:

$$F_y = \frac{2 \rho_s g (1 + a_{vp}/a_{ip})^{1/2} (h_k K_{vp} \cos \theta)^{1/2} \Delta t_i b s^{3/2}}{3 T_s} \quad (\text{H.15})$$

Indsættes nu de fundne led i (H.5) og forkortes ρ'erne væk ($\rho_u/\rho_s \approx 1$) fås:

$$b h_k v_k^2 \tan \theta = \frac{2g (1 + a_{vp}/a_{ip})^{1/2} (h_k K_{vp} \cos \theta)^{1/2} b \Delta t_i s^{3/2}}{3 T_s} \quad (\text{H.16})$$

hvoraf θ kan bestemmes, og herefter kan v_s bestemmes af (H.14).

Apendiks I. Ikke-isoterme fristrålers banekurver

En **cirkulær stråles** banekurve kan udledes af udtrykket (H.12). Her er $\tan\theta = dy/dx$, og indføres endvidere $A_k = \pi d_k^2 / 4$, fås:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4\pi g (1 + a_{vc}/a_{tc}) \Delta t_i (\pi d_k^2 K_{vc} \cos\theta/\pi)^{1/2} s^2}{2 \cdot 2 T_s v_k^2 \pi d_k^2}$$

$$= \left(\frac{\Delta t_i g d_k}{T_s v_k^2} \right) \frac{(1 + a_{vc}/a_{tc}) (K_{vc} \cos\theta)^{1/2} s^2}{d_k^2}$$

Ved ikke alt for krumme banekurver vil der gælde, at $(\cos\theta)^{1/2} \sim 1$ og $s \sim x$ (f.eks. $(\cos 25)^{1/2} = 0,95$), således at der fås:

$$\frac{dy}{dx} = Ar (K/d_k^2) x^2$$

hvor Ar er Archimedes' tal (jf. (34)), og hvor

$$K = (1 + a_{vc}/a_{tc}) K_{vc}^{1/2}$$

Ved integration fås videre:

$$y = Ar (K/d_k^2) x^3/3 + C$$

hvor igen $C=0$, idet $y=0$ for $x=0$. Ligningen for banekurven bliver da:

$$y = Ar (K/d_k^2) x^3/3$$

eller på den hyppigt anvendte form:

$$y/d_k = Ar (K/3) (x/d_k)^3$$

For $K/3$ fås, idet $K_{vc}=1/(2a_{vc})$, jf. (B.4):

$$\frac{K}{3} = \frac{(1 + a_{vc}/a_{tc}) (1/(2a_{vc}))^{1/2}}{3}$$

Indsættes $a_{vc}=62,9$ (jf. A.3) og $a_{tc}=31,5$, jf. (G.1a) fås videre:

$$\frac{K}{3} = \frac{(1 + 62,9/31,5) (1/(2 \cdot 62,9))^{1/2}}{3} = 0,089$$

således at banekurvens ligning bliver:

$$\frac{y}{d_k} = 0,089 \text{ } Ar \left(\frac{x}{d_k} \right)^3 \quad (\text{I.1})$$

Konstantværdien 0,089 er noget højere end den værdi på ca. 0,07 der ofte ses og det skyldes de anvendte værdier for a_{vc} og a_{tc} . For disse to størrelser anfører f.eks Grimitlin (1970):

$$a_{vc} = 70 \quad \text{og} \quad a_{tc} = 45$$

og da fås:

$$\frac{K}{3} = \frac{(1 + 70/45) (1/(2 \cdot 70))^{1/2}}{3} = 0,072$$

Koestel (1953) når frem til konstantværdien 0,065.

For en plan stråle fås af (H.1) idet $\cos\theta \sim 1$ og $s \sim x$:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \operatorname{tg}\theta = \left(\frac{\Delta t_i g h_k}{T_s v_k^2} \right) \frac{2}{3} \frac{(1 + a_{vp}/a_{tp})^{1/2} (K_{vp} \cos\theta)^{1/2}}{h_k^{3/2}} x^{3/2} \\ &= Ar (K/h_k^{3/2}) x^{3/2} \end{aligned}$$

hvor

$$K = (2/3) (1 + a_{vp}/a_{tp})^{1/2} K_{vp}$$

Ved integration fås videre

$$y = (2/5) Ar K h_k (x/h_k)^{5/2} + C$$

hvor $C = 0$, idet $y=0$ for $x=0$. For konstanten K fås, idet $K_{vp}^{1/2} = \sqrt{2\pi}/(2a_{vp})^{1/2}$ og idet $a_{vp}=33,0$, jf. (A.7) og $a_{tp}=14,4$, jf. (G.7):

$$K = \frac{2 (1 + a_{vp}/a_{tp})^{1/2} \pi^{1/4}}{3 \cdot 2^{1/2} (2 a_{vp})^{1/4}} = \frac{2 (1 + 33,0/14,4)^{1/2} \pi^{1/4}}{3 \cdot 2^{1/2} (2 \cdot 33,0)^{1/4}} = 0,40$$

og dermed:

$$\frac{y}{h_k} = 0,16 \cdot Ar \left(\frac{x}{h_k} \right)^{5/2} \quad (\text{I.2})$$

Den fundne konstantværdi på 0,16 er i god overensstemmelse med hvad der kan findes i litteraturen, hvor man finder værdier i området 0,13-0,22 (Schwenke, 1975).

Appendiks K. Vandrette hastighedskomposanter for ikke-isoterme fristråler

Cirkulære stråler

For en cirkulær stråle fås følgende centralhastighed af (H.3):

$$v_s = \left(\frac{\rho_u}{\rho_s} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\pi K_{vc}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\cos \theta} \right)^{1/2} \frac{A_k^{1/2}}{s} v_k \quad (\text{K.1})$$

Den vandrette hastighedskomposant v_x bliver da, når der samtidig indsættes $(\rho_u/\rho_s) = (T_s/T_u)^{1/2}$ samt $(1/(\pi K_{vc}))^{1/2} = C_c$ (jf. (12a)):

$$v_x = v_s \cos \theta = \left(\frac{T_s}{T_u} \right)^{1/2} (\cos \theta)^{1/2} C_c \frac{A_k^{1/2}}{s} v_k \quad (\text{K.2})$$

Udtrykket er analogt til (12a) for en tilsvarende isoterm stråle på nær leddene $(T_s/T_u)^{1/2}$ desuden indgår kurvelængden s i stedet for den vandrette afstand x .

I det følgende vil der blive set på hvilken fejl der begås ved at anvende det isoterme hastighedsudtryk ved ikke-isoterme forhold.

Buelængden s kan udtrykkes ved x på følgende måde:

$$s = \int_0^x (1 + (dy/dx)^2)^{1/2} dx \quad (\text{K.3})$$

Her kan dy/dx fås af (I.1), der giver:

$$dy/dx = 0,27 Ar x^2/d_k^2 = k x^2 \quad (\text{K.4})$$

Yderligere kan funktionsudtrykket $(1 + (dy/dx)^2)^{1/2}$ rækkeudvikles på følgende måde, når $(dy/dx)^2 = u < 1$:

$$\begin{aligned} (1 + (dy/dx)^2)^{1/2} &= (1 + u)^{1/2} = 1 + \binom{1/2}{1} u + \binom{1/2}{2} u^2 + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2} u - \frac{1}{8} u^2 + \dots \end{aligned} \quad (\text{K.5})$$

Der er tale om en alternerende række (leddene har vekslende fortegn) og fejlen ved rækkeudviklingen er da mindre end det først bortkastede led.

Ved at indsætte de tre første led fra (K.5) i (K.3) fås:

$$\begin{aligned}
s &= \int_0^x \left(1 + \frac{1}{2} k^2 x^4 - \frac{1}{8} k^4 x^8 \right) dx \\
&= x + \frac{1}{10} k^2 x^5 - \frac{1}{72} k^4 x^9 \\
&= x + \frac{1}{10} (dy/dx)^2 x - \frac{1}{72} (dy/dx)^4 x \\
&= x (1 + 0,1 (dy/dx)^2 - 0,01 (dy/dx)^4) \tag{K.6}
\end{aligned}$$

Det ses at fejlen ved at erstatte s med x er mindre end 5 % når $|dy/dx| < 0,7$ (svarende til $\theta = 35^\circ$).

For leddet $(T_s/T_u)^{1/2}$ vil der gælde, at det under normale forhold er mindre end $(293/263)^{1/2} = 1.06$. Desuden er $(\cos 35)^{1/2} = 0,91$.

For $dy/dx < 1$ vil der således gælde:

$$1,06 \frac{C_c A_k^{1/2}}{1,05 x} 0,91 < \frac{v_x}{v_k} < \frac{C_c A_k^{1/2}}{x}$$

eller

$$0,92 \frac{C_c A_k^{1/2}}{x} < \frac{v_x}{v_k} < \frac{C_c A_k^{1/2}}{x}$$

Man kan altså for $dy/dx < 0,7$ bruge det isoterme udtryk med en fejl på mindre end 8 %, dvs.:

$$v_x \sim \frac{C_c A_k^{1/2}}{x} \tag{K.7}$$

Det ses at fejkilderne delvis modvirker hinanden, idet den kolde lufts større masseyfylde øger bevægelsesmængden ved indblæsningen og dermed strålens centralhastighed, medens kurvebanens større længde i forhold til den vandrette afstand har den modsatte effekt.

Forudsætningen, at $dy/dx < 0,7$, kan omsættes til følgende krav til Ar -tallet, jf. (K.4):

$$Ar < \frac{0,7}{0,27} \frac{d_k^2}{x^2} = 2,6 \frac{d_k^2}{x^2} \tag{K.8}$$

Heraf kan bestemmes, hvor langt ind i rummet, (dvs. den maksimale x -værdi) man for en given Ar -værdi kan regne med at centralhastigheden kan bestemmes af (K.7) med rimelig nøjagtighed. Udtrykket (K.8) kan omformes til:

$$Ar < \frac{2,6}{\pi/4} \frac{A_k}{x^2} = \frac{2,6}{\pi/4} \left(\frac{A_k^{1/2}}{x} \right)^2 = \frac{3,3}{C_c^2} v_x^2 \tag{K.9}$$

Heraf kan bestemmes, hvor langt man for en given Ar -værdi kan gå ned i centralhastighed udtrykt ved (K.7) (dvs. mindste v_k -værdi). Man kan også finde kravet til Ar -tallet, for at man bestemme v_x af (K.7) ned til en vis V_k -værdi. Eksempelvis for $v_x = 0,20$ fås:

$$Ar < \frac{3,3}{7,3^2} \cdot 0,2^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}$$

Plane stråler

For plane stråler fås af (H.4):

$$\begin{aligned} v_s &= \left(\frac{\rho_u}{\rho_s} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\cos \theta} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{K_{vp}} \right)^{1/2} \left(\frac{h_k}{s} \right)^{1/2} v_k \\ &= \left(\frac{T_s}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\cos \theta} \right)^{1/2} C_p \left(\frac{h_k}{s} \right)^{1/2} v_k \end{aligned} \quad (\text{K.10})$$

Heraf fås videre:

$$v_x = v_s \cos \theta = \left(\frac{T_s}{T_u} \right)^{1/2} (\cos \theta)^{1/2} C_p \left(\frac{h_k}{s} \right)^{3/2} v_k \quad (\text{K.11})$$

Af (I.2) fås

$$dy/dx = 0,40 Ar (x/h_k)^{3/2} \quad (\text{K.12})$$

og det kan vises at for $dy/dx < 0,7$ kan centralhastigheden med god tilnærmelse udtrykkes ved:

$$v_x \sim C_p \left(\frac{h_k}{x} \right)^{1/2} v_k \quad (\text{K.13})$$

I rapporten beskrives detaljeret formeludtryk til beregning af luftstråler og returstrømme i rum. Der skelnes mellem isoterme og ikke-isoterme stråler, der igen kan være frie eller begrænsede. Endelig behandles forholdene i forbindelse med forhindringer placeret under loft eller på gulv. Der ses alene på vandret indblæste stråler fra cirkulære og rektangulære samt fra spalteformede åbninger. Rapporten henvender sig til forskere og rådgivende ingeniører, der beskæftiger sig med luftstrømningsforhold i bygninger.