



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Aalborg Universitet

Kuldenedfald fra kolde flader

Terpiger Andersen, K.

Publication date:
1996

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Terpiger Andersen, K. (1996). *Kuldenedfald fra kolde flader*. SBI forlag. SBI-meddelelse Nr. 112

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

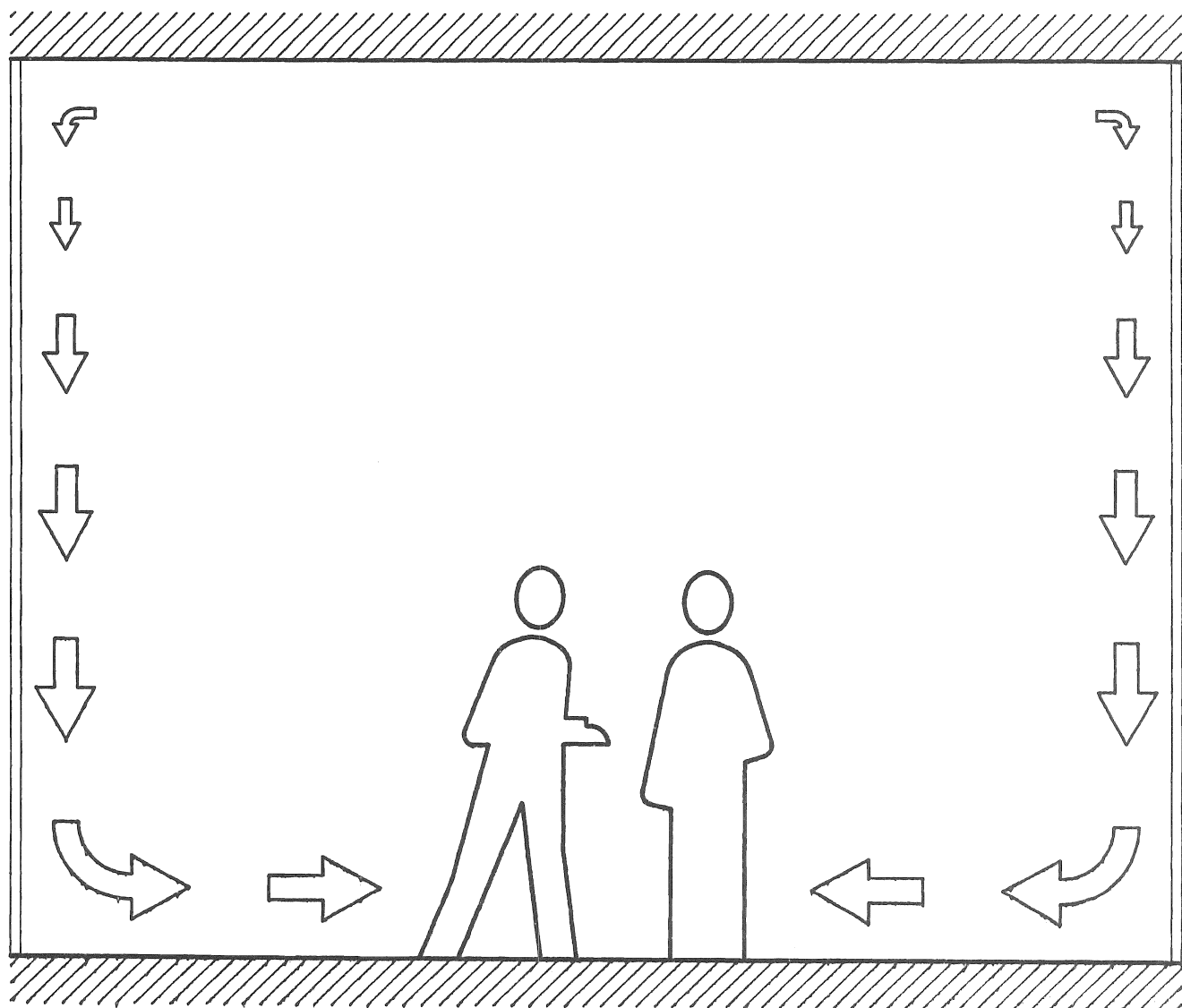
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Kuldenedfald fra kolde flader



SBI-MEDDELELSE 112 · STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT 1996



Kuldenedfald fra kolde flader

KARL TERPAGER ANDERSEN



SBI-meddelelser er foreløbige rapporteringer og beretninger om forundersøgelser, konferencer, symposier mv.

SBI-publikationer udgives i følgende serier: Anvisninger, Rapporter, Meddelelser, Byplanlægning og Beton. Publikationerne fås gennem boghandelen eller ved at tegne et SBI-abonnement. Instituttets årsberetning, publikationskatalog og publiceringsdiskette er gratis og kan rekvireres fra SBI.

SBI-abonnement er en rabatordning med mange fordele for dem, der vil sikre sig løbende orientering om væsentlige udgivelser inden for byggeforskningsområdet. Ring til SBI og hør nærmere.

ISBN 87-563-0912-0.

ISSN 0107-4180.

Pris: Kr. 90,00 inkl. 25 pct. moms.

Oplag: 300.

Tekstbehandling: Hanne Lisa Reder.

Omslag: Henning Holmsted.

Tryk: SBI, Hørsholm.

Statens Byggeforskningsinstitut:

Postboks 119, 2970 Hørsholm.

Telefon 42 86 55 33.

Eftertryk i uddrag tilladt, men kun med kildeangivelsen:

SBI-meddelelse 112: Kuldnedfald fra kolde flader. 1996.

Indhold

Symbolliste	4
Forord	5
Indledning	6
Forhold langs kolde flader	7
Teoretiske forhold	7
Laminar strømning	8
Overgangsforhold	11
Turbulent strømning	13
Målte værdier	15
Formelsæt til brug i praksis	17
Forhold efter den kolde flade	18
Forhold i hjørnerne	20
Forhold langs gulv	22
Det todimensionale tilfælde	22
Det tredimensionale tilfælde	23
Praktiske modforanstaltninger	25
Afslutning	27
Summary	28
Referencer	29

Symbolliste

	Enhed	
B	Bevægelsesmængdestrøm	N
Q	Kølevirkning eller varmetilførsel pr tidsenhed	W
R_i	Indvendig overgangsisolans	$\text{m}^2 \text{K/W}$
T	Absolut temperatur	K
U	Transmissionskoefficient	$\text{W/m}^2 \text{K}$
V	Volumenstrøm	m^3/s
c_p	varmefylde	J/kg K
g	tyngdeacceleration	m/s^2
h	højde af kolde flader	m
t	temperatur	$^{\circ}\text{C}$
v	hastighed	m/s
v_l	hastighedsfaktor	m/s
v_x	maximale hastighed i afstanden x	m/s
x	afstand fra kolde flades overkant eller fra hjørne ved gulv	m
y	vinkelrette afstande fra flade	m
δ	grænselagstykkelse	m
ν	kinematisk viskositet	m^2/s
λ	varmeledningsevne	W/mK

Indices

f :	flade
i :	inde
m :	middel
u :	ude
y :	y-retning

Forord

Kuldenedfald fra kolde væg- eller vinduesflader kan give trækgener langs gulvet i et rums opholdszone. For at kunne etablere hensigtsmæssige modforholdsregler er det derfor væsentligt at kunne fastlægge lufthastigheder og temperaturforhold i de luftstrømme, som kuldenedfaldet fremkalder.

I denne meddelelse behandles detaljeret den teoretiske og eksperimentelle baggrund for et formelsæt til beregning af lufthastigheder og temperaturer langs den kolde flade og langs gulvet. Formelsættet er udviklet med henblik på anvendelse i det integrerede energisimuleringsværktøj, der er under udvikling på SBI.

Der har under arbejdet været en værdifuld kontakt til Aalborg Universitet, og der skal her rettes en tak til civilingeniør, ph.d. Per Heiselberg for udbytterige diskussioner under arbejdets gennemførelse.

Arbejdet er udført med støtte fra Energiministeriets energiforskningsprogram under journalnummer 1213/92-0016. Det henvender sig til forskere og rådgivende ingeniører, der beskæftiger sig med luftstrømningsforhold i bygninger.

Statens Byggeforskningsinstitut
Afdelingen for Energi og Indeklima, december 1995
Erik Christophersen, forskningschef

Indledning

Der vil altid opstå luftstrømme langs en lodret flade, hvis temperatur er forskellig fra rumluftens. Langs en kold flade vil luften strømme nedad og strømmen vil fortsætte hen langs gulvfladen. Hvorvidt kuldenedfaldet resulterer i trækgener, afhænger af den kolde flades placering og udstrækning.

I publikationen behandles detaljeret forholdene langs den kolde flade. Ud over formler for lufthastigheder og temperaturer opstilles der formler for volumenstrøm, bevægelsesmængdestrøm og kølevirkning. Her har specielt de to sidstnævnte størrelser interesse i forbindelse med eventuelle modforanstaltninger.

Dernæst behandles forholdene på strækningen efter dens kolde flade, når den kolde flade er hævet et stykke over gulvet, f.eks. når der er en brystning under en vinduesflade. Endvidere behandles forholdene i hjørnet, hvor den nedadrettede, kolde luftstrøm afbøjes og forsætter langs gulvet.

Ved behandlingen af forholdene langs gulvet skelnes der mellem, om den kolde flade har omtrentlig samme bredde som gulvfladen eller om den er smal i forhold til gulvbredden. Svarende hertil fås henholdsvis et to- eller et tredimensionalt strømningsforløb langs gulvet.

Endelig behandles mulige modforanstaltninger, som kan forhindre trækgener langs gulvet i opholdszonen.

Forhold langs kolde flader

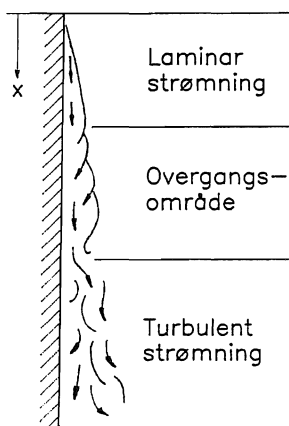
Strømningen langs den kolde flade er en såkaldt naturlig konvektionsstrømning, der alene skyldes massefyldeforskellene i luften nær fladen. Disse forskelle er igen et resultat af varmeafgivelsen til den kolde flade fra de luftlag, der ligger nærmest fladen.

Teoretiske forhold

Strømningen starter ved den kolde flades overkant, og den finder sted i et tyndt grænselag langs fladen. Strømningen vil altid være laminar på den første strækning, hvor luftpartiklerne bevæger sig i lag, der er parallelle med fladen og hvor den eneste udveksling af stof og bevægelsesmængde skyldes molekyllære bevægelser. Forstyrrelser i strømningen fra f.eks. uregelmæssigheder på fladen eller svingninger i omgivelserne bliver dæmpet af friktionen i strømningen. Hvis strømningshastigheden forbliver lille nok eller det strømmende mediums viskositet er stor nok, forbliver strømningen laminar.

Strømningshastigheden vil vokse med afstanden fra fladens overkant. Den vil ligeledes vokse med temperaturforskellen mellem omgivelserluften og fladen. Hvis fladen er tilstrækkelig høj og/eller temperaturdifferensen er tilstrækkelig stor, bliver forstyrrelserne så store at de ikke allesammen bliver dæmpet. Strømningen er da på vej til at blive turbulent, hvor der sker en betydelig udveksling af stof og bevægelsesmængde mellem de enkelte lag. Der skelnes i den sammenhæng mellem en overgangsstrækning og en eventuel efterfølgende strækning med fuldt udviklet turbulent, jf. figur 1.

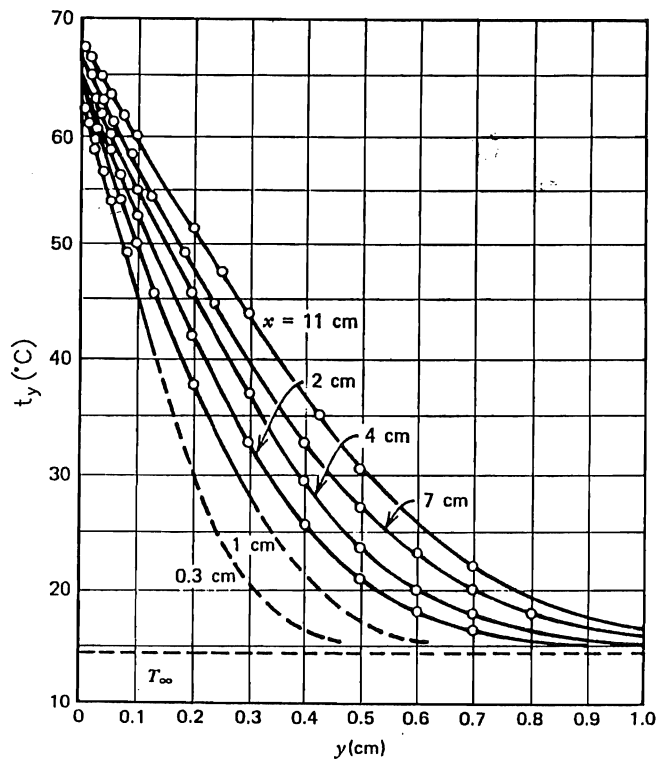
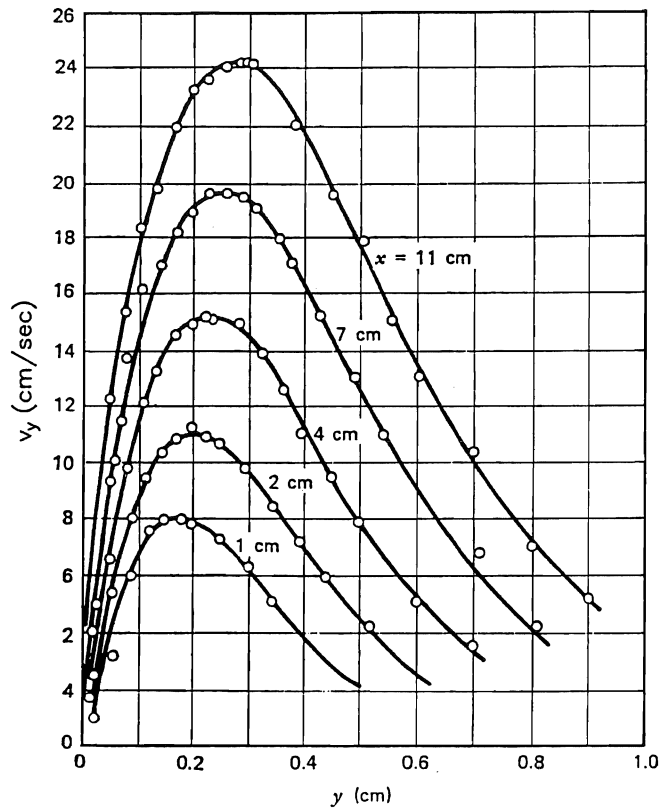
Man vil numerisk set få samme resultat af de teoretiske beregninger hvad enten fladen er koldere eller varmere ved rumluften, idet dette alene betyder et fortegnsskift med hensyn til tyngdekraftens virkning, og det giver igen alene et fortegnsskift i strømningens retning. Dette betyder, at f.eks. hastigheds- og temperaturprofiler målt på varme flader kan anvendes i den teoretiske behandling af strømningens forholdene langs kolde flader.



Figur 1. Laminar, overgangs- og turbulent strømning i forbindelse med kuldene-fald ved lodret vægflade.

Laminar strømning

Ved såvel den laminare som den turbulente strømning vil strømningshastigheden være nul helt inde ved fladen som følge af friktionen, og her vil desuden luftens temperatur være meget nær lig med fladens. På den anden side af grænselaget vil hastigheden ligeledes være (meget

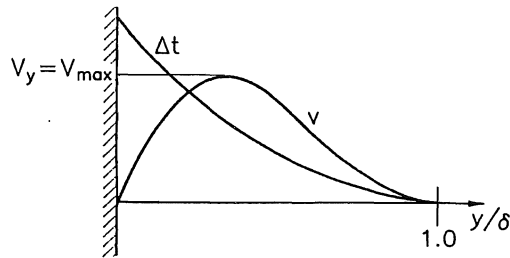


Figur 2. Hastigheds- og temperaturprofiler ved laminar strømning i kuldnefald i afhængighed af afstanden fra strømningens startkant (Welty, 1978).

nær) nul og temperaturen vil være (meget nær) lig med omgivelsesluftens temperatur.

Hastigheds- og temperaturforhold

For laminar strømning langs en varm flade har man målt de på figur 2 viste hastigheds- og temperaturprofiler. Såvel hastigheds- som temperaturprofilerne er omtrentlig ligedannede for forskellige afstande fra startkanten. Ved at erstatte den variable y med en ny variabel y/δ , hvor δ er grænselagstykkelsen, fås de på figur 3 viste profiler for henholdsvis hastigheder og temperaturdifferenser.



Figur 3. Det ligedannede hastigheds- og temperaturprofil ved laminar strømning.

Hastighedsprofilerne kan med god tilnærmelse udtrykkes ved (Eckert og Drake, 1959):

$$v_y = v_1 \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (1)$$

hvor v_1 er en hastighedsfaktor, der afhænger af dels afstanden x fra kanten, hvor konvektionsstrømningen starter, dels differensen mellem den omgivende lufts temperatur og fladens temperatur.

Temperaturprofilet kan udtrykkes ved (Eckert og Drake, 1959):

$$t_y - t_f = (t_i - t_f) \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2$$

eller

$$\Delta t = \Delta t_f \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (2)$$

Ved at opstille en beregningsmængde- og en energiligning for strømmingen med anvendelse af profilerne udtrykt ved (1) og (2) fås (Eckert og Drake, 1959):

$$v_1 = 0,74 (\Delta t_f x)^{1/2} \quad (3)$$

Samme beregninger fører desuden til følgende grænselagstykkelse:

$$\delta = 0,048 (x / \Delta t_f)^{1/4} \quad (4)$$

Hastighedsprofilen har vandret tangent for $y/\delta = 1/3$ og 1,0 og maksimumsværdien for $y/\delta = 1/3$ er

$$v_{y \max} = v_x = (4/27)v_1 = 0,11(\Delta t_f x)^{1/2} \quad (5)$$

Hastighedsprofilens middelværdi kan bestemmes af, idet der indføres $y/\delta = u$:

$$v_m \delta = \int_0^\delta v_y dy = v_1 \delta \int_0^1 u (1 - u)^2 du = \frac{1}{12} v_1 \delta \quad (6)$$

og heraf fås:

$$v_m = (1/12)v_1 = 0,56 v_{\max} \quad (7)$$

Middeltemperaturdifferensen for den i grænselaget strømmende luft kan bestemmes af:

$$\Delta t_m \int_0^\delta v_y dy = \int_0^\delta v_y \Delta t dy \quad (8)$$

Det første integral fås af (6) og for det andet gælder (med $y/\delta = u$):

$$\int_0^\delta v_y \Delta t dy = \int_0^1 v_1 \Delta t_f \delta u(1 - u)^4 du = \frac{1}{30} v_1 \Delta t_f \delta \quad (9)$$

Indsat i (8) fås da:

$$\Delta t_m v_1 y/12 = \Delta t_f v_1 y/30$$

eller

$$\Delta t_m = 0,40 \Delta t_f \quad (10)$$

Volumenstrøm. Bevægelsesmængdestrøm. Kølevirkning

Størrelsen af volumenstrømmen V , bevægelsesmængdestrømmen B og kølevirkningen Q har interesse i forbindelse med etablering af eventuelle modtrænstaltninger.

Volumenstrømmen fås ved brug af (6), (3) og (4):

$$\begin{aligned} V &= \int_0^\delta v_y b dy = v_1 \delta b/12 = (0,74 \cdot 0,048/12)\Delta t_f^{1/4} x^{3/4} b \\ &= 0,0030 x^{3/4} \Delta t_f^{1/4} b \end{aligned} \quad (11)$$

Bevægelsesmængdestrømmen fås af:

$$B = \int_0^{\delta} v_y \rho dV = \int_0^{\delta} v_y^2 \rho b dy = \rho b \int_0^{\delta} v_y^2 dy \quad (12a)$$

Her er (med $y/\delta = u$):

$$\int_0^{\delta} v_y^2 dy = v_1^2 \int_0^1 \delta u^2 (1 - u)^4 du = \frac{1}{105} \delta v_1^2$$

således at der fås ved brug af (3) og (4):

$$\begin{aligned} B &= \rho b v_1^2 \delta / 105 = (1,2 \cdot 0,74^2 \cdot 0,048 / 105) \Delta t_f^{3/4} x^{5/4} b \\ &= 3,0 \cdot 10^{-4} \Delta t_f^{3/4} x^{5/4} b \end{aligned} \quad (12b)$$

Kølevirkningen fås af:

$$Q = \rho c_p \int_0^{\delta} \Delta t b dV = \rho c_p b \int_0^{\delta} \Delta t v_y dy \quad (13a)$$

Ved hjælp af først (9) og derefter af (3) og (4) fås videre:

$$\begin{aligned} Q &= \rho c_p b v_1 \Delta t_f \delta / 30 \\ &= (1,2 \cdot 1010 \cdot 0,74 \cdot 0,048 / 30) \Delta t_f^{5/4} x^{3/4} b \\ &= 1,44 \Delta t_f^{5/4} x^{3/4} b \end{aligned} \quad (13b)$$

Overgangsforhold

Omslaget fra laminar til turbulent strømning bestemmes som tidligere nævnt af strømningshastigheden og af det strømmende mediums viskositet. Her er hastigheden igen afhængig af den tilbagelagte strækning x og af temperaturdifferensen $\Delta t_f (= t_i - t_f)$, jf. (5). Disse størrelser indgår i de to dimensionsløse størrelser, Grashoffs' tal Gr_x og Prandtles tal Pr , der bliver bestemmende for omslagets indtræden.

Grashoffs' tal udtrykker forholdet mellem tyngdekraftens og de viskose kræfters virkning og det er defineret ved:

$$Gr_x = \frac{g (t_i - t_f) x^3}{T_i \nu^2} \quad (14a)$$

hvor g er tyngdeaccelerationen, T_i er lufttemperaturen og ν er luftens kinematiske viskositet.

Prandtl's tal udtrykker forholdet mellem det strømmende mediums specifikke varmekapacitet c_p , dets kinematiske viskositet og dets varmeledningsevne λ . Det er således en ren stofkonstant og det er defineret ved:

$$Pr = \frac{\nu c_p}{\lambda} \quad (14b)$$

For luft i temperaturområdet -20°C til 50°C ligger Pr -tallet i området $0,70 - 0,72$ og det er derfor rimeligt at anvende $Pr = 0,71$ i det aktuelle temperaturområde.

Man har fundet, at strømmingen ophører med at være ren laminar, når $Gr_x Pr \sim 10^8$, og den er fuldt turbulent når $Gr_x Pr \sim 10^{10}$. (Schlichting, 1987). Hvor omslaget fra laminar til turbulent strømning omtrentlig finder sted, kan med rimelig tilnærmelse bestemmes ved først at finde temperaturdifferensen mellem flade og luften og derefter bruge (14a) med værdien $Gr_x \sim 10^9$

Temperaturdifferensen kan med rimelig tilnærmelse bestemmes ud fra følgende varmebalancebetragtning:

$$(t_i - t_f)/R_i = (t_i - t_u) U \quad (14c)$$

hvor R_i er den indvendige overgangsisolans og U er varmetransmissionskoefficienten for den konstruktion, som den kolde flade indgår i. Af (14c) fås da:

$$t_i - t_f = \Delta t_f = R_i U (t_i - t_u) = R_i U \Delta t_{iu} \quad (14d)$$

Med brug af (14a) fås videre, idet $g = 9,82 \text{ m/s}^2$, $T_i = 293 \text{ K}$ og $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$:

$$\frac{9,82 R_i U \Delta t_{iu} x^3}{293 (15 \cdot 10^{-6})^2} = 10^9 \quad (14d)$$

hvoraf fås:

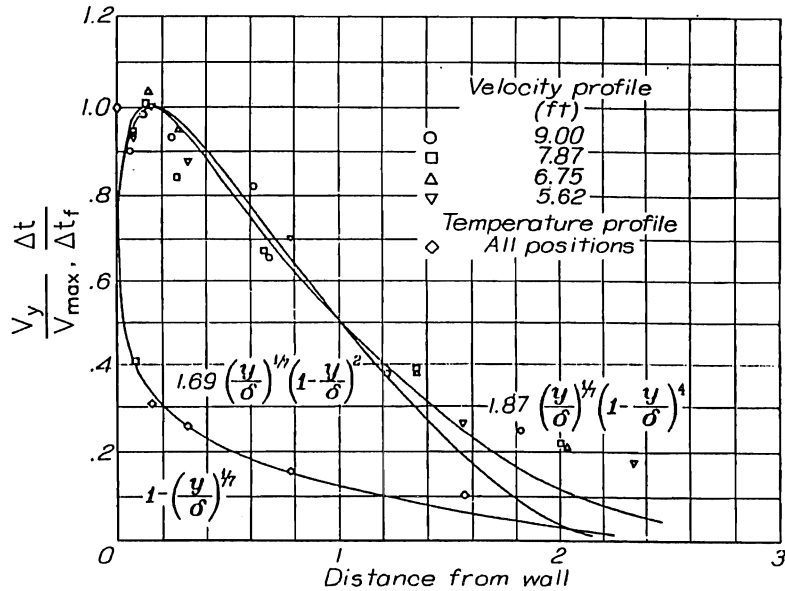
$$x = 0,28 \left(\frac{T_i}{R_i U \Delta t_{iu}} \right)^{1/3} \quad (14c)$$

Overgangsisolansen afhænger dels af temperaturdifferensen dels af hvor på fladen man befinder sig. I det følgende vil der blive regnet med en gennemsnitsværdi på $R_i = 0,13 \text{ m}^2\text{K/W}$. Det skal i den forbindelse bemærkes at en fejlvurdering på 50% kun giver en fejl på x -værdien i (14e) på ca. 15%.

For en 2-lags termorude med $U = 2,5 \text{ W/m}^2\text{K}$ og med $\Delta t_{iu} = 20 - (-5) = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ fås eksempelvis $x = 0,9 \text{ m}$. For en ydervæg med $U = 0,3 \text{ W/m}^2\text{K}$ fås tilsvarende $x = 1,9 \text{ m}$.

Turbulent strømning

I det turbulente område har man målt lignedannede hastigheds- og temperaturprofiler som vist på figur 4. Det ses, at hastighedsprofilet rykker nærmere væggen i det turbulente end i det laminar tilfælde. Det skyldes at der medrives mere luft fra omgivelserne, og denne luft skal sættes op i hastighed, hvortil anvendes kinetisk energi fra grænselagsstrømmen.



Figur 4. Det lignedannede hastigheds- og temperaturprofil ved turbulent strømning. For hastighedsprofilerne er afstandsenheden bestemt af, at $v_y/v_{max} = 0,5$ for afstanden 1. For temperaturprofilet er den bestemt af, at $\Delta t/\Delta t_f = 0,2$ for afstanden. (Eckert og Jackson, 1951).

De to profiler kan med god tilnærmelse udtrykkes ved (Eckert og Jackson, 1951):

$$v_y = v_1 \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right)^4 \quad (15)$$

og

$$\Delta t = \Delta t_f \left(1 - \left(\frac{y}{\delta} \right)^{1/7} \right) \quad (16)$$

Ved at opstille en bevægelsesmængde- og en energiligning med brug af hastigheds- og temperaturprofilerne udtrykt ved (15) og (16) finder man (Fanger 1965):

$$v_1 = 0,187 (\Delta t_f x)^{1/2} \quad (17)$$

Samme beregninger fører til grænselagstykkelsen:

$$\delta = 0,11 \Delta t_f^{-0,1} x^{0,7} \quad (18)$$

Hastighedsprofilen har vandret tangent for $y/\delta = 1/29$ og 1,0 og maksimumsværdien for $y/\delta = 1/29$ er:

$$v_{\max} = v_x = 0,54 v_1 = 0,10 (\Delta t_f x)^{1/2} \quad (19)$$

Hastighedsprofilens middelværdi bestemmes af, når der indføres $y/\delta = u$:

$$v_m \delta = \int_0^\delta v_y dy = \int_0^1 \delta v_1 u^{1/7} (1-u)^4 du = 0,146 \delta v_1 \quad (20a)$$

og heraf fås ved brug af (19):

$$v_m = 0,146 v_1 = 0,27 v_{\max} \quad (20b)$$

Middeltemperaturdifferensen i den strømmende luft kan fås af en ligning analog til (8). Det første integral er her allerede bestemt af (20a) og for det andet integral fås med $y/\delta = u$ (Eckert og Jackson, 1951):

$$\begin{aligned} \int_0^\delta v_y \Delta t dy &= \int_0^1 v_1 \Delta t_f \delta u^{1/7} (1-u)^4 (1-u^{1/7}) du \\ &= 0,0366 v_1 \Delta t_f \delta \end{aligned} \quad (21a)$$

Der fås da videre:

$$0,146 \delta v_1 \Delta t_m = 0,0366 v_1 \Delta t_f \delta$$

og heraf:

$$\Delta t_m = 0,25 \Delta t_f \quad (21b)$$

Volumenstrøm. Bevægelsesmængdestrøm. Kølevirkning

Man kan nu bestemme volumenstrøm, bevægelsesmængdestrøm og kølevirkning som funktion af strækningen x , temperaturdifferensen Δt_f og den kolde flades bredde b .

Volumenstrømmen kan fås ved brug af (20b), (17) og (18):

$$\begin{aligned} V &= v_m \delta b = 0,146 \cdot 0,187 \cdot 0,11 \Delta t_f^{0,4} x^{1,2} b \\ &= 0,0030 \Delta t_f^{0,4} x^{1,2} b \end{aligned} \quad (22)$$

Bevægelsesmængdestrømmen kan bestemmes af et udtryk analogt til (12a) og her er (Eckert og Jackson, 1951):

$$\int_0^{\delta} v_y^2 dy = v_1^2 \int_0^1 \delta u^{2/7} (1-u)^8 du = 0,0523 v_1^2 \delta \quad (23)$$

Videre fås da:

$$\begin{aligned} B &= 0,0523 \rho v_1^2 \delta = 0,0523 \cdot 1,2 \cdot 0,187^2 \cdot 0,11 \Delta t_f^{0,9} x^{1,7} b \\ &= 2,4 \cdot 10^{-4} \Delta t_f^{0,9} x^{1,7} b \end{aligned} \quad (24)$$

Kølevirkningen kan bestemmes af et udtryk analogt til (13a) og der fås ved brug af (21a):

$$Q = 0,0366 c_p \rho b v_1 \Delta t_f \delta$$

og videre ved brug af (17) og (18):

$$\begin{aligned} Q &= 0,0366 \cdot 1010 \cdot 1,2 \cdot 0,187 \cdot 0,11 \Delta t_f^{1,4} x^{1,2} b \\ &= 0,91 \Delta t_f^{1,4} x^{1,2} b \end{aligned} \quad (25)$$

Målte værdier

For korte, opvarmede flader har man fundet god overensstemmelse mellem teoretiske og målte maksimumshastigheder.

For større, lodrette flader viser målinger af maksimumshastighederne, at de både i det laminare og det turbulente område kan udtrykkes på formen:

$$v_{\max} = v_x = k (\Delta t_f x)^{1/2} \quad (26)$$

hvilket er i overensstemmelse med den teoretisk fundne afhængighed af Δt_f og x . Men der er en del spredning på den fundne konstant k som det fremgår af tabel 1.

Howarth et al. (1972) bemærker til deres måleresultater, at der optræder luftstrømninger i rummet, som kan øge medrivningen tæt på grænselagsstrømningen og dermed nedsætte strømningens maksimalhastighed, og at dette kan være grunden til, at de målte hastigheden ligger på ca. 75% af de teoretisk beregnede. Billington (1966) gør sig nogle tilsvarende overvejelser i en omtale af Kleiners måleresultater (1963) for en 1,7 m kold vægflade. Endelig foreslår Shillinglaw (1977) ud fra egne målinger, at $k=0,077$ for vinduer med en højde under 1,7 m og $k=0,051$ for vinduer højere end 1,7 m.

Måleresultaterne i tabel 1 er indrangeret efter fladehøjde for at se på denne højdes eventuelle indflydelse. Desuden er der givet en markering

Tabel 1. Hastighedskonstanten fastlagt ud fra målte hastigheder under forskellige forhold.

Reference	Fladehøjde <i>h</i> , m	Temperatur- differens Δt_f , K	Hastighedskonstant, <i>k</i>		Bemærkninger
			Laminart område	Turbulent område	
Billington (1966)	0,6	26	0,085		
	0,6	42	0,090		
Shillinglaw (1977)	0,9	6-12	0,077 ³⁾		
Redegren og Wiberg (1973)	1,0	7,0	0,095		Klimakammer Klimakammer
	1,0	14,5		0,10	
Lilja (1966)	1,2	13		0,084	Sideværts afskærmning omkring flade
Kleiner (1963)	1,7	12		0,08 ²⁾	
Howarth et. al (1972)	1,9	1,5	0,090		Afskærmet område omkring flade
	1,9	5,3		0,075	
Kriegel (1973)	2,1	1)	0,11 ³⁾		
	2,1	1)		0,095 ⁴⁾	
Shillinglaw (1977)	2,2	2-10		0,051 ²⁾	
Heiselberg (1993)	3,0	4-10		0,07	

1) ikke opgivet 2) usikre data 3) $Gr \sim 10^8$ 4) $Gr \sim 10^{10}$

af, hvor kontrollerede forsøgsbetingelserne har været. Dvs. om målingerne er foretaget i et klimakammer eller om et i øvrigt stort rum er blevet afgrænset omkring målefladen for at reducere påvirkningerne fra andre luftstrømninger i rummet.

Man kan ikke ud fra de i tabellen viste resultater udlede en sammenhæng mellem *k*-værdi og fladehøjde og heller ikke mellem *k*-værdi og temperaturdifferens. Der er dog nogle andre tendenser, som skal nævnes:

- Kontrollerede forhold giver større *k*-værdier og dermed større maksimalhastigheder.
- Under laminare forhold ligger *k*-værdien nogenlunde konstant på ca. 0,09 eller ca. 80% af den teoretiske værdi på 0,11.
- Ses der for det turbulente område bort fra de resultater, hvor man har søgt at eliminere rumluftens indflydelse og desuden de resultater hvor angivelserne er usikre, fås en hastighedskonstant på 0,07-0,08.

Der er kun foretaget få målinger af grænselagstykkelsen. Målinger udført af Kleiner (1963) viser grænselagstykkelser, der er ca. 10% større end de teoretisk beregnede.

Formelsæt til brug i praksis

Der må under praktiske forhold regnes med hastigheder, der er mindre end de teoretiske både i det laminare og det turbulente område, og årsagen må antages at være, at luftstrømninger i de nærmeste omgivelser har en reducerende virkning.

De reducerede hastigheder medfører reduktioner i volumenstrøm, bevægelsesmængdestrøm og kølevirkning. I volumenstrøm og i kølevirkning indgår hastigheden i 1. potens, medens den i bevægelsesmængdestrømmen indgår i 2. potens, således at reduktionsfaktoren for disse størrelser bliver henholdsvis (v_{pr}/v_{teo}) og $(v_{pr}/v_{teo})^2$.

For laminar forhold kan den praktiske hastighedskonstant k i (26) sættes til 0,090 således at reduktionsfaktoren v_{pr}/v_{teo} bliver 0,090/0,11 \sim 0,8.

For turbulente vil den praktiske hastighedskonstant ligge i området 0,07-0,08. I Dansk Standard DS 474 (Norm for specifikation af termisk indeklime, 1993) er der anført $k=0,07$ som en overslagsværdi. Denne værdi kan med rimelighed også anvendes til mere direkte dimensioneringsformål, og der fås da en reduktionsfaktor v_{pr}/v_{teo} på 0,07/0,10 = 0,7.

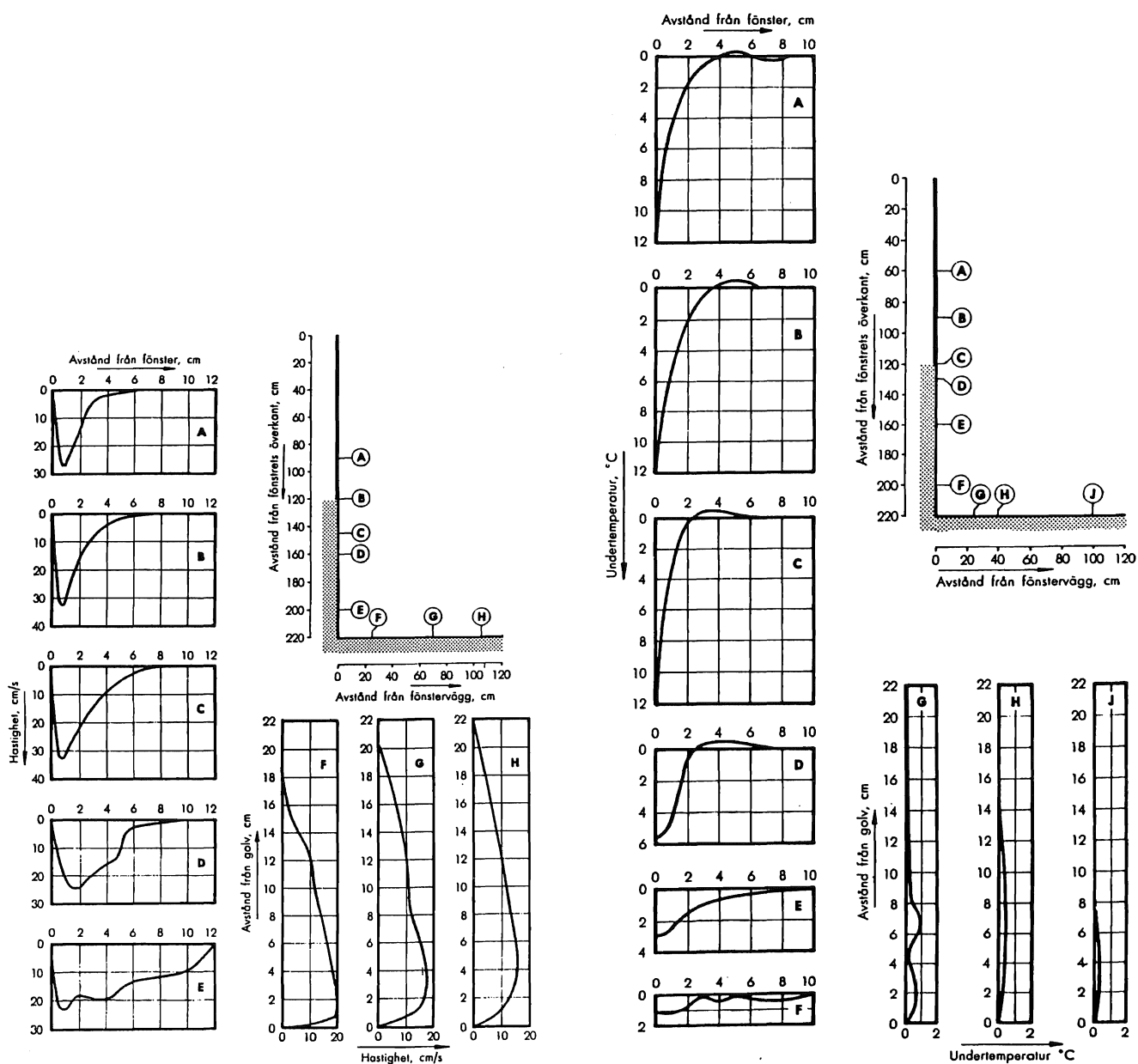
Med de nævnte reduktionsfaktorer fås til brug i praksis de formeludtryk som er anført i tabel 2, når det antages, at de virkelige grænselagstykkelser svarer til de teoretiske værdier.

Tabel 2. Formeludtryk til brug i praksis.

	Laminar strømning		Turbulent strømning	
	Teoretisk koff.	Praktisk udtryk	Teoretisk koff.	Praktisk udtryk
Hastighed, max, v_x , m/s	0,11	$0,09 (x \Delta t_f)^{1/4}$	0,10	$0,07 (x \Delta t_f)^{1/4}$
Hastighed, middel, v_m , m/s	0,062	$0,050 (x \Delta t_f)^{1/4}$	0,027	$0,019 (x \Delta t_f)^{1/4}$
Grænselagstykkelse, δ , m	0,048	$0,048 (x/\Delta t_f)^{1/4}$	0,11	$0,11 x^{0,7} \Delta t_f^{-0,1}$
Volumenstrøm, V , m ³ /s	0,0030	$0,0024 x^{3/4} \Delta t_f^{1/4} b$	0,0030	$0,0021 x^{1,2} \Delta t_f^{0,4} b$
Bevægelsesmængdestrøm, B , N	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4} x^{5/4} \Delta t_f^{3/4} b$	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4} x^{1,7} \Delta t_f^{0,9} b$
Kølevirkning, Q , W	1,44	$1,2 x^{3/4} \Delta t_f^{5/4} b$	0,91	$0,64 x^{1,2} \Delta t_f^{1/4} b$

Forhold efter den kolde flade

Mellem den kolde flade og gulvet kan der være et stykke fast væg, f.eks. en brystning under et vindue. Strømningen vil fortsætte ned langs denne væg og vil optage varme fra væggen. Desuden vil der fortsat være en medrivning af rumluft. Strømningens temperatur vil dog fortsat ligge under rumluftens, således som det fremgår af målinger udført af Lilja (1966), og som er vist på figur 5.



Figur 5. Hastigheds- og temperaturmålinger langs vindue, brystning og gulv ved koldenedfald (Lilja, 1966).

Den fortsatte undertemperatur vil principielt give en fortsat - om end mindre - acceleration og dermed en fortsat stigende hastighed for luftstrømmen. Men hastighedsstigningen modvirkes af medrivningen af luft fra omgivelserne samt af temperaturstratificeringen i selve rummet med den koldeste luft nærmest gulvet. Endelig vil der ske en opbremsning nærmere ved gulvet, som følge af at luftstrømningen skal skifte retning.

Hastighedsmålinger udført af Lilja (1966) viser, jf. figur 5, en uændret maksimalhastighed de første 0,25 m og derefter aftager hastigheden nærmest lineært ned mod gulvet. Man har en tilsvarende situation for luftstrømningsforholdene over en radiator blot med modsat retning. Også her viser målinger, at hastigheden holder sig omtrentlig konstant efter at have passeret radiatoren (Nielsen, 1994). Endelig har Heiselberg (1993) fundet svagt stigende lufthastigheder det første stykke under en kold flade.

Alt i alt må det antages at lufthastigheden umiddelbart efter en kold flade er omtrentlig konstant og lig med hastigheden ved den kolde flades underkant. Længere nede vil hastigheden aftage. Hvornår skiftet fra konstant til aftagende hastighed finder sted er der ikke fundet oplysninger om.

Forhold i hjørnerne

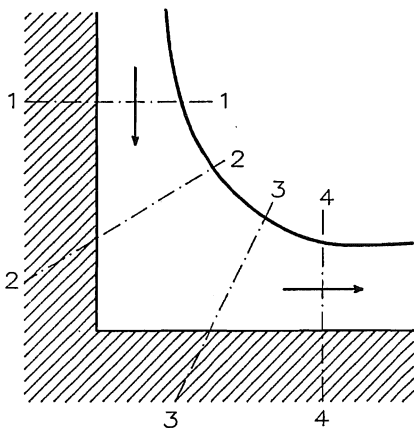
Som hjørneområde betragtes her det område, der starter, hvor strømningshastigheden begynder at aftage, (snit 1-1 på figur 6) og det slutter et lille stykke henne ad gulvet, hvor hastigheden er størst (snit 4-4 på figur 6). I dette område vil der på strækningen 1-1 til 2-2 ske en opbremsning, hvor hastigheden omdannes til tryk og hvor trykket derfor vil være stigende. Senere, d.v.s. på strækningen 3-3 til 4-4, vil der ske en acceleration, hvor tryk omdannes til hastighed og hvor trykket derfor vil være aftagende. I området mellem 2-2 og 3-3 vil hastigheden være nogenlunde konstant, og helt ude i hjørnerne vil der være et stagnationsområde med hastigheden nul. For at opfylde massebalanceligningen vil der yderligere ske følgende i hjørneområdet:

1. Stråletværsnittet udvides på strækningen 1-1 til 2-2.
2. Stråletværsnittet indskrænkes på strækningen 3-3 til 4-4.
3. Strålesværsnittet øges generelt på strækningen 1-1 til 4-4 som følge af medrivningen af rumluft gennem grænsefladen 1-4.

Endelig kan der optræde følgende:

4. En hvirveldannelse inde i hjørnet som følge af en separation af grænselaget, idet strømmingen her sker mod et stigende tryk

Punkterne 1 og 2 svarer til henholdsvis en udvidelse og en indsnævring i en rørstrømning og dette medfører altid et energitab (af størrelsesorden 5-10% svarende til et modstandstal på 0,05-0,10). Punktet 3 vil betyde en nedsat hastighed og endelig vil punktet 4 medføre yderligere energitab.



Figur 6. Grov opdeling af strømmingen i hjørneområdet i forbindelse med kuldeneffald.

Skønnes et energitab på i alt 20% (pkt. 1, 2 og 4) og en generel hastighedsreduktion på 10% (pkt. 3) fås:

$$v_{4\max} \sim 0,80^{1/2} \cdot 0,90 v_{1\max} \sim 0,8v_{1\max}$$

Med dette skøn fås således en hastighedsreduktion på 20%, og dette er i god overensstemmelse med målinger udført af Heiselberg, der fandt $k \sim 0,07$ for hastighederne lige før hjørnet (Heiselberg, 1993) og $k \sim 0,055$ for hastighederne lige efter hjørnet (Heiselberg, 1994).

Forhold langs gulv

I det videre strømningsforløb langs gulvet skal der skelnes mellem et todimensionalt og et tredimensionalt tilfælde. Det todimensionale tilfælde optræder, når den kolde flade har samme bredde som gulvet eller når der f.eks. er tætsiddende vinduer i hele væggenes bredde. Det tredimensionelle optræder når den kolde flade er smal i forhold til gulvbredden.

Måling af gulvstrømningens hastighedsprofiler viser (Heiselberg, 1994), at de har en del til fælles med vægstrålers hastighedsprofiler med en maksimalværdi et lille stykke over gulvet. Dette gælder både i det to- og det tredimensionelle tilfælde, og det er denne maksimale hastighed, der angives i det følgende.

Det todimensionale tilfælde

Der er fundet måleresultater for det todimensionale tilfælde hos Lilja (1966) og Heiselberg (1994). Lilja har kun målt over en strækning på indtil 1 m fra vægfladen, medens Heiselberg har målt over en strækning på 4 m. I tabel 3 er der foretaget en sammenligning af de to forfatteres resultater på den første meter fra væggen, og som det ses er der god overensstemmelse.

Heiselberg finder ved analysen af sine måleresultater, at man kan skelne mellem følgende zoner, efterhånden som man fjerner sig fra væggen:

- en overgangszone lige ved væggen, hvor strømningen skifter retning
- derefter en zone med en strømning, der minder om strømningen i en vægstråle, hvor der medrives luft fra omgivelserne og hvor maksimalhastigheden aftager omvendt proportionalt med afstanden fra væggen
- endelig en zone med en lagdelt strømning, hvor der så godt som ikke sker nogen medrivning af luft og hvor maksimalhastigheden derfor holder sig omtrentlig konstant.

Tabel 3. Målte hastigheder langs gulvet i det todimensionale tilfælde.

Afstand fra væg, m	0,25	0,70	1,0
Lilja (1966):			
v_{\max} , m/s	0,20	0,17	0,16
$v_{\max} / (h \Delta t_f)^{1/2}$	0,053	0,045	0,042
Heiselberg (1994):			
$v_{\max} / (h \Delta t_f)^{1/2}$	0,055	0,045	0,042

1) $(h \Delta t_f)^{1/2} = (12 \cdot 1,2)^{1/2} = 3,8$

Svarende hertil finder Heiselberg, at hans måleresultater med god tilnærmelse kan udtrykkes ved, idet h er den kolde flades højde er h og x er afstanden fra hjørnet:

$$\frac{v_{\max}}{(h \Delta t_f)^{1/2}} = 0,055 \quad \text{for } x < 0,4 \text{ m}$$

$$\frac{v_{\max}}{(h \Delta t_f)^{1/2}} = \frac{0,095}{x+1,3} \quad \text{for } 0,4 \leq x \leq 2,0 \text{ m}$$

$$\frac{v_{\max}}{(h \Delta t_f)^{1/2}} = 0,030 \quad \text{for } x > 2,0 \text{ m}$$

Temperaturmæssigt finder Heiselberg (1994) at mindstetemperaturen i strømmingen langs gulvet kan udtrykkes ved:

$$\Delta t_{\max} / \Delta t_f = 0,30 - 0,035 x$$

At temperaturdifferensen straks ved gulvet reduceres til ca. 1/3 af differensen mellem rumluften og den kolde flade kan skyldes den "omrøring" der finder sted under retningsskiftet i hjørnet, idet faktoren 0,30 svarer godt til strømmingens middeltemperatur før hjørnet, jf. (21b).

Lilja (1966) målte væsentlig mindre temperaturdifferenser langs gulvet, som det ses på figur 5, og det må skyldes den temperaturstigning, der i hans målinger fortsat finder sted ved strømmingen ned langs brystningen.

Det tredimensionale tilfælde

Der er fundet hastighedsmålinger for det tredimensionale tilfælde hos Shillinglaw (1977) og Heiselberg (1994). Førstnævnte har målt indtil 1,5 m fra væggen og sidstnævnte indtil 4 m fra væggen. I tabel 4 er nogle af Shillinglaws målinger sammenlignet med Heiselbergs. Det ses at efter 1 m fra væggen er Heiselbergs hastigheder en del højere end Shillinglaws.

Heiselberg finder nogenlunde de samme zoner som i det todimensionale tilfælde, dog således at hastigheden for $x > 0,4$ m er vedvarende

Tabel 4. Målte hastigheder langs gulvet i det tredimensionale tilfælde.

Afstand fra væg, m	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
Shillinglaw (1977):						
v_{\max} , m/s	0,25	0,20	0,18	0,17	0,14	0,10
$v_{\max} / (h \Delta t_f)^{1/2}$	0,059	0,048	0,043	0,040	0,033	0,24
Heiselberg (1994):						
$v_{\max} / (h \Delta t_f)^{1/2}$	0,055	0,052	0,47	0,043	0,40	0,037

$$1) (h \Delta t_f)^{1/2} = (2,2 \cdot 8)^{1/2} = 4,2$$

aftagende som følge af, at strømningerne hele tiden kan brede sig ud til siderne. Han finder at hans resultater med god tilnærmelse kan udtrykkes ved:

$$\frac{v_{\max}}{(h \Delta t_f)^{1/2}} = 0,055 \quad \text{for } x < 0,4 \text{ m}$$

$$\frac{v_{\max}}{(h \Delta t_f)^{1/2}} = \frac{0,13}{x+2,0} \quad \text{for } x \geq 0,4 \text{ m}$$

Temperaturmæssigt måler Heiselberg omtrentlig samme temperaturdifferenser som i det todimensionale tilfælde, medens Shillinglaw måler noget højere værdier.

Praktiske modforanstaltninger

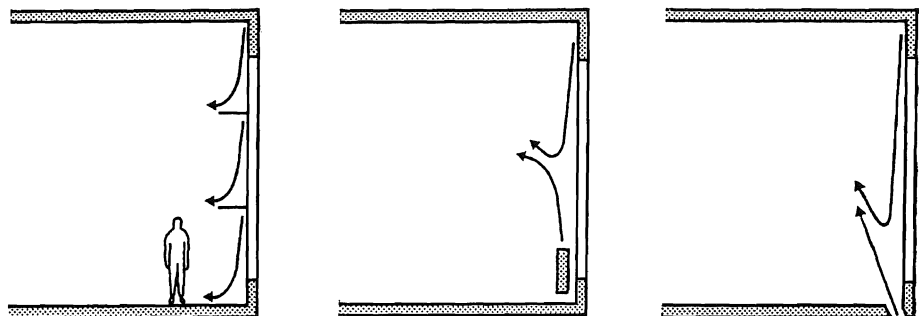
Trækproblemer kan undgås ved at etablere nogle hensigtsmæssige modforanstaltninger, som vist på figur 7, dvs.:

- Sprosser (eller fremspring) der opdeler den kolde flade i mindre flader.
- Opvarmning med radiatorer placeret ved underkanten af den kolde flade. Ved høje, kolde flader, kan fladen opdeles af flere radiatorrækker.
- Indblæsning af varm ventilationsluft nedefra og opefter.

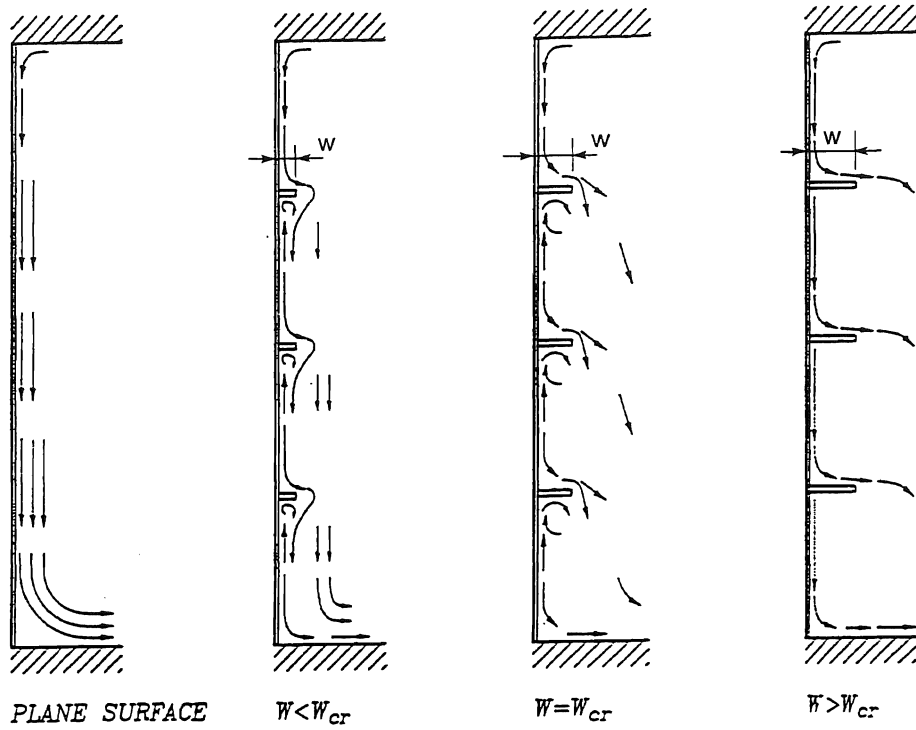
Vandrette sprossers effekt er undersøgt af Heiselberg et al., (1995). Undersøgelserne viser, at effekten er størst ved en passende stor sprosseafstand, så kuldestrømmen forlader den kolde flade og ikke blot klæber sig til fladen igen efter at have passeret sprossen. Desuden spiller sprossens vandrette bredde ind som vist på figur 8. Foreløbige resultater tyder på, at sprosseafstanden skal være op mod 2 m og at sprossebredden skal være ca. 0,25 m.

Radiatorer skal kunne afgive en effekt der er mindst lige så stor som den nedfaldende lufts kølevirkning. Den afgivne varmeeffekt fra en radiator kan bestemmes af (13b) eller (25) afhængigt af om strømmingen langs varmemfladen er laminar eller turbulent. Da er x højden af radiatorens varmemflade og b er varmemfladens bredde. Den fundne varmeeffekt skal multipliceres med antallet af varmemflader. Man kan endelig afgøre om den resulterende strøm vil være opad- eller nedadrettet ved at beregne de to strømningers samlede bevægelsesmængdestrøm, og hvor radiatorens bevægelsesmængdestrøm kan bestemmes af (12b) eller (24).

Indblæst ventilationsluft skal have en bevægelsesmængdestrøm, der er større end kuldenedfaldets, så man får kuldenedfaldet ført op over opholdszonen. Der anbefales yderligere en indblæsningsretning, der danner vinklen 15 - 20° med lodret (Ventilation Ståbi, 1988).



Figur 7. Foranstaltninger mod trækgener ved kuldenedfald (Valbjørn, 1983).



Figur 8. Sprosebreddens betydning for strømningsforløbet langs kold flade (Heiselberg et al., 1995).

Afslutning

Strømningen langs en kold flade er en såkaldt naturlig konvektionsstrømning fremkaldt af massefyldeforskellene i luften langs fladen. De strømningsforhold der optræder langs fladen og langs gulvet vil være bestemt af differensen mellem rumluftens og fladens temperatur samt af den kolde flades højde.

Den kolde flade kan være hævet et stykke over gulvet. I sådanne tilfælde bliver der et fladestykke under den kolde flade (f.eks. en brystning under et vindue), der sammen med hjørneområdet vil kunne influere på forholdene langs gulvet.

Forholdene langs den kolde flade findes grundigt belyst både teoretisk og eksperimentelt i litteraturen. Det er derfor muligt at opstille et pålideligt formelsæt til brug i praksis for den nedfaldende, kolde lufts hastighed, volumenstrøm, bevægelsesmængdestrøm og kølevirkning, jf. tabel 2.

For forholdene langs en efterfølgende flade samt i hjørneområdet foreligger der enkelte målinger, som groft beskriver forholdene i disse områder.

Forholdene langs gulvet findes belyst gennem en del eksperimentelt arbejde, hvorimod der ikke er foretaget nogen egentlig teoretisk behandling, der direkte knytter forholdene langs gulvet sammen med forholdene langs den kolde flade. Det eksperimentelle arbejde gør det muligt at opstille erfaringsformler for hastigheder og temperaturer for strømningen langs gulvet.

Det er muligt at reducere eller helt eliminere de trækgener som kuldenedfaldet kan fremkalde i gulvniveau. Dette kan ske ved en række foranstaltninger i form af sprosser, radiatorer og indblæsning af varm luft. I forbindelse med de to sidstnævnte foranstaltninger kan brugen af formlerne for bevægelsesmængdestrøm og kølevirkningen medvirke til at sikre, at foranstaltningerne får den ønskede virkning.

Summary

SBI Bulletin 112: Cold down-draught from cold surfaces

On cold vertical surfaces, a downward flow of cold air occurs, which continues out over the floor. It is important to be able to determine the velocity and temperature conditions on both the cold surface and the floor in order to determine whether the downward flow of cold air causes draughts and, if so, what countermeasures can be taken.

The report deals with the conditions on the cold surface, on a subsequent surface, at the corner just above the floor and, lastly, over the floor itself.

The theory for flow on cold surfaces is reviewed, and the theoretical conditions are compared with measured values. On this basis, a corrected set of formulas for practical purposes is presented for the velocity, the volumetric flow, the momentum and the cooling effect of the cold down-draught.

The conditions on any vertical section under the cold surface are then examined, together with the conditions at the corner of the floor, where the cold air flow is bent.

The conditions down on the floor are also discussed. On the basis of existing experimental data, empirical formulas can be set up for the velocity and temperature of the flow along the floor.

Lastly, a number of measures against draughts are described. These include bars across the vertical surface, radiators and injection of warm air.

Referencer

- Billington, N.S.: Air movement over hot or cold surfaces. Laboratory report No. 29, HVRA, 1966.
- DS 474: Norm for specifikation af termisk indeklima. Dansk Standard, 1993.
- Eckert, E.R.G. og Drake, R.M.: Heat and Mass Transfer. McGraw-Hill, 1959.
- Eckert, E.R.G. og Jackson, T.W.: Analysis of turbulent free-convection boundary layer on flat plate. National Advisory Committee for Aeronautics, report 1015. Cleveland, Ohio, 1951.
- Fanger, P.O.: Termiske luftstrømninger langs vinduer og kolde vægge. Ingeniøren nr. 19, p. 580-584, 1964.
- Heiselberg, P.: Aalborg Universitetscenter. Personlig kontakt, 1993.
- Heiselberg, P.: Stratified flow in rooms with cold vertical walls. ASHRAE Winter meeting, New Orleans, USA, 1994.
- Heiselberg, P., Overby, H. og Bjørn, E.: Energy-efficient measures to avoid downdraft from large glazed facades. ASHRAE Summer meeting, San Diego, USA, 1995.
- Howarth, A.T. et al.: Air movement in an enclosure with a single heated wall. B.S.E. vol. 40, p. 149-156, 1972.
- Kleiner, G.: Thermisch bedingte Luftbewegungen. Heiz.-Lüft.-Haustech. (14) nr. 1, p. 22-23, 1963.
- Kriegel, B.: Kaltluftabfall an Abkühlungsflächen. Klima-Kälte-Technik vol. 4, p. 82-86, 1973.
- Nielsen, P.V.: Aalborg Universitetscenter. Personlig kontakt, 1994.
- Lilja, G.: Kallras - inte så farligt som det låter. Svensk VVS, Stockholm, hefte 9, side 499-506, 1966.
- Redegren, N. og Wiberg, T.: Kallras - en eksperimental undersökning. KTH. Inst. f. uppvärmnings- och ventilationsteknik. Tekniske meddelanden, nr. 20, 1973.
- Schlichting, H.: Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill Inc., New York, 1987.

Shillinglaw, J.A.: Cold window surfaces and discomfort, BSE vol. 45, side 43-51, 1977.

Valbjørn, O.: Ventilation i industrien. SBI-anvisning 106, 2. udgave, Statens Byggeforskningsinstitut, 1983.

Ventilation Ståbi. Teknisk forlag, 1988.

Welty, J.R.: Engineering Heat Transfer. John Wiley and Sons, New York, 1978.

I meddelelsen gennemgås detaljeret de teoretiske forhold langs en kold flade, og der opstilles et formelsæt til brug i praksis til bestemmelse af kuldene-faldets volumenstrøm, bevægelsesmængdestrøm og kølevirkning. Desuden gennemgås forholdene langs gulv ud fra foreliggende forsøgsdata, og der angives formler for gulvstrømningens hastighed og temperatur. Endelig beskrives mulige foranstaltninger mod trækgener i form af sprosser, radiatorer og indblæst varm luft. – Meddelelsen henvender sig til forskere og rådgivende ingeniører, der beskæftiger sig med luftstrømnings- og komfortforhold i bygninger.