



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Opdriftventilation 1

Litteraturstudium

Terpager Andersen, Karl

Publication date:
2012

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Terpager Andersen, K. (2012). *Opdriftventilation 1: Litteraturstudium*. SBI forlag.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

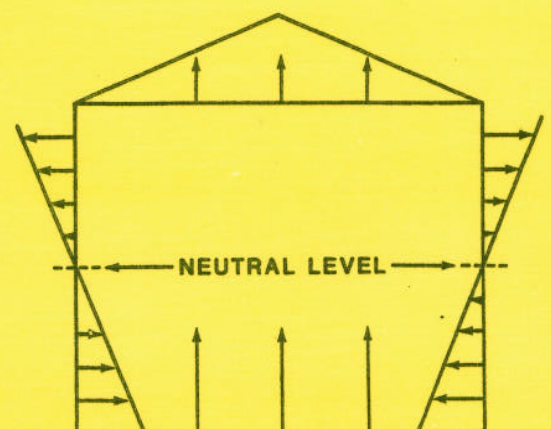
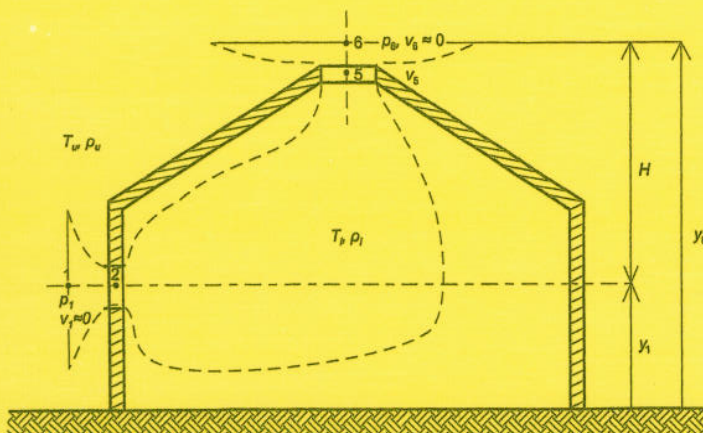
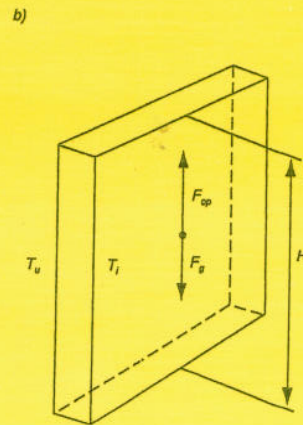
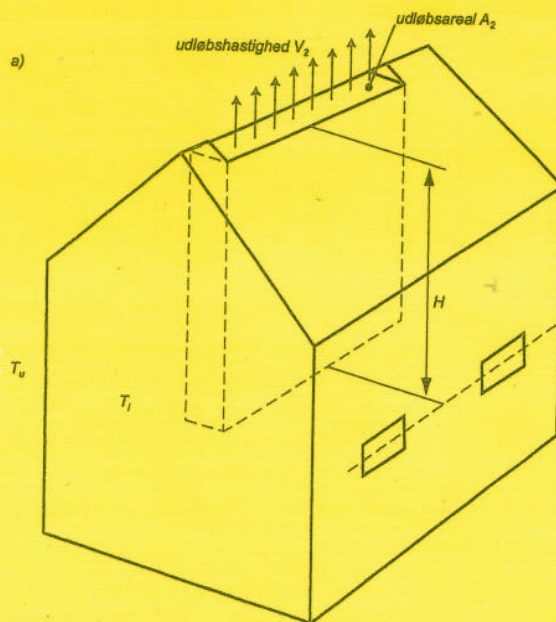
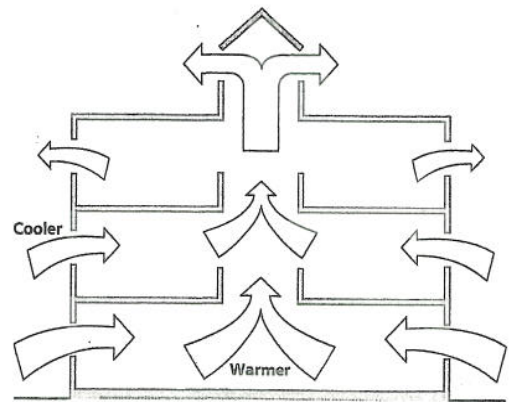
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

OPDRIFTVENTILATION 1

Litteraturstudium

Karl Terpager Andersen



Titel	Opdriftventilation
Undertitel	Litteraturstudium (bind 1) Teoretisk grundlag (bind 2) Strømningsmodel (bind 3)
Serietitel	Uden for Serie
Udgave	1. udgave
Udgivelsesår	2012
Forfatter	Karl Terpager Andersen
Sidetæl	116 sider (bind 1) 146 sider (bind 2) 266 sider (bind 3)
Litteratur- henvisninger	Side 113-116 (bind 1) Side 144-146 (bind 2) Side 262 (bind 3)
Emneord	Opdriftventilation, lufthastigheder, volumenstrømme, åbningsarealer, temperaturdifferencer, vindpåvirkning, CFD-beregning, indeklimaforhold.
ISBN	978-87-92739-15-5
Udgiver	Statens Byggeforskningsinstitut, Aalborg Universitet Dr. Neergaards Vej 15, DK-2970 Hørsholm E-post sbi@sbi.aau.dk www.sbi.dk

Der gøres opmærksom på, at denne publikation er omfattet af ophavsretsloven.

Denne afhandling er af Akademisk Råd ved Det Teknisk-Naturvidenskabelige Fakultet ved Aalborg Universitet antaget til forsvar for doktorgraden i teknik (dr.techn.). Forsvaret finder sted AC Meyers Vænge 15, Auditorium 1.008, København, fredag den 30. november 2012 kl. 13.00.

København, oktober 2012

Eskild Holm Nielsen
Dekan

This thesis has been accepted by the Academic Council at The Faculty of Engineering and Science at Aalborg University, for public defence to obtain the doctoral degree in technology (dr.techn.). The defence will take place at AC Meyers Vænge 15, Auditorium 1.008, Copenhagen on November 30th, 2012 at 1.00 p.m.

Copenhagen, October, 2012

Eskild Holm Nielsen,
Dean

OPDRIFTVENTILATION 1

Litteraturstudium

Karl Terpager Andersen

Indholdsfortegnelse for bind 1

Indholdsfortegnelse for bind 1	2
Symbolliste (for bind 1)	3
Forord (for hele afhandling)	5
1. Indledning (for hele afhandling)	6
2. Litteraturstudium	8
2.1 Søjlemodellen	8
2.2 Ventilatormodellen	11
2.2.1 Netværksmodeller	17
2.2.1.1 Sløjfemodel	17
2.2.1.2 Knudepunktsmodel	19
2.3 Neutralplanmodellen	21
2.3.1 Bruce-basismodel	25
2.3.2 Fortrængningsmodeller	26
2.4 Eksperimentelle undersøgelser	30
2.5 Rumudformningens betydning	35
2.6 Modelusikkerheder	35
2.7 Diskussion	36
2.7.1 Referencemodel	37
2.7.2 Skorstensbetragtninger	42
2.7.3 Bernoulli-betragtninger	47
2.7.3.1 Bernoullis ligning og dens forudsætninger	47
2.7.3.2 Strømning gennem åbning	48
2.7.3.3 Strømning ved opdriftventilation	54
2.7.3.4 Bernoulli-sammenfatning	79
2.7.4 Modelanalyse	80
2.7.5 Modelafvigelser. Afvigelseskvotienter	81
2.7.6 Modelbetingede afvigelseskvotienter	82
2.7.6.1 Søjlemodellens modelbetingede afvigelser	82
2.7.7 Ligningsbetingede og totale afvigelseskvotienter	85
2.7.7.1. Søjlemodellens afvigelseskvotienter	85
2.7.7.2 Ventilatormodellernes afvigelseskvotienter	85
2.7.7.3 Netværksmodellernes afvigelseskvotienter	92
2.7.7.4 Neutralplanmodellernes afvigelseskvotienter	97
2.7.7.5 Fortrængningsmodellernes afvigelseskvotienter	101
2.7.8 Vurdering af afvigelseskvotienter og termisk komfort	105
2.7.9 Vurdering af eksperimentelle undersøgelser	108
2.7.9.1 Vurdering af rumudformningsresultater	111
2.8 Sammenfatning og konklusion	112
2.9 Litteratur	113

Symbolliste (for bind 1)

A	åbningsareal	m^2
A_0	åbningsareal med fuldt oplukket åbning	m^2
A_{ref}	referenceåbningsareal	m^2
A^*	bygning eller rums effektive åbningsareal	m^2
C	konstant	
C_d	udstrømningskoefficient	
C_k	kontraktionskoefficient	
F	kraft	N
H	lodret åbningsafstand	m
H_1	indløbets lodrette afstand fra neutralplan	m
H_2	udløbets lodrette afstand fra neutralplan	m
L	skorstenslængde	m
N	antal eller nummer	
Re	Reynolds tal	
T	temperatur	K
b	åbningsbredde	m
d	skorstensdiameter	m
g	tyngdeacceleration	m/s^2
h	åbningshøjde eller en afstand	m
k	strømningskonstant	
n	åbningsgrad	
p	tryk	Pa
q_M	massestrøm	kg/s
q_V	volumenstrøm	m^3/s
y	lodret afstand	m
v	hastighed	m/s
Φ	nettovarmetilførsel	W
Δp	trykdifferens over åbning	Pa
ΔT	temperaturdifferens mellem inde og ude	K
ζ	modstandstal	
λ	friktionskoefficient	
ρ	massefylde	kg/m^3

Indices

eff	effektiv
i	inde eller nummer
j	åbningsnummer
k	kontraktion
ref	referenceværdi
u	ude
v	hastighed

- 1 nederste åbning i rum med to åbninger (indløb)
- 2 øverste åbning i rum med to åbninger (udløb)

Forord (for hele afhandling)

Den foreliggende afhandling om opdriftventilation har baggrund i mit arbejde med naturlig ventilation på Statens Byggeforskningsinstitut (SBI). Dette arbejde tog sin begyndelse i 1980'erne med en udredning af kondensforholdene i uisolerede, naturligt ventilerede stalde og fortsatte i 1990'erne med undersøgelse af luftstrømningsforholdene i atrier og opstilling af beregningsgrundlaget for naturlig ventilation i erhvervsbygninger.

I projekterne indgik naturlig ventilation ved termisk opdrift, også benævnt opdriftventilation, som et væsentligt element i det teoretiske arbejde. Litteraturen på området var sparsom og de eksisterende modeller for opdriftventilation var opstillede under forskellige forudsætninger, hvori indgik intuitive forestillinger om, hvordan opdriftventilation strømningsmæssigt hang sammen. Dette gav forskellige resultater forfatterne imellem og skabte usikkerhed omkring dimensionering og brug af opdriftventilation. Usikkerheden gav stødet til opstillingen af en ny opdriftmodel, der som noget nyt alene var baseret på de grundlæggende strømningsligninger. Modellen blev i en tidlig udgave præsenteret i 1995 og blev samme år publiceret i ASHRAE Transactions. I nærværende afhandling har modellen fundet sin endelige udformning. Det teoretiske fundament er endeligt afklaret, og omfanget af konstruktive og styringsmæssige forhold af betydning for brugen af opdriftventilation i praksis, der er blevet gennemanalyseret, er udvidet væsentligt.

Arbejdet med afhandlingen startede i 2002, hvor min formelle ansættelse på SBI ophørte. Jeg har imidlertid som emeritus fortsat mit arbejde på SBI. Dette har givet ideelle arbejdsvilkår i et fagligt inspirerende miljø, hvilket jeg er SBI og mine kollegaer en stor tak skyldig for. Jeg retter en speciel tak til Finn Gattmann og Bo Vestergaard for tegning af figurene, til Lillian Nielsen for biblioteksmæssig assistance og til Klavs Feilberg Hansen for assistance til MATLAB-beregninger.

Hørsholm juni 2011

Karl Terpager Andersen

1. Indledning (for hele afhandling)

Naturlig ventilation drives af kræfter fremkaldt af termisk opdrift, der er en følge af temperaturdifferens mellem inde og ude, og af vindpåvirkning. De to drivkræfter kan optræde hver for sig eller sammen, således at naturlig ventilation kan være ren opdriftventilation, ren vindventilation eller en kombination af opdrift- og vindventilation. Af de to rene ventilationsformer er opdriftventilationen teoretisk set den mest komplicerede, da der ikke ved opdriftventilation er en simpel sammenhæng mellem volumenstrømme, drivkræfter og åbningsarealer, som der er ved vindventilation og mekanisk ventilation. Øges eksempelvis indløbsarealet, øges volumenstrømmen, men omvendt medfører dette en mindre temperaturdifferens og dermed mindre drivtryk, forudsat at varmetilførslen holdes konstant. Desuden bevirker forøgelsen af indløbsarealet i forhold til udløbsarealet, at drivtrykket fordeles anderledes over åbningerne, hvilket alt i alt komplicerer bestemmelsen af den resulterende volumenstrøm.

Den danske litteratur om opdriftventilation er beskeden. I begyndelsen af 1980'erne byggede de anvendte opdriftmodeller på simple antagelser om, hvordan drivkræfterne bag opdriftventilation virkede. Mere avancerede modeller fandtes i udenlandsk litteratur, hvori der indgik et neutralplanbegreb, der forklarede det indvendige under- og overtryk ved henholdsvis ind- og udløb.

Generelt gælder for litteraturens opdriftmodeller, danske såvel som udenlandske, at drivtrykket bestemmes ud fra simple opdriftbetragtninger, og at sammenhængen mellem trykdifferenser og lufthastigheder i åbningerne bestemmes ved brug af simple Bernoulli-betragtninger. Desuden begrundes den strømningsmæssige sammenhæng mellem ind- og udløb enten ud fra intuitive overvejelser eller overvejelser meget lig dem, der gælder for strømningen i et strømrør med en ventilator, eller ud fra logiske ræsonnementer, der påviser at ind- og udvendigt tryk må være lige store i et vist højdeniveau, jf. det nævnte neutralplanbegreb. Anvendelsen af Bernoulli- og strømrørsbetragtninger er problematisk, fordi et strømrør med et forløb og en udformning svarende til det virkelige strømningsforløb bliver et tykt strømrør, hvori der optræder temperaturspring og friktionstab, medens Bernoullis ligning er udledt under forudsætning af friktionsfri strømning i et tyndt rør, hvor der ikke udveksles varme med omgivelserne.

Bernoullis ligning kan modificeres, så friktionen inddrages. I litteraturen er der desuden foretaget forskellige tilpasninger for at komme nærmere på virkelighedens strømning. Men forfatternes tilpasninger er ikke ens, hvilket har medført, at der i litteraturen optræder modeller, der giver vidt forskellige lufthastigheder og dermed forskellige volumenstrømme under i øvrigt ens forhold. Dette skaber usikkerhed omkring anvendelsen af opdriftventilation, hvilket omtales i flere review- eller statusartikler, og barrierer, således som det berøres i EU's Joule-forskningsprojekt NatVentTM (Aggerholm, 1998).

Usikkerheden gav anledning til opstilling af en opdriftmodel, der som noget nyt i forhold til litteraturen alene var baseret på de grundlæggende strømningsligninger. Denne blev i en tidlig version præsenteret i 1995 og efterfølgende publiceret (Andersen, 1995).

Formålet med det foreliggende arbejde er at beskrive og dokumentere i detaljer en udvidet udgave af den i 1995 opstillede opdriftmodel sammen med de udvidede analyser, der siden er foretaget af de bygnings- og styringsmæssige forhold, der har betydning for dimensionering og brug af opdriftventilation. Det er tilstræbt at udvikle en opdriftmodel med hvilken, der simpelt og overskueligt kan fås pålidelige lufthastigheder, volumenstrømme, nødvendige åbningsarealer og/eller temperaturdifferenser i de dimensionerende situationer, hvor der kan ses bort fra vindpåvirkning. Det vil sige resultater, der kan anvendes ved en direkte dimensionering, eller som eksempelvis kan bruges i en tidlig projekteringsfase eller som startværdier i en efterfølgende CFD-beregning.

Den opstillede model forudsætter stationær strømning i et rum med åbninger, hvis lodrette højdedimensioner er små i forhold til den lodrette åbningsafstand. Dette svarer til de forudsætninger, der oftest antages ved dimensionering af opdriftventilation i praksis.

Arbejdet publiceres i 3 bind som følger:

- Bind 1 rummer en gennemgang af den litteratur, der omhandler teorierne bag de hidtidigt anvendte modeller for opdriftventilation under stationære forhold. I den forbindelse diskuteres de skorstens- og Bernoulli-betragtninger, der optræder i litteraturen. Der redegøres efterfølgende for størrelsen af de forskelle i resultaterne, der fås med de enkelte forfatteres modeller, og konsekvenserne heraf diskuteres. Det konkluderes, at de eksisterende opdriftmodeller er baseret på et usikkert teoretisk grundlag, og at der er behov for en mere konsistent model.
- Bind 2 behandler det teoretiske grundlag for en ny opdriftventilationsmodel. Der redegøres for de ude- og indeklimaforhold, opdriftventilation virker under i praksis, og fugtig lufts termodynamiske og strømningstekniske egenskaber under disse forhold bestemmes. De grundlæggende strømningssligninger behandles både for en ideal strømning og for strømning med virkelige gasser, og ligningerne opstilles på en hensigtsmæssig form for et kontrolvolumen med veldefinerede åbninger. Endelig behandles specielt strømningen gennem korte åbninger i en væg.
- Bind 3 rummer den endelige model. Modellen opstilles først for opdriftventilation i et rum med ensformet indetemperatur og med to åbninger til det fri placeret i forskellige højder. Gyldighedsområdet fastlægges, og herunder betydningen af åbningsfladernes orientering, åbningernes placering på rummets begrænsningsflade, rummets udformning og rummets indretning. Desuden ses på de begrænsninger i åbningsdimensionerne, der skal gælde for at undgå, at neutralplanet skærer en åbningsflade med en uønsket to-vejsstrømning i åbningen til følge. Endelig gennemføres analyser af de sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealer, der har særlig interesse for dimensionering og styring af opdriftventilation. Efterfølgende opstilles en variant af modellen gældende for indvendig temperaturlagdeling i rum med to åbninger, og der ses separat på forholdene ved en lineær og ved tre simple, krumme temperaturlagdelinger. Der opstilles endvidere en variant gældende for rum med flere end to åbningshøjder, og hvor indtemperaturen er enten ensformet eller lagdelt. Varianternes gyldighedsområder belyses, og de betydende sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealforhold analyseres på ny.

2. Litteraturstudium

Litteraturstudiet omfatter den litteratur, der beskæftiger sig med teorien for opdriftventilation ved stationære forhold i rum med to åbninger. Den behandlede litteratur er grupperet efter de tre modeltyper, der optræder i litteraturen: søjle-, ventilator- og neutralplanmodellen. I den efterfølgende diskussion trækkes der paralleller til skorstensmodeller og Bernoulli-beregninger. Desuden sammenholdes forfatternes formelsæt med en referencemodel for at belyse de forskelle, der optræder de tre modeller og de enkelte forfattere imellem. Der påvises over- og underestimeringer af hastigheder og volumenstrømme med deraf følgende risici for utilsigtet, dårlig termisk komfort. Det konstateres, at der kun i begrænset omfang er udført teoretiske analyser af de indgående parametres betydning for hastigheder og volumenstrømme ved opdriftventilation under forskellige forhold.

Et studium af litteraturen om naturlig ventilation frem til 1997 er publiceret i Andersen (1998). For tiden efter 1997 er der studeret den litteratur om opdriftventilation, der er publiceret i de vigtigste tidsskrifter og konferencepublikationer på området. I nærværende litteraturstudium er kun medtaget den litteratur, der behandler det teoretiske grundlag for opdriftventilation under stationære forhold og primært i rum med åbninger til det fri anbragt i forskellige højder.

I litteraturen optræder følgende tre hovedmodeller til forklaring af mekanismen bag opdriftventilation:

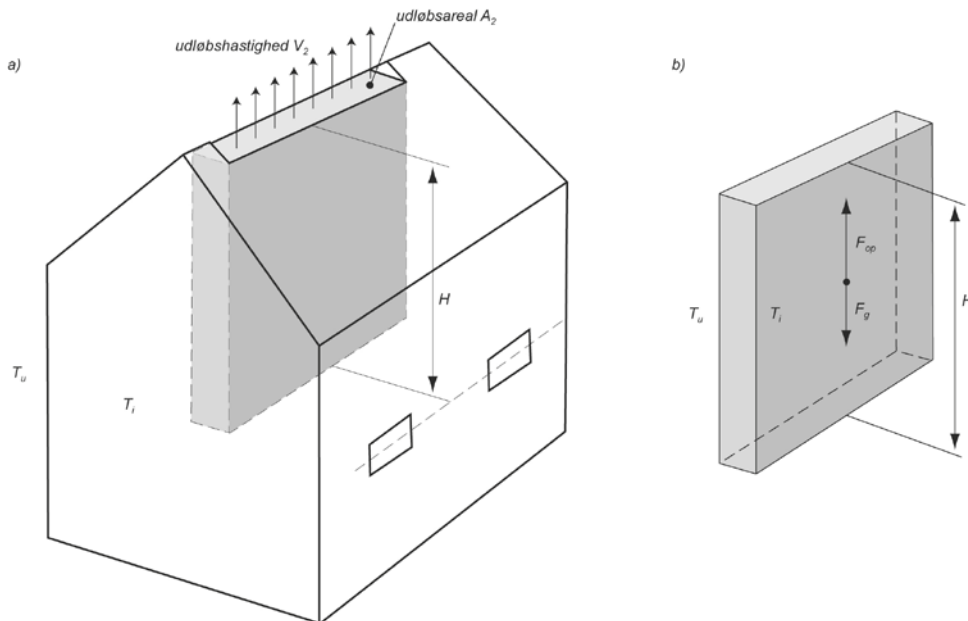
- *Søjlemodellen*, hvor drivkraften opfattes som opdriften på en søjle af varm luft nedsænket i kold luft, og denne drivkraft skubber luften ud gennem øverste åbning.
- *Ventilatormodellen*, hvor der regnes med samme drivkraft som i søjlemodellen, men hvor drivkraften opfattes som en ventilator, der sætter luften i bevægelse og overvinder strømningsmodstandene i ventilationsåbningerne.
- *Neutralplanmodellen*, hvor drivkraften er trykforskellene over åbningerne, og hvor disse trykforskelle bestemmes ud fra åbningernes afstand fra det såkaldte neutralplan beliggende i det højdeniveau, hvor ude- og indetryk er lige store.

Litteraturen er i det følgende grupperet efter, hvilken af de tre modeltyper, den omhandler.

2.1 Søjlemodellen

Søjlemodellen ses især i ældre litteratur om staldventilation og er behandlet teoretisk af Barre & Sammet (1950) og Bruce (1973). De forklarer begge opdriftventilationen med, at varm indeluft stiger til vejrs ud gennem en udløbsåbning og erstattes af koldere luft, der strømmer ind gennem et lavere siddende indløb. Drivkraften bestemmes som opdriftkraften på en lodret luftsøjle, der har

rumluftens temperatur, som egentlig er placeret indvendigt som vist i figur på figur 2.1 a), men som betragtes som nedsænket i udeluften som vist på figur 2.1 b). Luftsøjlels højde sættes lig med afstanden mellem de to åbninger og dens tværsnit sættes lig med udløbsåbningens areal, jf. figur 2.1.



Figur 2.1 Bestemmelse af drivkraften ved opdriftventilation ifølge søjlemodellen.

De får da følgende drivkraft, når der samtidig anvendes at $\rho_u/\rho_i = T_i/T_u$:

$$\begin{aligned}
 F_{net} &= F_{op} - F_g = gHA_{ud}(\rho_u - \rho_i) = gHA_{ud}\rho_i\left(\frac{\rho_u}{\rho_i} - 1\right) \\
 &= gHA_{ud}\rho_i\left(\frac{T_i}{T_u} - 1\right) = gHA_{ud}\rho_i\frac{T_i - T_u}{T_u}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

hvor :

F_{net} er drivkraften, N

F_{op} er opdriftkraften fra udeluften, N

F_g er tyngdekraften på den varme luftsøjle, N

g er tyngdeaccelerationen, m/s^2

H er den lodrette afstand mellem de to åbninger, m

A_{ud} er udløbsarealet, m^2

ρ_u og ρ_i er henholdsvis ude- og rumluftens massefylde, kg/m^3

T_u og T_i er henholdsvis ude- og rumluftens temperatur, K.

Barre & Sammet (1950) regner efterfølgende intuitivt med, at den varme luftsøjle har en potentiel energi lig med drivkraften multipliceret med den højde, opdriften løfter søjlen, og denne højde sættes lig med luftsøjlels højde. De omsætter denne potentielle energi til kinetisk energi alene i udløbet og får derved følgende ligning til bestemmelse af det, de betegner som den teoretiske luft-hastighed $v_{ud,teo}$ (m/s) gennem udløbsåbningen, idet friktion og eventuelle andre tab ikke medtages:

$$gHA_{ud}\rho_i\frac{T_i-T_u}{T_u}H=\frac{1}{2}\rho_iHA_{ud}v_{ud,teo}^2 \quad (2.2)$$

og heraf:

$$v_{ud,teo}=\left(\frac{2gH(T_i-T_u)}{T_u}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.3a)$$

De anfører, at tabene reducerer hastigheden med en faktor C , således at de regner med følgende virkelige hastighed i udløbsåbningen:

$$v_{ud,virk}=Cv_{ud,teo}=C\left(\frac{2gH(T_i-T_u)}{T_u}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.3b)$$

og de får da følgende volumenstrøm q_V (m^3/s):

$$q_V=A_{ud}v_{ud,virk}=CA_{ud}\left(\frac{2gH(T_i-T_u)}{T_u}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

Konstantens størrelse angives til at ligge i området $0,3 - 0,5$ afhængigt af friktionsforholdene og tab i øvrigt med $C = 0,3$, når strømmingen i udløbet sker gennem en skorsten, og $C = 0,5$, når den sker næsten friktionsfrit gennem en almindelig åbning..

Bruce (1973) regner med samme drivkraft som Barre og Sammet (1950). Han omsætter derefter drivkraften til følgende trykstørrelse Δp ved division med udløbsarealet:

$$\Delta p=\frac{F_{net}}{A_{ud}}=gH(\rho_u-\rho_i)=gH\rho_i\left(\frac{T_i-T_u}{T_u}\right) \quad (2.5)$$

Han opfatter også denne trykstørrelse som trykdifferensen alene over udløbet, og som sætter luftsøjlen i bevægelse, og han bestemmer derefter lufthastigheden v_{ud} i udløbet ved at antage følgende sammenhæng mellem trykdifferens og kinetisk energi:

$$gH\rho_i\left(\frac{T_i-T_u}{T_u}\right)=\frac{1}{2}\rho_iv_{ud}^2+friktionstab \quad (2.6)$$

Friktionstabene angives at stamme fra ind- og udløb og fra eventuelle skorstene. I den videre udledning ser Bruce dog for simpelhedens skyld bort fra friktionstabene og begrundet det med, at åbningsarealerne bør gøres så store som muligt, så tabene kan negligeres. Han får da følgende udløbshastighed:

$$v_{ud} = \left(\frac{2gH(T_i - T_u)}{T_u} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.7a)$$

Derefter beregner han volumenstrømmen som:

$$q_V = A_{ud,eff} v_{ud} \quad (2.7b)$$

hvor $A_{ud,eff}$ betegnes som det effektive åbningsareal, som tager hensyn til kontraktionen i åbningen. For en skarpkantet åbning angiver han $A_{ud,eff} = 0,65A_{ud}$, hvor igen A_{ud} er udløbets geometriske åbningsareal.

Efterfølgende inddrager han sammenhængen mellem rummets varmetilførsel, volumenstrømmen og temperaturdifferensen mellem inde og ude for at få volumenstrøm, temperaturdifferens og nødvendigt udløbsareal i afhængighed af varmetilførslen. I denne sammenhæng anvender han volumenstrømmen gennem indløbsåbningen, som han bestemmer ved at bruge massebalanceligningen på formen:

$$\rho_u q_{V,ind} = \rho_i q_{V,ud} = \rho_i A_{2,eff} v_{ud} \quad (2.7c)$$

således at han får:

$$q_{V,ind} = \frac{\rho_i}{\rho_u} A_{ud,eff} v_{ud} = \frac{\rho_i}{\rho_u} A_{ud,eff} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.7d)$$

Han får da, idet han ser bort fra varmetransmissionstabet samt antager at $\rho_i/\rho_u \cong 1,0$:

$$q_{V,ind} = 0,382 A_{ud,eff}^{2/3} (H\Phi)^{1/3} \quad (2.8a)$$

$$\Delta T = 7,4 \cdot 10^{-3} T_u \left(\frac{\Phi}{A_{ud,eff}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H} \right)^{1/3} \quad (2.8b)$$

$$\Phi = 354 q_{V,ind} \frac{\Delta T}{T_i} \quad (2.8c)$$

$$A_{ud,eff} = 0,226 \frac{q_{V,ind} T_i}{(T_u H \Delta T)^{1/2}} \quad (2.8d)$$

hvor Φ er varmetilførslen (kW).

2.2 Ventilatormodellen

Ventilatormodellen anvendes i en del litteratur vedrørende ventilerings af industribygninger og er behandlet teoretisk af Baturin (1972) og Kalleberg (1977). Desuden anvendes modellen i lidt ældre

litteratur om staldventilation og er her behandlet teoretisk af Bruce (1977), Pedersen (1979) samt Morsing & Strøm (1985).

Alle forfatterne regner med samme drivkraft som i søjlemodellen, og de betragter drivkraften som var den en ventilator, der giver luften en trykstigning bestemt af ligning (2.5). Almindeligvis betragtes et rum med kun to åbninger eller åbningssæt anbragt i hver sin højde, og drivtrykket fordeles som trykdifferenserne (eller tryktabene), Δp_1 og Δp_2 , over henholdsvis ind- og udløb, således at:

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 \quad (2.9a)$$

Sammenhængen mellem ind- og udløbshastigheder bestemmes ved hjælp af en kontinuitetsligning på formen:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 = q_V \quad (2.9b)$$

eller en massebalanceligning på formen

$$\rho_u v_1 A_1 = \rho_i v_2 A_2 = q_M \quad (2.9c)$$

hvor v_1 og v_2 er en middelhastighed og A_1 og A_2 er et åbningsareal i henholdsvis ind- og udløb. Endelig opstiller de intuitivt en relation mellem trykdifferensen over en åbning og lufthastigheden (eller volumenstrømmen) i åbningen.

Ved brug af kontinuitets- eller massebalanceligningen i trykdifferens-hastighedsrelationen og ved efterfølgende indsættelse i ligning (2.9a) får de en ligning til bestemmelse af en lufthastighed eller en volumenstrøm. Efterfølgende kan de nødvendige åbningsarealer bestemmes ud fra en ønsket volumenstrøm, der igen er bestemt af en ønsket indetemperatur.

Relationen mellem trykdifferens og lufthastighed eller volumenstrøm varierer forfatterne imellem. Forskellene kan først og fremmest henføres til, hvorvidt og i så fald hvordan kontraktionen og friktionen medtages.

Baturin (1972) regner med følgende sammenhæng mellem trykdifferens og lufthastighed over en åbning j ($j = 1$ eller 2):

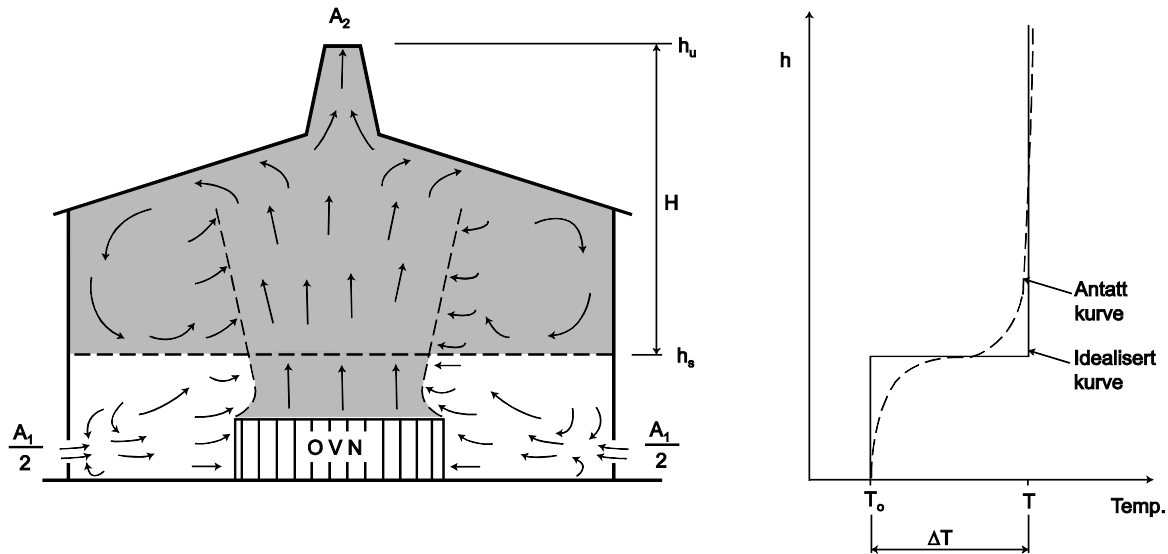
$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \zeta_{Bat,j} \rho_j v_{Bat,j}^2 \quad (2.10)$$

hvor $\zeta_{Bat,j}$ er et modstandstal og $v_{Bat,j}$ er en hastighedsstørrelse bestemt ved:

$$v_{Bat,j} = \frac{q_{V,j}}{A_{0,j}} \quad (2.11)$$

hvor igen $A_{0,j}$ er åbningsarealet ved fuldt oplukket åbning, dvs. uanset åbningsgraden. For ventiler med form meget nær som en almindelig åbning angiver Baturin modstandstal i området 2,2-59,0 afhængigt af åbningsgrad, spjældophæng og forholdet mellem åbningshullets højde og bredde. Han anvender en massebalanceligning til bestemmelse af sammenhængen mellem ind- og udløbshastigheder, og ved indsættelse i ligning (2.9a) fås en ligning til bestemmelse af volumenstrømmen.

Kalleberg (1977) behandler opdriftventilation i industrihaller med koncentrerede varmekilder. Han regner med en to-lags temperaturlagdeling som vist på figur 2.2, hvor det nederste lags temperatur er lig med udetemperaturen.



Figur 2.2 Opdriftventilation i industrihal med koncentrere varmekilde og deraf følgende to-lags temperaturlagdeling. (Kalleberg, 1977).

Dette medfører, at han beregner et samlet drivtryk ud fra en højde H lig med det øverste temperaturlags højde og ikke lig med åbningsafstanden. Han anvender følgende trykdifferens-volumenstrømsrelation i en åbning:

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q_v}{C_{k,j} A_j} \right)^2 \quad (2.12a)$$

hvor $C_{k,j}$ er åbningens kontraktionskoefficient, og hvor der regnes med $\rho \cong \rho_u \cong \rho_i$. Ved indsættelse i ligning (2.9a) fås da en ligning til bestemmelse af volumenstrømmen. Efterfølgende inddrages sammenhængen mellem temperaturdifferens, volumenstrøm og varmeafgivelsen Φ fra varmekilden og dette fører til følgende udtryk for volumenstrømmen i afhængighed af varmeafgivelse og åbningsarealer, når Φ indsættes i W:

$$q_{v,j} = 0,038 \left(\frac{\Phi H}{\left(\frac{1}{C_{k,1} A_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/3} \quad (2.12b)$$

Bruce (1977) antager, at trykdifferensen over en åbning omsættes til kinetisk energi ud fra følgende udtryk for sammenhængen mellem trykdifferens og lufthastighed, idet han betragter friktionstab i åbningerne som værende betydningsløst:

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho_j v_j^2 \quad (2.13a)$$

hvor v_j bliver den teoretisk mulige hastighed i åbningerne. Han anvender massebalanceligningen til bestemmelse af sammenhængen mellem ind- og udløbshastighed og få da ved samtidig brug af ligningerne (2.13a) og (2.9a) følgende ligning til bestemmelse af hastigheden v_2 i udløbet:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{\rho_i A_2 v_2}{\rho_u A_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho_i v_2^2 = \frac{1}{2} \rho_i v_2^2 \left[\frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i A_2}{\rho_u A_1} \right)^2 + 1 \right] \\ &= \frac{1}{2} \rho_i v_2^2 \left[\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + 1 \right] \cong \frac{1}{2} \rho_i v_2^2 \left[\left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + 1 \right] \end{aligned} \quad (2.13b)$$

og heraf får han videre, idet han sætter $\rho_u \cong \rho_i$:

$$v_2 = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_i} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{\left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 + 1} \right]^{1/2} = \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.13.c)$$

Bruce omtaler efterfølgende åbningsarealerne A_j som de effektive åbningsarealer defineret ved $A_{j,eff} = C_{k,j} A_j$, hvor A_j er det geometriske åbningsareal og $C_{k,j}$ er kontraktionskoefficienten, og hvor han regner med, at $C_{k,j} = 0,6$ for en skarpkantet åbning. Han inddrager endvidere sammenhængen mellem volumenstrøm, temperaturdifferens og varmeproduktion i rummet med fradrag af varmetransmissionstab og får derved et udtryk for åbningsarealerne i afhængighed af varmeproduktion og volumenstrøm.

Pedersen (1979) betragter først opdriftventilationen i et staldrum med en indløbsåbning og en rund udløbsskorsten med et tværsnitsareal lig med indløbsåbningens areal. Han antager, at drivtrykket bestemt ved ligning (2.5) anvendes til at overvinde tryktabet i skorsten og i eventuelle enkeltmodstande, hvilket han udtrykker ved:

$$(\rho_u - \rho_i) g H = \Delta \rho g H = \lambda \frac{L}{d} \frac{1}{2} \rho_i v^2 + \frac{1}{2} \rho_i v^2 \sum \zeta = \frac{1}{2} \rho_i v^2 \left(\lambda \frac{L}{d} + \sum \zeta \right) \quad (2.14a)$$

hvor λ er skorstenens friktionskoefficient, L er skorstenslængde, d er skorstensdiameteren og ζ er modstandstallet for de optrædende enkeltmodstande i indløbsventilerne og i skorstenens ind- og afgang. Der regnes med, som det ses, samme hastighed i skorsten og enkeltmodstande svarende til, at indløbsarealet er lig med skorstensarealet. Af ligning (2.14a) får han følgende hastighed i skorstenen:

$$v = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(\lambda \frac{L}{d} + \sum \zeta \right)} \right)^{1/2} \quad (2.14b)$$

og heraf bestemmes volumenstrømmen pr. skorsten som:

$$q_V = q_{V,ud} = A_{ud}v = \pi \frac{d^2}{4} \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(\lambda \frac{L}{d} + \sum \zeta \right)} \right)^{1/2} \quad (2.14c)$$

Denne ligning danner grundlaget for udarbejdelsen af et diagram til bestemmelse af nødvendig skorstensdiameter ud fra en kendt skorstenshøjde og en ønsket temperaturdifferens.

Efterfølgende betragter Pedersen et rum med to almindelige åbninger, og han antager, at trykdifferensen over en åbning går til at overvinde tryktabet i åbningen udtrykt ved følgende sammenhæng mellem trykdifferens og lufthastighed:

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \zeta_{Ped,j} \rho_j v_j^2 \quad (2.14d)$$

hvor $\zeta_{Ped,j}$ er åbningens modstandstal og v_j er dens middelhastighed. Han fordeler drivtrykket bestemt af ligning (2.5) over ind- og udløb ud fra et bestemt, ønsket forhold mellem disse to trykdifferenser og bestemmer derefter lufthastighederne i de to åbninger som:

$$v_1 = \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho_u \zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2} \quad \text{og} \quad v_2 = \left(\frac{2\Delta p_2}{\rho_i \zeta_{Ped,2}} \right)^{1/2} \quad (2.14e)$$

hvor Δp_1 og Δp_2 således er på forhånd fastlagte størrelser med $\zeta_{Ped,i}$ liggende i området 2,2-2,7 for almindelige, fuldt åbne ventiler af meget nær samme form som almindelige åbninger og $\zeta_{Ped,i} \approx 1,0$ for spalter i kippen. Efterfølgende bestemmes de nødvendige åbningsarealer ud fra en ønsket volumenstrøm bestemt af varmeproduktionen i rummet og en ønsket temperaturdifferens mellem inde og ude.

Morsing & Strøm (1985) bruger også trykdifferens-lufthastigheds-relationen (2.14d), og ved brug af kontinuitetsligningen og ved indsættelse i ligning (2.9a) får de følgende ligning til bestemmelse af volumenstrømmen, når de samtidig regner med at $\rho_i \cong \rho_u$:

$$\Delta p = gH\Delta\rho = \frac{1}{2} \zeta_{Ped,1} \rho_u \left(\frac{q_V}{A_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \zeta_{Ped,2} \rho_i \left(\frac{q_V}{A_2} \right)^2 \quad (2.14f)$$

$$\cong \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{q_V}{A_1} \right)^2 \left[\zeta_{Ped,1} + \zeta_{Ped,2} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]$$

De reducerer udtrykket ved at regne med lige store ind- og udløbsarealer, dvs. $A_1 = A_2 = A_{ref}$, og får da:

$$gH\Delta\rho = \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{q_v}{A_{ref}} \right)^2 (\zeta_{Ped,1} + \zeta_{Ped,2}) \quad (2.14g)$$

De angiver ζ_{Ped} -værdier i området 2,0-2,5 for almindelige ventiler og i området 1,1-1,5 for kipspalter, størst når spalten er overdækket.

Ved efterfølgende at indsætte sammenhængen mellem massefylde- og temperaturdifferensen samt sammenhængen mellem temperaturdifferens, volumenstrøm og dyrenes varmeproduktion Φ får de følgende udtryk for A_{ref} i afhængighed af varmeproduktion og en ønsket temperaturdifferens mellem inde og ude, når Φ indsættes i kW, når ind- og udløbsarealerne regnes for lige store, når der regnes med en udetemperatur på 273K, og når der ses bort fra varmetransmissionstabet:

$$A_{ref} = 3,09 \cdot 10^{-3} \Phi \left(\frac{1}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\Delta T} \right)^{3/2} (\zeta_{Ped,1} + \zeta_{Ped,2})^{1/2} \quad (2.14h)$$

De angiver endvidere følgende udtryk for sammenhængen mellem en ændring af udløbsarealet og den dertil svarende, nødvendige ændring af indløbsarealet, når den volumenstrøm, der fås med de ens store ind- og udløbsarealer, skal forblive uændret:

$$\frac{A_1}{A_{ref}} = \left[\frac{1}{1 + \left(1 - \frac{A_{ref}^2}{A_2^2} \right) \frac{\zeta_{Ped,2}}{\zeta_{Ped,1}}} \right]^{1/2} \quad (2.14i)$$

De beskæftiger sig endelig med neutralplanets placering, ikke som en del af deres model, men som led i nogle overvejelser om, hvordan det undgås, at neutralplanet skærer en åbning, så der ikke fås både en ind- og en udadrettet luftstrømning i åbningen. De får, idet de på forhånd antager, at trykdifferenserne over henholdsvis ind- og udløb er proportionale med åbningsafstandene H_1 og H_2 :

$$\frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} = \frac{\frac{1}{2} \zeta_{Ped,2} \rho_i v_2^2}{\frac{1}{2} \zeta_{Ped,1} \rho_u \left(\frac{A_2}{A_1} v_2 \right)^2} = \frac{\zeta_{Ped,2} \rho_i \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}{\zeta_{Ped,1} \rho_u} = \frac{H_2}{H_1}$$

eller, idet $H_1 = H - H_2$:

$$H_2 \left(1 + \frac{\zeta_{Ped,2} \rho_i \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}{\zeta_{Ped,1} \rho_u} \right) = H \frac{\zeta_{Ped,2} \rho_i \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}{\zeta_{Ped,1} \rho_u} \quad (2.14j)$$

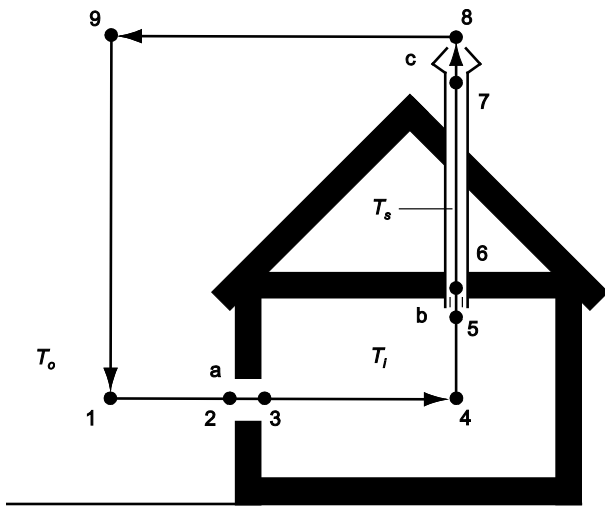
eller, idet de regner med at $\rho_i/\rho_u \cong 1,0$:

$$H_2 = \frac{H}{\left(1 + \frac{\zeta_{Ped,2} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2}{\zeta_{Ped,1}}\right)} \quad (2.14k)$$

2.2.1 Netværksmodeller

Ventilatormodellen videreføres i en række modeller for opdriftventilation i flere rum, hvor der betragtes luftstrømningssystemer analoge til de netværkssystemer, der opstilles ved analyser af rørsystemer eller elektriske kredsløb. I modellerne karakteriseres rummene med et eller flere knudepunkter, hvori luftens tryk og temperatur er opgivne størrelser. Knudepunkterne forbindes med strømningsveje, for hvilke sammenhængen mellem trykdifferens og volumenstrøm kendes. Det kan være kanaler, skakte, åbninger og diverse andre strømningskomponenter enkeltvis eller i serie. Drivkræfterne for de enkelte strømningsveje er trykforskellene mellem de enkelte knudepunkter fremkaldt af højde- og massefyldeforskellene.

Der kan opstilles betingelsesligninger for strømningen i et system af sammenhængende strømningsveje, hvorved der fås en såkaldt sløjfemodel, eller der kan opstilles betingelsesligninger for forholdene i de enkelte knudepunkter, hvorved fås en såkaldt knudepunktmodel. En simpel netværksmodel er vist på figur 2.3. Der fås en sløjfemodel ved at opstille betingelserne for strømvejene i sløjfen 1-4-8-9-1, og der fås en knudepunktmodel ved at opstille betingelserne for strømningerne til og fra eksempelvis knudepunkt 4.



Figur 2.3 Simpelt netværk i bygning til opstilling af sløjfe- eller knudepunktmodel (Axley, 1998).

2.2.1.1 Sløjfemodel.

En sammenhængende strømningsvej i sløjfemodellen benævnes "åben sløjfe", når den forbinder to knudepunkter, og "lukket sløjfe", når den starter og slutter i samme knudepunkt. Ved brug af, at volumenstrømmen er konstant i en sløjfe, kan der opstilles et sæt betingelsesligninger (sløjfeligninger eller loop equations) som beskrevet af Axley (1998 og 2001).

En åben sløjfes betingelsesligning udtrykker, at summen af trykændringerne langs strømningsvejen er lig med trykforskellen mellem de to endeknudepunkter. Trykændringerne er de hydrostatiske trykændringer samt trykdifferenserne over strømningskomponenterne, og Axley får følgende betingelsesligning for hver af de åbne sløjfer:

$$-\sum_1^N \Delta p_{hyd,ij} - \sum_1^N \Delta p_{komp,ij} = \Delta p_{1N} \quad (2.15)$$

hvor indeks i og j angiver numrene på to på hinanden følgende knudepunkter, og hvor:

$\Delta p_{hyd,ij}$ er den hydrostatiske trykændring mellem de to knudepunkter, Pa

$\Delta p_{komp,ij}$ er trykændring over en strømningskomponent placeret mellem de to knudepunkter, Pa

Δp_{1N} er trykdifferensen mellem sløjfens to endeknudepunkter, Pa

N er antallet af knudepunkter i sløjfen.

Den hydrostatiske trykændring bestemmer Axley af:

$$\Delta p_{hyd,ij} = g \rho_{ij} \Delta y_{ij} \quad (2.16)$$

hvor:

ρ_{ij} er luftens massefylde mellem de to knudepunkter, eller middelmassefylden ved temperaturlagdeling, kg/m^3

Δy_{ij} er den lodrette afstand mellem de to knudepunkter, og regnes positiv, når strømningen er opadrettet, og negativ, når den er nedadrettet, m

Trykændringen over en strømningskomponent udtrykker Axley ved en trykdifferens-volumenstrømrelation for hver enkelt komponent, og for en simpel åbning angiver han følgende relation:

$$\Delta p_{komp,ij} = \frac{1}{2} \rho_{ij} \left(\frac{q_{V,ij}}{C_{d,ij} A_{ij}} \right)^2 \quad (2.17a)$$

hvor:

$q_{V,ij}$ er volumenstrømmen gennem komponenten mellem knudepunkterne i og j , m^3/s

A_{ij} er komponentens åbningsareal, m^2

$C_{d,ij}$ er komponentens udstømningskoefficient (discharge coefficient).

og hvor udstømningskoefficienten er bestemt af:

$$q_{V,ij} = C_{d,ij} A_{ij} v_{ij,teo} \quad (2.17b)$$

hvor $v_{ij,teo}$ er den teoretisk mulige hastighed (dvs. ved friktionsfri strømning) over komponentens strømningstværsnit bestemt som $v_{ij,teo} = (2\Delta p_{komp,ij}/\rho_{ij})^{1/2}$.

En lukket sløjfes betingelsesligning udtrykker, at summen af trykændringerne langs strømningsvejen er lig med nul. Dvs. at betingelsesligningen bliver analog til ligning (2.15), men med $\Delta p_{1N} = 0$.

Med sløjfemodellen kan der bestemmes lige så mange ubekendte, som der er sløjfer. De ubekendte kan eksempelvis være åbningsarealerne, når bygningsgeometrien i øvrigt samt indeklima-kravene er kendte på forhånd. Ligningssystemet kan løses iterativt.

2.2.1.2 Knudepunktsmodel.

I knudepunktsmodellen udtrykker betingelsesligningerne, at der er massebalance i hvert knudepunkt. Metoden er beskrevet af Walton (1989), Feustel & Raynor-Hosen (1990), Clarke & Hensen (1991) og Herrlin (1987 og 1992).

Betingelsesligningen for hvert knudepunkt får formen:

$$\sum_{i=1}^S q_{M,s,n} = 0 \quad (2.18)$$

hvor $q_{M,s,n}$ er massestrømmen i den s 'te af de i alt S strømningsveje, der mødes i det n 'te knudepunkt. Denne massestrøm afhænger af strømningsvejen, og kan generelt bestemmes af følgende massestrøm-trykdifferens-relation (Feustel & Raynor-Hosen, 1990, og Herrlin, 1992)):

$$q_{M,s,n} = C_s (\Delta p_s)^{r_s} \quad (2.19a)$$

hvor:

C_s er en strømningsstørrelse, der indeholder åbningsareal, kontraktions- og friktionskoefficienterne samt massefylden afhængigt af strømningskomponenten, og dens dimension er bestemt heraf samt af eksponenten r_s

Δp_s er den del af trykdifferensen mellem en strømvejs to knudepunkter, der sætter luften i bevægelse og overvinder friktionen, Pa

r_s er en eksponent bestemt af strømningskomponenten, og som eksempelvis sættes til 0,5 for en almindelig åbning.

Herrlin (1992) anfører yderligere følgende trykdifferens-massestrøm-relation for almindelige åbninger:

$$q_{M,s,n} = \rho_s C_{d,s} A_s \left(\frac{2\Delta p_s}{\rho_s} \right)^{1/2} \quad (2.19b)$$

hvor ρ_s er den strømmende lufts massefylde eller middelmassefylde (kg/m^3) og $C_{d,s}$ og A_s er henholdsvis åbningens udstømningskoefficient og åbningsareal. For en åbning fås da følgende sammenhæng mellem C_s og $C_{d,s}$:

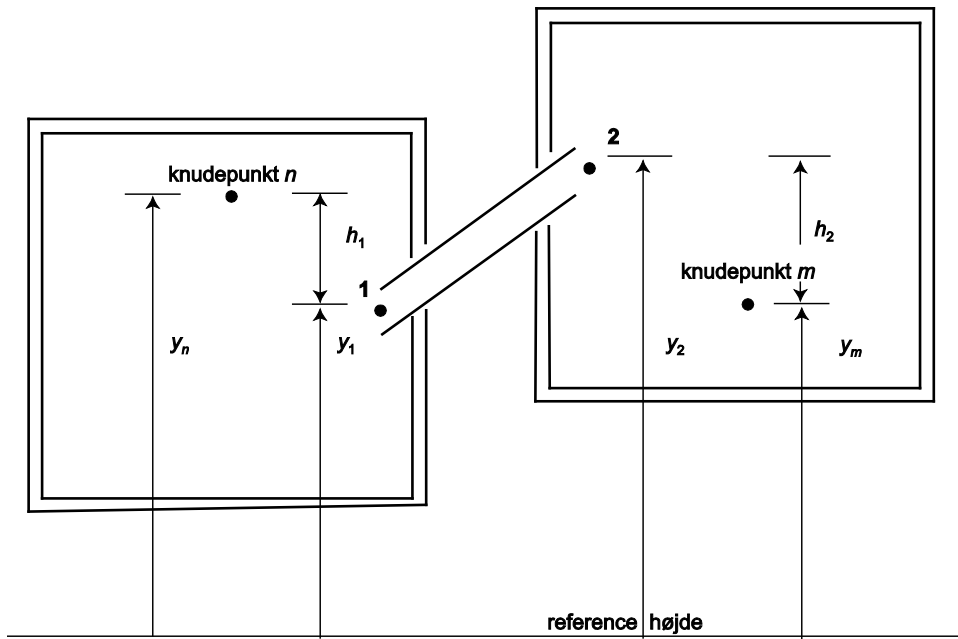
$$C_s = (2\rho_s)^{1/2} A_s C_{d,s} \quad (2.19c)$$

Forfatterne udtrykker trykdifferensen Δp_s ved hjælp af knudepunktsdataene. I det generelle tilfælde vist i figur 2.4, hvor to zoner med hver sit knudepunkt og med forskellige lufttemperaturer

forbindes af en komponent, hvis indløb og udløb ligger i forskellig højde, bestemmer de trykdifferensen over komponenten ved at opstille følgende, modererede Bernoulli-ligning for en endimensionel, stationær strømningen i komponenten med retning fra punkt 1 til punkt 2:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_n v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho_m v_2^2 + \rho_n g(y_2 - y_1) + \Delta p_s \quad (2.20)$$

hvor v_1 og v_2 er lufthastighederne henholdsvis lige før komponentens indløb og lige efter dens udløb og Δp_s er den søgte trykdifferens, der sætter luften i komponenten i bevægelse og overvinder friktionen. I det tilfælde, hvor de to knuder n og m repræsenterer store rum kan de to hastigheder sættes



Figur 2.4 Bestemmelse af trykdifferensen mellem en strømningskomponents ind- og udløb ved brug af knudepunktsmodellen (efter Clarke & Hensen, 1991).

lig med nul. For trykdifferensen Δp_s fås da:

$$\Delta p_s = p_1 - p_2 - \rho_n g(y_2 - y_1) \quad (2.21)$$

De to tryk, p_1 og p_2 , sættes i forhold til knudepunktstrykkene på følgende måde:

$$p_1 = p_n + \rho_n g(y_n - y_1) = p_n - \rho_n g h_1 \quad \text{hvor} \quad h_1 = -(y_n - y_1) = y_1 - y_n \quad (2.22a)$$

$$p_2 = p_m + \rho_m g(y_m - y_2) = p_m - \rho_m g h_2 \quad \text{hvor} \quad h_2 = -(y_m - y_2) = y_2 - y_m \quad (2.22b)$$

dvs. at h_1 og h_2 er afstandene fra knudepunkterne til henholdsvis ind- eller udløb regnet positive opad fra det pågældende knudepunkt. Desuden gælder der følgende:

$$y_1 = y_n + h_1 \quad \text{og} \quad y_2 = y_m + h_2 \quad (2.22c)$$

Ved indsættelse af ligningerne (2.22a) – (2.22c) i ligning (2.21) fås:

$$\begin{aligned} \Delta p_s &= p_n - \rho_n g h_1 - (p_m - \rho_m g h_2) - \rho_n g (y_m + h_2 - y_n - h_1) \\ &= p_n - p_m + \rho_n g (y_n - y_m) + h_2 g (\rho_m - \rho_n) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Hvis strømmingen var gået i den modsatte retning, dvs. fra punkt 2 til punkt 1, ville man tilsvarende få af ligning (2.20) når $v_1 \approx v_2 \approx 0$:

$$p_2 = p_1 + \rho_m g (y_1 - y_2) + \Delta p_s \quad (2.24a)$$

og heraf ved brug af ligningerne (2.22a) – (2.22c):

$$\begin{aligned} \Delta p_s &= p_2 - p_1 - \rho_m g (y_1 - y_2) \\ &= p_m - \rho_m g h_2 - (p_n - \rho_n g h_1) - \rho_m g (y_n + h_1 - y_m - h_2) \\ &= p_m - p_n + \rho_m g (y_m - y_n) + h_1 g (\rho_n - \rho_m) \end{aligned} \quad (2.24b)$$

Ved at opstille ligning (2.18) for hvert knudepunkt fås et ligningssystem, hvoraf kan bestemmes et antal ubekendte lig med antallet af knudepunkter. Almindeligvis vælges trykkene i knudepunkterne som ubekendte. Ligningssystemet kan løses iterativt.

2.3 Neutralplanmodellen

Neutralplanmodellen er den hyppigst anvendte model i nyere litteratur på området. I denne model videreudvikles ventilatormodellen gennem indførelsen af neutralplansbegrebet. Neutralplanet er det højdeniveau, hvor ind- og udvendige tryk er lige store, og dette er beskrevet allerede af Biro (1912) og senere – uafhængigt heraf og mere detaljeret – af Emswiler (1926). Emswilers arbejde fortsættes af Randall (1928) samt Randall & Connover (1931). Senere behandles teorien mere detaljeret af Bruce (1978). Endelig inddrager Linden et al. (1990) og Li (2000) i neutralplanmodellen de temperaturlagdelingsforhold, der optræder ved fortrængningsventilation, hvilket behandles særskilt i underafsnittet "2.3.2 Fortrængningsmodeller".

Biro (1912) påviser, at der i et rum med ens fordelte utætheder over rummets flader vil være et vandret plan i rummets halve højde, neutralplanet, hvor inde- og udetryk er lige store. Han finder derefter, at der i den lodrette afstand y_j fra neutralplanet (regnet positiv opad) vil være en trykdifferens mellem inde og ude bestemt ved:

$$\Delta p_j = (\rho_u - \rho_i) g y_j \quad (2.25)$$

Ud fra kontinuitetsbetragtninger kommer han endvidere frem til, at i rum med uensartet fordelt permeabilitet eller med åbninger af forskellig størrelse vil neutralplanet rykke opad eller nedad mod områderne med størst permeabilitet eller største åbninger, da hastigheden gennem de store åbninger af kontinuitetsgrunde vil være mindre end i de små åbninger og dette kræver igen mindre trykdifferens og dermed mindre afstand til neutralplanet.

Emswiler (1926) betragter de lodrette, lineære trykforløb, der optræder udvendigt og også indvendigt, når indetemperaturen er konstant. Ud fra logiske ræsonnementer påviser han eksistensen af neutralplanet, hvor ind- og udvendigt tryk er lige store. Han gør sig tilsvarende overvejelser over neutralplanets placering i afhængighed af åbningernes placering og størrelse som *Biro (1912)* og inddrager desuden en eventuel temperaturstratificering. Han finder, at neutralplanet generelt flytter sig mod de større åbninger samt mod det område, hvor forskellen mellem inde- og udetemperatur er størst.

Emswiler regner med det samme totale drivtryk som det, der anvendes i søjle- og ventilatormodellerne, og for trykdifferensen Δp_j over en åbning j angiver han følgende udtryk med luftsøjlelængdeenhed som trykenhed:

$$\Delta p_j = \frac{(T_i - T_u)y_j}{(T_i + T_u)/2} = \frac{\Delta T y_j}{T_m} \quad (2.26)$$

hvor y_j er åbningens lodrette afstand fra neutralplanet, og T_i og T_u er henholdsvis inde- og udeluftens temperatur regnet som absolutte temperaturer. Han bestemmer endvidere volumenstrømmen $q_{V,j}$ (volumenenhed/s) gennem en åbning ved intuitivt at drage en analogi til Ohms lov, hvorved han når til følgende relation:

$$\Delta p_j = R_j q_{V,j}^n \cong R_j q_{V,j}^2 \quad (2.27)$$

hvor R_j er en modstandsstørrelse, og hvor han angiver, at eksponenten n er målt til $n \approx 2,0$. Af ligningerne (2.26) og (2.27) udleder han derefter følgende udtryk for volumenstrømmen:

$$q_{V,j} = \left(\frac{\Delta p_j}{R_j} \right)^{1/2} = \left(\frac{\Delta T y_j}{R_j T_m} \right)^{1/2} \quad (2.28a)$$

Idet han yderligere regner med, at:

$$q_{V,j} = A_j v_j C_j \quad \text{og} \quad \Delta p_j = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{g} v_j^2 \quad (2.28b)$$

hvor A_j er åbningsarealet (arealenhed), v_j er hastigheden i åbningen, og C_j er en dimensionsløs åbningskonstant, får han følgende udtryk for modstandsstørrelsen:

$$R_j = \frac{\Delta p_j}{q_{V,j}^2} = \frac{v_j^2}{2g} \cdot \frac{1}{(A_j C_j v_j)^2} = \frac{1}{2g C_j^2 A_j^2} \quad (2.28c)$$

For almindelige åbninger angiver han, at åbningskonstanten C_j er målt til 0,60 – 0,70 afhængigt af åbningens form.

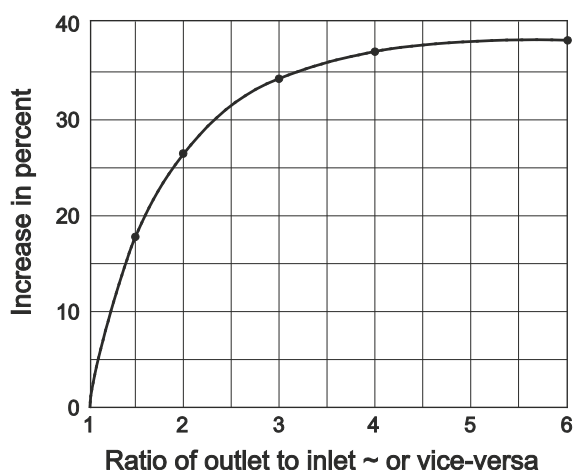
Emswiler går videre med en iterativ beregning af neutralplanets placering i rum med flere end to åbninger ud fra kravet om, at kontinuitetsligningen skal være opfyldt. Ud fra disse beregninger udleder han, at åbningsarealerne ud fra et ventilationsmæssigt synspunkt udnyttes mest effektivt, dvs. at der fås størst volumenstrøm pr enhed totalt åbningsareal, når åbningsarealerne over og under neutralplanet er anbragt symmetrisk omkring neutralplanet og er lige store.

Randall (1928) gennemregner iterativt en række praktiske tilfælde, der suppleres med praktiske undersøgelser, og han konstaterer:

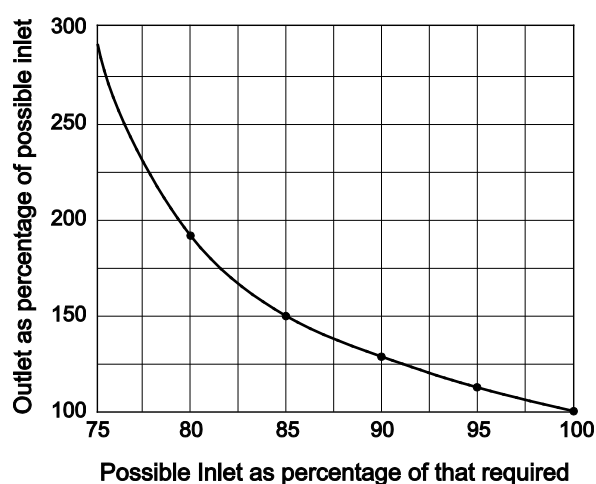
- at hvis fx indløbsarealet fastholdes, vokser volumenstrømmen ikke proportionalt med udløbsarealet. Volumenstrømmen vokser kun mærkbart, indtil udløbsarealet er ca. det dobbelte af indløbsarealet. Øges udløbsarealet herudover stiger volumenstrøm kun ubetydeligt
- at loftsudformningen så godt som ingen indflydelse har på volumenstrømmen.

Randall & Connover (1931) opstiller ud fra Emswiler (1926) et analytisk udtryk for volumenstrømme, når ind- og udløbsarealer er lige store, dvs. et udtryk analogt med ligning (2.28a) med $y_j = H/2$. Med dette udtryk beregner de enkeltpunkter til optegning af kurver for:

- hvor meget volumenstrømmen stiger, hvis udløbsarealet øges, medens indløbsarealet fastholdes uændret, eller vice versa, resulterende i figur 2.5
- hvor meget udløbsarealet skal øges i forhold til indløbsarealet, hvis indløbsarealet reduceres for at fastholde den volumenstrøm uændret, der fås med lige store åbningsarealer, jf. figur 2.6.



Figur 2.5 Volumenstrømmens procentvise stigning, når udløbsarealet øges i forhold til et fastholdt indløbsareal eller vice versa (*Randall & Connover, 1931*).



Figur 2.6 Nødvendig, procentvis forøgelse af udløbsarealet i forhold til indløbsarealet for, ved reduktion af indløbsarealet, at fastholde den volumenstrøm,

der fås med lige store åbningsarealer (Randall & Connover, 1931).

Sidstnævnte situation kan eksempelvis optræde, når der ikke er plads til et krævet indløbsareal, men god plads til udløbsarealet eller vice versa.

Kurverne bestemmes iterativt. Således er kurven i figur 2.5. optegnet ved at beregne neutralplanets placering iterativt (så massebalance opfyldes) for hvert af åbningsarealforholdene $A_2/A_{1,fast} = 1,5/1$; $2,0/1$; $3,0/1$; $4,0/1$ og $6,0/1$ og derefter bestemme den dertil hørende volumenstrøm.

Kurven i figur 2.6 er optegnet ved først at bestemme den volumenstrøm, der ønskes fastholdt, dvs. for $A_{1,fast} = A_{2,fast}$ eller $A_{1,fast}/A_{2,fast} = 1,0$. Derefter bestemmes den trykdifferens, der skal til, og dermed neutralplanets placering for at få den samme volumenstrøm, når indløbsarealet reduceres svarende til $A_1/A_{1,fast} = 0,95$; $0,90$; $0,85$; $0,80$ og $0,75$. Ud fra denne neutralplansplacering bestemmes den dertil hørende trykdifferens over udløb og efterfølgende det nødvendige udløbsareal og dermed $A_2/A_{1,fast}$ eller det på kurvens lodrette akse angive forhold $A_2/A_1 = (A_2/A_{1,fast}) \cdot (A_{1,fast}/A_1)$.

Bruce (1978) tager udgangspunkt i, at der eksisterer et neutralplan. Han anvender et udtryk for trykdifferensen analogt til ligning (2.25) og med henvisning til Bernoulli anvender han et udtryk for sammenhængen mellem trykdifferens og lufthastighed analogt til sit tidligere udtryk (2.13a), samtidig med at han atter giver udtryk for, at friktionstabet er betydningsløst. Han opstiller derefter udtryk for volumenstrømmen i rum med henholdsvis en enkelt lodret, generelt udformet åbning, en trekantformet åbning, to rektangulære åbninger i to højdeniveauer og flere end to rektangulære åbninger i flere end to højdeniveauer. I de nævnte tilfælde opstiller han desuden ligninger til bestemmelse af neutralplanets placering ud fra kravet om, at kontinuitetsligningen skal være opfyldt.

For et rum med to åbninger med åbningsarealerne A_1 og A_2 og med en indbyrdes lodret afstand H udleder han følgende udtryk for volumenstrømmen gennem indløbet, hvor han anvender indløbs udstømningskoefficient $C_{d,1}$ i stedet for dets kontraktionskoefficient:

$$q_V = q_{V,1} = C_{d,1} A_1 v_1 = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta \rho g H_1}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.30a)$$

Her er H_1 indløbets lodrette afstand fra neutralplanet, og denne afstand bestemmer han af følgende kontinuitetsligning, hvor der regnes med ens udstømningskoefficienter for de to åbninger, dvs. $C_{d,1} = C_{d,2} = C_d$ samt at $\rho_u \cong \rho_i = \rho$:

$$C_d A_1 \left(\frac{2\Delta \rho g H_1}{\rho} \right)^{1/2} - C_d A_2 \left(\frac{2\Delta \rho g (H - H_1)}{\rho} \right)^{1/2} = 0 \quad (2.30b)$$

og heraf:

$$A_1^2 H_1 = A_2^2 (H - H_1)$$

eller:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (2.30c)$$

Volumenstrømmen bliver da:

$$q_v = q_{v,1} = C_d A_1 \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.30d)$$

Bruce beskæftiger sig også kort med lineære temperaturlagdelingers betydning for neutralplanets placering. Med en indvendig lineær temperaturlagdeling finder han ligesom Emswiler, at neutralplanet rykker mod områderne med størst temperaturforskelle mellem inde og ude. Endelig inddrager han i tilfældet med de to åbninger sammenhængen mellem nettovarmestrøm (dvs. varmetilførslen minus varmetransmissionstabet), temperaturdifferens og volumenstrøm og udleder et udtryk for de nødvendige åbningsarealer i afhængighed af nettovarmestrømmen.

2.3.1 Bruce-basismodel

I den nyere litteratur om opdriftventilation refereres ofte til Bruce (1978). Han danner en slags skole for de neutralplanmodeller, der anvendes. Modellerne varierer forfatterne imellem, men der kan tales om en slags basismodel med variationer, hvor basismodellen bygger på et ligningssystem bestående af en drivtrykligning analog til ligning (2.5), en trykdifferensligning, der også bestemmer fordelingen af drivtrykket over åbninger, og som er analog til ligning (2.25), en kontinuitetsligning analog til ligning (2.9b), dog medtagende kontraktionskoefficienterne, samt en trykdifferens- luft-hastigheds-relation, der i sin form er analog til ligning (2.14d). For et rum med to åbninger og ensartet indetemperatur får ligningssystemet følgende form (med indeks $j = 1$ og 2 svarende til henholdsvis ind- og udløb):

$$\Delta p = \Delta\rho g H \quad (2.30e)$$

$$\Delta p_j = \Delta\rho g y_j \quad (2.31a)$$

$$v_{1,k} C_{k,1} A_1 - v_{2,k} C_{k,2} A_2 = 0 \quad (2.31b)$$

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} k_j \rho_j v_{j,k}^2 \quad (2.31c)$$

Heri er Δp_j trykdifferensen over en åbning, y_j er åbningens afstand fra neutralplanet, $v_{j,k}$ middelhastigheden over det kontraherede tværsnit, og k_j er en konstant, der evt. medtager friktionstabet, og for hvilken der vil gælde at $k_j \geq 1,0$.

Ved brug af ligningerne (2.31c) og (2.31a) i ligning (2.31b) fås følgende ligning til bestemmelse af neutralplansplaceringen udtrykt ved afstanden $y_j = H_1$ fra nederste åbning:

$$C_{k,1} A_1 \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} - C_{k,2} A_2 \left(\frac{1}{k_2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g (H - H_1)}{\rho_i} \right)^{1/2} = 0 \quad (2.31d)$$

og heraf:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \quad (2.31e)$$

Af ligningerne (2.31a), (2.31c) og (2.31e) fås da følgende hastighed i indløbsåbningens kontraherede tværsnit:

$$\begin{aligned} v_{1,k} &= \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho_u} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta \rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.31f)$$

og herefter fås følgende volumenstrøm:

$$\begin{aligned} q_V &= q_{V,1} = C_{k,1} A_1 v_{1,k} = C_{k,1} A_1 \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{k,1} A_1 \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta \rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \\ &= C_{k,1} A_1 \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta \rho g H}{\rho_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.31g)$$

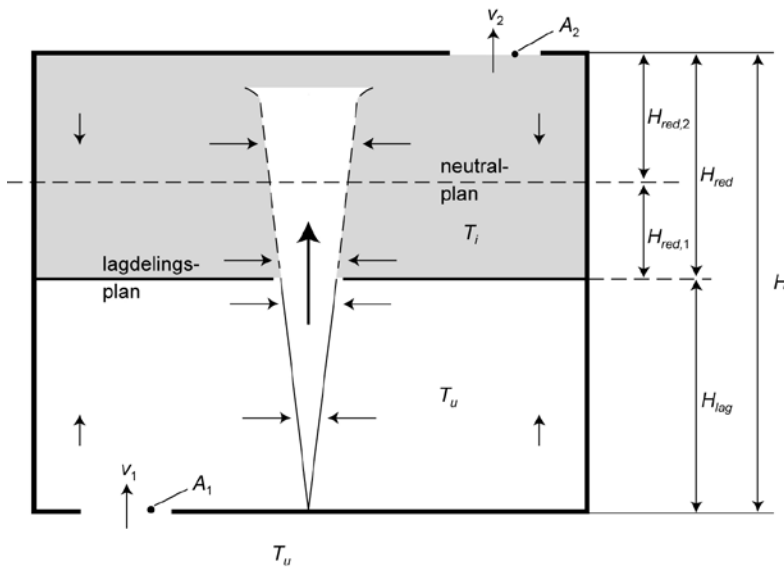
Forskellene de enkelte forfattere imellem bestemmes af, om kontraktionen og friktionen i åbningerne medtages og i så fald hvordan, samt af om kontraktionen og friktionen i de to åbninger antages at være lige store eller ej. Sammen med en evt. antagelse om at $\rho_i \approx \rho_u$, kan der da fås simple udtryk for neutralplansafstanden, som det ses af ligning (2.31e).

2.3.2 Fortrængningsmodeller

I rum med lavtsiddende indløbsåbninger kan der antages en indvendig temperaturlagdeling, der er analog til den, der optræder ved fortrængningsventilation, når den indstrømmende lufts hastighed ikke er særlig høj, samtidig med at dens temperatur er lavere end indeluftens. Temperaturlagdelingen kan med en enkelt, koncentreret varmekilde i gulvniveau simpelt bestemmes af volumenstrømmen, varmekildens placering og nettovarmestrømmen, og den kan da inddrages direkte i modellen for opdriftventilation. Dette er gjort af Linden et al. (1990) og Li (2000) for opdriftventilatio-

nen i et rum med to åbninger og en enkelt varmekilde, hvor de samtidig anvender neutralplanmodellen.

Linden et al. (1990) antager en indvendig, to-lags temperaturlagdeling fremkaldt af en enkelt, koncentreret varmekilde som vist i figur 2.7. Temperaturspringet optræder i højden H_{lag} over gulvniveau, og denne lagdelingshøjde er en ubekendt størrelse. De antager desuden, at indetemperaturen under lagdelingshøjden er lig med udetemperaturen. Med denne temperaturlagdeling ækvivalerer de forholdene med dem, der er i et rum med en reduceret højde $H_{red} = H - H_{lag}$, med to åbninger og med en ensartet indetemperatur T_i .



Figur 2.7 Lagdelings- og neutralplansforhold ved opdriftventilation i rum med en enkelt koncentreret varmekilde og to åbninger (efter Linden et al., 1990).

Med neutralplanet liggende med afstandene $H_{red,1}$ og $H_{red,2}$ til henholdsvis lagdelingsniveauet og øverste åbning og med $\Delta\rho = \rho_u - \rho_i$ får de følgende trykdifferenser over de to åbninger:

$$\Delta p_1 = \Delta\rho g H_{red,1} \quad \text{og} \quad \Delta p_2 = \Delta\rho g H_{red,2} \quad (2.32a)$$

hvor der for de to afstande gælder:

$$H_{red,1} + H_{red,2} = H_{red} = H - H_{lag} \quad (2.32b)$$

Endvidere regner de med henvisning til Bernoullis ligning med følgende trykdifferens-lufthastigheds-relationer for henholdsvis ind- og udløbsåbning, idet de samtidig regner med at $\rho_i \cong \rho_u \cong \rho$:

$$c\Delta p_1 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \quad \text{og} \quad \Delta p_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \quad (2.32c)$$

hvor c er en reduktionsfaktor, der indeholder kontraktionen og friktionen i indløbet, og som for almindelige åbninger angives at ligge i området mellem 0,5 (skarpkantet åbning) og 1,0 (åbning med afrundede kanter). Endelig anvendes en kontinuitetsligning analog til ligning (2.31b), men hvor

kontraktionskoefficienterne er erstattet af 1-taller svarende til, at kontraktionen kun medtages i c -værdien. Ved brug af ligningerne (2.32c) og (2.32a) i nævnte kontinuitetsligning får de følgende ligning til bestemmelse af neutralplansplaceringen i afhængighed af H_{red} :

$$A_1 \left(\frac{2c\Delta\rho g H_{red,1}}{\rho} \right)^{1/2} - A_2 \left(\frac{2\Delta\rho g (H_{red} - H_{red,1})}{\rho} \right)^{1/2} = 0 \quad (2.32d)$$

eller:

$$A_1^2 c H_{red,1} = A_2^2 (H_{red} - H_{red,1})$$

og heraf:

$$H_{red,1} = \frac{A_2^2 H_{red}}{A_1^2 c + A_2^2} = \frac{H_{red}}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (2.32e)$$

Dermed får de en indløbshastighed bestemt af

$$v_1 = \left(\frac{2c\Delta p_1}{\rho} \right)^{1/2} = c^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{red,1}}{\rho} \right)^{1/2} = c^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{red,1}}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.32f)$$

og en volumenstrøm bestemt af:

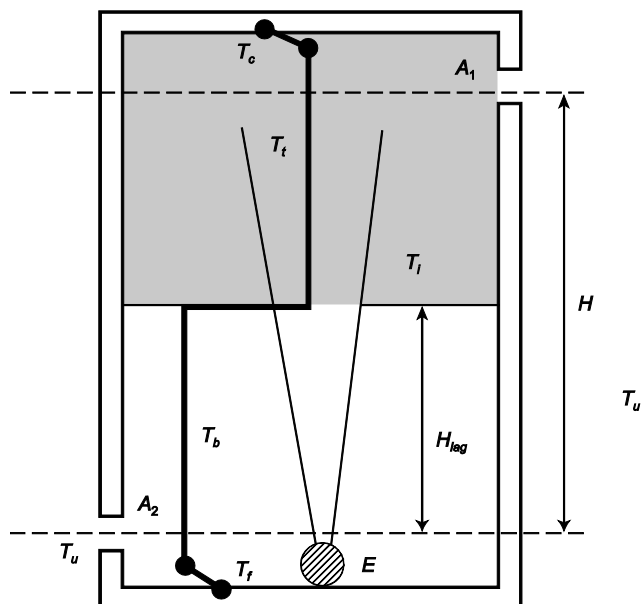
$$q_V = q_{V,1} = A_1 v_1 = A_1 c^{1/2} \left(\frac{2g\Delta\rho H_{red,1}}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.32g)$$

hvor H_{red} er afhængig af H_{lag} , som det ses af ligning (2.32b).

Ligning (2.32g) kan, ved brug af sammenhængen mellem temperaturdifferens (og dermed massefyldedifferens), volumenstrøm og nettovarmestrøm, omformes, så den udtrykker volumenstrømmen i afhængighed af nettovarmestrømmen, jf. ligning (2.8a). Samme volumenstrøm er, når der ses bort fra konvektionsstrømmene langs vægfladerne, med god tilnærmelse lig med volumenstrømmen i varmekildens strømningsfane, der også kan udtrykkes ved nettovarmestrømmen og lagdelingshøjden H_{lag} . Derved får Linden et al. en ligning til direkte bestemmelse af lagdelingshøjden, hvorefter volumenstrømmen og andre størrelser af interesse kan bestemmes.

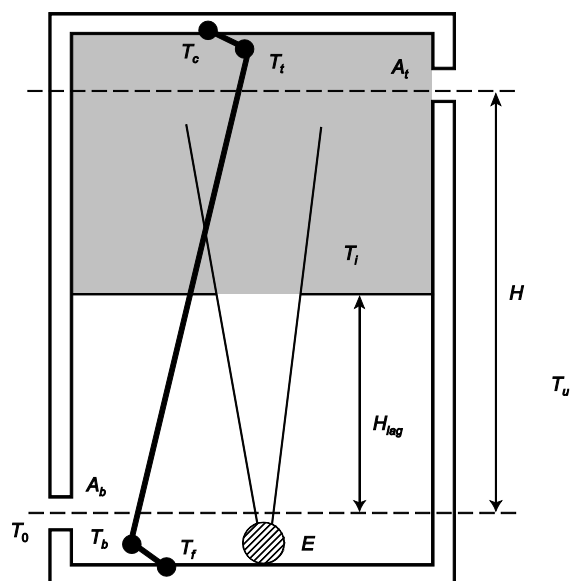
Li (2000) tager i sin temperaturlagdeling hensyn til varmestrålingsudvekslingen mellem de indvendige bygningsflader, og han opstiller i den sammenhæng to forskellige modeller:

- Model 1, hvor man kun medtager strålingsudvekslingen mellem gulv og loft, og hvor der antages en to-lags temperaturlagdeling suppleret med to mindre, lineære stykker ved gulv og loft som vist i figur 2.8a, hvor H_{lag} angiver højden til temperatur- og forureningslagdelingen



Figur 2.8a Temperaturlagdelingen i Li's model 1 (efter Li, 2000).

- Model 2, hvor man medtager strålingsudvekslingen mellem alle indvendige bygningsflader. Her antages en temperaturlagdeling, hvor lagdelingen mellem de to lineære småstykker også er lineær, som vist i figur 2.8b, og hvor H_{lag} alene angiver højden til forureningslagdelingen



Figur 2.8b Temperaturlagdelingen i Li's model 2 (efter Li, 2000).

I model 1 foretages først en separat bestemmelse af de to lagdelingstemperaturer i bund og top, T_b og T_t som beskrevet i Li et al. (1992), og der beregnes følgende indvendige middeltemperaturdifferens:

$$\Delta T_m = \frac{(T_b - T_u)H_{lag} + (T_t - T_u)(H - H_{lag})}{H} \quad (2.33a)$$

Med denne middeldifferens opstiller han med henvisning til Andersen (1995) følgende udtryk for volumenstrømmen, idet han regner med ens udstrømningskoefficienter for de to åbninger, dvs. $C_{d1} = C_{d2} = C_d$, samt at $T_i \cong T_u$:

$$q_V = C_d A_1 \left(\frac{2\Delta T_m g H_1}{T_u} \right)^{1/2} = C_d A_1 \left(\frac{2\Delta T_m g H - H_{lag}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.33b)$$

Ved brug af sammenhængen mellem temperaturdifferens, volumenstrøm og nettovarmestrøm sammen med volumenstrømsforholdene for varmekildens strømningsfane fås en ligning til bestemmelse af lagdelingshøjden H_{lag} i afhængighed af åbningsforholdene, hvorefter en endelig bestemmelse af middelmassefylden og af volumenstrømmen kan finde sted.

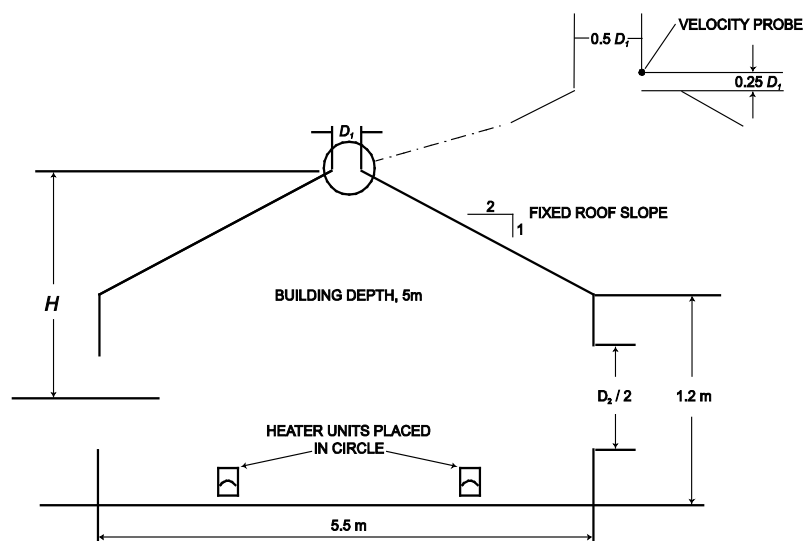
I model 2 foretages ligeledes først en separat bestemmelse af temperaturerne T_b og T_t som beskrevet i Li et al. (1992), hvilket igen bestemmer den lineære temperaturlagdeling. Derefter bestemmes middeltemperaturdifferensen ved en integration over åbningsafstanden af differensen mellem inde- og udetemperaturen, og med denne middeldifferens udledes et volumenstrømodtryk analogt til ligning (2.33b). Udtrykket indeholder ikke lagdelingshøjden H_{lag} . Denne størrelse kan bestemmes efterfølgende ud fra sammenhængen mellem volumenstrømmen og volumenstrømsforholdene i varmekildens strømningsfane.

2.4 Eksperimentelle undersøgelser

Der er udført både model- og fuldskalforsøg med opdriftventilation. Modelforsøgene er udført primært for at verificere en opdriftmodel, medens fuldskalforsøgene især har haft til formål at verificere CFD-beregnete lufthastigheder og temperaturer i opholdszoner. Der er ikke fundet fuldskalforsøg med tilstrækkelige data til, at de kunne anvendes til verificering af en opdriftmodel, medens der er fundet to modelforsøg med tilstrækkelige data, og som omtales i det følgende.

Timmons & Baughmann (1981) undersøger opdriftventilationen under forskellige forhold i en 5 m lang modelbygning (skala 1:2) udført som en trækonstruktion beklædt med stive isoleringsplader, med alle fuger tætnet med tape og med et tværsnit som vist på figur 2.9a, dvs. med en lodret indløbsspalte i begge facader og en vandret udløbsspalte i kippen. De to indløbsspalters højde fastholdes på 610 mm, medens udløbsspaltens bredde kan varieres, og det samme kan varmemestrømmen fra syv, gulvplacerede varmeelementer, hvoraf de fire er forsynet med blæsere.

Ude- og indetemperaturer måles i henholdsvis ind- og udløb med kobber-konstantan termoelementer med en nøjagtighed på $\pm 0,3$ K. Endvidere måles lufthastigheder i udløbet med et varme-trådsanemometer, og der måles altid i en højde over åbningen, der var lig med $\frac{1}{4}$ åbningsbredde. Der er ikke opgivet målenøjagtighed for lufthastighederne. Målinger flere steder langs åbningen viste, at lufthastigheden kun varierede ubetydeligt i åbningens længderetning.



Figur 2.9a Forsøgsmodel (Timmons og Baughman, 1981).

Tabel 2.1a Forsøgsresultater fra Timmons & Baughman (1981)

Forsøgs række nr.	Bygningsdata, jf. figur 2.8a					Forsøgsresultater			
	D_1	$D_2/2$	$H^{1)}$	$H_1^{2)}$	H_1^*	Udløbs- hastig- hed, v_2 m/s	Tempe- ratur- diff., ΔT K	Inde- tempe- ratur, T_i K	Volu- men- strøm, $q_{V,2}^{4)}$ m^3/s
	mm	mm	mm	mm	mm				
1	88	610	1850	10	53	0,49	4,4	302,2	0,20
						0,66	7,2	305,1	0,27
						0,70	9,7	307,9	0,28
2	152	610	1830	28	91	0,41	3,5	299,8	0,30
						0,64	6,8	303,6	0,46
						0,68	7,9	304,6	0,49
3	305	610	1790	105	176	0,30	2,8	300,5	0,44
						0,48	5,2	303,2	0,70
						0,56	6,3	304,7	0,81
4	610	610	1730	346	365	0,26	2,1	298,5	0,76
						0,43	3,4	300,2	1,26
						0,52	5,4	301,4	1,51

1) åbningsafstand, dvs. afstand mellem indløbsmidte og udløbsspalten i kip

2) beregnet ved brug af ligning (2.30c)

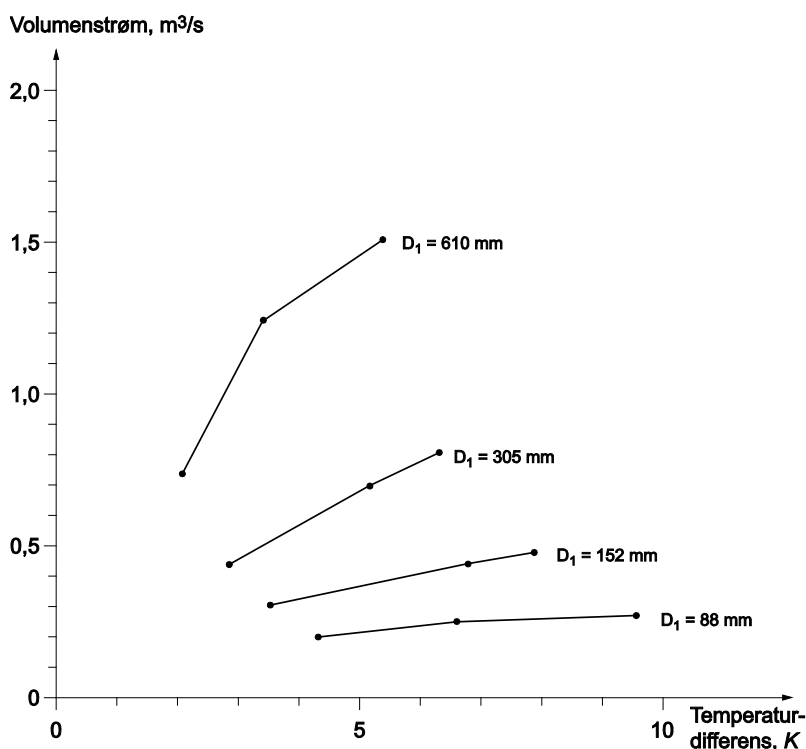
3) beregnet af Bruce (1982) i forbindelse med diskussionen omtalt i det efterfølgende afsnit 2.5

4) beregnet som $0,95 \cdot v_2 A_2$

De baserer deres indledende, teoretiske overvejelser på søjlemodellen, og de beregner i overensstemmelse hermed volumenstrømmen ud fra en udløbshastighed multipliceret med udløbsarealet, men gør ellers ikke nærmere brug af modellen ved vurderingen af deres forsøgsresultater.

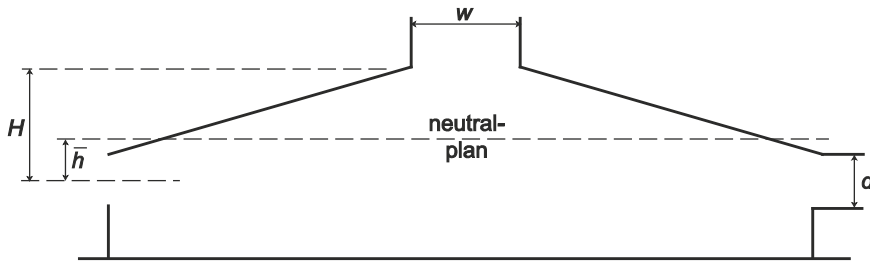
Sammenhørende værdier af udløbsbredder og målte udløbshastigheder og temperaturdifferenser er vist i tabel 2.1a, og de viste volumenstrømme er af de to forfattere beregnet som åbningsarealet multipliceret med 95 % af hastigheden, hvor faktoren 0,95 antages at gøre den målte hastighed til åbningens middelhastighed. De optegner de fundne volumenstrømme i afhængighed af temperaturdifferensen med udløbsbredden som parameter som vist på figur 2.9b, og ud fra kurveforløbene konkluderer de:

- at volumenstrømmen ved fastholdt temperaturdifferens er omtrentlig proportional med udløbsarealet
- at volumenstrømmen ved små udløbsbredder (her de tre mindste) i forhold til bygningshøjden er næsten uafhængig af temperaturdifferensen



Figur 2.9b Målte volumenstrømme i afhængighed af temperaturdifferensen og med udløbsbredden som parameter (Timmons & Baughman, 1981)

Down et al. (1990) undersøger opdriftventilationsforholdene i en 2,44 m lang modelbygning (skala 1:2) med et tværsnit som vist på figur 2.9c. Modellen er udført som en let stålrammekonstruktion af rektangulære rørprofiler beklædt med 75 mm stive polystyrenplader. Indløbshøjden d og udløbsbredden w kan begge varieres i området 75-1100 mm. Ligeledes kan taghældningen varieres (15, 22,5 og 30°), og det samme kan bygningsbredden (5500 og 7940 mm). Endelig undersøges effekten af at overdække udløbsarealet med en 900 mm bred overdækning anbragt henholdsvis 200 og 300 mm over en 600 mm bred åbning samt af 25 x 74 mm åse pr 600 mm på tagfladens underside.



Figur 2.9c Forsøgsmodel (Down et al. 1990).

Modellen opvarmes med 36 varmeelementer á 350 W anbragt ligeligt i 6 grupper á 2100 W og forbundet, så varmestrømmen kunne varieres i fem trin mellem 2100 og 12600 W, og der måles lufthastigheder i ind- og udløb med varmetrådsanemometre, og inde- og udetemperaturerne måles med termoelementer. Der er ikke angivet målenøjagtigheder, og der er ikke angivet, hvor i rummet temperaturerne er målt.

Deres teoretiske overvejelser bygger på neutralplanmodellen opstillet af Bruce (1978), og de anfører følgende udtryk for henholdsvis lufthastigheden v_2 i udløbsåbningen og volumenstrømmen $q_{V,2}$:

$$v_2 = C_{d,2} \left(\frac{2\Delta T g H_{eff}}{T_2} \right)^{1/2} \quad (2.33c)$$

$$q_{V,2} = U_2 A_2 = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_{eff}}{T_2} \right)^{1/2} \quad (2.33d)$$

hvor T_2 er udetemperaturen og $H_{eff} = H - h$ er afstanden mellem neutralplanet og udløbet, jf. figur 2.9c, og hvor igen h bestemmes af en ligning analog til ligning (2.30c), når neutralplanet ikke skærer indløbsåbningerne. Ved skæring bestemmes h af en kontinuitetsligning, hvor der tages hensyn til, at den del indløbsarealet, der ligger over neutralplanet, skal medregnes i udløbsarealet.

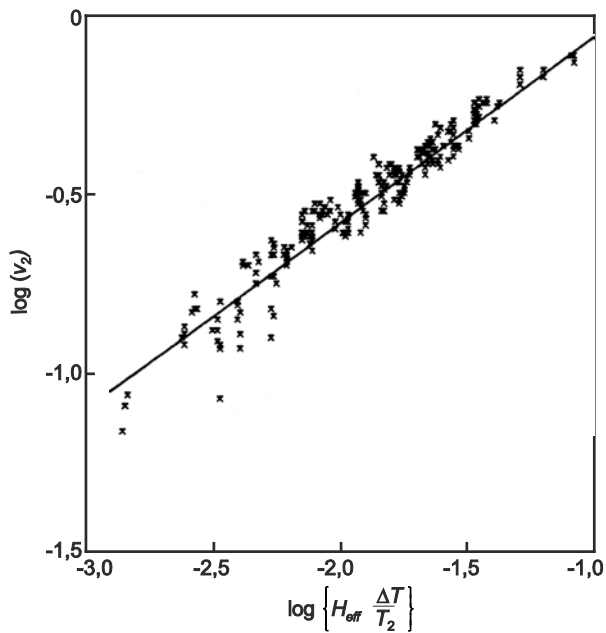
For hver bygningskonfiguration og her igen for hvert varmestrømtrin varieres ind- og udløbsarealerne, og for hver variant måles lufthastigheder og lufttemperaturer. I figur 2.9d er de fundne hastigheder afbildet i et dobbeltlogaritmisk koordinatsystem i afhængighed af den effektive skorsthøjde H_{eff} og temperaturdifferensen ΔT , når bygningsbredden er 5500 mm, når udløbet ikke er overdækket, og når der ikke er åse på tagets underside.

I deres regressionsanalyse sammenholder de måleresultaterne med hastighedsudtrykket på formen:

$$v_2 = a \left(\frac{\Delta T H_{eff}}{T_2} \right)^b \quad (2.33e)$$

eller på logaritmisk form:

$$\log v_2 = \log a + b \log \left(\frac{\Delta T H_{eff}}{T_2} \right) \quad (2.33f)$$



Figur 2.9d Målte udløbshastigheder v_2 i afhængighed af målte temperaturdifferenser og effektive skorstenshøjder i tilfældene uden overdækninger og åse. T_2 er udetemperaturen. (Down et al. 1990).

De finder at $b = 0,52 \pm 0,05$ og at dette ikke afviger signifikant fra 0,50 ved et signifikansniveau på 0,01. Desuden finder de $\log a = 0,46$. Ved at sammenholde dette med ligning (2.33c) på logaritmisk form, dvs.:

$$\log v_2 = \log C_{d,2} + \frac{1}{2} \log(2g) + \frac{1}{2} \log\left(\frac{\Delta TH_{eff}}{T_2}\right) \quad (2.33g)$$

finder de:

$$\log a = 0,46 = \log C_{d,2} + \frac{1}{2} \log(2g)$$

eller

$$\log C_{d,2} = 0,46 - \frac{1}{2} \log(2g)$$

og heraf igen $C_{d,2} = 0,66$.

De konkluderer:

- at der er god overensstemmelse mellem de målte hastigheder og dem, der fås med modellen opstillet af Bruce (1978)

- at ændringer i bygningsudformningen i form af ændret bygningsbredde og ændret taghældning ikke ændrer signifikant på lufthastighederne på 0,01 niveau, så længe H_{eff} ikke ændres
- at overdækning reducerer volumenstrømmen svarende til en signifikant reduktion i $C_{d,2}$ -værdi på op mod 20 %
- at tilstedeværelse af åse under tagfladen reducerer volumenstrømmen svarende til en signifikant reduktion i $C_{d,2}$ -værdi på ca. 7 %.

2.5 Rumudformningens betydning

Rumudformningens betydning for opdriftventilation behandles af Randall (1928), af Foster & Down (1987) og af Down et al. (1990).

Randall (1928) undersøger betydningen af loftets eller taget udformning med henvisning til sådanne, almindelige udsagn som, "at taghældningerne er fastlagt, så luften naturligt føres frem til og ud gennem udløbene". Ud fra sine undersøgelser konkluderer han, at tagets form og hældning er praktisk taget uden betydning for volumenstrømmen.

Foster & Down (1987) anfører, at taghældning og eventuelle fritliggende tagåse kan have betydning for udstrømningskoefficienten C_d . Desuden giver de udtryk for, at formeludtryk udledt af eksempelvis engelske forfattere ikke nødvendigvis gælder for rum med en anderledes, australsk udformning, og de efterlyser undersøgelser heraf.

Down et al. (1990) undersøger betydningen af bygningsbredden og taghældningen samt af overdækning af udløbet i kip og af tilstedeværelsen af åse under tagfladen. De finder, at bygningsbredde og taghældning er uden betydning, medens en overdækning kan reducere volumenstrømmen med op til 20 % og åse kan reducere den med ca. 7 %.

2.6 Modelusikkerheder

Forskellene mellem modellerne og mellem de enkelte forfattere indbyrdes samt den deraf følgende usikkerhed ved dimensionering af opdriftventilation behandles af Kreichelt et al. (1976) og Foster & Down (1987), ligesom den fremgår af en diskussion mellem Timmons & Baughmann (1981) og Bruce (1982). Endelig berøres det intuitive og dermed usikkerheden ved anvendelsen af opdriftventilation af Bruce (1978), Foster & Down (1987), Axley (1992) og Cooper & Linden (1996).

Kreichelt et al. (1976) gennemgår de hyppigst optrædende formeludtryk i litteraturen for opdriftventilation i industrihaller med to åbninger (eller åbningssæt) og ensartet indetemperatur. Det drejer sig om udtryk, der alle kan henføres til ventilator- eller neutralplanmodellen. De påviser store forskelle i de lufthastigheder og volumenstrømme, der fås med de forskellige udtryk, også mellem udtrykkene henhørende til samme modeltype. De finder, at sammenholdt med målte data ligger volumenstrømme beregnet ved brug af litteraturens udtryk på halvdelen til to gange de målte. Forskellene skyldtes primært forskellige antagelser og i enkelte tilfælde også direkte misforståelser i forbindelse med udledelsen af udtrykkene under i øvrigt identiske forhold. De konkluderer, at Emswilers beregningsudtryk (Emswiler, 1926) er det mest korrekte.

Foster & Down (1987) gennemgår de hyppigst optrædende udtryk i litteraturen for opdriftventilation i stalde med to åbninger (eller åbningssæt) og ensformet indetemperatur, og som alle kan henføres til søjle- eller neutralplanmodellen. De påviser også store forskelle i de beregnede lufthastigheder og volumenstrømme under i øvrigt identiske forhold.

De interesserer sig endvidere for formeludtrykkenes gyldighed, når en af åbningerne er lodret og så stor, at neutralplanet skærer denne åbning, så der optræder både indad- og udadrettet luftstrøm i den. De udleder ved brug af Bruce (1978) et udtryk for volumenstrømmen under disse forhold, og de påviser de forskelle, der fås i beregningsresultaterne afhængigt af, om der tages hensyn til neu-

tralplansskæringen eller ej. Ved brug af søjlemodellen bliver forskellene særlig markante, da denne model altid beregner volumenstrømmen ud fra udløbsarealet. De kommer ind på taghældningens betydning for neutralplansskæringen, når udløbet er en vandret åbning i kippen, idet taghældningen da influerer på åbningsafstanden. De anfører, at manglende forståelse af mekanismen bag opdrift-ventilation ofte hindrer en effektiv brug af denne ventilationsform. De kommer til det resultat, at den sikreste model er neutralplanmodellen i den form, den har hos Bruce (1978).

Bruce (1982) gennemgår måleresultaterne og konklusionerne i Timmons & Baughmann (1981) ud fra den neutralplanmodel, han tidligere har udledt (Bruce, 1978). Han påpeger uoverensstemmelser med teorien. Derefter påviser han, at neutralplanet i tre ud af deres fire forsøgsrækker, hvor udløbsbredden er mindst (dvs. for $D_1 = 88, 152$ og 305 mm) skærer de to indløbsspalter. I disse tilfælde strømmer der luft ud af indløbenes øverste del, der derved kommer til at fungere som en del af udløbsarealet. Dette har Timmons & Baughmann ikke haft med i deres vurdering af forsøgsresultaterne. Ved at tage hensyn hertil finder Bruce:

- at der fås god overensstemmelse mellem målte og teoretisk beregnede volumenstrømme
- at volumenstrømmen bliver proportional med kvadratet på temperaturdifferensen i overensstemmelse med teorien.

Det intuitive aspekt i forbindelse med usikkerheden ved at anvende opdriftventilation kommer til udtryk på forskellig måde. Bruce (1978) bemærker således i sin indledning (p. 151) at: "a lack of understanding of the quantitative aspects of thermal buoyancy has resulted in great use of intuition on the part of the designer without a sufficiently sound base", og Axley (1992) skriver (p. 48), at man når frem til noget rimeligt medgørligt "using existing, relatively simple and intuitively direct theory". Endelig anfører Cooper & Linden (1996) indledningsvis (p. 203) at på trods af, at naturlig ventilation er blevet anvendt siden tidernes morgen "our understanding of many of the thermophysical processes involved in natural ventilation is limited".

2.7 Diskussion

I tabel 2.1b er der foretaget en sammenstilling af hvilke udtryk, der er udledt, og hvilke analyser, der er foretaget i de enkelte referencer. Det ses, at det vigtigste formål med opstillingen af en opdriftmodel har været at få udledt udtryk for volumenstrømmen i rummet. I anden række kommer udtryk for åbningshastigheder samt nødvendige åbningsarealer for at opnå en ønsket volumenstrøm ved en bestemt temperaturdifferens.

Drivtrykket er i alle referencerne bestemt ud fra massefylde- eller temperaturdifferens. Enkelte forfattere går et skridt videre ved at bestemme temperaturdifferensen i afhængighed af nettovarmestrømmen ud fra sammenhængen mellem nettovarmetilførsel, volumenstrøm og temperaturdifferens, hvorved hastigheder, volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer kan udtrykkes i afhængighed af nettovarmestrømmen.

Der er kun gennemført få analyser af de enkelte parametres betydning for ventilationsforholdene. Emswiler (1929) gennemfører en simpel analyse af optimale ventilationsforhold, Randall & Conover (1931) ser på sammenhængen mellem volumenstrøm og åbningsarealforhold, Bruce (1978) beskæftiger sig kort med en lineær temperaturlagdelings betydning for neutralplansplaceringen, og Morsing & Strøm (1985) fastlægger en kurve for sammenhængen mellem en reduktion af udløbsarealet og den tilhørende, nødvendige forøgelse af indløbsareal for at holde en uændret volumenstrøm.

Litteraturens tre modeller giver vidt forskellige resultater såvel de enkelte modeller imellem som inden for samme modeltype. Forskellene vil i det følgende blive diskuteret ud fra forskellige synsvinkler, og i denne sammenhæng vil de skorstens-, Bernoulli- og strømrørsbetragtninger, der optræder i litteraturen blive inddraget. Endelig vil forskellenes størrelse blive belyst ved at sammenholde de enkelte modeller med en referencemodel.

Tabel 2.1b Sammenstilling af udledte udtryk og gennemførte analyser i de enkelte referencer

Reference	Formelsæt baseret på temperatur. diff.			Formelsæt baseret på nettovarmestrøm				Udførte analyser
	Hast. v_1	Vol. q_v	Åbn. A_1	Temp. ΔT	Hast. v_1	Vol. q_v	Åbn. A_1	
Søjlemodel								
Barre og Sammet (1950)	x	x						
Bruce (1973)	x	x		x	x	x	x	
Ventilatormodel								
Baturin(1972)	x	x						
Kalleberg (1977)		x				x		
Bruce (1977)	x	x	x					x
Pedersen (1979)	x	x	x					
Morsing og Strøm (1985)	x	x	x					x
Axley (1998) (sløjfemodel)		x	x					
Herrlin (1992) (multi-zone)		x						
Neutralplanmodel								
Emswiler (1926)		x						analyse af optimale åbningsarealforhold
Randall og Connover (1931)		x						volumenstrøm i af- hængighed af åbnings- arealer
Bruce (1978)		x	x					x temperaturlagdeling og neutralplanhøjde
Linden et al. (1990) (fortr.)	x	x						
Li (2000) (fortræng. model)	x	x						

2.7.1 Referencemodel

Ud fra litteraturstudiet vurderes en referencemodel baseret på en modificeret udgave af neutralplanmodellen beskrevet i afsnit 2.3.1 som Bruce-basismodellen til at være den model, der giver de mest pålidelige resultater, jf. den vurdering, der gives af flere forfattere i afsnit 2.6. Trykdifferensen over en åbning udtrykkes ved ligning (2.31a), medens kontinuitetsligningen (2.31b) erstattes af den tilsvarende massebalanceligning (jf. ligning (2.9c), og konstanten k_j i trykdifferens-

hastighedsligningen (2.31c) udtrykkes ved modstandstallet, så ligningen direkte kommer til at udtrykke, at trykdifferencen over en åbning omsættes til kinetisk energi og til friktionstab.

Massebalanceligningen (2.9c) får formen:

$$\rho_u v_{1,k} C_{k,1} A_1 - \rho_i v_{2,k} C_{k,2} A_2 = 0 \quad (2.34a)$$

hvor $v_{j,k}$ er middelhastigheden i åbning j 's kontraherede tværsnit, og $C_{k,j}$ og A_j er henholdsvis åbningskontraktionskoefficient og åbningsareal.

Trykdifferens-lufthastighedsligningen (2.31c) får følgende form, når ligning (2.31a) indsættes heri, og når det rent friktionsbaserede modstandstal ζ_j er knyttet til åbningens middelhastighed $v_j = C_{k,j} v_{j,k}$:

$$\Delta p_j = \Delta \rho g H_j = \frac{1}{2} \rho_j v_{j,k}^2 + \frac{1}{2} \zeta_j \rho_j (C_{k,j} v_{j,k})^2 = \frac{1}{2} \rho_j (1 + C_{k,j}^2 \zeta_j) v_{j,k}^2 \quad (2.34b)$$

Heraf fås følgende middelhastighed i det kontraherede tværsnit, idet $\Delta \rho = \rho_j \Delta T / T_j$:

$$\begin{aligned} v_{j,k} &= \left(\frac{1}{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j} \right)^{1/2} \left(\frac{2 \Delta p_j}{\rho_j} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j} \right)^{1/2} \left(\frac{2 g \Delta T H_j}{T_j} \right)^{1/2} \\ &= C_{v,j} \left(\frac{2 g \Delta T H_j}{T_j} \right)^{1/2} = C_{v,j} v_{j,teo} \end{aligned} \quad (2.34c)$$

Heri er $v_{j,teo}$ den teoretisk mulige hastighed i det kontraherede tværsnit, dvs. ved friktionsfri strømning, og $C_{v,j}$ er en hastighedskoefficient, der er lig med forholdet mellem middelhastigheden og den teoretisk mulige hastighed i tværsnittet. Desuden er $\rho_j = \rho_u$ og $T_j = T_i$ for $j = 1$ og $\rho_j = \rho_i$ og $T_j = T_u$ for $j = 2$.

For volumenstrømmen gennem en åbning fås:

$$q_{V,j} = C_{k,j} A_j v_{j,k} = C_{k,j} A_j C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{\rho_j} \right)^{1/2} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_j} \right)^{1/2} \quad (2.34d)$$

hvor $C_{d,j} = C_{k,j} C_{v,j}$ er åbnings udstømningskoefficient (engelsk: discharge coefficient). Af ligningerne (2.34b) og (2.31c) sammen med ligning (2.34c) fås, at der er følgende sammenhænge mellem modstandstallet ζ_j og henholdsvis konstanten k_j , hastighedskoefficienten $C_{v,j}$, kontraktionskoefficienten $C_{k,j}$ og udstømningskoefficienten $C_{d,j}$:

$$k_j = 1 + C_{k,j}^2 \zeta_j \quad (2.34e)$$

$$C_{v,j} = \left(\frac{1}{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j} \right)^{1/2} \quad (2.34f)$$

$$C_{d,j} = C_{k,j} C_{v,j} = \frac{C_{k,j}}{(1 + C_{k,j}^2 \zeta_j)^{1/2}} = \frac{1}{\left(\left(\frac{1}{C_{k,j}} \right)^2 + \zeta_j \right)^{1/2}} \quad (2.34g)$$

Ved indsættelse af hastighedsligningen (2.34c) i massebalanceligningen fås følgende ligning til bestemmelse af neutralplanplaceringen udtrykt ved afstanden H_1 mellem nederste åbningsmidte og neutralplanet:

$$\rho_u C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} C_{k,1} A_1 - \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g (H - H_1)}{\rho_i} \right)^{1/2} C_{k,2} A_2 = 0$$

eller ved kvadrering:

$$(\rho_u C_{v,1} C_{k,1} A_1)^2 \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right) = (\rho_i C_{v,2} C_{k,2} A_2)^2 \left(\frac{2\Delta\rho g (H - H_1)}{\rho_i} \right) \quad (2.34h)$$

som løst med hensyn til H_1 fører til:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \left(\frac{C_{v,1} C_{k,1} A_1}{C_{v,2} C_{k,2} A_2} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \approx \frac{H}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (2.34i)$$

hvor der successivt er regnet med, at $C_{d,1} \cong C_{d,2}$ og $\rho_u \cong \rho_i$. Brugen af massebalanceligningen i stedet for kontinuitetsligningen medfører, at massefyldeforholdet ρ_i/ρ_u i ligning (2.31e) erstattes af den reciprokke værdi i ligning (2.34i).

For øverste åbnings neutralplanafstand H_2 fås:

$$H_2 = H - H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,2} C_{k,2} A_2}{C_{v,1} C_{k,1} A_1} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \approx \frac{H}{1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2} \quad (2.34j)$$

Af ligning (2.34c) fås følgende middelhastigheder i ind- og udløbsåbningens kontraherede tværsnit:

$$v_{1,k} = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} = C_{v,1} \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2g\Delta T}{T_i} \right)^{1/2} \quad (2.34k.1)$$

og

$$v_{2,k} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = C_{v,2} \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2g\Delta T}{T_u} \right)^{1/2} \quad (2.34k.2)$$

For middelhastighederne v_1 og v_2 over de geometriske åbningsarealer fås:

$$v_1 = C_{k,1} v_{1,k} = C_{k,1} C_{v,1} \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} = C_{d,1} \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2g\Delta T}{T_i} \right)^{1/2} \quad (2.34m.1)$$

og

$$v_2 = C_{k,2} v_{2,k} = C_{k,2} C_{v,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = C_{d,2} \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2g\Delta T}{T_u} \right)^{1/2} \quad (2.34m.2)$$

Af ligning (2.34d) fås følgende volumenstrømme gennem henholdsvis ind- og udløb:

$$\begin{aligned} q_{V,1} &= C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g}{T_i} \right)^{1/2} \\ &\cong \left(\frac{(C_{d,1} A_1 C_{d,2} A_2)^2}{(C_{d,1} A_1)^2 + (C_{d,2} A_2)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} = A^* \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.34n)$$

$$q_{V,2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g}{T_u} \right)^{1/2} \quad (2.34p)$$

$$\cong \left(\frac{(C_{d,2} A_2 C_{d,1} A_1)^2}{(C_{d,2} A_2)^2 + (C_{d,1} A_1)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} = A^* \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2}$$

hvor den indførte arealstørrelse A^* ofte benævnes ”bygningens effektive åbningsareal” og er defineret ved:

$$A^* = \left(\frac{(C_{d,2} A_2 C_{d,1} A_1)^2}{(C_{d,2} A_2)^2 + (C_{d,1} A_1)^2} \right)^{1/2} \quad (2.34q)$$

eller hvis $C_{d,1} \approx C_{d,2}$:

$$A^* \cong \frac{A_1 A_2}{(A_1^2 + A_2^2)^{1/2}} = \frac{A_1}{\left(1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right)^{1/2}} = \frac{A_2}{\left(1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)^{1/2}} \quad (2.34r)$$

Sammenhængen mellem temperaturdifferens, volumenstrøm og nettovarmestrommen Φ_{net} (i W), dvs. tilført varmestrom minus varmetransmissionstabet, kan udtrykkes ved følgende energiligning:

$$\Phi_{net} = c_p \rho_i q_{V,2} \Delta T = c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T \quad (2.34s)$$

hvor c_p er luftens varmekapacitet (J/(kgK)). Med udgangspunkt i indløbsforholdene fås ved brug af ligning (2.34n):

$$\Delta T = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u q_{V,1}} = \frac{\Phi_{net} T_i^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2\Delta T g H_1)^{1/2}} \quad (2.34t)$$

som løst med hensyn til ΔT fører til:

$$\Delta T = \left(\frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{T_i}{2gH_1} \right)^{1/3}$$

Ved at indfører $\rho = p_u/(RT_u)$, ved at antage at $T_u/T_i \approx 0,97$ og ved at indsætte de indgående konstanter i SI-enheder fås:

$$\Delta T = 7,3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} T_i \quad (2.34u)$$

som igen indsat i ligning (2.34k.1) fører til:

$$v_{1,k} = 0,038 C_{v,1} \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \quad (2.34v)$$

og heraf:

$$q_{V,1} = C_{k,1} A_1 v_{1,k} = 0,038 (\Phi_{net} H_1)^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3} \quad (2.34x)$$

Endelig fås af ligning (2.34u), når denne løses med hensyn til A_1 :

$$A_1 = 6,2 \cdot 10^{-7} \frac{\Phi_{net}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/2} \left(\frac{T_u}{\Delta T} \right)^{3/2} \quad (2.34y)$$

hvor A_1 er det nødvendige indløbsareal for en given nettovarmestrøm, når der samtidig ønskes en bestemt temperaturdifferens og når åbningsarealforholdet A_1/A_2 er fastlagt på forhånd.

Med udgangspunkt i udløbsforholdene fås ved brug af ligning (2.34p) tilsvarende:

$$\Delta T = 7,5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} T_u \quad (2.34z)$$

$$v_{2,k} = 0,039 C_{v,2} \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3} \quad (2.34æ)$$

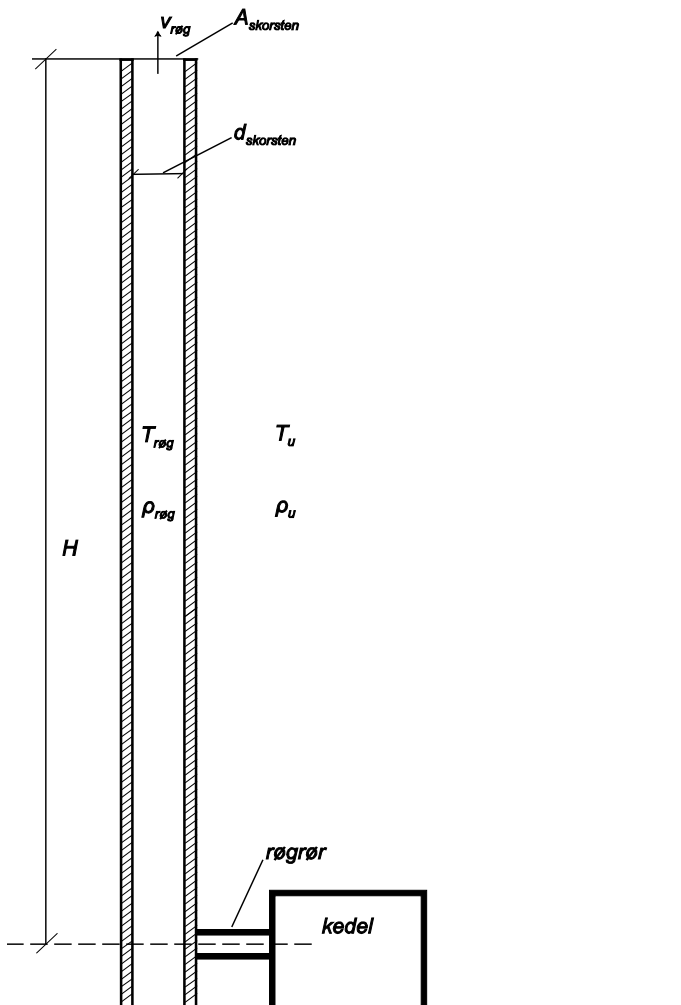
$$q_{V,2} = C_{k,2} A_2 v_{2,k} = 0,039 (\Phi_{net} H_2)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3} \quad (2.34ø)$$

$$A_2 = 6,5 \cdot 10^{-7} \frac{\Phi_{net}}{C_{d,2}} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/2} \left(\frac{T_u}{\Delta T} \right)^{3/2} \quad (2.34å)$$

2.7.2 Skorstensbetragtninger

I litteraturen om opdriftventilation ses begreberne skorstenseffekt (stack effect, stack driven ventilation) og skorstenshøjde (stack height), og ved neutralplanmodellen ses specielt begrebet effektiv skorstenshøjde anvendt om den lodrette afstand fra neutralplanet til en af åbningerne, normalt udløbsåbningen. Dette kan være tegn på, at der ved opstillingen af de første opdriftmodeller har indgået skorstensbetragtninger. Parallellen mellem skorstensforholdene og opdriftmodellerne belyses i det følgende ved at se nærmere på skorstenslitteraturen.

Brandt (1950), Schumacher (1952), Becher & Juel Rasmussen (1963) og Becher (1972a) bestemmer drivkraften i en skorsten med højden H , som vist i figur 2.10, som opdriften på en røgsøjle svarende til det indvendige skorstensvolumen nedsænket i udeluften, og de får derved følgende



Figur 2.10 Opdriftsforhold i skorsten.

drivtryk:

$$\Delta p_{\text{driv}} = (\rho_{\text{ude}} - \rho_{\text{røg}})gH = \Delta \rho gH \quad (2.35a)$$

Dette drivtryk anvendes til at overvinde tryktabet Δp_{kedel} i kedel og røgrør, give røgen den nødvendige hastighed op gennem skorstenen samt overvinde modstanden i skorstenen og i eventuelle enkeltmodstande, dvs.:

$$\Delta \rho gH = \Delta p_{\text{kedel}} + \frac{1}{2} \rho_{\text{røg}} v_{\text{røg}}^2 + \Delta p_{\text{modstand}} \quad (2.35b)$$

hvor:

$$\Delta p_{modstand} = \frac{1}{2} \rho_{røg} v_{røg}^2 \left(\lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n \zeta_i \right) \quad (2.35c)$$

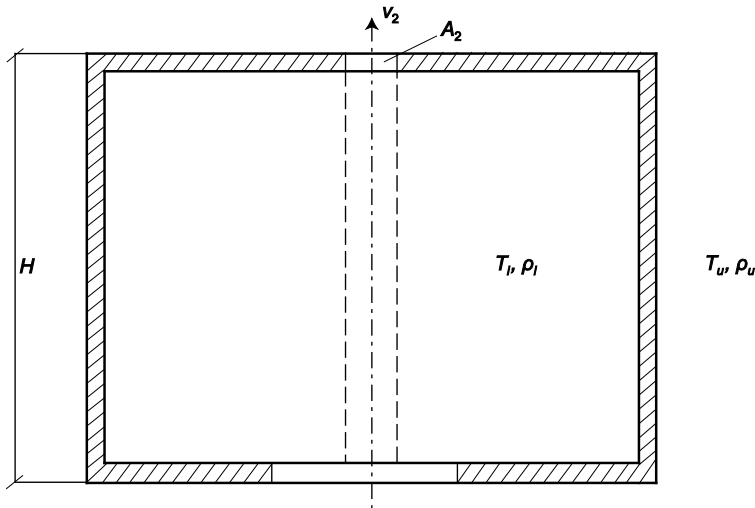
og hvor igen $\lambda_{skorsten}$ er skorstenens friktionskoefficient, $d_{skorsten}$ er skorstenens indvendige diameter, og ζ_i er enkeltmodstandene i forbindelse med skorstenen. Karakteriseres kedeltryktabet ligeledes ved en enkeltmodstand ζ_{kedel} , der er bestemt, så den kan henføres til røghastigheden og røgens massefylde, fås følgende røghastighed:

$$v_{røg} = \left(\frac{2 \Delta \rho g H}{\rho_{røg} \left(1 + \zeta_{kedel} + \lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n \zeta_i \right)} \right)^{1/2} \quad (2.35d)$$

og følgende volumenstrøm i kedel og skorsten, idet der ikke regnes med kontraktion i skorstenens udløb og dermed heller ikke med nogen kontraktionskoefficient:

$$q_V = q_{V,røg} = A_{skorsten} v_{røg} = A_{skorsten} \left(\frac{2 \Delta \rho g H}{\rho_{røg} \left(1 + \zeta_{kedel} + \lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n \zeta_i \right)} \right)^{1/2} \quad (2.35e)$$

Den udløbshastighed og den volumenstrøm, Sammett & Barre (1950) og Bruce (1973) får med deres søjlemodeller, kan også fås med skorstensmodellen udtrykt ved ligningerne (2.35d) og (2.35e) som hastigheden og volumenstrømmen i en fiktiv skorsten i et rum med to åbninger som vist i figur 2.11, hvor skorstenens indvendige tværsnitsareal er lig med udløbsåbningens areal A_2 . Ved at se



Figur 2.11 Skorstensmodel for rum med to åbninger og med "skorstenstværsnittet" alene bestemt af udløbsarealet.

bort fra kedeltabet og ved at antage, at friktionen i "skorstenen" og i ind- og udløbet er betydningsløse, fås af de to nævnte ligninger følgende udløbshastighed v_2 og volumenstrøm q_V , når røggassen erstattes af indeluften, dvs. at $\rho_{røg} = \rho_i$:

$$v_2 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad \text{og} \quad q_V = q_{V,2} = A_2 v_2 = A_2 \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (2.35f)$$

hvilket er identisk med ligningerne (2.3a), (2.4), (2.8a) og (2.8b) med $C \cong C_{k,2} \cong 1,0$ og $\Delta\rho/\rho_i = \Delta T/T_u$.

Gröber (1948) og Raiss & Roedler (1962) betragter hastighedsleddet (det dynamisk tryk) som et tryktab ved at medtage dette led som en enkeltmodstand med modstandstallet $\zeta = \zeta_{dyn} = 1,0$. De regner uændret med et drivtryk bestemt af ligning (2.35a), og i stedet for ligningen (2.35b) får de da:

$$\Delta\rho gH = \Delta p_{kedel} + \Delta p_{modstand} \quad (2.35g.1)$$

med $\Delta p_{modstand}$ bestemt af

$$\Delta p_{modstand} = \frac{1}{2} \rho_{røg} v_{røg}^2 \left(\lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n (1 + \zeta_i) \right) \quad (2.35g.2)$$

hvor $\zeta_{dyn} = 1,0$ indgår i modstandstalsummen. De får da ligninger for røghastighed og volumenstrøm analoge til ligningerne (2.35d) og (2.35e), blot med nævnerens 1-tal inddraget i modstandstalsummen, dvs.:

$$v_{røg} = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_{røg} \left(\zeta_{kedel} + \lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n (1 + \zeta_i) \right)} \right)^{1/2} \quad (2.35g.3)$$

og følgende volumenstrøm i kedel og skorsten, idet der ikke regnes med kontraktion i skorstenens udløb og dermed heller ikke med nogen kontraktionskoefficient:

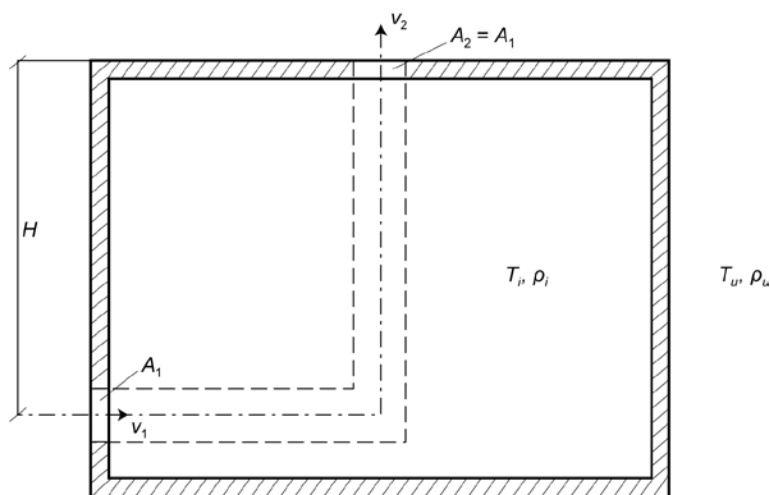
$$q_{V,røg} = A_{skorsten} \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_{røg} \left(\zeta_{kedel} + \lambda_{skorsten} \frac{H}{d_{skorsten}} + \sum_1^n (1 + \zeta_i) \right)} \right)^{1/2} \quad (2.35g.4)$$

De udløbshastigheder og volumenstrømme, som Pedersen (1979) får med sin ventilatormodel udtrykt ved ligningerne (2.14b) og (2.14c) kan fås med skorstensmodellen udtrykt ved ligningerne (2.35g.3) og (2.35g.4) ved at forbinde skorsten og indløbsåbning med et fiktivt rør, og hvor det antages, at friktionen i indløbet er det eneste tryktab repræsenteret ved $\zeta_i = \zeta_1$, således at $\zeta_{kedel} = 0$ og at $\rho_{røg} = \rho_i$. Det antages endvidere, at Pedersen lader det dynamiske tryk indgå i modstandstalsummen.

Denne antagelse understøttes af, at Pedersens volumenstrømodtryk er analogt til et udtryk til beregning af opdriftventilation i stalde, der angives af Korsgaard (1951) med reference til Gröber (1948). Korsgaard regner med, at drivtrykket skal overvinde gnidningsmodstanden i skorstenen samt enkeltmodstandene ved luftens strømning ind i stalden, i skorstenen og ved udstrømningen fra denne. Han anfører at $\Sigma\zeta = 3,3$, medens Gröber (1948) anfører $\Sigma\zeta = 3-4$. Modstandstalsummen på 3,3 kan fås ved at regne med $\zeta_1 = 2,1-2,3$ i indløbsåbningen (hvor det dynamiske tryk da medtages sammen med friktionen og kontraktionen i indløbsåbningen – vises senere, jf. ligning (2.51h) - og et modstandstal for skorstensudløbet på $\zeta_2 = 1,0-1,2$, hvor $\zeta_2 = 1,0$ svarer til at en trykdifferens lig det dynamiske tryk betragtes som gående tabt ved overgangen til det fri. De nævnte enkeltmodstande er overensstemmende med dem, der antydes af Pedersen selv eller dem, der kan findes hos Becher (1972b) eller i diverse håndbøger og ventilationståbi'er.

De udløbshastigheder og volumenstrømme, som Pedersen (1979) og Morsing & Strøm (1985) får med deres ventilatormodel med hastighederne udtrykt ved ligning (2.14e) og volumenstrømmen bestemt ved hjælp af ligning (2.14g), kan fås med skorstensmodellen udtrykt ved ligningerne (2.35g.3) og (2.35g.4) ved at betragte strømmingen i en fiktiv skorsten i et rum med to åbninger som vist i figur 2.12, hvor den fiktive skorsten forbinder de to åbninger med et vandret og et lodret rør, der begge har tværsnitsarealer lig med åbningsarealerne. Når der ses bort fra friktionstabene i kedel og "skorsten" samtidig med, at der regnes med modstandstallene ζ_1 i indløbet og ζ_2 i udløbet fås følgende lufthastighed og volumenstrøm af ligningerne (2.35d) og (2.35e) når $\rho_{rog} = \rho_i$, og når det dynamiske tryk er medtaget i modstandstalsummen:

$$v_2 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i(\zeta_1 + \zeta_2)} \right)^{1/2} \quad \text{og} \quad q_V = q_{V,2} = A_2 \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i(\zeta_1 + \zeta_2)} \right)^{1/2} \quad (2.35h)$$



Figur 2.12 Skorstensmodel for rum med to åbninger og med "skorstenstværsnittet" bestemt af lige store ind- og udløbsarealer.

Dette er identisk med Pedersens (1979) og Morsing & Strøms (1985) ventilatormodeller, jf. de hastigheder og volumenstrømme, der kan fås af ligning (2.14g). Deres modstandstal ζ_1 og ζ_2 for henholdsvis ind- og udløb er større end 1,0 svarende til at de medtager et dynamiske tryk i begge modstandstal. Morsing & Strøm (1985) opgiver således $\zeta_1 = 2,0-2,5$ og $\zeta_2 = 1,1-1,5$, hvor $\zeta_2 = 1,5$ er for en overdækket vandret udløbsspalte i kippen.

Sammenfattende ses, at der kan drages analogier mellem den ældre litteraturs søjle- og ventilatormodeller og de viste skorstensmodeller. For søjlemodellens vedkommende fås analogien, når der i skorstensmodellen ses bort fra indløbsforholdene, og for ventilatormodellerne fås den, når det dynamiske tryk medtages i begge åbningers enkeltmodstande.

2.7.3 Bernoulli-betragtninger

Flere forfattere (Bruce, 1978, Herrlin, 1987, Walton, 1989, Linden et al., 1990 og Clarke & Hensen, 1991) henviser til Bernoullis ligning eller Bernoullis teori ved valget af sammenhængen mellem trykdifferens og lufthastighed i en strømningskomponent som eksempelvis en almindelig åbning. Disse henvisninger kan tyde på, at de gør sig strømningsmæssige overvejelser analoge til dem, der gøres ved strømning i eksempelvis skorstensrør eller i rør i mekaniske ventilationsanlæg.

2.7.3.1 Bernoullis ligning og dens forudsætninger

Bernoullis ligning er udledt under forudsætning af, at der er tale om en stationær, friktionsfri strømning med et inkompressibelt medium langs en strømlinie (eller i et tyndt strømrør), hvor tyngdekraften er den eneste virkende volumenkraft, og hvor der ikke udveksles varme eller arbejde med omgivelserne (Shames, 1992, og Bjørnø & Hartvig, 1984).

Ved friktionsfri strømning i et tyndt strømrør er hastighedsprofilet ensformet over strømningstværsnittet, og strømningshøjden y er konstant over samme tværsnit, således at strømningens kinetiske og potentielle energi kan betragtes som konstante over strømningstværsnittet. Bernoullis ligning for strømningen i et rør mellem to positioner "1" og "2" får da følgende simple form:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (2.35i)$$

hvor p_1 , v_1 og y_1 er tryk, hastighed og højde over et referenceplan i position "1", p_2 , v_2 og y_2 er de tilsvarende størrelser i position "2", og ρ er det strømmende mediums massefylde. Friktionen kan inddrages ved at indføre et friktions- eller tryktabsled, hvilket fører til den modificerede Bernoulli-ligning på formen (Shames, 1992):

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 + \Delta p_{frik} \quad (2.35j)$$

Friktionstab vil ofte optræde i forbindelse med en enkeltmodstand som eksempelvis en almindelig åbning, og dette medfører et tryktab, som kan udtrykkes ved:

$$\Delta p_{frik} = \frac{1}{2} \zeta \rho v^2 \quad (2.35k)$$

hvor ζ er enkeltmodstandens modstandstal, der er knyttet til en strømningshastighed v . Endelig kan luft med de små hastigheder, der optræder ved opdriftventilation, opfattes som et inkompressibelt medium.

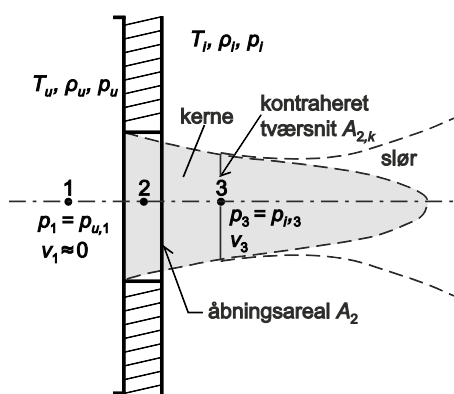
Ved strømning i tykke strømrør vil hastighedsprofilet afvige fra det ensformede, og højden y vil variere over strømningstværsnittet. Dette kan der korrigeres for i Bernoullis ligning ved at regne med middelværdier sammen med tilhørende korrektionsfaktorer.

Opdriftventilation kan normalt betragtes som en stationær strømning med et inkompressibelt medium og med tyngdekraften som eneste volumenkraft. Men strømningen kan ikke betragtes som friktionsfri, forløbende i et tyndt strømrør og uden varmeudveksling med omgivelserne. Opstillingen af en opdriftmodel som en strømning i et strømrør vil derfor kræve korrektioner. I tilfælde af at man også ved tykke strømrør anvender Bernoullis ligning i dens simple form (eller dens simple, modificerede form) bliver der tale om formelle beregninger.

Problemstillingen belyses i det følgende ved at betragte strømningen henholdsvis gennem en almindelig åbning og i et rum med opdriftventilation.

2.7.3.2 Strømning gennem åbning

Strømningen ind i et rum gennem en almindelig åbning i en lodret ydervæg vil foregå som vist på figur 2.13 når $p_1 > p_3$, og når trykdifferensen og den deraf følgende åbningshastighed er så stor, at strømningen tager form af en stråle med kerne og slør efter åbningen. Hele luftstrømmen passerer



Figur 2.13 Stråleformet strømning gennem åbning.

da gennem det kontraherede tværsnit, hvor trykket p_3 er lig med omgivelsestrykket, dvs. lig med det indvendige tryk i den pågældende højde, og hvor hastighedsprofilet er meget nær ensformet.

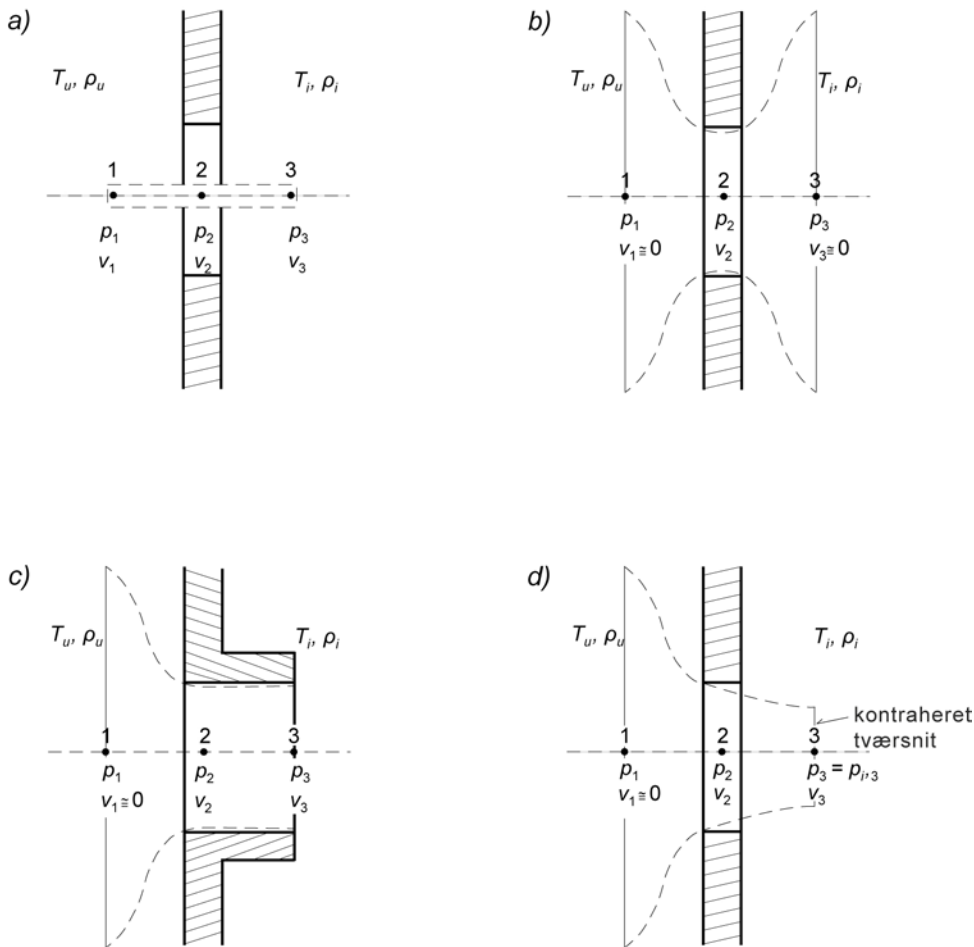
Schwenke (1976) anfører $Re = 1500$ som nedre grænse for at få en stråle. Med eksempelvis $\Delta p > 0,2 \text{ Pa}$ fås $v_2 > 0,5 \text{ m/s}$ og dermed $Re > 1500$ for en karakteristisk åbningsdimension større end 40 mm.

I de referencer, hvor sammenhængen mellem lufthastighed og trykdifferens i en åbning opstilles med henvisning til Bernoullis ligning, gøres der ikke nærmere rede for det anvendte strømrørs form og forløb. For at belyse betydningen heraf betragtes forskellige strømrør gennem åbningen vist på figur 2.14, hvor et traditionelt strømrør trinvis tilnærmes til det virkelige strømningsforløb.

De betragtede strømrørs start- og slutpositioner "1" og "3" er de samme som i figur 2.13, idet det er i disse positioner, de virkelige tryk- og hastighedsforhold kendes bedst. Trykkene vil være kendte størrelse, og hastighedsprofilet i det kontraherede tværsnit er ensformet. Endelig vil luftens massefylde være lig med udeluftens massefylde ρ_u i hele strømrørslængden, idet det antages, at der ikke finder nogen varmeudveksling sted af betydning under strømningen.

Der foreligger ikke modstandstal for et kort, tyndt strømrør som det viste i figur 2.14a, men det må være meget lille svarende til luftens lille dynamiske viskositet, når det er placeret midt i åbningen kun begrænset af omgivende luft. Det vil være større i strømrør, der begrænses af åbningskanten, hvor friktionen får hastigheden til at nærme sig nul. I de tre tykke strømrør kan der, når røret passerer en almindelig åbning, regnes med et modstandstal $\zeta = \zeta_2$, der har størrelsen 0,2 – 0,3, når modstandstallet samtidig er knyttet til åbningens middelhastighed $v_2 = q_v/A_2$, hvor q_v er volumen-

strømmen i strømrøret og dermed gennem åbningen, og A_2 er åbningsarealet, jf. afsnit 11.4.1 i bind 2. For modstandstallet i forbindelse med det tynde strømrør i figur 2.14a antages at $\zeta < 0,1$.



Figur 2.14 Forskellige strømrørsudformninger til belysning af strømmingen gennem en åbning: a) tyndt strømrør b) tykt strømrør c) tykt strømrør med rørstuds d) tykt strømrør med strålekontur

Tyndt strømrør

Med et strømrør som vist på figur 2.14a ækvivaleres åbningsstrømmingen med strømmingen i et vandret, kort, tyndt strømrør med konstant tværsnit liggende i åbningens midte. For dette kan der opstilles følgende, modificerede Bernoulli-ligning når tryktabet antages at finde sted, hvor røret passerer gennem åbningen:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_u v_1^2 = p_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 + \frac{1}{2} \zeta_i \rho_u v_i^2 \quad (2.35m)$$

med friktionstabt udtrykt ved modstandstallet ζ_i , der er knyttet til en hastighed v_i i røret. Ved at knytte modstandstallet ζ_i til hastigheden v_2 fås idet $v_1 = v_2 = v_3$:

$$p_1 = p_3 + \frac{1}{2} \zeta_i \rho_u v_2^2 \quad (2.35n)$$

hvoraf fås:

$$v_2 = \left(\frac{2(p_1 - p_3)}{\rho_u \zeta_i} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\zeta_i} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (2.35p)$$

Tykt strømrør

Med et strømrør som vist på figur 2.14b ækvivaleres åbningsstrømningen med strømmingen i et vandret, kort, tykt strømrør med et rørtværsnit i selve åbningen (position "2"), der er lig med åbningsarealet og med så store rørtværsnit i positionerne "1" og "3" at $v_1 \approx v_3 \approx 0$. Med et friktionstab karakteriseret ved et modstandstal ζ_2 , som er knyttet til åbningens middelhastighed v_2 fås en formel ligning identisk med ligning (2.35n) med $\zeta_i = \zeta_2$ og dermed følgende hastighed:

$$v_2 = \left(\frac{2(p_1 - p_3)}{\rho_u \zeta_2} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{\zeta_2} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (2.35q)$$

Tykt strømrør med rørstuds

Med et strømrør som vist på figur 2.14c ækvivaleres åbningsstrømningen med strømmingen i et vandret, kort, tykt strømrør, der slutter med en kort rørstuds med konstant tværsnit lig med åbningsarealet. Med friktionstab karakteriseret ved modstandstallet $\zeta_i = \zeta_2$ knyttet til åbningens middelhastighed v_2 og med $v_3 = v_2$ fås følgende, formelle ligning af ligning (2.35m):

$$p_1 = p_3 + \frac{1}{2} \rho_u v_2^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.35r)$$

og heraf:

$$v_2 = v_3 = \left(\frac{2(p_1 - p_3)}{\rho_u (1 + \zeta_2)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1 + \zeta_2)} \right)^{1/2} \quad (2.35s)$$

Antages friktionsfri strømning, dvs. at $\zeta_2 = 0$, fås følgende, teoretisk mulige middelhastighed:

$$v_2 = v_3 = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (2.35t)$$

Tykt strømrør med strålekontur

Med et strømrør som vist på figur 2.14d ækvivaleres åbningsstrømningen med strømmingen i et vandret, kort, tykt strømrør, hvor den del af strømrøret, der løber fra åbningen frem til det kontraherede tværsnit følger strålekernens kontur. Med et modstandstal $\zeta_i = \zeta_2$ knyttet til åbningens middelhastighed v_2 , samt med $v_1 \approx 0$ og med $v_2 = v_3 C_{2,k}$, hvor $C_{2,k}$ er åbningens kontraktionskoefficient, fås følgende, formelle ligning af ligning (2.35m):

$$p_1 = p_3 + \frac{1}{2} \rho_u v_3^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u (v_3 C_{2,k})^2 = p_3 + \frac{1}{2} \rho_u v_3^2 (1 + C_{2,k}^2 \zeta_2)$$

og heraf kernehastigheden:

$$v_3 = \left(\frac{2(p_1 - p_3)}{\rho_u (1 + C_{2,k}^2 \zeta_2)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1 + C_{2,k}^2 \zeta_2)} \right)^{1/2} \quad (2.35u)$$

samt middelhastigheden i åbningen:

$$v_2 = v_3 C_{2,k} = C_{2,k} \left(\frac{2(p_1 - p_3)}{\rho_u (1 + \zeta_2 C_{2,k}^2)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{2,k}^2} + \zeta_2 \right)} \right)^{1/2} \quad (2.35v)$$

For friktionsfri strømning, dvs. med $\zeta_2 = 0$, fås følgende, teoretisk mulige kerne- og middelhastigheder:

$$v_{3,teo} = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (2.35x)$$

og

$$v_{2,teo} = C_{2,k} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{2,k} v_{3,teo} \quad (2.35y)$$

Hastighedsforhold og strømrørsform

Hastighedsforholdene i de fire strømrør i figur 2.14 er sammenfattet i tabel 2.2, og det ses, at strømrørsformen har betydning. Der fås betydeligt større lufthastigheder i det tynde og det tykke strømrør

Tabel 2.2 Hastighedsforholdene i strømrørene vist i figur 2.14 a-d.

Strømrør	Hastigheder, m/s			Modstands- tal, ζ_2 ¹⁾	Hastigheder med $\rho_u = 1,25 \text{ kg/m}^3$ og $C_{k,2} = 0,65$ ¹⁾
	indløb, v_1	middel, v_2	udløb, v_3		
Tyndt, figur 2.14a	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \zeta_i} \right)^{1/2}$	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \zeta_i} \right)^{1/2}$	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \zeta_i} \right)^{1/2}$	$\sim 0,1$	$v_1 = v_2 = v_3 \approx 4\Delta p^{1/2}$
Tykt, figur 2.14b	0	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \zeta_2} \right)^{1/2}$	0	$\sim 0,2$	$v_2 \approx 3\Delta p^{1/2}$
Tykt med stuts, figur 2.14c	0	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1 + \zeta_2)} \right)^{1/2}$	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1 + \zeta_2)} \right)^{1/2}$	$\sim 0,2$	$v_2 = v_3 \approx 1,1\Delta p^{1/2}$
Tykt med strålekontur, figur 2.14d	0	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1/C_{2,k}^2 + \zeta_2)} \right)^{1/2}$	$\left(\frac{2\Delta p}{\rho_u (1 + \zeta_2 C_{2,k}^2)} \right)^{1/2}$	$\sim 0,2$	$v_2 \approx 0,8\Delta p^{1/2}$ $v_3 \approx 1,2\Delta p^{1/2}$

¹⁾ Skønnede værdier for ζ_2 og $C_{k,2}$

vist i figurerne 2.14a og 2.14b end i de to tykke rør med henholdsvis stuts og strålekant vist i figurerne 2.14c og 2.14d. Dette skyldes, at med de hastigheder, der er antaget i de to førstnævnte strømrørs start- og slutpositioner, skal drivtrykket kun overkomme friktionstabet, medens drivtrykket i de to sidstnævnte strømrør også skal overkomme stigningen i kinetisk energi fra start- til slutposition. Der er endvidere forskel mellem de beregnede hastigheder i de to tykke strømrør med henholdsvis stuts og strålekanten, og dette skyldes, at friktionstabet i røret med strålekant er mindst, da middelhastigheden bliver mindst i dette strømrør.

Trykdifferens-hastigheds-relation og strømrørsform.

Trykdifferens-hastigheds-relationen (2.10) anvendt af Baturin (1972) og relationen (2.14a) anvendt af Pedersen (1978) og Morsing & Strøm (1985) fører begge til et hastighedsudtryk analogt til ligning (2.35q) for det tykke strømrør i figur 2.14b. Dette betyder, at de formelt ikke direkte inddrager det dynamiske tryk i det, drivtrykket skal overkomme. Men de inddrager det indirekte, som det vil fremgå lidt senere.

Den relation, som Bruce (1973, 1977 og 1978) anvender, dvs. ligning (2.6) eller ligning (2.13a), fører til hastighedsudtryk analoge til ligning (2.35s) for det tykke strømrør med stuts i figur 2.14c, når der heri indsættes $\zeta_2 = 0$ svarende til, at Bruce anser friktionen som betydningsløs – i hvert fald ved strømning gennem en almindelig åbning.

Endelig fører den trykdifferens-massestrøm-relationen (2.19b), der anvendes af Herrlin (1992), og de trykdifferens-volumenstrøm-relationer (2.12a), (2.17a) og (2.33b), der anvendes af henholdsvis Kalleberg (1977), Axley (1998) og Li (2000), til hastighedsudtrykket (2.35v) for strømrøret med strålekant. Dette indses af, at alle volumenstrømmene udtrykt ved nævnte relationer kan bestemmes af (Kalleberg dog kun delvis, da han udelader friktionen):

$$q_{V,2} = \frac{q_{M,2}}{\rho} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} = v_2 A_2 \quad (2.35z)$$

og heraf fås med $C_{d,2}$ udtrykt ved ligning (2.34g):

$$v_2 = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta p}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{k,2}^2} + \zeta_2 \right)} \right)^{1/2} \quad \text{q.e.d.}$$

Af ligning (2.35z) fås mere generelt

$$v_j = C_{d,j} \left(\frac{2\Delta p_j}{\rho_j} \right)^{1/2}$$

og heraf:

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{C_{d,j}} \right)^2 \rho_j v_j^2 = \frac{1}{2} \zeta_j^* \rho_j v_j^2 \quad (2.35\text{æ})$$

hvor ζ_j^* er et fiktivt modstandstal bestemt af, når der samtidig gøres brug af ligning (2.34g):

$$\zeta_j^* = \left(\frac{1}{C_{d,j}} \right)^2 = \frac{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j}{C_{k,j}^2} \quad (2.35\text{ø.1})$$

Det fremgår af ligning (2.34b), som ligning (2.34g) er udledt af, at det dynamiske tryk indgår i dette fiktive modstandstal.

Sammenholdes hastighedsrelationen (2.14a) anvendt af Pedersen (1978) og Morsing & Strøm (1985) med ligning (2.35æ), ses, at nævnte forfatteres udtryk også kan føre til hastigheder analoge til ligning (2.35v) for strømrøret med strålekontur blot $\zeta_{ped,j} = \zeta_j^*$. For en almindelig åbning med $\zeta_j = 0,25$ og $C_{k,j} = 0,65$ fås af ligning (2.35ø.1) $\zeta_j^* = 2,6$, hvilket er i god overensstemmelse med de modstandstal, nævnte forfattere angiver for almindelige åbninger. For en åbning med et tilløb, så kontraktionen bliver ubetydelig, dvs. $C_{k,j} \cong 1,0$, fås af samme ligning:

$$\zeta_j^* \cong 1 + \zeta_j \quad (2.35\text{ø.2})$$

således at der for denne åbning med $\zeta_j = 0,25$ fås $\zeta_j^* \cong 1,25$. Dette er i god overensstemmelse med samme forfatteres modstandstal for kipspalter, der har et konisk tilløb bestemt af taghældningen.

For Baturin (1972) fås af ligningerne (2.10) og (2.11):

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \zeta_{Bat,j} \rho_j \left(\frac{q_{V,j}}{A_{o,j}} \right)^2 \quad (2.35\text{å.1})$$

Baturins modstandstal er defineret ud fra, at han ønsker korrekte volumenstrømme, dvs at $q_{V,j} = A_j v_j$. Der fås da, idet der samtidig gælder at $A_j = n_j A_{0,1}$:

$$\Delta p_j = \frac{1}{2} \zeta_{Bat,j} \rho_j \left(\frac{A_{0,j} n_j v_j}{A_{o,j}} \right)^2 = \frac{1}{2} n_j^2 \zeta_{Bat,j} \rho_j v_j^2 \quad (2.35\text{å.2})$$

Det ses, ved at sammenholde dette udtryk med ligning (2.35æ) at Baturins udtryk ligeledes kan føre til et hastighedsudtryk analogt til ligning (2.35v), blot der gælder, at

$$n_j^2 \zeta_{bat,j} = \zeta_j^* = \left(\frac{1}{C_{d,j}} \right)^2 = \frac{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j}{C_{k,j}^2}$$

eller:

$$\zeta_{bat,j} = \left(\frac{1}{n_j C_{d,j}} \right)^2 = \left(\frac{1}{n_j} \right)^2 \frac{1 + C_{k,j}^2 \zeta_j}{C_{k,j}^2} \quad (2.35\text{\AA}.3)$$

For en almindelig åbning med $\zeta_j = 0,25$ og $C_{k,j} = 0,65$ fås således

$$\zeta_{bat,j} = 2,6 \left(\frac{1}{n_j} \right)^2 \quad (2.35\text{\AA}.4)$$

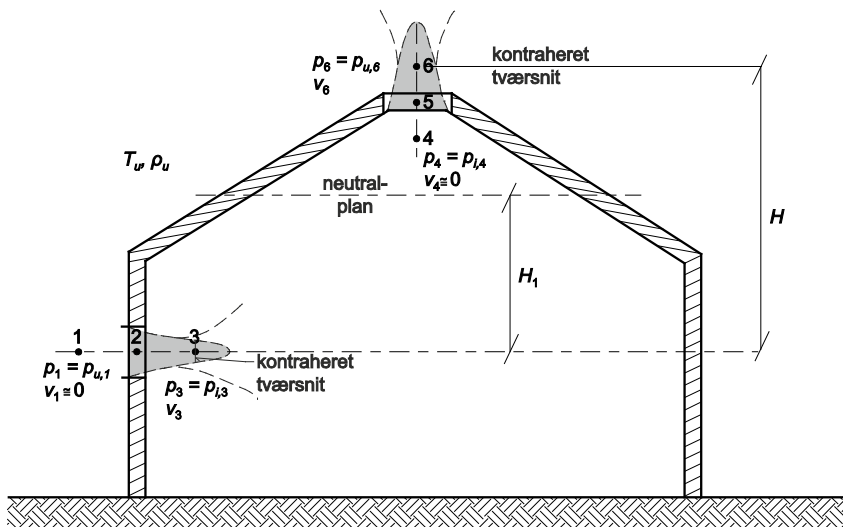
For den ventil med fuldt åben spjæld, dvs med $n_j = 1,0$, der komme nærmest en almindelig åbning, angiver Baturin $\zeta_{Bat,j} = 2,6$ i god overensstemmelse med ligning (2.35\text{\AA}.4). For samme ventil med en spjældvinkel på 15° svarende til en åbningsgrad $n_j = 0,38$ fås af ligning (2.35\text{\AA}.4) $\zeta_{Bat,j} = 18,0$ i god overensstemmelse med, at Baturin angiver $\zeta_{Bat,j}$ i området 17,3-20,6 afhængigt af, om strømretnin-gen er med eller mod spjældets åbningsretning (jf. Andersen, 2002).

Samlet ses, at de fra litteraturen behandlede udtryk for sammenhængen mellem trykdifferens og hastigheder fører til et hastighedsudtryk analogt til det, der fås med strømrøret med strålekontur, blot man sikrer sig, når der indgår fiktive modstandstal, at friktionen, kontraktionen og en eventuel åbningsgrad medtages på korrekt måde.

Den fundne analogi betyder, at litteraturens udtryk er behæftet med samme fejl, som fås ved den formelle brug af den modificerede Bernoulli-ligning på de tykke strømrør, hvor der ikke korri-geres for den variation, der optræder i strømningens kinetiske og potentielle energi over strømnings-tværsnittet i strømrørets start- og slutposition.

2.7.3.3 Strømning ved opdriftventilation

Ved strømning ved opdriftventilation betragtes et rum med en lodret og en vandret åbning til det fri anbragt med en indbyrdes, lodret afstand H . Med en indetemperatur T_i højere end udetemperaturen T_u vil der strømme luft ind gennem den nederste, lodrette åbning og ud gennem den øverste, vand-rette åbning. Det antages, at temperaturdifferensen $\Delta T = T_i - T_u$ og åbningshøjden H er så store, at der fås tilstrækkelige store trykdifferenser og dermed så store strømningshastigheder i åbningerne, at luften forlader åbningerne som stråler med kerne og slør. Der fås da en strømning som vist på figur 2.15. Strålebetingelserne kan antages opfyldte med $\Delta T H_n > 5,0$ [Km], hvor H_n er åbningsaf-standen fra neutralplanet (eksempelvis med $\Delta T > 3$ K og $H_n = 1,7$ m). Dette giver en trykdifferens $\Delta p_n > 0,2$ Pa og dermed $v_n > 0,5$ m/s hvilket igen giver $Re_n > 1500$, når åbningens karakteristiske dimension er større end 40 mm.



Figur 2.15 Strømningsforhold ved opdriftventilation.

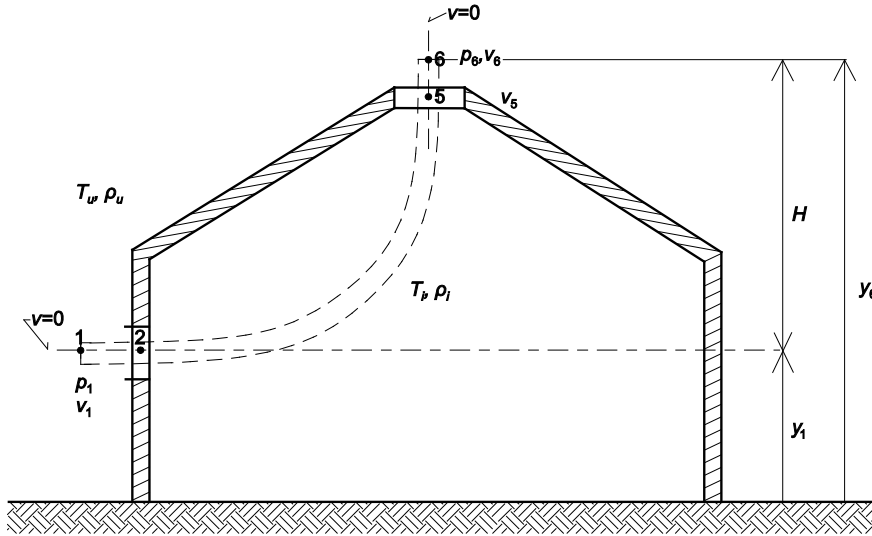
For at vise strømrørsudformningens betydning betragtes forskellige udformninger, hvor forløbet starter udvendigt umiddelbart før indløbet (position "1"), og slutter udvendigt i udløbets kontraherede tværsnit (position "6").

1. Enkelt tyndt strømrør med konstant tværsnit

Med et strømrør som vist på figur 2.16 ækvivaleres opdriftstrømningen med strømmingen i et enkelt, tyndt strømrør 1-6 med konstant rørtværsnit og gående gennem de to åbningsmidter. Der regnes med et friktionstab, hvor strømrøret passerer de to åbninger, som er bestemt af de to åbningers modstandstal ζ_2 og ζ_5 og af middelhastighederne v_2 og v_5 i åbningerne. De to modstandstal vil være væsentlig mindre end dem, der refererer til hele åbningen og de dertil hørende middelhastigheder som omtalt i afsnit 2.8.3.2.

For det betragtede strømrør kan der med ensformet hastighedsprofil og med konstant massefylde $\rho < \rho_u$, hvis størrelse der i øvrigt ikke tages nærmere stilling til i første omgang, opstilles følgende, modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_6 + \frac{1}{2} \rho v_6^2 + \rho g y_6 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 \quad (2.36a.1)$$



Figur 2.16 Enkelt, tyndt strømrør til beskrivelse af opdriftventilation, når strømrøret har konstant eller varierende tværsnit.

Heri er $v_1 = v_2 = v_5 = v_6$, og ligningen kan derfor reduceres til:

$$p_1 + \rho g y_1 = p_6 + \rho g y_6 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 \quad (2.36a.2)$$

Endvidere er:

$$y_6 - y_1 = H \quad \text{og} \quad p_1 - p_6 = \rho_u g (y_6 - y_1) = \rho_u g H \quad (2.36a.3)$$

hvilket indsat i ligning (2.36a.2) fører til:

$$\rho_u g H - \rho g H = \frac{1}{2} \rho v_5^2 (\zeta_2 + \zeta_5) \quad (2.36a.4)$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho)gH}{\rho(\zeta_2 + \zeta_5)} \right)^{1/2} \quad (2.36a.5)$$

For $\rho = \rho_u$, ses af ligningen, at $v_5 = 0$, dvs. at der ikke finder nogen strømning sted i strømrøret. For $\rho = \rho_i$ svarende til indetemperaturen T_i fås:

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho_i)gH}{\rho_i(\zeta_2 + \zeta_5)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i(\zeta_2 + \zeta_5)} \right)^{1/2} \quad (2.36a.6)$$

Et strømningsforløb med denne hastighed kan etableres ved at forbehandle den strømmende luft umiddelbart før startpositionen "1" og efterbehandle den umiddelbart efter slutpositionen "6". Før

position "1" skal den indstrømmende luft opvarmes så massefylden ændres fra ρ_u til ρ_i , og samtidig skal den accelereres, så hastigheden øges fra nul til $v_1 = v_5$. Efter position "6" skal den udstømmende luft afkøles, så massefylden bringes tilbage til ρ_u , og den skal samtidig decelereres, så hastigheden bringes tilbage til nul. Tilførslen af termisk og kinetisk energi lige før position "1" og fjernelsen heraf lige efter position "6" er lige store og kan forestilles gennemført på en eller anden måde ved en tabsfri udveksling mellem de to positioner. Den resulterende strømning er bestemt af ligning (2.36a.4), og den kan også tolkes som værende den strømning, der fås i et tyndt rør, hvori der er en ventilator, der kan yde et drivtryk $\Delta p = \Delta \rho g H$, og som alene skal overkomme de to enkeltmodstande.

2. Enkelt tyndt strømrør med varierende tværsnit

Forskellene mellem åbningsarealerne kan inddrages i det tynde strømrør ved at variere rørtværsnittet, så forholdet mellem tværsnittet på strækningen 1-2 og det på strækningen 5-6 bliver det samme som åbningsarealforholdet A_2/A_5 . Dette kan ske ved at regne med tværsnitsarealet $(A_2/A_5)A_{tynd}$ på strækningen 1-2 og tværsnitsarealet A_{tynd} på strækningen 5-6, og hvor A_{tynd} er tværsnitsarealet for det tynde strømrør med konstant tværsnit. Med uændrede forhold i øvrigt vil der gælde, at:

$$v_1 = v_2 = \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad \text{og} \quad v_6 = v_5 \quad (2.36b.1)$$

For dette strømrør kan der opstilles følgende, modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_5}{A_2} v_5 \right)^2 + \rho g y_1 = p_6 + \frac{1}{2} \rho v_5^2 + \rho g y_6 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho \left(\frac{A_5}{A_2} v_5 \right)^2 \quad (2.36b.2)$$

eller:

$$p_1 - p_6 = \rho g (y_6 - y_1) + \frac{1}{2} \rho v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho \left(\frac{A_5}{A_2} v_5 \right)^2 - \frac{1}{2} \rho \left(\frac{A_5}{A_2} v_5 \right)^2$$

Heri kan $(p_1 - p_6)$ og $(y_6 - y_1)$ uændret udtrykkes ved ligning (2.36a.3), og der fås da videre:

$$\rho_u g H - \rho g H = \frac{1}{2} \rho v_5^2 \left(1 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right) \quad (2.36b.3)$$

og heraf, hvis $\rho = \rho_i$:

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho_i)gH}{\rho_i \left(1 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta \rho g H}{\rho_i \left(1 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} \quad (2.36b.4)$$

Det ses, at:

$$v_5 \rightarrow \infty \quad \text{for} \quad \frac{A_5}{A_2} \rightarrow \left(\frac{1 + \zeta_5}{1 - \zeta_2} \right)^{1/2} \quad \text{når samtidig} \quad \zeta_2 < 1,0 \quad (2.36b.5)$$

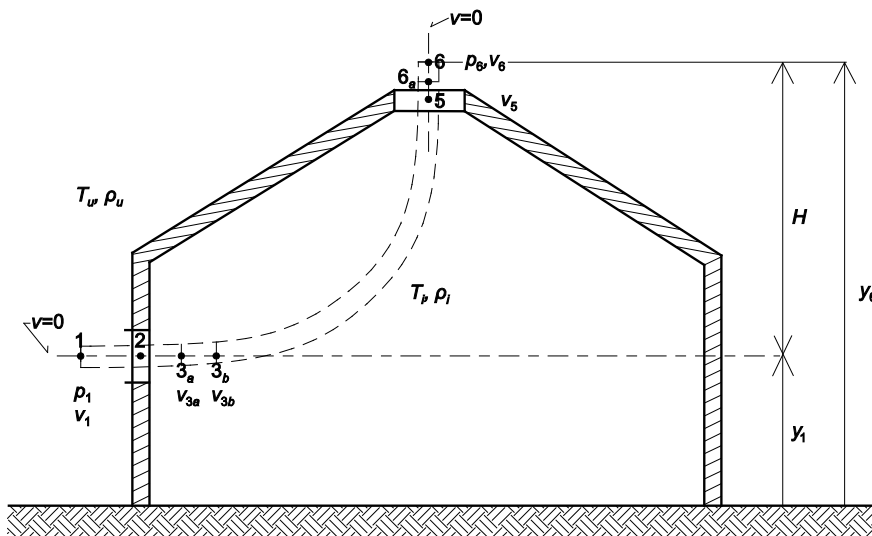
og at v_5 ikke er defineret for:

$$\frac{A_5}{A_2} \geq \left(\frac{1 + \zeta_5}{1 - \zeta_2} \right)^{1/2} \quad \text{når samtidig} \quad \zeta_2 < 1,0 \quad (2.36b.6)$$

Strømningen udtrykt ved ligning (2.36b.4) forudsætter en for- og efterbehandling henholdsvis før position "1" og efter position "6" analog til den, der ovenfor er beskrevet for det tynde strømrør med konstant tværsnit.

3. Flere, tynde strømrørsstykker med konstant tværsnit

En anden tilpasning af det tynde strømrør, så de massefyldespring, der optræder lige efter åbningerne, dvs. umiddelbart efter positionerne "1" og "5", inddrages, kan fås ved at opdele strømrøret i flere på hinanden følgende, tynde strømrørsstykker med konstante rørtværsnit. Der opdeles i følgende strømrørsstykker, jf. figur 2.17:



Figur 2.17 Flere, tynde strømrørsstykker til beskrivelse af opdriftventilation, når strømrørsstykkerne har samme eller varierende tværsnit.

- strømrør 1-3a, hvor position "3a" ligger lige efter indløbets position "2", og hvori luftens massefylde på hele strækningen er lig med udeluftens ρ_u svarende til udetemperaturen T_u
- strømrør 3a-3b, der er ultrakort, og hvori den strømmende luft opvarmes, så massefylden ændres fra ρ_u til ρ_i svarende til indetemperaturen T_i
- strømrør 3b-6a, hvor position "6a" ligger lige efter udløbsåbningens position "5", og hvor luftens massefylde på hele trækningen er konstant lig med ρ_i
- strømrør 6a-6, der er ultrakort, og hvori luften afkøles, så massefylden ændres fra ρ_i til ρ_u

Desuden antages en mekanisk forbehandling af luften lige før position "1", der accelererer luft-hastigheden fra nul til v_1 og en efterbehandling lige efter position "6", der decelererer hastigheden fra v_6 til nul.

Bernoulli-ligningens forudsætning om nul varmeudveksling er opfyldt for strømrørene 1-3a og 3b-6a. For det vandrette strømrør 1-3a fås følgende modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho_u v_1^2 = p_{3a} + \frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.36c.1)$$

og for strømrøret 3b-6a fås følgende:

$$p_{3b} + \frac{1}{2} \rho_i v_{3b}^2 + \rho_i g y_{3b} = p_{6a} + \frac{1}{2} \rho_i v_{6a}^2 + \rho_i g y_{6a} + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.36c.2)$$

Med samme, konstante rørtværsnit og med konstante massefylder i hvert af de to rør er:

$$v_1 = v_2 = v_{3a} \quad \text{og} \quad v_{3b} = v_5 = v_{6a} \quad (2.36c.3)$$

Dette indført i ligning (2.36c.1) fører til:

$$p_1 = p_{3a} + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2$$

og heraf:

$$p_{3a} = p_1 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.36c.4)$$

Indført i ligning (2.35c.2) fås videre:

$$p_{3b} + \rho_i g y_{3b} = p_{6a} + \rho_i g y_{6a} + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

og heraf

$$p_{3b} = p_{6a} + \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.36c.5)$$

Bernoullis ligning kan ikke anvendes på de to ultrakorte strømrør 3a-3b og 6a-6, men det antages, at varmeudvekslingerne i de to rør primært omsættes til temperaturændringer, således at der fås følgende hastigheds- og tryksammenhænge:

$$v_{3b} = \frac{\rho_u}{\rho_i} v_{3a}, \quad p_{3b} \cong p_{3a} \quad \text{og} \quad v_6 = \frac{\rho_i}{\rho_u} v_{6a}, \quad p_6 \cong p_{6a} \quad (2.36c.6)$$

Ved at sammenholde ligningerne (2.36c.3) og (2.36c.6) ses, at:

$$v_2 = v_{3a} = \frac{\rho_i}{\rho_u} v_{3b} = \frac{\rho_i}{\rho_u} v_5 \quad (2.36c.7)$$

Af ligningerne (2.36c.4) og (2.36c.5) fås, hvis det antages at $p_{3b} = p_{3a}$:

$$p_1 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 = p_{6a} + \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.36c.8)$$

eller, hvis der også regnes med at $p_{6a} = p_6$:

$$p_1 - p_6 = \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.36d)$$

Heri kan $(p_1 - p_6)$ udtrykkes ved ligning (2.36a.3), v_2 ved ligning (2.36c.7), og desuden er $(y_{6a} - y_{3b}) \cong H$, således at ligningen kan omformes til:

$$\rho_u g H = \rho_i g H + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} v_5 \right)^2$$

eller

$$(\rho_u - \rho_i) g H = \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right) = \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \zeta_2 + \zeta_5 \right) \quad (2.36e)$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho_i) g H}{\rho_i \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \zeta_2 + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2 \Delta \rho g H}{\rho_i \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \zeta_2 + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} \quad (2.36f)$$

hvilket med de gjorte antagelser er samme resultat som ligning (2.36a.6) på nær leddet ρ_i/ρ_u i nævneren.

4. Flere, tynde strømrørsstykker med variabelt tværsnit

Både åbningsarealforholdene og massefyldespringene kan inddrages i det tynde rør ved at opdele røret i flere, tynde rørstykker samtidig med, at tværsnittene varierer. Der betragtes da følgende fire strømrørsstykker:

- strømrør 1-3a, hvor luftens massefylde på hele strækningen er lig med ρ_u og tværsnitsarealet er konstant lig med $(A_2/A_5)A_{tynd}$

- strømrør 3a-3b, der er ultrakort, hvori den strømmende luft opvarmes, så massefylden ændres fra ρ_u til ρ_i , og hvor tværsnitsarealet ændres fra $(A_2/A_5)A_{tynd}$ i position "3a" til A_{tynd} i position "3b"
- strømrør 3b-6a, hvor luftens massefylde på hele trækningen er konstant lig med ρ_i og tværsnitsarealet er konstant lig med A_{tynd}
- strømrør 6a-6, der er ultrakort, og hvori luften afkøles, så massefylden ændres fra ρ_i til ρ_u og hvor tværsnitsarealet er konstant lig med A_{tynd} .

Desuden antages på ny mekanisk for- og efterbehandling henholdsvis umiddelbart før position "1" og umiddelbart efter position "6".

I de to strømrør 1-3a og 3b-6a, hvor Bernoulli-forudsætningerne er opfyldte, vil der gælde samme hastighedsrelationer som anført i ligning (2.36c.3), og af de to modificerede Bernoulli-ligninger fås uændret ligninger analoge til ligningerne (2.36c.4) og (2.36c.5)

I de to ultrakorte strømrør 3a-3b og 6a-6, hvor Bernoulli-forudsætningerne ikke er opfyldte, antages, at varmeudvekslingen i de to rør så godt som udelukkende omsættes til en temperaturændring. Af massebalanceligningen fås følgende hastighedsrelationer:

$$v_{3b} = \frac{\rho_u}{\rho_i} \frac{A_2}{A_5} v_{3a} \quad \text{og} \quad v_6 = \frac{\rho_i}{\rho_u} v_{6a} \quad (2.36h.1)$$

I strømrør 3a-3b ændrer hastigheden sig fra v_{3a} til v_{3b} , og dette medfører en trykændring fra p_{3a} til p_{3b} , der tilnærmelsesvis kan bestemmes ved følgende energibetragtning, hvor ændringen i kinetisk energi tabsfrit omsættes til en ændring i potentiel energi:

$$\left(\frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 - \frac{1}{2} \rho_i v_{3b}^2 \right) A_{3a} v_{3a} \cong (p_{3b} - p_{3a}) A_{3b} v_{3b}$$

eller idet $A_{3a} v_{3a} = A_{3b} v_{3b}$:

$$\frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 - \frac{1}{2} \rho_i v_{3b}^2 \cong p_{3b} - p_{3a} \quad (2.36h.2)$$

Med $v_{3a} = v_2$ og dermed med $v_{3b} = (\rho_u/\rho_i)(A_2/A_5)v_2$ fås videre:

$$p_{3b} \cong p_{3a} - \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \frac{A_2}{A_5} v_2 \right)^2 + \frac{1}{2} \rho_u v_2^2 \quad (2.36h.3)$$

I strømrør 6a-6 fås $p_{6a} \cong p_6$. Endelig fås ved at sammenholde ligningerne (2.36c.3) og (2.36h.1), at:

$$v_2 = v_{3a} = \frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} v_{3b} = \frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad (2.36h.4)$$

Hvis ligning (2.36h.3) antages at gælde med et rent lighedstegn, fås ved at indsætte ligning (2.36c.4) i ligning (2.36h.3) og efterfølgende indsætte resultatet heraf i ligning (2.36c.5):

$$p_1 - \frac{1}{2}\zeta_2\rho_u v_2^2 - \frac{1}{2}\rho_i\left(\frac{\rho_u}{\rho_i}\frac{A_2}{A_5}v_2\right)^2 + \frac{1}{2}\rho_u v_2^2 = p_{6a} + \rho_i g(y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2}\zeta_5\rho_i v_5^2 \quad (2.36h.5)$$

eller, hvis det også antages at $p_{6a} = p_6$:

$$p_1 - p_6 = \rho_i g(y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2}\rho_u v_2^2(\zeta_2 - 1) + \frac{1}{2}\rho_i\left(\frac{\rho_u}{\rho_i}\frac{A_2}{A_5}v_2\right)^2 + \frac{1}{2}\zeta_5\rho_i v_5^2 \quad (2.36h.6)$$

$$= \rho_i g(y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2}\rho_i v_2^2\left(\frac{\rho_u}{\rho_i}(\zeta_2 - 1) + \left(\frac{\rho_u}{\rho_i}\frac{A_2}{A_5}\right)^2\right) + \frac{1}{2}\zeta_5\rho_i v_5^2$$

Heri kan $(p_1 - p_6)$ udtrykkes ved ligning (2.36a.3), v_2 ved ligning (2.36h.4), og desuden er $(y_{6a} - y_{3b}) \cong H$ således at ligningen kan omformes til:

$$\begin{aligned} (\rho_u - \rho_i)gH &= \frac{1}{2}\rho_i v_5^2\left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_u}\frac{A_5}{A_2}\right)^2 \frac{\rho_u}{\rho_i}(\zeta_2 - 1) + 1\right] + \frac{1}{2}\zeta_5\rho_i v_5^2 \\ &= \frac{1}{2}\rho_i v_5^2\left[\frac{\rho_i}{\rho_u}\left(\frac{A_5}{A_2}\right)^2 (\zeta_2 - 1) + 1 + \zeta_5\right] \end{aligned} \quad (2.36i)$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right) \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.36j)$$

hvilket med de gjorte antagelser er samme resultat som ligning (2.36b.4) for det enkelte strømrør med varierende tværsnit på nær leddet ρ_i/ρ_u i nævneren. Ligningen fører for $A_5/A_2 = 1,0$ ikke til et udtryk, der er identisk med ligning (2.36f). Årsagen ligger i den anvendte trykrelation mellem p_{3b} og p_{3a} udledt af ligning (2.36h.2). En omformning af denne lignings 1. led, så den får formen:

$$\frac{1}{2}\rho_u\left(\frac{\rho_u}{\rho_i}\right)v_{3a}^2 - \frac{1}{2}\rho_i v_{3b}^2 \cong p_{3b} - p_{3a} \quad (2.36k)$$

fører til:

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right) \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \left(\zeta_2 - \frac{\rho_u}{\rho_i} \right) + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.36m)$$

Også denne ligning er med de gjorte antagelser samme resultat som ligning (2.36b.4) på nær ρ_i/ρ_u -leddene i nævneren, og den fører for $A_5/A_2 = 1,0$ til et udtryk identisk med ligning (2.36f). Den foretagne omformning af trykrelationen svarer til at bestemme en slags gennemsnitsværdi for ændringen af den kinetiske energi, der tager hensyn til, at den temperaturmæssige ændring af hastigheden v_{3b} påvirker den kinetiske energi i position "3b" med en faktor $(\rho_i/\rho_u)^2$, jf. ligning (2.36h.4).

Det se, at:

$$v_5 \rightarrow \infty \quad \text{for} \quad \frac{A_5}{A_2} \rightarrow \left(\frac{1 + \zeta_5}{\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} - \zeta_2 \right)} \right)^{1/2} \quad \text{når samtidig} \quad \zeta_2 < \rho_u / \rho_i \quad (2.36n.1)$$

og at v_5 ikke er ikke defineret for:

$$\frac{A_5}{A_2} \geq \left(\frac{1 + \zeta_5}{\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} - \zeta_2 \right)} \right)^{1/2} \quad \text{når samtidig} \quad \zeta_2 < \rho_u / \rho_i \quad (2.36n.2)$$

5. Enkelt, tykt strømrør

En tilpasning, der giver bedre styr på friktionsforholdene og samtidig inddrager hele volumenstrømmen og åbningsarealforholdene, fås ved at betragte et strømrørsforløb som vist på figur 2.18 bestående af et enkelt, tykt strømrør 1-6 med røtværnsnit i åbningerne lig med åbningsarealerne og med så store røtværnsnit i positionerne "1" og "6", at $v_1 \cong v_6 \cong 0$, medens der ikke gøres nærmere rede for røtværnsnittenes størrelse eller strømrørets forløb inde i rummet mellem de to åbninger. Der regnes med friktionstab ved luftens passage gennem de to åbninger bestemt af de pågældende åbningers modstandstal og middellufthastigheder.

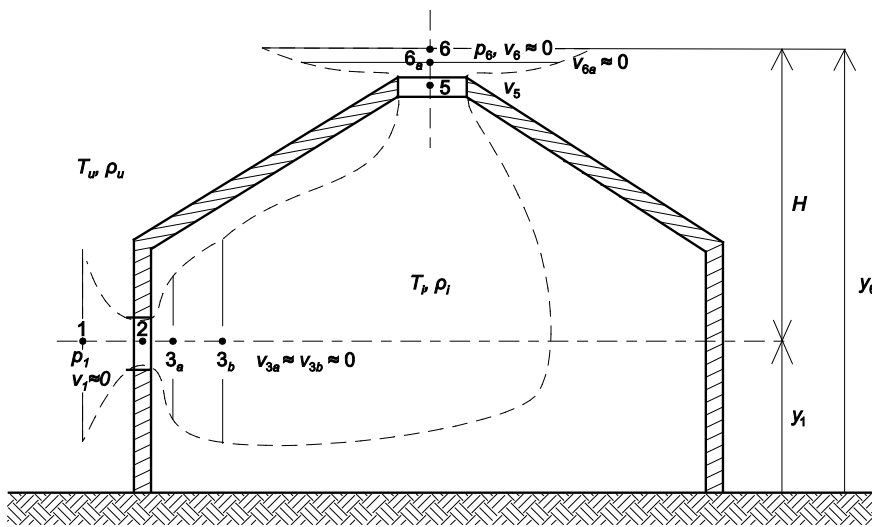
Der antages i første omgang, at luften i strømrøret har en konstant massefylde ρ hvis størrelse, der ikke tages nærmere stilling til. Desuden antages overalt en ensformet hastighedsprofil, og der regnes på røret, som om det var et tyndt rør. Det er derfor en formel, modificeret Bernoulli-ligning, der opstilles i det følgende til bestemmelse af udløbshastigheden v_5 , og der fås:

$$p_1 + \rho g y_1 = p_6 + \rho g y_6 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 \quad (2.36p.1)$$

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho_i)gH}{\rho_i \left(\left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(\left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} \quad (2.36p.5)$$

6. Flere, tykke strømrørsstykker

En tilpasning af det enkelte, tykke strømrør, så massefyldespringene lige efter åbningerne også indtages, kan fås ved at opdele det enkelte, tykke strømrør i følgende fire på hinanden følgende strømrørsstykker, jf. figur 2.19:



Figur 2.19 Flere, tykke strømrørsstykker til beskrivelse af opdriftventilation.

- strømrør 1-3a, hvor luftens massefylde er ρ_u på hele strækningen, hvor rørtværsnitsarealet i position "2" er lig med åbningsarealet A_2 , og hvor det i positionerne "1" og "3a" antages at være så stort, at der kan regnes med at $v_1 \approx v_{3a} \approx 0$
- strømrør 3a-3b, der er ultrakort, og hvori den strømmende luft opvarmes, så massefylden ændres fra ρ_u til ρ_i , og hvor det desuden antages, at tværsnitsarealet i position "3b" er så stort, at der kan regnes med at $v_{3b} \approx 0$
- strømrør 3b-6a, hvor luftens massefylde på hele trækningen er konstant lig med ρ_i , og hvor tværsnitsarealet i position "6a" er så stort, at der kan regnes med at $v_{6a} \approx 0$
- strømrør 6a-6, der er ultrakort, og hvori luften afkøles, så massefylden ændres fra ρ_i til ρ_u .

Bernoulli-forudsætningerne er opfyldte i strømrørene 1-3a og 3b-6a på nær kravet om, at strømrøret skal være tyndt. Der regnes på rørene, som var de tynde rør, hvorfor de følgende beregninger med Bernoullis modificerede ligning er formelle.

For det vandrette strømrør 1-3a fås følgende:

$$p_1 = p_{3a} + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2$$

og heraf:

$$p_{3a} = p_1 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.36q.1)$$

For strømrør 3b-6a fås følgende:

$$p_{3b} + \rho_i g y_{3b} = p_{6a} + \rho_i g y_{6a} + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

og heraf:

$$p_{3b} = p_{6a} + \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.36q.2)$$

I de to ultrakorte rør, hvor Bernoulli-ligningen ikke gælder, antages, at varmevekslingerne primært omsættes til temperaturændringer, således at der fås tryksammenhængene $p_{3b} \cong p_{3a}$ og $p_{6a} \cong p_6$.

Af massebalanceligningen fås hastighedsrelationen:

$$v_2 = \frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad (2.36q.3)$$

Af ligningerne (2.36q.1) og (2.36q.2) fås, hvis der regnes med at $p_{3b} = p_{3a}$:

$$p_1 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 = p_5 + \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

Hvis der regnes med at $p_{6a} = p_6$ og idet $y_{6a} \cong y_6$ fås videre:

$$p_1 - p_6 = \rho_i g (y_{6a} - y_{3b}) + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.36q.4)$$

Heri kan $p_1 - p_6$ på ny udtrykkes ved ligning (2.36a.3), v_2 ved ligning (2.36q.3), og desuden er $(y_{6a} - y_{3b}) \cong H$, således at ligning (2.36q.4) kan omformes til

$$(\rho_u - \rho_i) g H = \Delta \rho g H = \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right) \quad (2.36q.5)$$

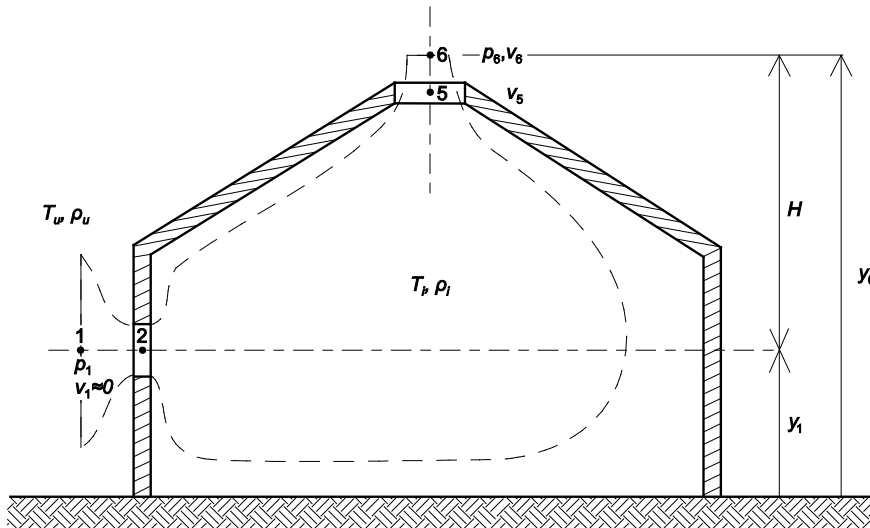
$$= \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right)$$

hvoraf fås:

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right)} \right)^{1/2} \quad (2.36q.6)$$

7. Enkelt, tykt strømrør med strålekontur efter udløbsåbningen

Den virkelige strømnings stråle i udløbsåbningen kan inddrages ved at afslutte det tykke strømrør med en grænseflade, der efter udløbsåbningen er identisk med strålekonturen frem til det kontraherede tværsnit, jf. figur 2.20a. Strømningen vil fortsætte efter det kontraherede tværsnit på en eller anden måde, som det er unødvendigt at specificere nærmere i den her betragtede sammenhæng. At det kontraherede tværsnit vælges som strømrørets endepunkt, skyldes, at hastighedsprofilet er meget nær ensformet i dette tværsnit, samt at trykket er lig med udtrykket i den pågældende højde.



Figur 2.20a Tykt strømrør med strålekontur efter udløbet til beskrivelse af opdriftventilation.

Med både konstant massefylde ρ som følge af en termisk forbehandling i position "1" og ensformet hastighedsprofil i hele rørets længde fås følgende, formelle, modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_1 + \rho g y_1 = p_6 + \rho g y_6 + \frac{1}{2} \rho v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2$$

eller:

$$p_1 - p_6 = \rho g (y_6 - y_1) + \frac{1}{2} \rho v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho v_2^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho v_5^2 \quad (2.36r)$$

Der vil i røret gælde følgende hastighedsrelationer iflg. massebalanceligningen:

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 \quad \text{og} \quad v_2 = \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad (2.36s)$$

hvor $C_{k,5}$ er udløbsåbningens kontraktionskoefficient defineret ved at $A_6 = C_{k,5}A_5$. Indsat i ligning (2.36s.3) sammen med ligning (2.36a.3) fås da følgende:

$$\begin{aligned} \rho_u gH - \rho gH &= +\frac{1}{2}\rho \left(\frac{1}{C_{k,5}} v_5 \right)^2 + \frac{1}{2}\zeta_2 \rho \left(\frac{A_5}{A_2} v_5 \right)^2 + \frac{1}{2}\zeta_5 \rho v_5^2 \\ &= \frac{1}{2}\rho v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right] \end{aligned} \quad (2.36t)$$

og heraf

$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho)gH}{\rho \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.36u)$$

Ved en forbehandling så $\rho = \rho_i$ fås:

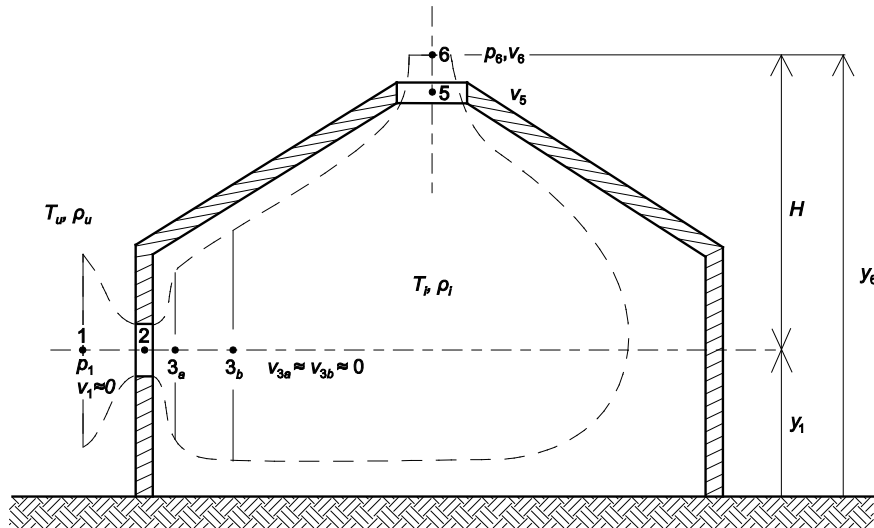
$$v_5 = \left(\frac{2(\rho_u - \rho_i)gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.36v)$$

Videre fås for kernehastigheden v_6 i udløbet:

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \left(C_{k,5} \frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.36x)$$

8. Flere, tykke strømrørsstykker med strålekontur efter udløbsåbningen

I strømrøret med strålekontur efter udløbsåbningen optræder der kun massefyldespring efter indløbet. Dette spring kan inddrages ved at dele strømrøret op i tre på hinanden følgende tykke strømrørsstykker 1-3a, 3a-3b og 3b-6 som vist på figur 2.20b. De to første rørstykker er identiske med de to første i figur 2.19, hvor luftens massefylde er ρ_u i det første. I det sidste strømrørsstykke er luftens massefylde konstant lig med ρ_i , og desuden er $v_{3b} \approx 0$.



Figur 2.20b Flere, tykke strømrørsstykker med strålekontur efter udløbet til beskrivelse af opdriftventilation.

For strømrør 1-3a fås en ligning identisk med ligning 2.36q.1, og for strømrør 3b-6 fås følgende, formelle, modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_{3b} + \rho_i g y_{3b} = p_6 + \rho_i g y_6 + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

og heraf:

$$p_{3b} = p_6 + \rho_i g (y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.37a)$$

Det ultrakorte rør 3a-3b, hvor Bernoulli-ligningen ikke gælder, antages at føre til $p_{3b} \approx p_{3a}$. Desuden fås af massebalanceligningen følgende hastighedsrelationer:

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 \quad \text{og} \quad v_2 = \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad (2.37b)$$

Af ligningerne (2.36q.1) og (2.37a) fås, hvis der regnes med at $p_{3b} = p_{3a}$

$$p_1 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 = p_6 + \rho_i g (y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

eller:

$$p_1 - p_6 = \rho_i g(y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.37c)$$

Heri kan indsættes $(p_1 - p_6)$ udtrykt ved ligning (2.36a.3), v_2 og v_6 ved ligning 2.37b og $(y_6 - y_{3b}) = H$, og der fås da:

$$\begin{aligned} \rho_u gH &= \rho_i gH + \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} \right)^2 v_5^2 \\ &= \rho_i gH + \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left(\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right) \end{aligned}$$

eller:

$$(\rho_u - \rho_i) gH = \Delta \rho gH = \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right] \quad (2.37d)$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2 \Delta \rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.37e)$$

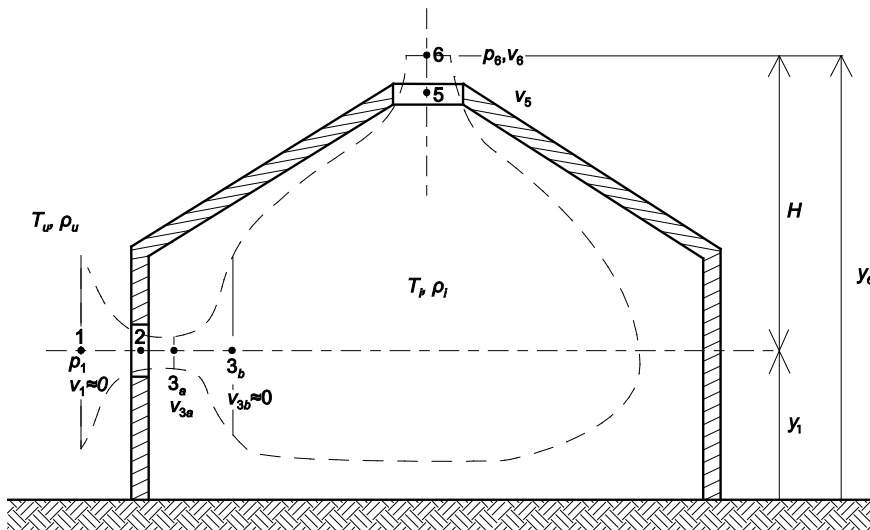
der afviger fra hastighedsudtrykket (2.36æ) for det enkelte, tykke strømrør med strålekant med ρ_i/ρ_u -leddet i nævneren. Der fås videre følgende kernehastighed i udløbet

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 = \left(\frac{2 \Delta \rho gH}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(C_{k,5} \frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.37f)$$

9. Flere, tykke strømrørsstykker med strålekant efter ind- og udløbsåbningerne

I den virkelige strømning optræder der også en stråle umiddelbart efter indløbsåbningen som vist på figur 2.15. Denne stråle kan inddrages ved at betragte de tre på hinanden følgende, tykke strømrørsstykker 1-3a, 3a-3b og 3b-6 som vist på figur 2.21:

- strømrør 1-3a, hvor luftens massefylde er ρ_u på hele strækningen, hvor rørets tværsnitsareal er lig med åbningsarealet A_2 i position "2" og lig med det kontraherede tværsnitsareal i position "3a", dvs. $A_{3a} = C_{k,2}A_2$.
- strømrør 3a-3b, der er ultrakort, hvori den strømmende luft opvarmes så massefylden ændres fra ρ_u til ρ_i , og hvor tværsnitsarealet i position "3b" antages at være så stort at $v_{3b} \approx 0$
- strømrør 3b-6, hvor luftens massefylde er ρ_i på hele strækningen, hvor rørets tværsnitsareal er lig med åbningsarealet A_5 i position "5" og lig med det kontraherede tværsnitsareal i position "6", dvs. $A_6 = C_{k,5}A_5$.



Figur 2.21 Flere tykke strømrørsstykker med strålekontur efter ind- og udløb til beskrivelse af opdriftventilation.

Bernoullis ligning kan anvendes formelt på strømrørerne 1-3a og 3b-6. For det vandrette strømrør 1-3a fås følgende, formelle, modificerede Bernoulli-ligning:

$$p_1 = p_{3a} + \frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2$$

eller:

$$p_{3a} = p_1 - \frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.37g)$$

og for strømrør 3b-6 fås identisk med ligning (2.37a):

$$p_{3b} = p_6 + \rho_i g(y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 \quad (2.37h)$$

I det ultrakorte rør 3a-3b, hvor Bernoullis ikke kan anvendes, sker der en deceleration fra hastigheden v_{3a} til nul med en deraf følgende trykstigning fra p_{3a} til p_{3b} . Denne stigning kan tilnærmelsesvis bestemmes ud fra følgende simple energibetragtning, hvor den kinetiske energi omsættes til potentiel energi:

$$\left(\frac{1}{2}\rho_u v_{3a}^2\right)v_{3a}A_{3a} \cong (p_{3b} - p_{3a})v_{3b}A_{3b} \quad (2.37i.1)$$

eller idet $v_{3a}A_{3a} = v_{3b}A_{3b}$:

$$p_{3b} \cong p_{3a} + \frac{1}{2}\rho_u v_{3a}^2 \quad (2.37i.2)$$

Desuden fås af massebalanceligningen følgende hastighedsrelationer:

$$v_2 = \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad \text{og} \quad v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 \quad \text{og} \quad v_{3a} = \frac{1}{C_{k,2}} v_2 = \frac{1}{C_{k,2}} \cdot \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} v_5 \quad (2.37j)$$

Af ligningerne (2.37g) og (2.37h) fås, hvis det antages at $p_{3b} = p_{3a} + \frac{1}{2}\rho_u v_{3a}^2$:

$$p_1 - \frac{1}{2}\rho_u v_{3a}^2 - \frac{1}{2}\zeta_2 \rho_u v_2^2 + \frac{1}{2}\rho_u v_{3a}^2 = p_6 + \rho_i g(y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2}\rho_i v_6^2 + \frac{1}{2}\zeta_5 \rho_i v_5^2$$

eller

$$p_1 - p_6 = \rho_i g(y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2}\rho_i v_6^2 + \frac{1}{2}\zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2}\zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.37k)$$

Heri kan indsættes ($p_1 - p_6$) udtrykt ved ligning (2.36a.3), v_2 og v_6 ved ligning (2.37j) og $(y_6 - y_{3b}) = H$, og der fås da:

$$\rho_u gH = \rho_i gH + \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{1}{C_{k,5}}\right)^2 v_5^2 + \frac{1}{2}\rho_i \zeta_5 v_5^2 + \frac{1}{2}\rho_u \zeta_2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2}\right)^2 v_5^2 \quad (2.37m)$$

$$= \rho_i gH + \frac{1}{2}\rho_i v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}}\right)^2 + \zeta_5 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2}\right)^2 \zeta_2 \right]$$

eller:

$$(\rho_u - \rho_i)gH = \Delta\rho gH = \frac{1}{2}\rho_i v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}}\right)^2 + \zeta_5 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{A_5}{A_2}\right)^2 \zeta_2 \right]$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.37n)$$

og videre fås for kernehastigheden:

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,5} A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.37p)$$

Det ses, at disse to hastigheder er identiske med dem, der fås af ligningerne (2.37e) og (2.37f), hvor der kun er strålekontur efter udløbet. Identiteten skyldes den tabsfri trykomsætning, der regnes med i det ultrakorte rør 3a-3b udtrykt ved ligning (2.37i.1).

10. Flere, tykke strømrør med strålekontur efter ind- og udløbsåbningerne. KORRIGERET

I den virkelige opdriftstrømning opløses indløbsstrålen inde i rummet som følge af friktion, og der vil for det statiske tryk i position "3b" på figur 2.21 gælde at $p_{3b} \cong p_{3a}$ og ikke at $p_{3b} > p_{3a}$, sådan som det er udtrykt ved ligning (2.37i.2). Dette betyder, at der i det ultrakorte strømrør 3a-3b ud over en opvarmning også skal ske en deceleration fra hastigheden v_{3a} til nul, uden at der finder en trykstigning sted.

For strømrørene 1-3a og 3b-6 fås uændret ligningerne (2.37g) og (2.37h), og af massebalance-ligningen fås uændret hastighedsrelationerne udtrykt ved ligning (2.37j). Med $p_{3b} = p_{3a}$ fås sammen med ligningerne (2.37g) og (2.37h):

$$p_1 - \frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 = p_6 + \rho_i g (y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2$$

eller

$$p_1 - p_6 = \rho_i g (y_6 - y_{3b}) + \frac{1}{2} \rho_i v_6^2 + \frac{1}{2} \zeta_5 \rho_i v_5^2 + \frac{1}{2} \rho_u v_{3a}^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_u v_2^2 \quad (2.38)$$

Heri kan på ny indsættes $(p_1 - p_6)$ udtrykt ved ligning (2.36a.3), v_2 , v_{3a} og v_6 ved ligning (2.37j) og $(y_6 - y_{3b}) = H$, og der fås da:

$$\begin{aligned}\rho_u gH &= \rho_i gH + \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 v_5^2 + \frac{1}{2} \rho_i \zeta_5 v_5^2 + \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{1}{C_{k,2}} \cdot \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} \right)^2 v_5^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \rho_u \zeta_2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} \right)^2 v_5^2\end{aligned}\quad (2.39)$$

$$= \rho_i gH + \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \zeta_5 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{1}{C_{k,2}} \cdot \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} \right)^2 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 \right]$$

eller:

$$(\rho_u - \rho_i)gH = \Delta \rho gH = \frac{1}{2} \rho_i v_5^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \zeta_5 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \left[\left(\frac{1}{C_{k,2}} \right)^2 + \zeta_2 \right] \right] \quad (2.40)$$

og heraf:

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta \rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \left(\left(\frac{1}{C_{k,2}} \right)^2 + \zeta_2 \right) + \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.41)$$

og videre fås for kernehastigheden:

$$v_6 = \frac{1}{C_{k,5}} v_5 = \left(\frac{2\Delta \rho gH}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,5} A_5}{C_{k,2} A_2} \right)^2 (1 + C_{k,2}^2 \zeta_2) + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.42)$$

11. Hastighedsforhold og strømrørsforløb

De beregnede hastigheder i de forskellige strømrør er sammenfattet i tabel 2.3. Det ses, at med varierende strømningstværsnit, så variationer i åbningsarealerne kan indgå, påføres ζ_2 -leddet i udtryk-kenes nævnere en faktor $(A_5/A_2)^2$, og ved at opsplitte strømrørsforløbet i flere på hinanden følgende strømrør, så massefyldespringene kan indgå, påføres ζ_2 -leddet yderligere en faktor ρ_i/ρ_u . Det ses endvidere, at hastighederne i tabellens fire tynde strømrørsforløb samt i dens to tykke nummereret "5" og "6" bliver større end dem i strømrørsforløbene nummereret "7" – "10". Dette skyldes analogt

til det, der var tilfældet i afsnit 2.7.3.2 ved strømning gennem en åbning, at med de hastigheder, der er antaget i de seks førstnævnte strømrørs start- og slutpositioner, skal drivtrykket kun overkomme friktionstabene. Hastighederne i strømrørerne "7" og "8", der har strålekontur i udløbet, og strømrør "9" med strålekontur i både indløb og udløb, bliver mindre, da drivtrykket nu også skal overkomme stigningen i kinetisk energi fra start- til slutposition. Endelig bliver hastigheden yderligere mindre i det korregerede strømrør "10", hvor drivtrykket skal overkomme en energitilvækst ved strømningen gennem både ind- og udløb, da det antages, at energitilvæksten i indløbet går tabt i rummet som følge af indløbsstrålens opløsning på grund af friktion.

12. Opdriftmodeller kontra strømrørsmodeller

I litteraturen om søjlemodellen er der ikke fundet henvisninger til Bernoulli eller til strømrørsovervejelser i det hele taget. Men søjlemodellens hastighedsudtryk er analoge til ligning (2.36v) for det enkelte, tykke strømrør med strålekontur efter udløbet når $(A_5/A_2)^2 = 0$. Dette åbningsarealforhold svarer til et meget stort indløbsareal, eller til at indløbsforholdene, herunder et evt. friktionstab, ikke medregnes i det, drivtrykket skal overkomme, hvilket igen svarer til forudsætningerne for ud-

Tabel 2.3 Kvadratet på udløbsåbningens middel- og kernehastigheder for forskellige strømrørsforløb til beskrivelse af opdriftventilation.

Strømrørsforløb	(Middelhastighed v_5) ²	(Kernehastighed v_6) ²
1. Enkelt, tyndt strømrør med konstant tværsnit	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i(\zeta_2 + \zeta_5)}$	
2. Enkelt, tyndt strømrør med variabelt tværsnit	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right]}$	
3. Flere, tynde strømrør med konstant tværsnit	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \zeta_2 + \zeta_5 \right)}$	
4. Flere, tynde strømrør med variabelt tværsnit	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 (\zeta_2 - 1) + \zeta_5 \right)}$	
5. Enkelt, tykt strømrør	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]}$	
6. Flere, tykke strømrør	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]}$	
7. Enkelt, tykt strømrør med strålekontur efter udløb	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]}$	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \left(\frac{C_{k,5} A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]}$

8. Flere, tykke strømrør med strålekontur efter udløb	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]}$	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,5} A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]}$
9. Flere, tykke strømrør med strålekontur efter ind- og udløb	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + \zeta_5 \right]}$	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,5} A_5}{A_2} \right)^2 \zeta_2 + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]}$
10. Flere, tykke strømrør med strålekontur efter ind- og udløb. KORRIGERET	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \left(\left(\frac{1}{C_{k,2}} \right)^2 + \zeta_2 \right) + \zeta_5 \right]}$	$\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,5} A_5}{C_{k,2} A_2} \right)^2 \left(1 + C_{k,5}^2 \zeta_2 \right) + C_{k,5}^2 \zeta_5 \right]}$

ledelsen af søjlemodellen. Analogien ses ved at omskrive ligning (2.36v) med $(A_5/A_2) = 0$ og med C_v udtrykt ved ligning (2.34f). Der fås da:

$$v_5 = \frac{1}{\left(\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \zeta_5 \right)^{1/2}} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} = \left(\frac{C_{k,5}^2}{1 + C_{k,5}^2 \zeta_5} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} \quad (2.43a)$$

$$= (C_{k,5}^2 C_{v,5}^2)^{1/2} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} = C_{d,5} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2}$$

Dette er i overensstemmelse med Barre & Sammetts ligning (2.3b) med $C_{d,5} = C = 0,5$ for en almindelig åbning. Det er også i overensstemmelse med Bruces ligning (2.7a) med $C_{k,5} = 0,65$ og $\zeta_5 = 0$, idet Bruce ser bort fra friktionen.

I litteraturen om ventilatormodellen henviser Herrlin (1987), Walton (1989), og Clarke & Hensen (1991) direkte til Bernoullis ligning i forbindelse med deres knudepunktmodeller. For dem alle gælder, at den middelhastighed, de kan få med deres modellers volumenstrømodtryk, er analog med den, der fås med det tykke strømrør mærket "10" bestående af flere strømrørsstykker med strålekontur i ind- og udløb og med en korregerende tilpasning. Af ligning (2.19b) fås således følgende middelhastighed i udløbet, når $C_{d,j}$ udtrykkes ved ligning (2.34g), og når H_2 udtrykkes af ligning (2.34j), idet ventilator- og neutralplanmodellen principielt fører til sammen neutralplanplacering, jf. lidt senere behandlingen heraf i forbindelse med udledelsen af ligning (2.43f):

$$\begin{aligned}
v_s = v_2 = \frac{q_{V,2}}{A_2} &= C_{d,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2} = C_{d,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \right]} \right)^{1/2} \\
&= \frac{C_{k,2}}{(1 + C_{k,2}^2 \zeta_2)^{1/2}} \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,2}^2}{C_{k,1}^2} \cdot \frac{1 + C_{k,1}^2 \zeta_1}{1 + C_{k,2}^2 \zeta_2} \cdot \frac{A_2^2}{A_1^2} \right) \right]} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\frac{\rho_i}{C_{k,2}^2} \left[(1 + C_{k,2}^2 \zeta_2) + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{k,2} A_2}{C_{k,1} A_1} \right)^2 (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1) \right]} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[\left(\frac{1}{C_{k,2}^2} + \zeta_2 \right) + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \left(\frac{1}{C_{k,1}^2} + \zeta_1 \right) \right]} \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{2.43b}$$

Dette er identisk med ligning (2.41) når indekserne "1" og "2" erstattes af henholdsvis "2" og "5". For Axley (1998) fås af ligning (2.17a) også en middelhastighed $v_2 = C_{d,2}(2\Delta p/\rho_i)^{1/2}$, der fører til ligning (2.43b) identisk med ligning (2.41), og for Kalleberg (1977), der ser bort fra friktionen, fås af ligning (2.12a) en middelhastighed i udløbet $v_2 = C_{k,2}(2\Delta p/\rho_i)^{1/2}$, der med $\zeta_1 = \zeta_2 = 0$ og $\rho_i/\rho_u \cong 1,0$ ligeledes fører til et hastighedsudtryk svarende til ligning (2.43b) og dermed analogt til ligning (2.41). I modellerne udledt af Pedersen (1979) og Morsing & Strøm (1985) fører ligning (2.14f) til en middelhastighed $v_2 = q_V/A_2$ gennem udløbet, der er analog til ligning (2.36q.6) for flere, tykke strømrør, når modstandstallene heri erstattes af de tilsvarende fiktive modstandstal, og når der regnes med $\rho_i/\rho_u \cong 1,0$. Med et fiktivt modstandstal $\zeta_{Ped} = \zeta^* = (1/C_d)^2$ iflg. ligning (2.35ø.1) fås ved indsættelse i ligning (2.36q.6):

$$v_5 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left[\left(\frac{A_5}{A_2} \right)^2 \left(\frac{1}{C_{k,2}^2} + \zeta_2 \right) + \left(\frac{1}{C_{k,5}^2} + \zeta_5 \right) \right]} \right)^{1/2} \quad (2.43c)$$

hvilket er identisk med ligning (2.41) med $\rho_i/\rho_u = 1,0$ i nævneren. Bruce (1977) regner iflg. ligning (2.13a) med $\zeta^* = 1,0$, hvilket igen iflg. ligning (2.36ø.1) svarer til at $\zeta_2 = \zeta_5 = 0$ og $C_{k,2} = C_{k,1} = 1,0$, og dette bringer Bruces hastighedsudtryk (2.13c) i overensstemmelse med ligning (2.41). Baturin (1972) regner med $\zeta_{Bat}^* = (1/C_d n_1)^2$, jf. ligning (2.35å.4), og dette fører ligeledes til et hastighedsudtryk svarende til ligning (2.41) blot multipliceret med n_1 , da åbningsgraden ikke indgår i den betragtede strømrørsform.

I litteraturen om neutralplanmodellen henviser Bruce (1978) til Bernoulli ved opstillingen af sin model. Af hans volumenstrømodtryk (2.30a) fås en middelhastighed i udløbet analog til den for det korrigerede strømrør med strålekant i ind- og udløb, dvs. til ligning (2.43b) og dermed med ligning (2.41). Det samme gælder for Emswiler (1926) ud fra hans ligning (2.28b), hvor C_1 kan opfattes som en udstømningskoefficient C_d , samt for Li (2000) ud fra hans ligning (2.33b). Endelig viser det sig at gælde også for Linden et al (1990), når der i deres ligning (2.32f) for indløbet regnes med $1/c = (1/C_{d,1})^2 = \zeta^*$ med $C_{d,1}$ udtrykt ved ligning (2.34g), og når der i ligning (2.41) for udløbet regnes med $C_{k,5} = 1,0$, $\zeta_5 = 0$ samt at $\rho_i \cong \rho_u$. Af ligning (2.32f) fås:

$$v_{ind} = v_1 = \left(\frac{2\Delta\rho gH_{red}}{\rho \left[\frac{1}{c} + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta\rho gH_{red}}{\rho \left[\left(\frac{1}{C_{k,1}^2} \right) + \zeta_1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.43d)$$

og for strømrøret fås af ligning (2.41) efter en indeksombytning:

$$v_{ind} = v_2 = \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_u \left[\left(\frac{1}{C_{k,2}} \right)^2 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{A_2}{A_5} \right)^2 \left(\left(\frac{1}{C_{k,5}} \right)^2 + \zeta_5 \right) + \zeta_2 \right]} \right)^{1/2} \quad (2.43e)$$

$$= \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho \left[\left(\frac{1}{C_{k,2}} \right)^2 + \zeta_2 + \left(\frac{A_2}{A_5} \right)^2 \right]} \right)^{1/2}$$

som er identisk med ligning (2.43d), idet $H = H_{red}$ og indekserne "2" og "5" svarer til henholdsvis indeks "1" og indeks "2". Det skal endelig bemærkes, at Bruce-basismodellen og referencemodellen fører til hastighedsudtryk analoge til ligning (2.41).

Ventilator- og neutralplanmodellen giver således resultater, der er analoge med det, der fås med strømrørsforløbet med strålekontur i ind- og udløb og med en korrigerende tilpasning (mærket "10"), og dette betyder, at de to modeller under i øvrigt ens forhold også giver samme resultat hvad angår neutralplanets placering. Dette kan bekræftes ved at betragte neutralplanplaceringen udtrykt ved ligning (2.14k) og indsætte de fiktive modstandstal udtrykt ved ligning (2.35ø.1). Der fås da:

$$H_2 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \quad (2.43f)$$

hvilket er identisk med ligning (2.34k) for referencemodellen på nær ρ_u/ρ_i -leddet, hvor der indgår den reciprokke værdi som følge af, at ligning (2.14k) er udledt ved brug af kontinuitetsligningen, medens massebalanceligningen er anvendt ved opstillingen af referencemodellen.

2.7.3.4 Bernoulli-sammenfatning

Der kan, når Bernoullis modificerede ligning anvendes på strømrør af forskellige former løbende mellem et rums ind- og udløb, udledes modeller for strømning gennem åbninger og for opdriftventilation i rum, der er analoge til de modeller, der optræder i litteraturen. Der er tale om formel brug af Bernoulli-ligningen, da den anvendes på tykke strømrør, hvor en korrekt brug forudsætter tynde strømrør. Den formelle anvendelse betyder, at der ses bort fra, at strømningens kinetiske energi kan variere over strømningstværsnittene, med mindre man kan regne med ensformet hastighedsprofil i tværsnittene, og det samme gælder den potentielle energi, med mindre tværsnittene ligger vandret.

Ved strømning gennem en åbning fås forskellige udtryk for relationerne mellem trykdifferens og hastighed (eller volumenstrøm) for forskellige strømrørsformer, men de fører til ens resultater, når der indføres samme fiktive modstandstal som i litteraturen.

Ved en strømning svarende til opdriftventilationen i et rum fås samme hastigheder og dermed samme volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer som med opdriftmodellerne i litteraturen. Der fås således en model analog til søjlemodellen ved anvendelse af et enkelt, tykt strømrør med strålekontur i udløbet. Der fås en model analog til ventilatormodellen ved anvendelse af flere med hinanden forbundne, tykke strømrørsstumper med strålekontur i ind- og udløb og med en korrigerende tilpasning i en af rørstumperne. En variant af ventilatormodellen, der fører til samme resultat, fås ved anvendelse på flere, tykke rør, og ved at bruge et fiktivt modstandstal i stedet for det rent friktionsbestemte. Endelig fås neutralplanmodellen med samme korrigerede strømrør som ventilatormodellen, således at de to modeltyper fører til samme resultat.

Den analogi, der fås mellem strømrørsmodellerne og modellerne i litteraturen ved den formelle anvendelse af Bernoulli-ligningen, betyder, at litteraturens modeller ud over den forskel, der på forhånd er mellem søjlemodellen og de to andre modeller, og som behandles mere detaljeret i efterfølgende afsnit 2.7.4, er behæftet med fejl, som er analoge til dem, der begås ved den formelle anvendelse af Bernoulli-ligningen.

2.7.4 Modelanalyse

De indbyrdes forskelle mellem litteraturens tre modeller bestemmes af de indgående ligninger, i de respektive ligningssystemer. Det fremgår af litteraturstudiet, at der indgår:

1. en drivtrykligning til bestemmelse af det samlede drivtryk, jf. ligning (2.5)
2. en drivtrykfordelingsligning til bestemmelse af drivtrykkets fordeling over ind- og udløb, jf. ligning (2.9a) eller ligning (2.25)
3. en trykdifferens-hastigheds-ligning til bestemmelse af sammenhængen mellem trykdifferensen over en åbning og lufthastigheden i pågældende åbning, jf. ligning (2.2), (2.10) eller (2.14d)
4. en balanceligning til sikring af rummets massebalance, jf. ligning (2.9b) eller (2.9c)

I søjlemodellen bliver balanceligningen gjort overflødig af, at den på forhånd er indeholdt i drivtrykfordelingsligningen som følge af, at hele drivtrykket antages at virke over udløbet, dvs. at $\Delta p_1 = 0$ i ligning (2.9a). De tre modellers ligningssystemer kommer da til at bestå af ligningerne vist i nedenstående skema.

	drivtrykligning	drivtrykfordelings- ligning	trykdifferens- hastighedsligning	balanceligning
søjlemodel	x	x	x	
ventilatormodel	x	x	x	x
neutralplanmodel	x	x	x	x

Drivtrykligningen, der bestemmer det samlede drivtryk, udledes af alle forfatterne med undtagelse af Barre & Sammet (1950), Axley (1998) og Herrlin (1992) ved at betragte opdriftkraften på en luftstøje, der har rumluftens temperatur og som forestilles nedsænket i luft med udeluftens temperatur, jf. figur 2.9 a) og b). Heraf udleder de et drivtryk bestemt som produktet af massefyldedifferensen mellem ude og inde, tyngdeaccelerationen og den lodrette afstand mellem ind- og udløb. Dette svarer til opdriften på en luftstøje som ovenstående, blot med tværsnittet ændret fra at være lig med udløbsarealet til at være lig med 1 m^2 . Barre & Sammet baserer deres ligning på opdriftkraften alene, medens Axley og Herrlin baserer den på mere strømrørsagtige betragtninger. Men de når alle frem til samme drivtryk som de øvrige. Umiddelbart er der ikke en logisk sammenhæng i, at drivtrykket fås ved at betragte en begrænset indvendig luftstøje, der derefter tages ud og nedsænkes i udeluften. Det virker samtidig modstridende, at der fås en resulterende, opadrettet kraft på luftstøjen, når der nødvendigvis må være et indvendigt undertryk i højde med søjlens bund for at få luft ind gennem indløbet og et indvendigt overtryk i højde med søjlens top, for at få luft ud gennem udløbet.

Drivtrykfordelingsligningen udtrykker fordelingen af drivtrykket, og den er årsag til de vigtigste forskelle mellem opdriftmodellerne. Søjlemodellens $\Delta p = \Delta p_2$ betyder, at hele drivtrykket antages at virke over udløbet. Ventilatormodellens $\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$ fordeler drivtrykket over ind- og udløb, men den forudsætter, at den kinetiske energi, luften har, når den forlader indløbet, går tabt i rummet. Neutralplanmodellens $\Delta p_j = \Delta \rho g H_j$, hvor H_j er afstanden mellem åbningen j og neutralplanet, medfører samme trykfordeling som med ventilatormodellen, da $\sum H_j = H_1 + H_2 = H$. Det kan derfor på forhånd forudsiges, at der med søjlemodellen fås udløbshastigheder og dermed også ind-

løbshastigheder og volumenstrømme, der er større, end hvad der fås med de to andre modeller som følge af, at der i søjlemodellen, når indløbet har et endeligt åbningsareal, i virkeligheden regnes med et drivtryk, der ikke er $\Delta p = \Delta \rho g H$, men er:

$$\Delta p_{\text{søjle}} = \Delta \rho g H + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \frac{1}{2} \zeta_1 \rho v_1^2 = \Delta \rho g H + \frac{1}{2} \rho v_1^2 (1 + \zeta_1) = \Delta \rho g H + \frac{1}{2} \zeta_1^* \rho v_1^2$$

I alle tre modeller forestiller man sig i forbindelse med drivtrykfordelingsligningen en kontinuert strømning med et eller andet rørformet forløb.

Trykdifferens-hastighedsligningen tager hos alle forfattere udgangspunkt i den omsætning, der iflg. Bernoulli finder sted mellem luftens tryk og dens kinetiske energi ved en kontinuert, rørformet strømning.

Balanceligningen forudsætter ligeledes hos alle forfatter en rørformet, kontinuert strømning.

Der mangler imidlertid strømningsmæssig sammenhæng mellem de fire ligninger, idet der i drivtrykligningen ses på en begrænset, stillestående luftsøjle nedsænket i udeluften, medens der i de tre andre ligninger ses på en kontinuert, rørformet strømning. Det er således ikke samme luftvolumen eller volumenstrøm, der indgår i de fire ligninger. En form for sammenhæng kan fås ved at forestille sig luftsøjlen erstattet med et strømrørsagtigt forløb mellem ind- og udløb og ved at antage, at der over et ultrakort stykke lige efter indløbet sker en opvarmning af udeluften samtidig med, at den indstrømmende luft decelereres til en hastighed lig med nul af hensyn til ventilator- og neutralplanmodellens krav til drivtrykfordelingen. Litteraturens tre modeller bliver derved analoge til strømrørsmodellerne i afsnit 2.7.3.3 og bliver følgelig behæftet med fejl analoge til dem, der er redegjort for i afsnit 2.7.3.4.

Eftersom ventilator- og neutralplanmodellens drivtrykfordelingsligninger fører til ens tryk over åbningerne, og de to modellers tre øvrige ligninger er identiske, fås ens resultater med de to modeller. Neutralplanmodellen kan derfor betragtes som en udbygning af ventilatormodellen, når der i sidstnævnte på forhånd regnes med et neutralplan, hvor inde- og udestrykket er lige store, og som igen ved ensformet indetemperatur fører til en indvendig trykfordeling, der varierer lineært med afstanden fra neutralplanet.

Ud over de rent modelmæssige forskelle optræder der forskelle de enkelte forfatter imellem, som er bestemt af de faktorer, de medtager i deres ligningssystem. Dette drejer sig først og fremmest om, hvordan de inddrager det dynamiske tryk, friktionen, kontraktionen og åbningsgraden i deres trykdifferens-hastigheds-ligning, samt om deres balanceligning er en kontinuitets- eller en massebalanceligning.

2.7.5 Modelafvigelser. Afvigelseskvotienter

Forskellene mellem litteraturens tre opdriftsmodeller og mellem forfatterne indbyrdes inden for samme model medfører forskellige beregningsresultater under i øvrigt ens forhold. Disse beregningsmæssige forskelle kan have uheldige konsekvenser for opnåelsen af den termiske komfort, der ønskes i opholdszonen. De bestemmende størrelser for den termiske komfort er lufthastigheden og lufttemperaturen i opholdszonen, og disse to størrelser er igen afhængige af lufthastigheden i indløbet og af volumenstrømmen. Forskellene mellem de to sidstnævnte størrelser kan belyses ved at sammenholde de enkelte forfatters resultater med dem, der fås af referencemodellen udledt i afsnit 2.7.1. Dette giver en afvigelseskvotient, der igen kan opdeles i den del, der er betinget af rent modelmæssige forhold og den del, der er betinget af de faktorer, der er medtaget i trykdifferens/hastigheds- og balanceligningen. Svarende hertil bestemmes en total afvigelseskvotient, som sammen med en tilhørende modelbetinget og ligningsbetinget afvigelseskvotient er defineret ved:

$$AFK_{total} = AFK_{modelbetinget} \cdot AFK_{lign.betinget} \quad (2.44)$$

$$= \left(\frac{\text{forfatterresultat}}{\text{referencerresultat}} \right)_{modelbetinget} \left(\frac{\text{forfatterresultat}}{\text{referencerresultat}} \right)_{lign.betinget}$$

Den totale afvigelseskvotient for indløbshastigheden bestemmes som forholdet mellem den af en forfatter bestemte indløbshastighed og den med referencemodellen bestemte hastighed i indløbsåbningens kontraherede tværsnit, da det er hastigheden i dette tværsnit, der bestemmer lufthastigheden i opholdszonen. Den totale afvigelseskvotient for volumenstrømmen bestemmes som forholdet mellem en forfatters og referencemodellens volumenstrøm. Denne kvotient er uafhængig af, om volumenstrømmene bestemmes ud fra ind- eller udløbsforholdene, når det kan antages at $T_i/T_u \cong 1,0$.

Lufthastigheden i udløbsåbningen er af interesse i forbindelse med spredning af luftforurening til omgivelserne, men den hertil hørende afvigelseskvotient vil ikke blive behandlet her. Det skal dog bemærkes, at afvigelseskvotienten vil meget nær have samme størrelse som for indløbsåbningerne, da forholdet mellem de to hastigheder bestemmes af kontinuitets- eller massebalance-ligningen

Ud over de totale afvigelseskvotienter bestemmes også de tilhørende model- og ligningsbetingede afvigelseskvotienter for at belyse betydningen af både de modelmæssige forhold og af forfatterens forskellige brug af de i strømningen indgående faktorer.

2.7.6 Modelbetingede afvigelseskvotienter

Det er drivtrykfordelingsligningen, der skaber modelforskellene. Der kan under i øvrigt ens forhold regnes med samme drivtryk, men i søjlemodellen antages drivtrykket at virke alene over udløbsåbningen, medens det i ventilator- og neutralplanmodellen fordeles over ind- og udløbsåbningen ud fra hastigheden i åbningerne. Derfor fås der modelbetingede afvigelser i søjlemodellen, medens de modelbetingede afvigelseskvotienter for ventilator- og neutralplanmodellen bliver lig med 1,0.

2.7.6.1 Søjlemodellens modelbetingede afvigelser

For Barre & Sammett (1950) bestemmes i første omgang kun afvigelseskvotienten for volumenstrømmen, da indløbsforholdene ikke indgår i deres model. Der fås af ligningerne (2.4) og (2.34p) følgende totale afvigelseskvotient for volumenstrømmen:

$$AFK_{tot, vol, B \& S} = \frac{C}{C_{d,2}} \cdot \left(\frac{H}{H_2} \right)^{1/2} = \frac{C}{C_{d,2}} \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.45a)$$

For Bruce (1973) gælder, at han også bestemmer volumenstrømmen gennem indløbsåbningen, jf. ligning (2.7d). Heraf kan der bestemmes en indløbshastighed v_{ind} , idet:

$$q_{V,1} = A_{1,eff} v_{ind} = C_{k,1} A_1 v_{ind} = \frac{\rho_i}{\rho_u} C_{k,2} A_2 \left(\frac{2 \Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2}$$

hvor der mere generelt er regnet med kontraktionskoefficienterne $C_{k,1}$ og $C_{k,2}$ for ind- og udløbsåbning. Der fås videre heraf:

$$v_{ind} = \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{C_{k,2} A_2}{C_{k,1} A_1} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2} \quad (2.45b)$$

Af denne ligning og ligning (2.34k.1) fås følgende totale afvigelseskvotient for indløbshastigheden:

$$\begin{aligned} AFK_{tot,hast,Bruce} &= \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{C_{k,2} A_2}{C_{k,1} A_1} \left(\frac{H}{H_1} \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{C_{v,2}} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \left[1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{C_{v,2}} \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.45c)$$

og af ligningerne (2.7d) og (2.34n) fås følgende totale afvigelseskvotient for volumenstrømmen:

$$\begin{aligned} AFK_{tot,vol,Bruce} &= \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{C_{k,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \left(\frac{H}{H_1} \right)^{1/2} \\ &= \frac{1}{C_{v,2}} \cdot \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \left[1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{C_{v,2}} \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{1/2} \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.45d)$$

For Barre & Sammet (1950) kan der for et givet indløbsareal bestemmes en indløbshastighed på en analog måde til den anvendte ved udledelsen af ligning (2.45b) for Bruce. For volumenstrømmen fås ved brug af ligning (2.4) og ved brug af kontinuitetsligningen (som det vurderes, Barre og Sammet ville have brugt, da de kun beskæftiger sig med volumenstrømme) og idet der skelnes mellem C_1 og C_2 for henholdsvis ind- og udløb:

$$q_{V,ind} = A_{ind} v_{ind,virk} = C_2 A_{ud} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_u} \right)^{1/2}$$

og heraf fås videre:

$$v_{ind,virk} = C_2 \frac{A_{ud}}{A_{ind}} \left(\frac{2\Delta TgH}{T_u} \right)^{1/2} = C \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{2\Delta TgH}{T_u} \right)^{1/2}$$

Denne ligning fører sammen med ligning (2.34k.1) til følgende totale afvigelseskvoteient for indløbshastigheden, når der regnes med at $C_2/C_1 \cong C_{d,2}/C_{d,1}$:

$$\begin{aligned} AFK_{tot,hast,B\&S} &= \frac{C_2}{C_{v,1}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{H}{H_1} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} = \frac{C_1}{C_{v,1}} \cdot \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left(\frac{H}{H_1} \right)^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \\ &= \frac{C_1}{C_{v,1}} \cdot \frac{C_2}{C_1} \cdot \frac{A_2}{A_1} \left[1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2 \right]^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \\ &= \frac{C_1}{C_{v,1}} \cdot \left[\frac{\rho_u}{\rho_i} + \left(\frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.45e)$$

For begge referencer udtrykker afvigelsesudtrykkenes kantede parenteser de afvigelser, som er en følge af, at hele drivtrykket antages at virke over udløbsåbningen, og de øvrige led udtrykker de afvigelser, som er en følge af de forskellige måder, friktionen, kontraktionen og massefylden indtages på. At der også må optræde indløbshastigheder uanset den ved selve modelopstillingen ubrugte balanceligning, svarer til, at der i søjlemodellen indirekte regnes med et drivtryk større end det, der fås med ligning (2.5).

Den modelbetingede afvigelse for såvel indløbsluftshastighed som volumenstrøm bliver således for begge referencer bestemt af, når der regnes med $\rho_u/\rho_i \cong 1,0$:

$$AFK_{model,hast} \cong AFK_{model,vol} \cong \left[1 + \left(\frac{C_{d,2}A_2}{C_{d,1}A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \left[1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.46)$$

når der yderligere regnes med, at $C_{d,2}/C_{d,1} \approx 1,0$. Denne modelbetingede afvigelseskvoteient vil altid være større end 1,0, og søjlemodellen vil derfor, når den ligningsbetingede afvigelseskvoteient samtidig ligger omkring 1,0, overestimere hastigheder og volumenstrømme i forhold til referencemodellen. Med $\rho_i \approx \rho_u$, og $C_{d,2} \approx C_{d,1}$ og med ens store ud- og indløbsarealer, dvs. $A_2/A_1 = 1/1$, fås en modelbetinget afvigelseskvoteient på $2^{1/2} = 1,41$, dvs. at der i dette tilfælde overestimeres med 41 %. Med udløbsarealet dobbelt så stort som indløbsarealet, dvs. $A_2/A_1 = 2/1$, overestimeres der med en faktor $5^{1/2} = 2,24$ eller med 124 %, og med udløbsarealet halvt så stort, dvs. $A_2/A_1 = 1/2$, overestimeres der med en faktor 1,12 eller 12 %. Med meget store indløbsarealer i forhold til udløbsarealet, dvs. $A_2/A_1 \rightarrow 0$, nærmer afvigelseskvoteienten sig 1,0, svarende til at søjlemodellens resultater nærmer sig referencemodellens.

2.7.7 Ligningsbetingede og totale afvigelseskvotienter

Der optræder ligningsbetingede afvigelser i alle tre modeller som følge af forskellige måder at inddrage friktionen, kontraktionen og åbningsgraden på, forskelle i brugen af balanceligningen og forskelle i de tilnærmelser, der gøres i forbindelse med de indgående massefylder og temperaturer. Den ligningsbetingede afvigelseskvotient fås af den totale sammen med den modelbetingede afvigelseskvotient ud fra den sammenhæng, der er udtrykt ved ligning (2.44).

2.7.7.1. Søjlemodellens afvigelseskvotienter

Søjlemodellens ligningsbetingede afvigelser kan fås ved brug af ligning (2.44) sammen med den modelbetingede afvigelseskvotient udtrykt ved ligning (2.46).

For Barre & Sammet (1950) fås af ligningerne (2.45e), (2.45a) og (2.46) sammen med ligning (2.44) følgende ligningsbetingede afvigelseskvotienter for indløbshastigheder og volumenstrømme når $(T_u/T_i)^{1/2} \cong 1,0$ og når $C_{v,1} \cong C_{v,2}$:

$$AFK_{\text{lign,hast,B\&S}} = \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{1/2} \frac{C_1}{C_{v,1}} \cong \frac{C}{C_{v,2}} \quad (2.47a)$$

$$AFK_{\text{lign,vol,B\&S}} = \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{1/2} \frac{C}{C_{d,2}} \cong \frac{C}{C_{d,2}} \quad (2.47b)$$

For Bruce (1973) fås af ligningerne (2.45c), (2.45d) og (2.46) sammen med ligning (2.44) følgende ligningsbetingede afvigelseskvotienter for indløbshastigheder og volumenstrømme:

$$AFK_{\text{lign,hast,Bruce}} = AFK_{\text{lign,vol,Bruce}} = \frac{1}{C_{v,2}} \quad (2.47c)$$

I tabel 2.4 er søjlemodellens afvigelseskvotienter illustreret for åbningsarealforholdet A_1/A_2 liggende i området 1/2-2/1. Til Barre & Sammets C -værdi $C_2 = 0,3$ er det skønnet, at $C_{d,2} = 0,25$ og $C_{k,2} = 0,50$ til brug i referencemodellen, og der fås heraf $C_{v,2} = C_{d,2}/C_{k,2} = 0,5$, og desuden fås $\zeta_2 = 12,0$ ved at løse ligningerne (2.34f) og (2.34g) med hensyn til ζ_2 . For Bruce er kun medtaget tilfældet svarende til strømning gennem almindelige åbninger, da det er for dette tilfælde, han antager, at strømningen kan betragtes som tabsfri.

Det ses, at inden for det betragtede område for åbningsarealforholdet ligger de totale afvigelseskvotienter for søjlemodellens indløbshastigheder i området 0,59 – 2,4 og for dens volumenstrømme i området 0,91 – 2,7.

2.7.7.2 Ventilatormodellernes afvigelseskvotienter

Idet ventilatormodellens modelbetingede afvigelseskvotient er lig med 1,0, bliver dens totale afvigelseskvotient lig med dens ligningsbetingede kvotient, der fås direkte af forholdet mellem ventilator- og referencemodellens hastigheds- og volumenstrømodtryk,

For Baturin (1972) kan udtrykkene for hastigheder og volumenstrømme udledes af ligningerne

Tabel 2.4. Søjlemodellernes afvigelseskotienter for indløbshastigheder og volumenstrømme, når der i referencemodellen regnes med $\rho_i \approx \rho_u$, $C_{v,1} \approx C_{v,2}$ og $C_{d,1} \approx C_{d,2}$ og hos Barre & Sammet (1950) med $C_1 = C_2 = C$

Litteratur		Referencemodelsfaktorer				Åbningsarealforhold	Modelbetinget afvigelseskotient	Ligningsbetingede og totale afvigelseskot., AFK_{lign} og AFK_{tot}			
		$C_{d,2}$	$C_{k,2}$	$C_{v,2}$	ζ_2			Hastigheds-kotient		Volumen-strømkotient	
						A_2/A_1	AFK_{model}	lign.bet. total		lign.bet. total	
Barre & Sammett (1950)	C = 0,3	0,25	0,5	0,5	12,0	1/2	1,12	0,60	0,67	1,2	1,3
						1/1	1,41	0,60	0,85	1,2	1,7
						2/1	2,24	0,60	1,3	1,2	2,7
	C = 0,5	0,62	0,65	0,95	0,25	1/2	1,12	0,53	0,59	0,81	0,91
						1/1	1,41	0,53	0,75	0,81	1,1
						2/1	2,24	0,53	1,19	0,81	1,8
Bruce (1973)		0,62	0,65	0,95	0,25	1/2	1,12	1,05	1,2	1,05	1,2
						1/1	1,41	1,05	1,5	1,05	1,5
						2/1	2,24	1,05	2,4	1,05	2,4

(2.10) og (2.11) sammen med ligning (2.9a) og massebalanceligningen (2.9e). Der fås først følgende ligning til bestemmelse af volumenstrømmen:

$$\Delta p = \Delta \rho g H = \frac{1}{2} \zeta_{Bat,1} \rho_u \left(\frac{q_{V,1}}{A_{0,1}} \right)^2 + \frac{1}{2} \zeta_{Bat,2} \rho_i \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{q_{V,1}}{A_{0,2}} \right)^2 \quad (2.48a)$$

$$= \frac{1}{2} \zeta_{Bat,1} \rho_u \left(\frac{1}{A_{0,1}} \right)^2 q_{V,1}^2 \left[1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{\zeta_{Bat,2}}{\zeta_{Bat,1}} \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{A_{0,1}}{A_{0,2}} \right)^2 \right]$$

hvoraf fås:

$$q_{V,1} = \left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2} A_{0,1} \left(\frac{2 \Delta \rho g H}{\rho_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{\zeta_{Bat,2}}{\zeta_{Bat,1}} \left(\frac{A_{0,1}}{A_{0,2}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.48b)$$

Med denne volumenstrøm vil Baturin da iflg. ligning (2.11) få følgende hastighed i indløbet:

$$v_{Bat,1} = \frac{q_{V,1}}{A_{0,1}} = \left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{\zeta_{Bat,2}}{\zeta_{Bat,1}} \left(\frac{A_{0,1}}{A_{0,2}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.48c)$$

Sammen med ligning (2.34k.1), hvor $\Delta T = \Delta\rho T_i / \rho_u$, fås følgende ligningsbetingede afvigelseskvote-
ent for indløbshastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Bat} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{\zeta_{Bat,2}}{\zeta_{Bat,1}} \left(\frac{A_{0,1}}{A_{0,2}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.48d)$$

For den ligningsbetingede volumenstrømafgivelseskvote-ent fås af ligningerne (2.48b) og (2.34n):

$$AFK_{lign,vol,Bat} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2} A_{0,1}}{C_{d,1} A_1} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{\zeta_{Bat,2}}{\zeta_{Bat,1}} \left(\frac{A_{0,1}}{A_{0,2}} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.48e)$$

Baturin fastlægger en åbnings modstandstal $\zeta_{Bat,j}$ ud fra en målt volumenstrøm gennem åbnin-
gen for en given trykdifferens Δp_j . Heraf bestemmes hastigheden $v_{Bat,j}$ af ligning (2.12) og derefter
modstandstallet af ligning (2.10). Baturin tilstræber således at få bestemt den virkelige volumen-
strøm med sit ligningssystem. Antages volumenstrømmen at være lig med den, der fås med referen-
cemodellen, kan volumenstrøm med Baturin og med referencemodellen udtrykkes ved henholdsvis
(jf. ligningerne (2.10) og (2.11) samt ligning (2.34d)):

$$q_{V,j} = A_{0,j} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_j \zeta_{Bat,j}} \right)^{1/2} = \frac{A_{0,j}}{\zeta_{Bat,j}^{1/2}} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_j} \right)^{1/2} \quad \text{og} \quad q_{V,j} = C_{d,j} A_j v_{teo,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta p}{\rho_j} \right)^{1/2} \quad (2.48f)$$

således at $A_{0,1}/\zeta_{Bat,1}^{1/2} \cong C_{d,1} A_1$ og at $A_{0,2}/\zeta_{Bat,2}^{1/2} \cong C_{d,2} A_2$. Den kantede parentes i de to ligningsbe-
tingede afvigelseskvote-ent bliver da meget nær lig med 1,0, således at de kan reduceres til, når der
samtidig gøres brug af ligning (2.34g):

$$AFK_{lign,hast,Bat} \cong \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2}}{C_{v,1}} = \left(\frac{1 + C_{k,1}^2 \zeta_1}{\zeta_{Bat,1}} \right)^{1/2} \quad (2.48g)$$

og

$$\begin{aligned}
AFK_{lign,vol,Bat} &\cong \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2} A_{0,1}}{C_{d,1} A_1} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2} A_{0,1}}{C_{d,1} n_1 A_{0,1}} \\
&= \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2}}{C_{d,1}} \cdot \frac{1}{n_1} = \left(\frac{1 + C_{k,1}^2 \zeta_1}{C_{k,1}^2 \zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2} \frac{1}{n_1}
\end{aligned} \tag{2.48h}$$

hvor n_1 er indløbsåbningens åbningsgrad, dvs. at $n_1 \leq 1,0$. Med volumenstrømafvigelseskoefficienten i ligning (2.48h) lig med 1,0 fås for Baturins modstandstal $\zeta_{Bat,1}$:

$$\zeta_{Bat,1} = \frac{1}{(C_{d,1} n_1)^2} = \frac{1 + C_{k,1}^2 \zeta_1}{C_{k,1}^2} \cdot \frac{1}{n_1^2} \tag{2.48i}$$

og med denne $\zeta_{Bat,1}$ -værdi fås af ligning (2.48e) følgende afvigelseskoefficient for indløbshastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Bat} \cong \frac{C_{d,1} n_1}{C_{v,1}} = C_{k,1} n_1 \tag{2.48j}$$

Med ligning (2.48i) kan $\zeta_{Bat,1}$ -værdierne bestemmes i afhængighed af åbningsgraden n_1 . Med eksempelvis en almindelig åbning med modstandstallet $\zeta_1 = 0,25$ og kontraktionskoefficienten $C_{k,1} = 0,65$ fås, når åbningen er fuldt åben, dvs. $n_1 = 1/1$, et Baturinsk modstandstal $\zeta_{Bat,1} = 2,6$. Reduceres åbningsgraden til $n_1 = 1/2$ fås $\zeta_{Bat,1} = 10,4$, og reduceres den til $n_1 = 1/3$ fås $\zeta_{Bat,1} = 23,4$.

Samtidig med, at der fås samme volumenstrøm som med referencemodellen, ses af ligning (2.48j), at Baturin med en åbning, der er halvt åben ($n_1 = 1/2$) får en indløbshastighed, der kun er ca. 1/2 af den, der fås med referencemodellen, og med en åbning, der er en tredjedel åben ($n_1 = 1/3$) fås en indløbshastighed, der er ca. 1/3 af referencemodellens.

Baturins modstandstals afhængighed af åbningsgraden skyldes, at han definerer sit modstandstal, så han får korrekt volumenstrøm med ligning (2.11), når der heri indsættes det fulde åbningsareal svarende til $n_1 = 1/1$ uanset åbningsgraden. Dette resulterer til gengæld i en underestimering af indløbshastigheden bestemt af åbningsgraden.

For Kalleberg (1977) kan volumenstrømmen fås af ligning (2.12a) sammen med ligning (2.9a), og der fås først:

$$\Delta p = \Delta \rho g H = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q_V}{C_{k,1} A_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q_V}{C_{k,2} A_2} \right)^2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{1}{C_{k,1} A_1} \right)^2 q_V^2 \left[1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2 \right] \tag{2.49a}$$

og heraf videre:

$$q_V = C_{k,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.49b)$$

og dette giver ham følgende hastighed i indløbsåbningen:

$$v_{ind} = \frac{q_V}{C_{k,1} A_1} = \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.49c)$$

Heraf fås sammen med ligning (2.34k.1), hvor $\Delta T = \Delta\rho T_i / \rho_u$, følgende ligningsbetingede afvigelseskvotient for indløbshastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Kal} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.49d)$$

For den ligningsbetingede volumenstrømafvigelseskvotient fås af ligningerne (2.49b) og (2.34n):

$$AFK_{lign,vol,Kal} = \frac{C_{k,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.49e)$$

$$= \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2}$$

Antages at $\rho_u \cong \rho_i \cong \rho$ og at $C_{k,1}/C_{k,2} \cong C_{d,1}/C_{d,2}$ bliver den kantede parentes meget nær lig med 1,0, således at de to kvotienter kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Kal} = AFK_{lign,vol,Kal} \cong \frac{1}{C_{v,1}} = (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1)^{1/2} \quad (2.49f)$$

De fundne hastigheds- og volumenstrømsafvigelseskvotienter viser, at han overestimerer indløbshastighed og volumenstrøm med faktoren $(1 + C_{k,1}^2 \zeta_1)^{1/2}$. For en almindelige indløbsåbning med $\zeta_1 \approx 0,25$ og $C_{k,1} = 0,65$ overestimerer han således indløbshastighed og volumenstrøm med en faktor 1,06 eller 6 %.

For Bruce (1977) kan der analogt til ligning (2.13c) fås følgende hastighed v_1 i indløbet, når åbningsarealerne opfattes at værende de effektive arealer (eller de tilsvarende kontraherede tværsnit):

$$v_1 = \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.50a)$$

hvoraf der videre fås en volumenstrøm bestemt ved:

$$q_{V,1} = A_{1,eff} v_1 = C_{k,1} A_1 \left(\frac{2\Delta \rho g H}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.50b)$$

når A_1 og A_2 er henholdsvis det geometriske ind- og udløbsareal. Dette fører til samme ligningsbetingede afvigelseskvotienter for indløbshastigheder og volumenstrømme som fundet for Kalleberg (1977), dvs. udtrykt ved ligningerne (2.49d) og (2.49e). Med samme antagelser som gjort ved Kalleberg kan de to kvotienter reduceres til, jf. ligning (2.49f):

$$AFK_{lign,hast,Bruce} = AFK_{lign,vol,Bruce} \cong \frac{1}{C_{v,1}} = (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1)^{1/2} \quad (2.50c)$$

således at Bruce med almindelige indløbsåbninger med $\zeta_2 = 0,25$ og $C_{k,1} = 0,65$ overestimerer indløbshastigheder og volumenstrømme med en faktor på ca. 1,06 eller ca. 6 %.

For Pedersen (1979) og for Morsing og Strøm (1985) kan volumenstrøm og indløbshastighed bestemmes af ligning (2.14f), og der fås:

$$q_V = A_1 \left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta \rho g H}{\rho_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\zeta_{Ped,2}}{\zeta_{Ped,1}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.51a)$$

og:

$$v_1 = \frac{q_V}{A_1} = \left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{2\Delta\rho g H}{\rho_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1}{1 + \frac{\zeta_{Ped,2}}{\zeta_{Ped,1}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.51b)$$

Af ligningerne (2.51b) og (2.34k.1) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskotient for indløbs-hastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Ped+M\&S} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \frac{\zeta_{Ped,2}}{\zeta_{Ped,1}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.51c)$$

og af ligningerne (2.51a) og (2.34n) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskotient for volumen-strømmen:

$$AFK_{lign,vol,Ped+M\&S} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2}}{C_{d,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \frac{\zeta_{Ped,2}}{\zeta_{Ped,1}} \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.51d)$$

Det antages at $\rho_u \cong \rho_i$. Det kan desuden antages at $A_1/\zeta_{Ped,1}^{1/2} \cong C_{d,1}A_1$ og at $A_2/\zeta_{Ped,2}^{1/2} \cong C_{d,2}A_2$, hvis der tilstræbes samme volumenstrøm som med referencemodellen. De to sidste antagelser indses ved at sammenholde volumenstrømsudtrykket for referencemodellen i ligning (2.48f) med volumenstrømmen for den her betragtede model, der kan udtrykkes ved, jf. ligning (2.14e):

$$q_{V,j} = A_j v_j = A_j \left(\frac{2\Delta p}{\rho_j \zeta_{Ped,j}} \right)^{1/2} = \frac{A_j}{\zeta_{Ped,j}^{1/2}} \left(\frac{2\Delta p}{\rho_j} \right)^{1/2} \quad (2.51e)$$

Den kantede parentes i de to afvigelseskotienter bliver da meget nær lig med 1,0, således at de to kvotienter kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Ped+M\&S} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2}}{C_{v,1}} = \left(\frac{1 + C_{k,1}^2 \zeta_1}{\zeta_{Ped,1}} \right)^{1/2} \quad (2.51f)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Ped+M\&S} = \frac{\left(\frac{1}{\zeta_{Ped,1}}\right)^{1/2}}{C_{d,1}} = \left(\frac{1+C_{k,1}^2\zeta_1}{C_{k,1}^2\zeta_{Ped,1}}\right)^{1/2} \quad (2.51g)$$

Der fås meget nær samme volumenstrøm som med referencemodellen, hvis ovenstående, reducerede volumenstrømskvotient er lig med 1,0, og dette vil være opfyldt med Pedersens modstandstal $\zeta_{Ped,1}$ bestemt af:

$$\zeta_{Ped,1} = \frac{1}{C_{d,1}^2} = \frac{1+C_{k,1}^2\zeta_1}{C_{k,1}^2} \quad (2.51h)$$

og med denne $\zeta_{Ped,1}$ -værdi fås af ligning (2.51c) følgende reducerede hastighedsafvigelseskquotient:

$$AFK_{lign,hast,Ped+M\&S} = \frac{C_{d,1}}{C_{v,1}} = C_{k,1} \quad (2.51i)$$

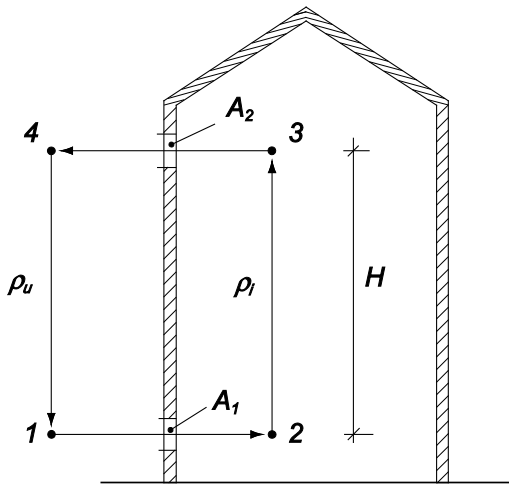
Med ligning (2.51h), kan bestemmes de ζ_{Ped} -værdier, der kræves for at få samme volumenstrøm som med referencemodellen. For en almindelig indløbsåbning med modstandstallet $\zeta_1 = 0,25$ og kontraktionskoefficienten $C_{k,1} = 0,65$ fås $\zeta_{Ped,1} = 2,6$, eller det samme som for Baturin (1972) med fuldt åben indløbsåbning. Der skal således i dette tilfælde anvendes et modstandstal $\zeta_{Ped,1} = 2,6$ i Pedersens samt Morsing & Strøms trykdifferens-hastighedsligning (2.14d) for at få samme volumenstrøm som med referencemodellen. Men samtidig med, at der fås samme volumenstrøm, ses af ligning (2.51i), at indløbshastigheden underestimeres, idet den kun bliver 0,65 gange den, der fås med referencemodellen.

2.7.7.3 Netværksmodellernes afvigelseskquotienter

De to netværksmodeller, dvs. sløjfe- og multizonemodellen, kan sammenholdes med referencemodellen ved at betragte et enkelt rum med to åbninger og konstant indetemperatur.

Med sløjfemodellen (Axley, 1998) kan rummet betragtes som en enkelt, lukket sløjfe, der har fire knudepunkter, og som går igennem de to åbninger som vist i figur 2.22. Ligning (2.15) får da formen:

$$-\Delta p_{hyd,23} - \Delta p_{hyd,41} - \Delta p_{komp,12} - \Delta p_{komp,34} = 0 \quad (2.52a)$$



Figur 2.22 Lukket sløjfe til brug i sløjfemodellen for rum med to åbninger.

Indsættes heri trykkene udtrykt ved ligningerne (2.16) og (2.17a) fås følgende ligning til bestemmelse af volumenstrømmen, idet $q_{V,12} = q_{V,34} = q_V$:

$$-\rho_i gH - \rho_u g(-H) - \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{q_V}{C_{d,1} A_1} \right)^2 - \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{q_V}{C_{d,2} A_2} \right)^2 = 0$$

eller

$$(\rho_u - \rho_i)gH = \Delta\rho gH = \frac{1}{2} \rho_u q_V^2 \left(\frac{1}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2 \right) \quad (2.52b)$$

og heraf fås:

$$q_V = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.52c)$$

hvoraf fås følgende hastighed i indløbet (middelhastigheden):

$$v_{ind} = \frac{q_V}{A_1} = C_{d,1} \left(\frac{2\Delta\rho gH}{\rho_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.52d)$$

Af ligningerne ((2.52d) og (2.52c) sammen med ligningerne (2.34k.1) (2.34n) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskvotienter for henholdsvis indløbshastighed og volumenstrøm:

$$AFK_{lign,hast,Ax} = \frac{C_{d,1}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2} \right]^{1/2} = C_{k,1} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.52e)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Ax} = \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2} \right]^{1/2} = \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.52f)$$

Det ekstra $(\rho_i/\rho_u)^2$ -led i de kantede parentesers nævnere skyldes, at Axley anvender kontinuitetsligningen til bestemmelse af sammenhængen mellem ud- og indløbshastigheden, hvor der i referencemodellen anvendes massebalanceligningen.

Antages $\rho_u \cong \rho_i$ bliver de kantede parenteser meget nær lig med 1,0, således at afvigelseskvotienterne kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Ax} \cong C_{k,1} \quad (2.52g)$$

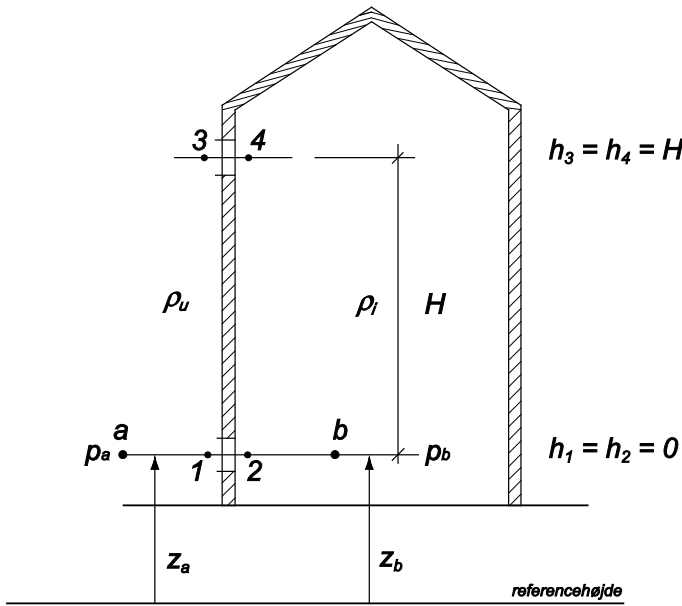
og

$$AFK_{lign,vol,Ax} \cong 1,0 \quad (2.52h)$$

Forskellen mellem de to kvotienter skyldes, at i hastighedskvotienten sammenholdes åbningens middelhastighed med hastigheden i samme åbnings kontraherede tværsnit, medens det i volumenstrømskvotienten er to ens volumenstrømme, der sammenholdes.

Det ses, at Axley får meget nær samme volumenstrøm, som der fås med referencemodellen, medens han underestimerer hastigheden. Med en almindelig indløbsåbninger med $C_{k,1} = 0,65$ underestimeres hastigheden med en faktor 0,65 eller med 35 %.

I knudepunktmodellen (Herrlin, 1992) kan omgivelserne og rummet betragtes som hver sin zone med hvert sit knudepunkt *a* og *b*, jf. figur 2.23. Der betragtes knudepunktet *b*, hvor to strømningsveje mødes, den ene gående mod knudepunktet efter at have passeret indløbsåbningen mellem



Figur 2.23 Knudepunkter (a og b) og strømningsskomponenter (1-2 og 3-4) til brug i knudepunktsmodellen for rum med to åbninger.

positionerne 1 og 2 og den anden gående bort for at passere gennem udløbsåbningen mellem positionerne 4 og 3. For den første strømningssvej fås af ligning (2.23) følgende trykdifferens Δp_1 over åbning 1-2:

$$\Delta p_1 = p_a - p_b + \rho_u g(z_a - z_b) + 0 \cdot g(\rho_i - \rho_u) = p_a - p_b \quad (2.53)$$

og for den anden strømningssvej fås af ligning (2.24b) følgende trykdifferens Δp_2 over åbning 4-3:

$$\Delta p_2 = p_b - p_a + \rho_i g(z_b - z_a) + Hg(\rho_u - \rho_i) = -(p_a - p_b) + Hg(\rho_u - \rho_i) \quad (2.54)$$

Derefter fås ved brug af ligning (2.19b) og ved indsættelse i ligning (2.18) følgende betingelsesligning:

$$C_{d,1} A_1 \rho_u^{1/2} [2(p_a - p_b)]^{1/2} - C_{d,2} A_2 \rho_i^{1/2} [2\{-(p_a - p_b) + gH(\rho_u - \rho_i)\}]^{1/2} = 0 \quad (2.55)$$

eller:

$$(C_{d,1} A_1)^2 \rho_u (p_a - p_b) = (C_{d,2} A_2)^2 \rho_i [-(p_a - p_b) + gH(\rho_u - \rho_i)]$$

eller:

$$(p_a - p_b) [\rho_u (C_{d,1} A_1)^2 + \rho_i (C_{d,2} A_2)^2] = \rho_i (C_{d,2} A_2)^2 \Delta \rho g H$$

og heraf:

$$(p_a - p_b) = \frac{\Delta \rho g H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \quad (2.56)$$

Hvis det antages, at p_a er en kendt størrelse, evt. bestemt ud fra en referencetilstand, kan p_b bestemmes af ligning (2.56), og idet $(p_a - p_b) = \Delta p_1$, jf. ligning (2.53), fås ved brug af ligning (2.19b) følgende volumenstrøm:

$$q_V = q_{V,1} = \frac{q_{M,1,b}}{\rho_u} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta p_1}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2 \Delta \rho g}{\rho_u} \right) \quad (2.57a)$$

$$= C_{d,1} A_1 \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2 \Delta T g}{T_i} \right)$$

og der fås videre følgende hastighed i indløbet (middelhastigheden):

$$v_{ind} = \frac{q_{V,1}}{A_1} = C_{d,1} \left(\frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \left(\frac{2 \Delta T g}{T_i} \right) \quad (2.57b)$$

Af ligningerne ((2.57b) og (2.57a) sammen med ligningerne (2.34k.1) (2.34n) fås ligningsbetingede afvigelseskotienter for indløbshastighed og volumenstrøm, hvor de kantede parenteser direkte bliver lig med 1,0, da Herrlin anvender massebalanceligningen til bestemmelse af sammenhængen mellem ud- og indløbshastighed på samme måde som gjort i referencemodellen. Der fås da samme afvigelseskotienter udtrykt ved ligningerne (2.52g) og (2.52h), dvs.:

$$AFK_{lign,hast,Herr} = C_{k,1} \quad (2.57c)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Herr} = 1,0 \quad (2.57d)$$

Forskellen mellem de to kvotienter skyldes det samme som hos Axley (1998).

2.7.7.4 Neutralplanmodellernes afvigelseskvotienter

Med neutralplanmodellens modelbetingede afvigelseskvotient lig med 1,0 bliver modellens totale afvigelseskvotient lig med dens ligningsbetingede afvigelseskvotient, der fås direkte af forholdet mellem neutralplan- og referencemodellens hastigheds- og volumenstrømodtryk.

For Emswiler (1926) fås af ligningerne (2.28a) og (2.28c) følgende udtryk for volumenstrømmen gennem indløbsåbningen, når der indsættes $y = H_{1,iter}$, hvor $H_{1,iter}$ er den af Emswiler ved iteration fundne neutralplansafstand til nederste åbning, dvs.:

$$q_{V,1} = C_1 A_1 \left(\frac{2g\Delta TH_{1,iter}}{T_m} \right)^{1/2} \quad (2.58)$$

Emswiler anfører, at C_j er målt til at ligge i området 0,6 – 0,7. At konstanten er en målt værdi, betyder, at den optræder som en udstømningskoefficient.

Emswiler finder $H_{1,iter}$ ved at prøve sig frem med forskellige $H_{1,iter}$ -værdier, indtil kontinuitetsligningen er opfyldt. Dette svarer til, at der opstilles følgende ligning for et rum med to åbninger:

$$C_1 A_1 \left(\frac{2\Delta TgH_{1,iter}}{T_m} \right)^{1/2} = C_2 A_2 \left(\frac{2\Delta Tg(H - H_{1,iter})}{T_m} \right)^{1/2}$$

eller

$$C_1^2 A_1^2 H_{1,iter} = C_2^2 A_2^2 (H - H_{1,iter})$$

og heraf

$$H_{1,iter} = \frac{H}{1 + \left(\frac{C_1 A_1}{C_2 A_2} \right)^2} \quad (2.59)$$

som indsat i ligning (2.58) fører til:

$$q_{V,1} = C_1 \frac{A_1}{\left(1 + \left(\frac{C_1 A_1}{C_2 A_2} \right)^2 \right)^{1/2}} \left(\frac{2g\Delta TH}{T_m} \right)^{1/2} \quad (2.60a)$$

og heraf følgende indløbshastighed, jf. ligning (2.28b):

$$v_{ind} = \frac{q_{V,1}}{C_1 A_1} = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{C_1 A_1}{C_2 A_2} \right)^2 \right)^{1/2}} \left(\frac{2g\Delta TH}{T_m} \right)^{1/2} \quad (2.60b)$$

Af ligningerne (2.60b) og (2.34k.1) fås den ligningsbetingede afvigelseskotient for indløbshastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Ems} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{T_i}{T_m} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{C_1 A_1}{C_2 A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.61a)$$

og for den ligningsbetingede afvigelseskotient for volumenstrømmen fås af ligningerne (2.60a) og (2.34n):

$$AFK_{lign,vol,Ems} = \frac{C_1}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{T_m} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{C_1 A_1}{C_2 A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.61b)$$

Idet T_m er middeltemperaturen mellem ude og inde er $T_m/T_i \cong 1,0$, og desuden kan der antages, med den måde C_1 er bestemt på, at $C_1/C_2 \cong C_{d,1}/C_{d,2}$. Endelig antages at $\rho_u \cong \rho_i$. De kantede parenteser bliver da meget nær lig med 1,0, således at de to kvotienter kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Ems} \cong \frac{1}{C_{v,1}} = (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1)^{1/2} \quad (2.62a)$$

og, når samtidig $C_1 \cong C_{d,1}$:

$$AFK_{lign,vol,Ems} \cong \frac{C_{d,1}}{C_{d,1}} \cong 1,0 \quad (2.62b)$$

Forskellen mellem de to afvigelseskotienter skyldes, at friktionen medtages i bestemmelsen af volumenstrømmen, men ikke i hastigheden, og det ses, at volumenstrømmen bliver meget nær den samme som med referencemodellen, medens indløbshastigheden overestimeres med en faktor på ca. 1,06 eller ca. 6 %, når $\zeta_1 = 0,25$ og $C_{k,1} = 0,65$.

For Bruce (1978) gælder, at han ved brug af ligningerne (2.13a) og (2.25) kan få følgende indløbshastighed:

$$v_{ind} = \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho} \right) = \left(\frac{2\Delta \rho g H_1}{\rho} \right)^{1/2} = \left(\frac{2\Delta \rho g H}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (2.63a)$$

og sammen med (2.34k.1) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskvoteient for indløbshastigheden:

$$AFK_{lign,hast,Bruce} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.63b)$$

Den ligningsbetingede afvigelseskvoteient for volumenstrømmen kan bestemmes af ligning (2.30d) sammen med ligning (2.34n), og der fås:

$$AFK_{lign,vol,Bruce} = \frac{C_{d,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho}{\rho_u} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.63c)$$

Antages $\rho \cong \rho_u \cong \rho_i$ og $C_{d,1} \cong C_{d,2}$ bliver de kantede parenteser i de to afvigelseskvoteienter meget nær lig med 1,0, således at de kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Bruce} \cong \frac{1}{C_{v,1}} = \left(1 + C_{k,1}^2 \zeta_1 \right)^{1/2} \quad (2.63d)$$

og:

$$AFK_{lign,vol,Bruce} \cong 1,0 \quad (2.63e)$$

Forskellen mellem de to afvigelser skyldes på ny, at der ved hastighedsbestemmelse regnes med friktionsfri strømning, medens friktionen medtages ved volumenstrømbestemmelsen, hvor den via hastighedskoefficienten indgår i udstrømningskoefficienten,. Der fås således meget nær samme volumenstrøm som med referencemodellen, medens hastighederne overestimeres i forhold til referencemodellen med en faktor $1/C_{v,1}$ eller med en faktor på ca. 1,06 eller ca. 6 %, når $\zeta_1 = 0,25$ og $C_{k,1} = 0,65$ for en almindelig åbning.

For Bruce-basismodellen fås af ligningerne (2.31f) og (2.31g) sammen med ligningerne (2.34k.1) og (2.34n) følgende ligningsbetingede afvigelseskvoteienter for indløbshastigheden og volumenstrømmen:

$$AFK_{lign,hast,B-bas} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.64a)$$

og

$$AFK_{lign,vol,B-bas} = \frac{C_{k,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{k_2}{k_1} \left(\frac{C_{k,1} A_1}{C_{k,2} A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.64b)$$

Det ekstra $(\rho_i/\rho_u)^2$ -led i de to kantede parentesers nævner skyldes, at der i basismodellen anvendes kontinuitetsligningen til bestemmelse af sammenhængen mellem ud- og indløbshastigheden på samme måde som hos Axley (1998), medens der i referencemodellen anvendes massebalanceligningen.

Antages $\rho_u \cong \rho_i$ og $k_1 \cong k_2$ bliver de to kantede parenteser meget nær lig med 1,0, således at de to afvigelseskvotienter kan reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,B-bas} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \quad (2.65a)$$

og

$$AFK_{lign,vol,B-bas} = \frac{C_{k,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} = \frac{C_{k,1}}{C_{v,1} C_{k,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} = \frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} \quad (2.65b)$$

Disse to kvotienter bliver lig med 1,0, hvis:

$$\frac{1}{C_{v,1}} \left(\frac{1}{k_1} \right)^{1/2} = 1,0$$

eller

$$k_1 = \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 = 1 + C_{k,1}^2 \zeta_1 \quad (2.66)$$

svarende til, at k_1 i tryk-hastighedsrelationen (2.31c) ud over friktionen medtager det dynamiske tryk. I dette tilfælde fås med basismodellen meget nær samme hastigheder og volumenstrømme som med referencemodellen.

2.7.7.5 Fortrængningsmodellernes afvigelseskvotienter

De refererede fortrængningsmodeller kan sammenholdes med referencemodellen ved at afgrænse områder, der kan ækvivaleres med et rum med to åbninger og konstant indetemperatur.

For *Linden et al. (1990)* kan der afgrænses et område med konstant indetemperatur T_i og med to åbninger med den indbyrdes lodrette afstand $H_{red} = H - H_{lag}$ som vist på figur 2.7. Af ligningerne (2.32f) og (2.32g) sammen med ligningerne (2.34k.1) og (2.34n) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskvotienter for indløbshastigheden og volumenstrømmen, når der i de to sidstnævnte ligninger regnes med, at $H = H_{red}$ og at $\Delta T = \Delta \rho T_i / \rho_u$:

$$AFK_{lign,hast,Linden} = \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \frac{c^{1/2}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.67a)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Linden} = \left(\frac{\rho_u}{\rho} \right)^{1/2} \frac{c^{1/2}}{C_{d,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.67b)$$

Antages at $\rho = \rho_u \cong \rho_i$ samt at der for referencemodellen gælder at $C_{d,1} \cong C_{d,2}$, kan de to afvigelseskvotienter reduceres til:

$$AFK_{lign,hast,Linden,1} \cong \frac{c^{1/2}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.67c)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Linden,1} \cong \frac{c^{1/2}}{C_{d,1}} \left[\frac{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2}{1 + c \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.67d)$$

Det ses, at de to reducerede kvotienter direkte er afhængige af faktoren c og åbningsarealforholdet A_1/A_2 . Desuden vil de to koefficienter $C_{v,1}$ og $C_{d,1}$ være afhængige af c .

I tabel 2.5 er afvigelseskvotienterne beregnet for $c = 0,5$ og $c = 1,0$ og for forskellige åbningsarealforhold. Svarende til de to c -værdier er der skønnet værdier for ζ_1 og $C_{k,1}$ til brug i referencemodellen med de dertil hørende $C_{v,1}$ - og $C_{d,1}$ -værdier bestemt ved brug af ligningerne (2.34f) og (2.34g). Det ses, at Linden et al. med almindelig åbninger, dvs. med $c = 0,5$, gennemgående underestimerer indløbshastigheden i forhold til referencemodellen, samtidig med at volumenstrømmen overestimeres. Med eksempelvis $A_1/A_2 = 1,0$ underestimeres hastigheden således med en faktor 0,86 eller 14 %, samtidig med at volumenstrømmen overestimeres med en faktor 1,23 eller 23 %. Med afrundede åbningskanter, dvs. med $c = 1,0$ fås derimod meget nær samme hastigheder og volumenstrømme som med referencemodellen uafhængigt af åbningsarealforholdet.

Tabel 2.5 Linden et al.'s reducerede afvigelseskvotienter for indløbshastigheder og volumenstrømme i afhængighed af faktoren c og åbningsarealforholdet A_1/A_2 .

Linden et al. (1990)	Referencemodelfaktorer				Åbn.-arealforhold A_1/A_2	$\left(\frac{1 + (A_1/A_2)^2}{1 + c(A_1/A_2)^2} \right)^{1/2}$	Afvigelseskvotienter	
	ζ_1	$C_{v,1}$	$C_{k,1}$	$C_{d,1}$			Hastighed AFK_{hast}	Volumenstrøm AFK_{vol}
0,5	0,25	0,95	0,65	0,62	0	1,00	0,74	1,14
					1/3	1,03	0,76	1,17
					1/2	1,05	0,78	1,20
					1/1	1,15	0,86	1,31
					2/1	1,29	0,96	1,47
					3/1	1,35	1,00	1,54
					∞	1,41	1,05	1,61
1,0	0,05	0,98	1,0	0,98	0	1,0	1,02	1,02
					1/3	1,0	1,02	1,02
					1/2	1,0	1,02	1,02
					1/1	1,0	1,02	1,02
					2/1	1,0	1,02	1,02
					3/1	1,0	1,02	1,02
					∞	1,0	1,02	1,02

De reducerede afvigelseskvotienters forløb kan også vurderes ud fra deres ekstremumsforhold. Ud fra tabel 2.5 antages, at $C_{v,1}$ er meget nær lig med en konstant C og at $C_{d,1}$ er meget nær proportional med $c^{1/2}$ i fx området $0,4 \leq c \leq 1,0$. Afvigelseskvotienterne kan da udtrykkes ved, når samtidig $A_1/A_2 = a$ med $0 \leq a \leq \infty$:

$$AFK_{hast} = \frac{c^{1/2}}{K} \left[\frac{1+a^2}{1+ca^2} \right]^{1/2} = \frac{1}{K} \left[\frac{c+ca^2}{1+ca^2} \right]^{1/2} \quad (2.67e)$$

og

$$AFK_{vol} = \frac{c^{1/2}}{kc^{1/2}} \left[\frac{1+a^2}{1+ca^2} \right]^{1/2} = \frac{1}{k} \left[\frac{1+a^2}{1+ca^2} \right]^{1/2} \quad (2.67f)$$

Ekstremumsforholdene bestemmes af følgende partielle afledede:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial AFK_{hast}}{\partial a} &= \frac{1}{K} \frac{1}{2} \left[\frac{c+ca^2}{1+ca^2} \right]^{-1/2} \frac{(1+ca^2)2ca - (c+ca^2)2ca}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{K} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(c+ca^2)^{1/2}} \cdot \frac{ca+c^2a^3-c^2a-c^2a^3}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{K} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(c+ca^2)^{1/2}} \cdot \frac{ca(1-c)}{(1+ca^2)^2} = \frac{1}{K} \cdot \frac{c^{1/2}a(1-c)}{(1+a^2)^{1/2}(1+ca^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{2.67g}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial AFK_{hast}}{\partial c} &= \frac{1}{K} \frac{1}{2} \left[\frac{c+ca^2}{1+ca^2} \right]^{-1/2} \frac{(1+ca^2)(1+a^2) - (c+ca^2)a^2}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{K} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(c+ca^2)^{1/2}} \cdot \frac{1+a^2+ca^2+ca^4-c^2a-ca^4}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{K} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{c^{1/2}(1+a^2)^{1/2}} \cdot \frac{1+a^2}{(1+ca^2)^2} = \frac{1}{K} \cdot \frac{(1+a^2)^{1/2}}{c^{1/2}(1+ca^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{2.67h}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial AFK_{vol}}{\partial a} &= \frac{1}{k} \frac{1}{2} \left[\frac{1+a^2}{1+ca^2} \right]^{-1/2} \frac{(1+ca^2)2a - (1+a^2)2ca}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{k} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(1+a^2)^{1/2}} \cdot \frac{a+ca^3-ca-ca^3}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{k} \cdot \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(1+a^2)^{1/2}} \cdot \frac{a(1-c)}{(1+ca^2)^2} = \frac{1}{k} \cdot \frac{a(1-c)}{(1+a^2)^{1/2}(1+ca^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{2.67i}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial AFK_{vol}}{\partial c} &= \frac{1}{k} \frac{1}{2} \left[\frac{1+a^2}{1+ca^2} \right]^{-1/2} \frac{(1+ca^2) \cdot 0 - (1+a^2)a^2}{(1+ca^2)^2} \\
&= \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{2} \frac{(1+ca^2)^{1/2}}{(1+a^2)^{1/2}} \cdot \frac{-(1+a^2)a^2}{(1+ca^2)^2} = -\frac{1}{2k} \cdot \frac{(1+a^2)^{1/2} a^2}{(1+ca^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{2.67j}$$

Det ses, at $\partial AFK_{hast}/\partial a > 0$ og $\partial AFK_{hast}/\partial c > 0$ samt at $\partial AFK_{hast}/\partial a = 0$ for $c = 1,0$, dvs. at AFK_{hast} er voksende i hele definitionsområdet på nær for $c = 1,0$, hvor AFK_{hast} er konstant, uafhængig af A_1/A_2 . Desuden er $\partial AFK_{vol}/\partial a > 0$ og $\partial AFK_{vol}/\partial c < 0$ foruden at $\partial AFK_{hast}/\partial a = 0$ for $c = 1,0$, dvs. at AFK_{vol} er voksende i hele definitionsområdet for fastholdt c på nær for $c = 1,0$, hvor AFK_{hast} er konstant, uafhængig af A_1/A_2 , foruden at den er aftagende for fastholdt A_1/A_2 .

For Li (2000)'s model 1 kan forholdene ækvivaleres med et rum med to åbninger med den indbyrdes lodrette afstand H , når der samtidig regnes med en ensartet middelindetemperatur T_m bestemt af ligning (2.33a). Li kan af ligning (2.33b) få følgende indløbshastighed:

$$v_{1,teo} = \frac{q_V}{C_d A_1} = \left(\frac{2\Delta T_m g H}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \tag{2.68a}$$

Dette er samtidig den teoretisk mulige indløbshastighed. Dette forudsætter, at Li betragter friktionen som betydningsløs på samme måde som Bruce (1978), hvilket støttes af, at der i Li & Angelo (2001) anvendes et volumenstrømodtryk analogt til ligning (2.33b), denne gang med henvisning til Bruce (1978), hvor der ses bort fra friktionen.

Af ligningerne 2.68a) og (2.33b) sammen med ligningerne (2.34k.1) og (2.34n) fås følgende ligningsbetingede afvigelseskvotienter for indløbshastigheden og volumenstrømmen:

$$AFK_{lign,hast,Li} = \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{1}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \tag{2.68b}$$

og

$$AFK_{lign,vol,Li} = \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{C_d}{C_{d,1}} \left[\frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right]^{1/2} \quad (2.69)$$

Antages $T_i \cong T_u$ og $C_{d,1} \cong C_{d,2} \cong C_d$ bliver de kantede parenteser meget nær lig med 1,0, således at de to afvigelseskvotienter kan reduceres til,:

$$AFK_{lign,hast,Li} \cong \frac{1}{C_{v,1}} = (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1)^{1/2} \quad (2.70a)$$

og

$$AFK_{lign,vol,Li} \cong 1,0 \quad (2.70b)$$

Forskellen mellem de to afvigelseskvotienter skyldes på ny, at der ved hastighedsbestemmelsen ikke er medtaget friktionen, medens denne er medtaget ved volumenstrømbestemmelsen via udstrømningskoefficienten C_d .

2.7.8 Vurdering af afvigelseskvotienter og termisk komfort

I tabel 2.6 er sammenstillet de enkelte forfatteres ligninger for drivtryk, drivtrykfordeling, trykdifferens-hastigheder og balance sammen med de dertil hørende, reducerede afvigelseskvotienter for deres hastigheder og volumenstrømme i forhold til referencemodellen, dvs. når det antages at $C_{d,1} \cong C_{d,2}$ og $\rho_i \cong \rho_u$.

I tabel 2.7 er beregnet de totale, reducerede afvigelseskvotienter for de forskellige forfattere i to tilfælde. I det ene indgår der almindelige åbninger med $\zeta = 0,25$ og $C_k = 0,65$, og i det andet har indløbet indbyggede dele, og udløbet har riste og er tilsluttet en skorsten, og der kan for begge disse dele regnes med $C_d = 0,25$ (jf. Andersen et al, 2002) foruden at det skønnes at $C_k = 0,5$, og der fås da $C_v = 0,5$ og $\zeta = 12,0$ som tidligere i tabel 2.4.

Det ses af tabel 2.6, at afvigelseskvotienterne især optræder i forbindelse med hastighederne, medens en stor del af forfatterne får en volumenstrømkvotient lig med 1,0. Dette er en følge af, at de fiktive modstandstal defineres ud fra, at der tilstræbes en korrekt volumenstrøm. Afvigelseskvotienterne for hastighederne præges af, at det er forskellige hastigheder, der findes som åbningshastigheder. Således ses både middelhastigheden over åbningen, hastigheden over åbningens kontraherede tværsnit og den teoretisk opnåelige strålehastighed anført som åbningshastighed. Desuden præges hastighedskvotienterne af, at de fiktive modstandstal, hvor sådanne anvendes, medtager friktionen, kontraktionen, det dynamiske tryk og eventuelt også åbningsgraden på forskellige måder. Disse forhold kan resultere i vidt forskellige hastigheder, som det fremgår af tabel 2.7, og dette medfører risiko for fejlvurdering af de indløbshastigheder, der kan opnås med opdriftventilation. Det er derfor vigtigt at være opmærksom på, hvad der indgår i de anvendte modstandstal, hvis man vil være sikker på at få så korrekte beregningsresultater som muligt.

Tabel 2.6 Sammenstilling af de forskellige forfatteres bestemmende ligninger og de resulterende, (reducerede) afvigelseskvotienter i forhold til referencemodel

	Drivtrykligning	Drivtrykfording	Trykdifferens-hastighedsligning	Balanceligning	Modelbetinget afvigel.kvot.	Ligningsbetinget afvigelseskvotient for: hastighed	volumenstrøm
Søjlemodel Barre og Sammett (1950)	$F_{op,net} = \Delta\rho g H A_2$	$\Delta p = \Delta p_2$	$F_{net} H = \frac{1}{2} \rho H A_2 v_2^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	$\left(1 + (A_2 / A_1)^2\right)^{1/2}$	$C/C_{v,2}$	$C/C_{d,2}$
Bruce (1953)	$\Delta p \Delta \rho g H$	-	$\Delta p_2 = \frac{1}{2} \rho_i v_2^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	$\left(1 + (A_2 / A_1)^2\right)^{1/2}$	$1/C_{v,2}$	$1/C_{v,2}$
Ventilatormodel Baturin(1972)	$\Delta p = \Delta \rho g H$	$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2$	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho \zeta_{Bat,j} v_{Bat,j}^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	1,0	$\left(\frac{1}{C_{v,1}^2 \zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2}$ eller $C_{k,1} n_1$ ¹⁾	$\left(\frac{1}{C_{d,1}^2 \zeta_{Bat,1}}\right)^{1/2} \frac{1}{n_1}$ eller 1,0 ¹⁾
Kalleberg (1977)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho (q_{V,j} / (C_{k,j} A_j))^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	-	$1/C_{v,1}$	$1/C_{v,1}$
Bruce (1977)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho v_j^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	-	$1/C_{v,1}$	$1/C_{v,1}$
Pedersen (1979) og Morsing & Strøm (1985)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho \zeta_{Ped,j} v_j^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	-	$\left(\frac{1}{C_{v,1}^2 \zeta_{Ped,1}}\right)^{1/2}$ eller $C_{k,1}$ ²⁾	$\left(\frac{1}{C_{d,1}^2 \zeta_{Ped,1}}\right)^{1/2}$ eller 1,0 ²⁾
Herrlin (1992) (knudepkt.)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho v_j^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	-	$C_{k,1}$	1,0
Axley (1998) (sløjfe)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho (q_{V,j} / (C_{d,j} A_j))^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	-	$C_{k,1}$	1,0
Neutralplanmodel Emswiler (1926)	$\Delta p = \Delta \rho g H$	$\Delta p_j = \Delta \rho g y_j$	$\Delta p_{1j} = \frac{1}{2} \rho v_j^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	1,0	$1/C_{v,1}$	1,0
Bruce (1978)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho (q_{V,j} / (C_{d,j} A_j))^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	-	$1/C_{v,1}$	1,0
Bruce-basismodel	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho k_j v_j^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	-	$(1/C_{v,1})(1/k_1)^{1/2}$ eller 1,0 ³⁾	$(1/C_{v,1})(1/k_1)^{1/2}$ eller 1,0 ³⁾
Linden et al. (1990) (fortrængningsmodel)	-	-	$\Delta p_1 = \frac{1}{2} \rho (1/c) v_1^2$ og $\Delta p_2 = \frac{1}{2} \rho v_2^2$	$q_{V,1} - q_{V,2} = 0$	-	$\frac{c^{1/2}}{C_{v,1}} \left[\frac{1 + (A_1 / A_2)^2}{1 + c(A_1 / A_2)^2} \right]^{1/2}$	$\frac{c^{1/2}}{C_{d,1}} \left[\frac{1 + (A_1 / A_2)^2}{1 + c(A_1 / A_2)^2} \right]^{1/2}$
Li (2000))fortrængn.)	-	-	$\Delta p_j = \frac{1}{2} \rho v_j^2$	$\rho_u q_{V,1} - \rho_i q_{V,2} = 0$	-	$1/C_{v,1}$	1,0

¹⁾ når $\zeta_{Bat,1} = (1/(C_{d,1} n_1))^2$, jf. ligning (2.48i) ²⁾ når $\zeta_{Ped,1} = (1/C_{d,1})^2$, jf. ligning (2.51h) ³⁾ når $k_1 = (1/C_{v,1})^2$, jf. ligning (2.66)

Tabel 2.7 Forskellige forfatteres totale afvigelseskvotienter i forhold til referencemodellen for hastighed og volumenstrøm, når åbninger er enten skarpkantede eller har indbyggede dele, og hvor der er regnet med $A_1/A_2 = 1/1$, hvis ikke andet er anført.

Referencer	Skarpkantet åbning $C_d=0,62$, $C_k=0,65$, $C_v=0,95$, $\zeta=0,25$		Åbning med indbyggede dele $C_d=0,25$, $C_k=0,5$, $C_v=0,5$, $\zeta=12,0$	
	hastighed	volumenstrøm	hastighed	volumenstrøm
Søjlemodel				
Barre & Sammett (1950) ¹⁾	0,74	1,1	0,85	1,7
Bruce (1973)	1,5	1,5	(2,8) ²⁾	(2,8) ²⁾
Ventilatormodel				
Baturin (1972) $n_1 = 1/1$ ³⁾	0,65	1,0	0,5	1,0
$n_1 = 1/2$ ⁴⁾	0,33	1,0	0,25	1,0
Kalleberg (1977)	1,05	1,05	2,0	2,0
Bruce (1977)	1,05	1,05	(2,0) ²⁾	(2,0) ²⁾
Pedersen (1979) og Morsing & Strøm (1985) ⁵⁾	0,65	1,0	0,5	1,0
Herrlin(1992)	0,65	1,0	0,5	1,0
Axley (1998),	0,65	1,0	0,5	1,0
Neutralplanmodel				
Emswiler (1926),	1,05	1,0	2,0	1,0
Bruce(1978)	1,05	1,0	(2,0) ²⁾	(1,0) ²⁾
Bruce-basismodel ⁶⁾	1,0	1,0	1,0	1,0
Linden et al. (1990) ⁷⁾	0,86	1,3	1,02	2,04
Li (2000) ^{8) 2)}	1,05	1,0	(2,0) ²⁾	(1,0) ²⁾

¹⁾ Der er regnet med $A_1/A_2 = 1/1$ samt med $C_j = 0,5$ for skarpkantede åbninger og $C_j = 0,3$ for åbninger med indbyggede dele.

²⁾ Der er i parentes medtaget afvigelseskvotienter for åbninger med indbyggede dele, idet Bruces og dermed Li's forudsætning om omtrentlig friktionsfri strømning kun ses anført i forbindelse med almindelige åbninger.

³⁾ $\zeta_{Bat,1} = 2,6$ for $C_{d,1} = 0,62$ og $\zeta_{Bat,1} = 16$ for $C_{d,1} = 0,25$, jf. ligning (2.48i)

⁴⁾ $\zeta_{Bat,1} = 10,4$ for $C_{d,1} = 0,62$ og $\zeta_{Bat,1} = 64$ for $C_{d,1} = 0,25$, jf. ligning (2.48i)

⁵⁾ $\zeta_{Ped,1} = 2,6$ for $C_{d,1} = 0,62$ og $\zeta_{Ped,1} = 16$ for $C_{d,1} = 0,25$, jf. ligning (2.51h)

⁶⁾ $k_1 = (1/C_{v,1})^2$, jf. ligning (2.66)

⁷⁾ Der er regnet med $A_1/A_2 = 1/1$ og med $c = 0,5$ for skarpkantede åbninger og $c = 0,15$ for åbninger med indbyggede dele

⁸⁾ henviser til Bruce (1978).

Underestimering af lufthastigheden i indløbet medfører risiko for trækgener i opholdszonen, da luftstrålens hastighed efter indløbet og største hastighed i en eventuel returstrøm langs gulvet er proportionale med størrelsen $A_{1,k}^{1/2} v_{1,k}$, hvor $A_{1,k}$ er arealet af indløbsåbningens kontraherede tværsnit, og $v_{1,k}$ er lufthastigheden i dette tværsnit (Nielsen, 1997)

Underestimeres indløbshastigheden med eksempelvis en faktor 0,65, underestimeres strålehastigheden inde i rummet og den eventuelle, maksimale returhastighed med følgende faktor, når det samtidig antages, at der indsættes det fulde åbningsareal i stedet for det kontraherede tværsnitsareal, dvs. $A_1 = 1,5 A_{1,k}$ i stedet for $A_{1,k}$:

$$\frac{v_{zone, forfatter}}{v_{zone, ref}} = \frac{(1,5 A_{k,1})^{1/2} \cdot 0,65 v_{k,1}}{A_{k,1}^{1/2} v_{k,1}} = 0,82$$

Hvis indløbshastigheden i stedet for underestimeres med en faktor 0,33 som følge af, at der også medtages en åbningsgrad $n_1 = 0,5$ i modstandstallet som gjort af Baturin (1972)), da underestimeres strålehastighed og eventuel returhastighed med følgende faktor, når det samtidig antages, at der indsættes det fulde åbningsareal i stedet for arealet af den halvt lukkede åbningsareals kontraherede tværsnit, dvs. der indsættes $A_{0,1} = 2 \cdot 1,5 A_{1,k}$ i stedet for $A_{1,k}$:

$$\frac{v_{zone, forfatter}}{v_{zone, ref}} = \frac{(2 \cdot 1,5 A_{k,1})^{1/2} \cdot 0,33 v_{k,1}}{A_{k,1}^{1/2} v_{k,1}} = 0,58$$

Ved overestimering af volumenstrømmen er der risiko for forringet temperaturkomfort, når åbningsarealerne dimensioneres ud fra en ønsket, komfortbestemt volumenstrøm.

2.7.9 Vurdering af eksperimentelle undersøgelser

Modelforsøgene omtalt i afsnit 2.5 kan vurderes ved at sammenholde forsøgenes resultater med de resultater, der under tilsvarende forhold fås med referencemodellen, og dette gøres i tabel 2.8.

Timmons & Baughman (1981) udfører deres tre første forsøgsrækker med så lille et udløbsareal i forhold til indløbsarealet, at neutralplanet skærer indløbsåbningen.

I forbindelse med de målte hastigheder antager forfatterne, at udstrømningen gennem udløbspalten har stråleform med et kontraheret tværsnit, hvis bredde er lig 78 % af åbningsbredden og er liggende i en afstand over udløbet, der er lig med åbningsbredden. Idet udløbshastigheden måles i en højde over udløbet på 1/4 åbningsbredde, antager de, at kernebredden her er 95 % af åbningsbredden. De antager desuden, at hastighedsprofilen er ensformet i målehøjden, hvilket giver en middelhastighed i selve åbningsspalten på $v_2 = 0,95 v_{ud}$, hvorefter de bestemmer volumenstrømmen som $q_{V,ud} = 0,95 v_{ud} A_{ud}$. Antagelsen om en udløbsstråle er rimelig, da $Re > 1500$ med selv den mindste af de målte hastigheder, og det samme er antagelsen om ensformet hastighedsprofil i den højde, hvor hastigheden er målt, da hastighedsprofilen er ensformet i hele kerneforløbet. Endelig er antagelsen om en kontraheret tværsnitsbredde på 78 % i nogenlunde overensstemmelse med de 75 %, som Olson & Wright (1991) angiver for en spalte, hvor tilløbets begrænsningsflade danner en vinkel på 45° (mod modellens 27°). Endelig antages indetemperaturen at være ensformet, hvilket er rimeligt i betragtning af, at fire af de syv gulvplacerede varmeelementer er forsynet med blæsere. De gjorte antagelser om ensformet hastighedsprofil og indetemperatur svarer til dem, der er gjort ved opstillingen af referencemodellen.

Tabel 2.8 Modelforsøgsresultater sammenholdt med resultater beregnet med referencemodellen. Indekserne "1" og "2" refererer til henholdsvis ind- og udløb

Reference	Bygningsdata									Forsøgsresultater				Referencemodelresultater		
	A_1 m ²	A_2 m ²	$C_{d,1}=C_{d,2}$	H m	H_1 m	H_2 m	Φ_{net} W ¹⁾	Φ_{trans} W	Φ W ^{2) 3)}	ΔT K	v_{ud} m/s	v_2 m/s	$q_{v,2}$ ⁵⁾ m ³ /s	Ud fra ΔT v_2 m/s	Ud fra Φ_{net} ΔT K	v_2 m/s
Timmons & Baughman (1981)	6,1	3,05	0,65	1,73	0,35	1,38	1880	110	1990	2,1	0,26	0,25 ⁴⁾	0,75	0,29	2,0	0,28
							5040	180	5220	3,4	0,43	0,41 ⁴⁾	1,25	0,36	3,8	0,39
							9680	290	9970 (10000)	5,4	0,52	0,49 ⁴⁾	1,50	0,46	5,9	0,48
Down et al. (1990)	2,92	2,68	0,65	1,44	0,66	0,78	1270	50	1330 (2100)	1,9		0,20	0,54	0,21	1,9	0,21
	0,366	1,46	0,65	1,18	1,11	0,07	10560	650	11340 (12600)	26,1		0,24	0,32	0,23	25,7	0,23

¹⁾ beregnet ved brug af målte værdier i ligning (2.34s)

²⁾ samlet beregnede varmetilførsel

³⁾ værdierne i parentes er mærkevarmestømme baseret på forfatterens oplysninger

⁴⁾ beregnet som $v_2 = 0,95 \cdot v_{ud}$

⁵⁾ beregnet af forfatterne som $v_2 \cdot A_2$

I tabellen sammenholdes de målte middelhastigheder i afhængighed af temperaturdifferensen med referencemodellens, der kan bestemmes af ligning (2.34m.2) med $H_2 = 1,38$ m, og $T_u = 296$ K og $C_{d,2} = 0,65$, og der fås:

$$v_2 = C_{d,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = 0,65 \left(\frac{2\Delta T 9,82 \cdot 1,38}{296} \right)^{1/2} = 0,197 \Delta T^{1/2} \quad (2.71)$$

I tabellen sammenholdes også temperaturdifferens og middeludløbshastighed i afhængighed af nettovarmestrømmen. De kan for referencemodellen bestemmes af ligningerne (2.34z) og (2.34æ) med uændrede værdier for H_2 , T_u og $C_{d,2}$ samt med $A_2 = 3,05$ m², og der fås:

$$\Delta T = 7,5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} T_u \quad (2.72)$$

$$= 7,5 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{0,65 \cdot 3,05} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{1,38} \right)^{1/3} 296 = 0,0126 \Phi_{net}^{2/3}$$

og

$$v_2 = C_{k,2} v_{2,k} = 0,039 C_{k,2} C_{v,2} \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3} = 0,039 \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{A_2} \right)^{1/3} C_{d,2}^{2/3} \quad (2.73)$$

$$= 0,039 \left(\frac{\Phi_{net} 1,38}{3,05} \right)^{1/3} 0,65^{2/3} = 0,0225 \Phi_{net}^{1/3}$$

De til de varierende temperaturdifferenser svarende varmemstrømme er ikke oplyst, ud over at den maksimalt opnåelige er 10 kW. Tabellens varmemstrømme er derfor beregnet med nettovarmemstrømmen Φ_{net} bestemt af ligning (2.34s) ud fra den målte temperaturdifferens og den af forfatterne beregnede volumenstrøm og med $c_p \rho_i = 1190$ J/m³K. Endvidere er der beregnet et varmetransmissionsstab Φ_{trans} ud fra en bygningsskal på 90 m² og en skønnet, gennemsnitlig U -værdi på 0,6 W/m² K. Dette fører til de i tabellen viste samlede varmemstrømme Φ . Det ses, at varmemstrømmen ved den største temperaturdifferens ligger tæt på den maksimalt opnåelige på 10 kW, hvorfor de fundne varmemstrømme betragtes som rimeligt pålidelige. Det skal yderligere bemærkes, at transmissionsvarmemstrømmen kun udgør 3-5 % af den samlede varmemstrøm, hvorfor selv et betydeligt fejlskøn på U -værdien ikke vil have den store betydning.

Down et al. (1990) opgør hovedparten af deres måleresultater som tidligere vist på figur 2.9d. Det er ikke muligt at uddrage måleresultater heraf, der direkte kan sammenlignes med beregningsresultater fra referencemodellen. Men for to forsøgssituationer er der opgivet supplerende bygningsoplysninger med tilhørende varmetilførsler og målte temperaturdifferenser. I disse to tilfælde kan H_{eff} ($= H_2$) beregnes af ligning (2.30c), hvorefter de tilhørende udløbshastigheder kan bestemmes tilnærmelsesvis ved hjælp af figur 2.9d. Disse to situationer er medtaget i tabel 2.8 sammen med de volumenstrømme, der fås som produktet af udløbsareal og målt udløbshastighed svarende til forfatternes ligning (2.33d). Endelig er medtaget de varmemstrømsforhold, der fås, når nettovarme-

strømmen bestemmes af ligning (2.34s) ud fra målt temperaturdifferens og beregnet volumenstrøm med $c_{p\rho_i}$ lig med henholdsvis 1250 og 1150 J/m³K samt med transmissionsvarmestrømmen beregnet ud fra en bygningsskal på 60 m² og en skønnet U -værdi på 0,5 W/m²K. Det ses, at der er god overensstemmelse mellem den beregnede varmestrøm og maksimumsmærkeværdien, medens den er ringere ved minimumsværdien, hvor samtidig temperaturdifferensen og dermed målenøjagtigheden relativt set er mindst.

Forfatterens teoretiske overvejelser viser, at de betragter de målte hastigheder som åbningernes middelhastigheder, og at de antager, at hastighedsprofilen er ensformet. Disse antagelser er rimelige ud fra overvejelser analoge til dem, der er gjort ovenfor i forbindelse med Timmon & Baughman's resultater. Desuden antager de ensformet indetemperatur, hvilket ligeledes må betragtes som rimeligt - også med den store temperaturdifferens, da indløbshastigheden i dette tilfælde er det firedobbelte af udløbshastigheden eftersom $A_1/A_2 \approx 1/4$ og dermed $H/H_2 \approx 17/1$ (dog uden at neutralplanet kommer til at skære udløbsåbningen, da denne ligger vandret). Indløbshastigheden bliver derved ca. 1 m/s, således at opdriftventilationen får karakter af opblandingsventilation.

Referencemodellens middeludløbshastighed i afhængighed af temperaturdifferensen kan fås af ligning (2.34m.2) med $C_{d,2} = 0,65$, $T_u = 283$ K og med H_2 som anført i tabellen, og temperaturdifferensen og middeludløbshastigheden i afhængighed af nettovarmestrømmen kan fås af ligningerne (2.34z) og (2.34æ), med yderligere A_2 som anført i tabellen.

Der er i afsnit 2.4 vist, at de af Down et al. (1990) målte middelhastigheder i udløbet med et signifikansniveau på 0,01 kan udtrykkes ved:

$$v_2 = C_{d,2} \left(\frac{2\Delta T_g H_2}{T_u} \right)^{1/2}$$

med $C_{d,2} = 0,66$. Dette er i god overensstemmelse med referencemodellen, jf. ligning (2.34m.2).

Af tabel 2.8 ses, at referencemodellens beregningsresultater stemmer godt overens med målere-resultaterne inden for den nøjagtighed, der gælder for temperaturerne og inden for en målenøjagtighed for hastighederne, der for denne type hastighedsmålinger normalt antages at ligge i området 0,05-0,1 m/s. Overensstemmelsen er opnået med en udstømningskoefficient $C_{d,2} = 0,65$. En hyppigt anvendt værdi er $C_{d,2} = 0,60$, når der er tale om almindelige åbninger, men med det let tragtformede udløb, der optræder i kippen med en taghældning på ca. 1:2, kan der regnes med en højere værdi på 0,65-0,70 (Olson og Wright, 1991). Med $C_{d,2} = 0,66$, som bestemt af Down et al. ændres beregningsresultaterne med ca. 1 %. Med $C_{d,2}$ i området 0,60-0,70 ændres resultaterne med op til 6 %.

Samlet set er der således rimelig god overensstemmelse mellem referencemodellen og de i forsøgsmodellerne målte resultater.

2.7.9.1 Vurdering af rumudformningsresultater.

Med den luftstrømning, der er i et rum med opdriftventilation, vil der i princippet optræde friktion langs rummets begrænsningsflader, ligesom inventar og lignende kan yde modstand mod strømmingen. Endelig vil der optræde friktion i åbningerne, og indskrænkning af åbningsarealerne kan finde sted som følge af kontraktion og afskærmningsforanstaltninger. Det kan være sådanne overvejelser, der er gjort af de i afsnit 2.6 nævnte forfattere, der har undersøgt rumudformningens betydning (her bygningsbredde og taghældning), betydningen af åse langs tagfladens underside og overdækning af vandrette udløb, samt gjort sig overvejelser om, hvorvidt nationale forskelle i bygningsform og indretning kan have nogen betydning.

De finder, at bygningsbredden og taghældningen er uden betydning for volumenstrømmen. At dette er tilfældet for bygningsbredden er ud fra et friktionsmæssigt synspunkt forståeligt, da luftha-

stighederne i rummet og dermed også langs væggene almindeligvis vil være så små, at den deraf følgende friktion ingen rolle vil spille uanset bygningsbredde, -højde og taghældning og også uanset hvad der findes af inventar. Men taghældningen kan have betydning ud fra et kontraktionsmæssigt synspunkt. For et spalteformet udløb (todimensional åbning) svarende til de her betragtede udløb i kippen angiver Olson & Wright (1990) en kontraktionskoefficient på 0,61, når vinklen mellem åbningsflade og strømningsretning er 90° og en koefficient på 0,75, når samme vinkel er 45° . At åse under tagfladen skulle reducere volumenstrømmen gennem udløbet, er vanskeligere at forklare, med mindre de er placeret, så de både øger friktionen og kontraktionen, men deres placering er ikke nærmere beskrevet. Derimod er det forventeligt, at en 900 mm bred overdækning over en 600 mm bred spalte anbragt 200 mm over spalten reducerer volumenstrømmen, eftersom overdækningen reducerer udløbsarealet med 33 %.

2.8 Sammenfatning og konklusion

De modeller for opdriftventilation, der optræder i litteraturen, kan inddeles i tre typer, en søjlemodel, der optræder i den ældre litteratur, en ventilatormodel, der optræder i den yngre litteratur og en neutralplanmodel, som er den, der anvendes i dag. De tre modeller adskiller sig principielt fra hinanden ved den måde, drivtrykket fordeles over åbningerne på. I søjlemodellen antages drivtrykket at virke alene over udløbet, medens det i ventilatormodellen fordeles over ind- og udløb ud fra lufthastighederne i åbningerne, og i neutralplanmodellen fordeles det over åbningerne ud fra åbningernes afstand fra det såkaldte neutralplan.

Der fås under i øvrigt ens forhold samme drivtryk med de tre modeller, men resultaterne, hvad angår hastigheder, volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer, bliver forskellige. Forskellene skyldes dels ovennævnte forskelle i drivtrykfordelingen dels forskelle i, hvordan forfatterne inden for den enkelte modeltype inddrager dynamiske tryk, friktion, kontraktion og åbningsgrad i deres trykdifferens-hastighedsligning, samt om de som balanceligning anvender kontinuitets- eller massebalanceligningen. Forskellene har hidtil skabt usikkerhed omkring udformningen og brugen af opdriftventilation.

Modellerne er primært opstillet for at få bestemt volumenstrømmen, hastighederne i åbningerne og de nødvendige åbningsarealer i afhængighed af temperaturforskellen mellem inde og ude. I enkelte tilfælde anvendes sammenhængen mellem nettovarmestrøm, volumenstrøm og temperaturdifferens til at udlede udtryk, hvori nettovarmestrømmen indgår som uafhængig variabel i stedet for temperaturdifferensen. Der foretages med modellerne kun få, simple analyser af de indgående parametres betydning for ventilationsforholdene, og disse vedrører alene åbningsarealforholdenes betydning for volumenstrømmen.

I litteraturen optræder flere begreber kendt fra skorstensberegninger som tegn på, at skorstensbetragtninger har indgået ved opstillingen af de tidligste opdriftmodeller. Desuden ses i forbindelse med ventilator- og neutralplanmodellen henvisninger til Bernoullis ligning, der viser, at strømningsmæssige overvejelser i stil med dem, der anvendes ved eksempelvis mekanisk ventilation, har været inddraget. Overensstemmende hermed viser en teoretisk analyse, at der kan drages analogier mellem den ældre litteraturs søjle- og ventilatormodeller og de traditionelle skorstensmodeller, ligesom der kan drages paralleller mellem de tre hovedmodeller og strømrørsmodellerne opstillet ved hjælp af Bernoullis modificerede ligning anvendt på et tilpasset strømrørsforløb, hvor indløbsluften på et ultrakort stykke får en termisk og mekanisk behandling lige efter indløbet.

I alle tre modellers ligningssystemer indgår ligninger for henholdsvis samlet drivtryk, drivtrykfordeling, trykdifferens-åbningshastighedssammenhæng og massebalance. Men der mangler strømningsmæssig sammenhæng mellem den stillestående luftsøjle, der ligger til grund for udledelsen af drivtrykligningen og den kontinuerte, strømrørslignende strømning, der ligger bag udledelsen af de

tre andre ligninger. Såvel drivtrykligningen som trykdifferens-hastighedsligningen baserer sig intuitivt på nogle simple energibetragtninger, jf. afsnittene 2.1 og 2.2. En strømningsmæssig sammenhæng kan i princippet tilvejebringes ved tilpasninger, hvor luftsøjlen erstattes af et strømrørsagtigt forløb mellem rummets ind- og udløb, og hvor der for søjlemodellens vedkommende samtidig etableres en opvarmning af den strømmende luft i et ultrakort område lige før indløbet, og for ventilator- og neutralplanmodellens vedkommende etableres et ultrakort område lige efter indløbet, hvor indløbsluften opvarmes, samtidig med at den decelereres til hastigheden nul. Nævnte tilpasninger er analoge med dem, der er anvendt på de tilsvarende strømrørsmodeller udledt ved brug af Bernoullis modificerede ligning sammen med visse tilpasninger, hvor tilpasningerne også sker over ultrakorte strækninger, medens Bernoulli-ligningen anvendes uden for dens gyldighedsområde.

Analysen af opdriftmodellerne både ud fra en Bernoulli-synsvinkel og ud fra modellernes ligningssystemer viser, at ventilator- og neutralplanmodellen giver samme resultater, når baggrunden for deres opstilling er ens. Dette gælder også for de ventilatormodeller, hvor friktionsforholdene beskrives ved et modstandstal, når blot modstandstallet inddrager det dynamiske tryk, friktionen, kontraktionen og åbningsgraden på korrekt måde. Neutralplanmodellen kan således betragtes som værende analog til ventilatormodellen, blot denne udbygges med neutralplanbegrebet til bestemmelse af de indvendige trykforhold.

På trods af de teoretiske uoverensstemmelser fås med referencemodellen beskrevet i i afsnit 2.7.1 lufthastigheder i åbningerne, der stemmer rimelig godt overens med hastighederne målt i de to modellforsøg, der er medtaget i litteraturstudiet. Men de forskelle, der i litteraturen ses i de enkelte forfatters inddragelse af det dynamiske tryk, åbningernes friktions- og kontraktionsforhold og åbningsgraden samt i deres tilnærmelser i øvrigt, viser sig at kunne føre til lufthastigheder og volumenstrømme, der under almindelige forhold kun er en faktor 0,35 - 0,5 af det, der fås med førnævnte referencemodell, og dette fører igen til en underestimering af de hastigheder, der er bestemmende for den termiske komfort i opholdszonen, med en faktor på ca. 0,6 - 0,8.

Ovennævnte modellforsøgs undersøgelser af bygningsformens og udløbsforholdenes betydning for volumenstrømmen peger i retning af, at bygningsdimensionerne og taghældningen nærmest ingen betydning har, medens åse under tagfladen og overdækning over udløbet kan have nogen betydning for udstrømningshastigheden.

Det kan konkluderes, at litteraturens tre opdriftmodeller er opstillet på et inkonsistent teoretisk grundlag, hvor den strømningsmæssige sammenhæng mellem ligningssystemernes ligninger er etableret ved intuitivt bestemte tilpasninger, og hvor det dynamiske tryk, åbningernes friktions- og kontraktionsforhold og deres åbningsgrad inddrages forskelligt af de forskellige forfattere. Dette fører til usikkerhed omkring brugen af opdriftventilation. Set i det lys er der behov for en ny opdriftventilationsmodell, hvor der er sikret en konsistent strømningsmæssig sammenhæng mellem ligningssystemets ligninger og korrekt inddragelse af det dynamiske tryk, åbningernes friktions- og kontraktionsforhold samt deres åbningsgrad.

2.9 Litteratur

Aggerholm, S. (1998). Barriers to Natural Ventilation Design of Office Buildings. In *Report of NatVentTM 4th Project Meeting, 13-15 January*. Ghent

Andersen, K. T. (1995). Theoretical considerations on natural ventilation by thermal buoyancy. *ASHRAE Transactions, Vol 101, Part 2*

Andersen, K. T. (1996). *Beregning af luftstråler og returstrømme i rum* (SBI-rapport 248). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.

- Andersen, K. T. (1996). Inlet and outlet coefficients: A theoretical analysis. In *5th International Conference on Air Distribution in Rooms, ROOMVENT '96, July 17-19, 1996, Vol.1* (pp. 379-390). Tokyo.
- Andersen, K. T. (1998). *Metoder til beregning af naturlig ventilation: Et litteraturstudium* (SBI-meddelelse 118). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Andersen, K.T. (2002). Friction and contraction by ventilation openings with movable flaps. In *8th International Conference on Air Distribution in Rooms, ROOMVENT '2002*. Copenhagen.
- Andersen, K. T. , Heiselberg, P., & Aggerholm, S. (2002). *Naturlig ventilation i erhvervsbygninger* (By og Byg Anvisning 202). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Axley, J. (1998). Introduction to the Design of Natural Ventilation Systems Using Loop Equations. In *19th Annual AIVC Conference* (pp 47-56). Oslo
- Axley, J. (2001). *Residential Passive Ventilation Systems: Evaluation and Design*. (AIVC Technical Note 54). Warwick: Air Infiltration and Ventilation Centre.
- Barre, H. J., & Sammet, L. L. (1950). *Farm structures*. New York: Wiley.
- Baturin, V. V. (1972). *Fundamentals of industrial ventilation* (3rd enl. ed.). New York: Pergamon.
- Becher, P. (1972). *Varme og ventilation 2*. København: Teknisk Forlag.
- Becher, P. (1972). *Varme og ventilation 3*. København: Teknisk Forlag.
- Becher, P., & Juel Rasmussen, K. O. (1963). *Skorstene* (SBI-anvisning). København: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Biro, L. (1912). Neutral zone in heating and ventilating. *The Heating and Ventilating Magazine*, 11-21.
- Bjørnø, L., & Hartig, A. (1984). *Strømningslære*. Lyngby: Polyteknisk Forlag.
- Brandt, O. (1950). *Skorstenstræk*. København: Teknologisk Instituts Forlag.
- Bruce, J. M. (1973). Natural ventilation by stack effect. *Farm Building Progress*, (April), 23-28.
- Bruce, J. M. (1977). Natural ventilation: Its role and applications in the bioclimatic system. *Farm Building Progress*, (February), 1-8.
- Bruce, J. M. (1978). Natural convection through openings and its application to cattle building ventilation. *Journal of Agricultural Engineering*, 23, 151-167.
- Bruce, J. M. (1982). Ventilation of a model livestock building by thermal buoyancy. *Transactions of the ASAE*, 1724 - 1726.

- Clarke, J. A., & Hensen, J. L. M. (1991). An approach to the simulation of coupled heat and mass flows in buildings. *Indoor Air*, 1(3), 283-296.
- Cooper, P. & Linden, P.F. (1996) Natural ventilation of enclosures with multiple point sources or a vertically distributed source of buoyancy. In *5th International Conference on Air Distribution in Rooms, ROOMVENT '96, July 17-19, 1996, Vol.3* (pp. 203-210). Tokyo.
- Down, M. J., Foster, M. P. & McMahon, T. A. (1990). Experimental verification of a theory for ventilation of livestock buildings by natural convection. *Journal of Agricultural Engineering*, 45, 269-279.
- Emswiler, J. E. (1926). The neutral zone in ventilation. *Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers*, 32, 59-74.
- Feustel, H. E., & Raynor-Hosen, A. (1990). *Fundamentals of the multizone air flow model COMIS* (AIVC Technical Note 29). Warwick: Air Infiltration and Ventilation Centre.
- Foster, M. P. & Down, M. P. (1987). Ventilation of livestock buildings by natural ventilation: A review. *Journal of Agricultural Engineering*, 37, 1-13.
- Gröber, H. (Ed.) (1948). *H. Rietschels Lehrbuch der Heiz- und Lüftungstechnik*. Berlin: Springer-Verlag.
- Herrlin, M. K. (1987). *Air-flow studies in multizone buildings: Models and applications* (Bulletin no. 23). Stockholm: Kungliga Tekniska Högskolan, Institutionen för Installationsteknik & Statens Råd för Byggnadsforskning.
- Herrlin, M. K. (1992). *Luftströmning i byggnader – en beräkningsmodell* (licentiatafhandling). Stockholm: Kungliga Tekniska Högskolan, Institutionen för Installationsteknik, & Byggeforskningsrådet.
- Kalleberg, K. (1977). Naturlig ventilasjon I industrihaller: Modell-forsøk gir grunnlag for beregninger. *Norsk VVS*, (5), 347-351.
- Korsgaard, V. (1951). Beregning af staldes varmeisolering og ventilering (Særtryk nr. 18). København: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Kreichelt, T. E., Kern, G. R., & Higgins, J. F. B. (1976). Natural ventilation in hot process buildings in the steel industry. *Iron and Steel Engineer*, (December), 39-46.
- Li, Y. (2000). Buoyancy-driven natural ventilation in a thermally stratified one-zone building. *Building and Environment*, 35, 207-214.
- Li, Y., & Delsante, A. (2001). Natural ventilation induced by combined wind and thermal forces. *Building and Environment*, 36, 59-71.

- Li, Y., Sandberg, M. & Fuchs, L. (1992). Vertical Temperature Profiles in Rooms Ventilated by Displacement: Full-Scale Measurement and Nodal Modelling. *Indoor Air* 2, 225-243.
- Linden, P. F., Lane-Serff, G. F., & Smeed, D. A. (1990). Emptying filling boxes: The fluid mechanics of natural ventilation. *Journal of Fluid Mechanics*, 212, 309-335.
- Massey, B. S. C. (1989). *Mechanics of fluids* (6th ed.). London: Van Nostrand Reinhold.
- Morsing, S., & Strøm, J. S. (1985). *Styret naturlig ventilation: Dimensionering af anlæg og resultater fra forsøg i slagtesvinestalde* (SBI-landbrugsbyggeri 63). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Nielsen, P.V. (1997) *Luftfordeling i rum*. Danvak grundbog for varme- og klimateknik, 2. udg., København: Danvak aps
- Olson, R. M., & Wright, S. J. (1990). *Essentials of engineering fluid mechanics* (5th ed.), New York: Harper & Row.
- Ower, E. & Pankhurst, R. C. (1966). *The measurement of air flow*, Oxford: Pergamon Press
- Pedersen, J. (1979). Dimensionering af naturlig ventilation: Bidrag i staldventilation. In B. Mortensen (red.), *Staldventilation: NJF-seminar 1979* (SBI-landbrugsbyggeri 59) (pp. 70-82). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Raiss, W., & Roedler, F. (Eds.). (1962). *H. Rietschels Lehrbuch der Heiz- und Lüftungstechnik*. Berlin: Springer-Verlag.
- Randall, W. C. (1928). Airation of industrial buildings. *Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers*, 34, 159-180.
- Randall, W., C., & Conover, E. W. (1931). Predetermining the aeration of industrial buildings. *Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers*, 37, 605-618.
- Schumacher, E. (1952). *Die Strömungsvorgänge in Feuerstätten und Schornsteinen*. München: Verlag von R. Oldenbourg.
- Schwenke, H. (1976). *Luftführung in Räumen: Problemdarstellung*. Dresden: Institut für Luft- und Kältetechnik, ILKA.
- Shames, I. H. (1992). *Mechanics of fluids* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill, Inc..
- Timmons & Baugham, G. R. (1981). *Transactions of the ASAE*, 1030-1034.
- Walton, G. N. (1989). *Airflow network models for element-based building airflow modelling* (ASHRAE Paper no. VA-89-6-5). American Society for Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers, ASHRAE. Atlanta, GA.