

Aalborg Universitet



Vejstrækningers geometri

Tracering

Bolet, Lars; Kjems, Erik

Publication date:
2015

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Bolet, L., & Kjems, E. (2015). *Vejstrækningers geometri: Tracering*. Department of Civil Engineering, Aalborg University. DCE Lecture notes Nr. 40

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



Vejstrækningers geometri Tracering

Lars Bolet & Erik Kjems



Aalborg Universitet
Institut for Byggeri og Anlæg
Trafikforskningsgruppen

DCE Lecture Notes No. 40

Vejstrækningers geometri – Tracering

Lars Bolet & Erik Kjems

Videnskabelige publikationer ved Institut for Byggeri og Anlæg

Technical Reports anvendes til endelig afrapportering af forskningsresultater og videnskabeligt arbejde udført ved Institut for Byggeri og Anlæg på Aalborg Universitet. Serien giver mulighed for at fremlægge teori, forsøgsbeskrivelser og resultater i fuldstændig og uforkortet form, hvilket ofte ikke tillades i videnskabelige tidsskrifter.

Technical Memoranda udarbejdes til præliminær udgivelse af videnskabeligt arbejde udført af ansatte ved Institut for Byggeri og Anlæg, hvor det skønnes passende. Dokumenter af denne type kan være ufuldstændige, midlertidige versioner eller dele af et større arbejde. Dette skal holdes in mente, når publikationer i serien refereres.

Contract Reports benyttes til afrapportering af rekvireret videnskabeligt arbejde. Denne type publikationer rummer fortroligt materiale, som kun vil være tilgængeligt for rekvirenten og Institut for Byggeri og Anlæg. Derfor vil Contract Reports sædvanligvis ikke blive udgivet offentligt.

Lecture Notes indeholder undervisningsmateriale udarbejdet af undervisere ansat ved Institut for Byggeri og Anlæg. Dette kan være kursusnoter, lærebøger, opgavekompendier, forsøgsmanualer eller vejledninger til computerprogrammer udviklet ved Institut for Byggeri og Anlæg.

Theses er monografier eller artikelsamlinger publiceret til afrapportering af videnskabeligt arbejde udført ved Institut for Byggeri og Anlæg som led i opnåelsen af en ph.d.- eller doktorgrad. Afhandlingerne er offentligt tilgængelige efter succesfuldt forsvar af den akademiske grad.

Latest News rummer nyheder om det videnskabelige arbejde udført ved Institut for Byggeri og Anlæg med henblik på at skabe dialog, information og kontakt om igangværende forskning. Dette inkluderer status af forskningsprojekter, udvikling i laboratorier, information om samarbejde og nyeste forskningsresultater.

© Aalborg Universitet

Udgivet 2015 af
Aalborg Universitet
Institut for Byggeri og Anlæg
Sohngårdsholmsvej 57,
DK-9000 Aalborg, Danmark

Trykt i Aalborg på Aalborg Universitet

ISSN 1901-7286
DCE Lecture Notes No. 40

INDHOLDSFORTEGNELSE

Indholdsfortegnelse.....	5
1 Indledning.....	7
1.1 Målgruppe og formål.....	7
1.2 Notatet og vejreglerne.....	7
2 Vejprojektets vilkår.....	9
2.1 Fysisk planlægning.....	9
2.2 Den enkelte løsning.....	10
2.3 Basistværprofler.....	11
2.4 Hensyn under traceringen.....	12
2.5 Fasemodellen.....	17
2.6 Kvalitetskontroller.....	20
2.7 Opgaver.....	24
3 Grundbegreber.....	25
3.1 Fagterminologi.....	25
3.2 Vejkoordinater.....	29
3.3 Koordinatrepræsentationens brug.....	32
3.4 Hastighedsbegreber.....	33
3.5 Opgaver.....	35
4 Traceringselementer.....	37
4.1 Det rette linjestykke i linjeføringen.....	38
4.2 Cirkelbuen i linjeføringen.....	40
4.3 Generelt om overgangskurver.....	43
4.4 Klotoiden.....	47
4.5 Andre overgangskurver.....	60
4.6 Det rette linjestykke i længdeprofilet.....	65
4.7 Cirkel- og parabelbuer i længdeprofilet.....	66
4.8 Opgaver.....	68
5 Indre og ydre harmoni.....	69
5.1 Den indre harmoni.....	70
5.2 Den ydre harmoni.....	80
5.3 Vejens udstyr.....	85
5.4 Opgaver.....	86
6 Traceberegning.....	89

6.1 Hovedelementbestemmelse	90
6.2 Fastlæggelse af stationeringen	103
6.3 Afsætningsdata	104
6.4 Opgaver.....	107
Bibliografi.....	109
Stikordsregister	113



1 INDLEDNING

1.1 Målgruppe og formål

Undervisningsnotaterne om vejstrækningers geometri er skrevet i undervisningsøjemed. Det retter sig mod studerende ved Aalborg Universitets bygge- og anlægsingeniøruddannelse, navnlig de studerende, der specialiserer sig i vej- og trafikfagene.

Formålet er at præsentere de studerende for emnets grundlæggende begreber, forudsætninger og metoder, samt at sætte de studerende i stand til at foretage beregninger inden for emnet.

I nærværende notat orienterer kapitel 2 om processen med at fastlægge en vejs udformning. En vej er resultatet af et stort antal overvejelser og beslutninger, og der er ikke tale om én lang beslutningskæde.

Kapitel 3 behandler dels den grundlæggende fagterminologi, som bruges i vejgeometrien, dels de koordinatsystemer, der hyppigst anvendes, når vejens geometri skal fastlægges.

Notatets kapitel 4 behandler tracersingselementerne i tracéets to hovedkurver, linjeføringen og længdeprofilen. Der er tale om trivielle geometriske modeller, idet kurverne består af simple geometriske figurer, rette linjestykker og cirkelbuer, samt overgangskurver i reglen i form af klotoider. Kapitlet kan eventuelt læses sideløbende med et parallelt udarbejdet undervisningsnotat (Bolet, 2015), der behandler vejstrækningers kørselsdynamik.

Kapitel 5 omhandler vejgeometriens indre og ydre harmoni. Det er den indbyrdes sammenhæng mellem vejens tracersingselementer henholdsvis samspillet mellem tracersingselementerne og den omgivende topografi.

Endelig behandler kapitel 6 linje- og længdeprofilberegningerne, altså den endelige bestemmelse af tracersingselementernes parametre og af deres placering i form af koordinater.

1.2 Notatet og vejreglerne

Til praktisk brug kan notatet ikke stå alene. Her må man inddrage anvisningerne i de nationale vejregler, ligesom man skal være opmærksom på, at den endelige vejudformning fastlægges dels i et tæt samspil med udformningen af vejens tværprofil og med løsningen af blandt andet vejens krydsninger, vejens afvanding og

De danske vejregler fastsættes efter bemyndigelse til Transportministeren og udsendes af Vejdirektoratet. Vejreglerne findes på vejregelportalen: <http://vejregler.lovportaler.dk/>. Bemærk, at portalen giver mulighed for at afgrænse søgning efter emner, dokumenttyper, status og udgivelsesår.

vejens befæstelsesopbygning, dels så de indgreb, som vejen medfører i sine omgivelser, bliver acceptable.

De vejregler, som man i Danmark skal iagttage, er navnlig vejreglerne om trafikarealer i byer og i åbent land. To forhold er vigtige at holde sig for øje i den sammenhæng.

For det første undergår vejreglerne løbende opdateringer. Derfor skal man holde sig ajour med de nyeste vejregler – og med ny viden, som er på vej ind i vejreglerne.

For det andet rummer vejreglerne om vejudformningen meget få bindende bestemmelser. De fleste af vejreglernes anvisninger på dette område er ikke-bindende vejledninger og gode råd. Selv om det *ofte* er værd at følge anvisningerne, så skal det *altid* vurderes, om anvisningerne står til troende i den konkrete situation.

Det er vejingeniørens ansvar, at denne vurdering sker. Det gælder såvel ved projektering af en ny vej, som når der senere i vejens levetid skal tages stilling til ændringer af vejens indretning.

Vejingeniøren skal være sig sit ansvar bevidst. Forkerte valg kan få vidtrækkende følger. Lemper man på den geometriske standard, så risikerer man, at trafikanterne bringes i situationer, som de ikke er beredt på at håndtere. Det kan føre til fatale færdselsulykker. Strammer man standarden unødigt meget, så influerer det på de reguleringer, der er nødvendige i forhold til det omgivende landskab og naboer.

Vejreglerne stiller altså vejingeniøren i et dilemma, der udfordrer dekorum: Hvor langt er det fagligt forsvarligt at tilgodese eksterne ønsker, herunder økonomiske hensyn, og hvornår skal man stå fast på sit fags etiske kodeks?

Forhåbentlig kan notatet også være med til at give et mere sikkert ståsted i den afvejning.



2 VEJPROJEKTERS VILKÅR

En vej – eller en sti eller en jernbane – er resultatet af et stort antal overvejelser og beslutninger. Der er ikke tale om én lang beslutningskæde. Tværtimod er der typisk flere muligheder i spil samtidig; det gælder såvel på det overordnede plan som med hensyn til detailløsninger. Udformningen bearbejdes i nogle forholdsvis adskilte faglige discipliner. Resultaterne indvirker imidlertid i væsentlig grad hinanden, og løsningerne inden for de enkelte discipliner skal derfor løbende afstemmes.

Ydermere er der, i alle fald ved lidt større vejanlæg, ofte tale om, at et projektforsløb står i bero i kortere eller længere tid. Når det atter sættes i gang, vil det derfor være nødvendigt at gå nogle trin tilbage, eventuelt begynde helt forfra, for at vurdere, om de forudsætninger, der er gjort, stadig holder. Grunden til sådanne ophold kan være politiske prioriteringer, ændrede udsigter til at finansiere projektet eller konflikter, der skal afklares i forhold til modstridende interesser.

Undervejs i projektforsløbet udelukkes nogle muligheder, fordi de ikke tilgodeser de behov, som vejen skal tjene, fordi de er urimeligt dyre, eller fordi de er i konflikt med andre interne eller eksterne hensyn. Eksempler på sidstnævnte kan være konsekvenser for natur eller bymiljø. Normalt står man dog tilbage med et antal forskellige løsninger, der hver for sig alle kan lade sig gøre. De adskiller sig dog med hensyn til hvor godt de går i spand med de forskelligt rettede interesser, der optræder, herunder deres anlægsøkonomi.

Mellem de brugelige løsninger skal der træffes et valg. Valget er politisk, når der er tale om at afveje overordnede hensyn eller hensyn, som har offentlighedens bevågenhed.

2.1 Fysisk planlægning

Forud for projekteringen af et vejanlæg, vil der være skabt et billede af det resultat, der er brug for. Det er sket gennem den fysiske planlægning, i kommune- eller lokalplanlægningen eller i vejmyndighedens vej- og trafikplanlægning. Billedet præciseres i de supplerende plan-dokumenter, der skrives parallelt med projektforsløbet, fx VVM-redegørelser.

Vej- og trafikplanlægningen står ikke alene, men er tæt integreret med den øvrige fysiske planlægning, som fastlægger byudvikling, institutionsstrukturer, udlæg af rekreative arealer mv.

Al denne planlægning er langsigtet. Der eksisterer reservationer til nye vejforbindelser, der har været planlagt gennem årtier, men

endnu ikke er realiseret. Reservationerne er nødvendige for at sikre fornuftig trafikforsyning af områder, man ønsker udvikling i.

Planlægningen afstikker vejens overordnede funktion og hastighedsklasse og opstiller krav om koblinger til det eksisterende vejnet. Gennem en kortlægning og afvejning af interesser udstikker planlægningen ofte også en korridor, af vekslende bredde, inden for hvilken tracéet skal ligge, og afhandler herved nogle af de bindinger, som den kommende vej skal respektere i forhold til omgivelserne. Eksempelvis vil der i planlægningen ofte være taget stilling til, om der er behov for anlæg af støjbegrænsende foranstaltninger eller behov for faunapassager.

Vej- og trafikplanlægningen fastlægger den funktionelle vejklassifikation og den funktionelle hastighedsklassifikation, fra meget høj til meget lav, af vejnettet, jævnfør vejreglerne for planlægning af veje og stier (Vejdirektoratet, 2012a). Dermed indikerer planlægningen den principielle opbygning af vejens tværprofil. Disse følgeslutninger skal dog tages med et gran salt.

Vejens planlægningshastighed og vejtypen er væsentlige parametre for den standard, som en vej får. Størrelserne er derfor også genstand for stor opmærksomhed hos beslutningstagerne. Ofte er det derfor nødvendigt at bearbejde alternativer, hvad angår såvel planlægningshastighed som vejtype, ganske indgående, før den endelige beslutning om standarden af en ny vej træffes.

Trafikken, der skal køre på vejen, er et andet væsentligt udgangspunkt for vejens udformning. Hvor stor bliver trafikken, hvordan er den sammensat, og skal visse trafikarter være udelukket? Hvordan skal vejen, i samspil med det allerede eksisterende vejnet, betjene trafikken, og hvordan skal den kobles på vejnettet? Svarene på disse spørgsmål er ikke naturgivne, men er naturligvis genstand for stor opmærksomhed.

Såvel forudsætningerne om en ny vejs trafik som valgene af planlægningshastighed, af basistværsnit og af anknytninger til det øvrige vejnet betyder meget for de bindinger, der gælder for vejens geometriske udformning. Da vejgeometrien betyder meget for vejens påvirkning af omgivelserne, kommer beslutningsprocessen let til at »bide sig selv i halen«, og beslutningstagerne venter derfor ofte med at træffe endelig afgørelse, indtil konsekvenserne af vejanlægget i såvel den ene som den anden udformning er belyst. Derfor er det oftest nødvendigt at belyse flere alternative løsninger parallelt.

2.2 Den enkelte løsning

De løsninger, der er brugelige, skal beskrives. Det kræver blandt andet en projektering af løsningen, så vejudformningen er fastlagt geometrisk og kan illustreres i forhold til omgivelserne.

Projekteringen kan ikke ske, før man har truffet nogle valg for løsningen. Valgene er centrale for vejprojektets udformning. De tager deres udgangspunkt i vejens funktion og hastighedsklasse.

De størrelser, der fastlægges for den enkelte løsning, angår:

- Hvor hurtigt skal trafikken kunne køre på vejen? Valget er afgørende for mindstestørrelsen af tracersingselementernes kurver. Valget udtrykkes ved planlægningshastigheden, V_p [km/h] og dimensioneringshastigheden, V_d [km/h].
- Hvilken vejtype er der tale om? Vejtypen angiver den principielle udformning af tværprofilet. Vejtypen er afgørende for hvor meget trafik, der kan køre på vejen, men er også væsentlig for tracersingselementernes mindsteradier og maksimale grader.
- Hvilken trafik skal kunne færdes på vejen? Valget har betydning for til- eller fravalg af nogle tværprofilelementer, fx cykel- og gangstier, og derved for vejens kronebredde.
- Hvordan og hvor vejen skal kobles sammen med det eksisterende vejnet? Valget har betydning for trafikafviklingen på vejen og for hvilke ændringer, der vil ske i brugen af vejnettet.
- Hvorvidt, og i givet fald hvor, vejens naboer kan få direkte adgang til vejen? Valget har betydning for trafikafviklingen og trafiksikkerheden på vejen.

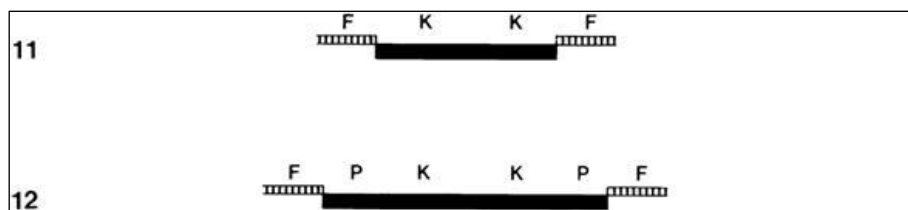
For hver løsning, der projekteres, må der foretages ét sammenhængende sæt af valg.

Der kan imidlertid godt være tale om, at de alternative løsninger, som man sammenligner, hviler på indbyrdes forskellige valg, fx at man vurderer en 2+1 vej med $V_p = 70$ km/h i forhold til en 4-sporet vej med $V_p = 80$ km/h.

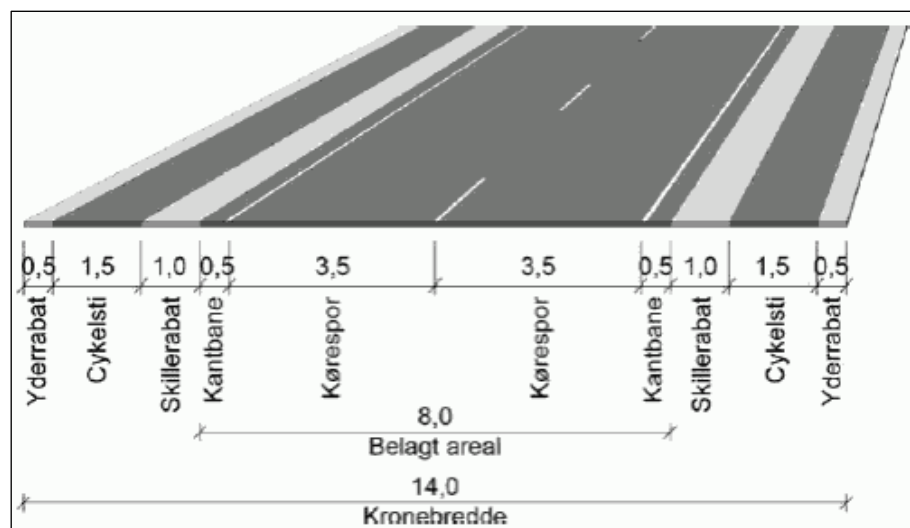
2.3 Basistværprofiler

Vejtypen angiver den principielle udformning af tværprofilets krone, jævnfør Figur 1 og Figur 2. Såvel i byområder som i det åbne land fastlægger vejreglerne et antal basistværprofiler.

I det åbne land drejer det sig om profiler for 4-sporede veje, 2+1 veje, 2-sporede veje, 2÷1 veje og 1-sporede veje samt for motor-



Figur 1. De to hyppigst forekommende hovedtyper for lokalveje i byområder, nemlig 2-sporet vej med fortov (F) og kørebane (K) henholdsvis uden og med parkeringspor (P). (Vejdirektoratet-Vejregulrâdet, 2000)



Figur 2. Basistværprofil for 2-sporet vej med cykelstier med planlægningshastighed på 80 km/h. (Vejdirektoratet, 2013b)

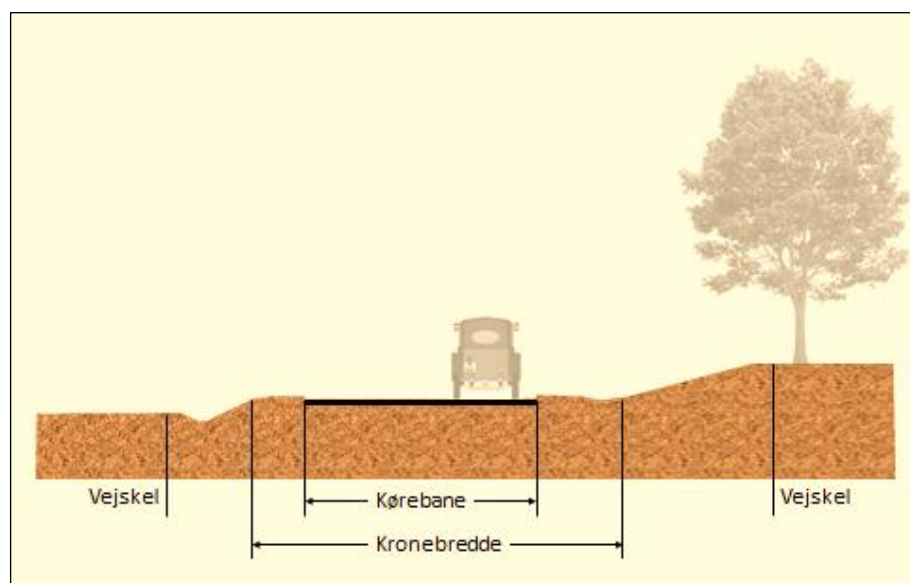
veje, ramper og stier. (Vejdirektoratet, 2013b)

Hver type er knyttet til en eller flere af de vejklasser og til en eller flere hastighedsklasser, der anvendes i vejplanlægningen. Som de to nævnte figurer illustrerer, kan fremstillingen være mere eller mindre simpel.

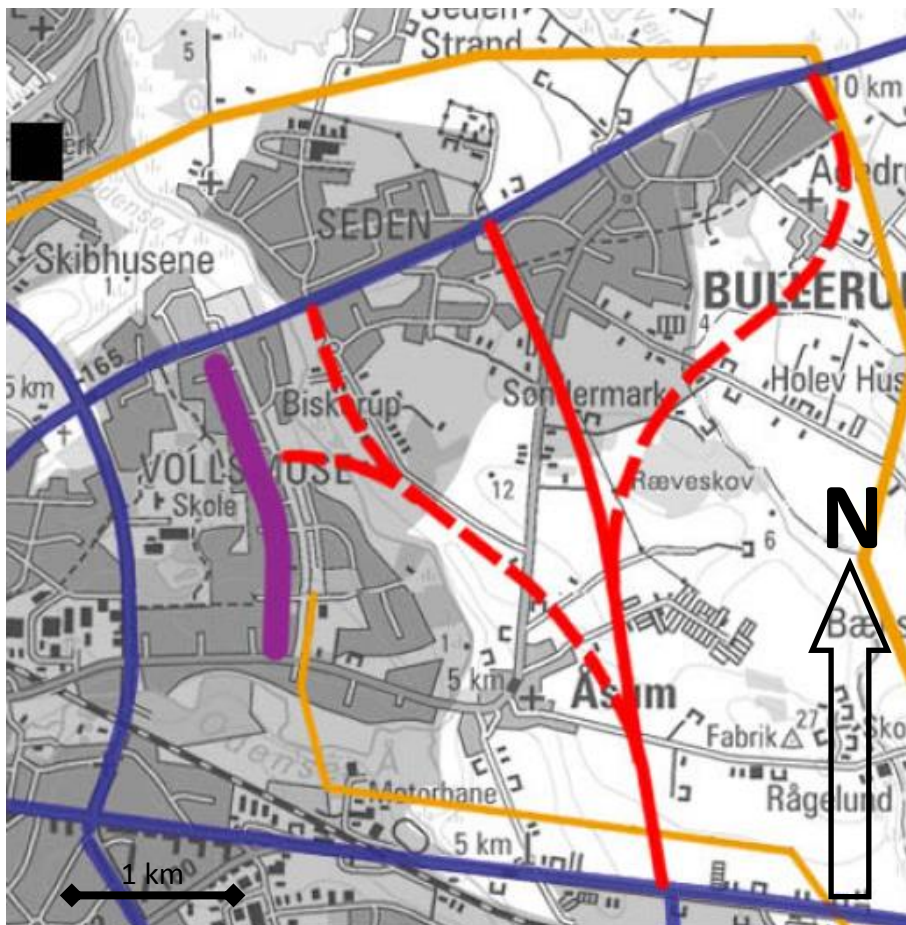
Sammenlignes imidlertid med et normalt tværsnit, Figur 3, ses, at basistværprofilet mangler den detaljerede bearbejdning af krons enkelte tværselementer og fastlæggelsen af tværsnittets ydre zoner. Dette sker under projekteringen.

2.4 Hensyn under traceringen

Hensynet til andre interesser udstikker en vejkorridor, nogle steder ganske smal og på andre delstrækninger med større vidde. Tracéet og tværprofilet skal ligge i denne korridor og skal gøre det



Figur 3. Princip i normalt vejprofil.



Figur 4. Blandt de bindinger, der fastlægger korridorer for den kommende vej, er ikke blot hensyn til natur- og miljøkvaliteter, men også hensyn til eksisterende bebyggelse og andre tekniske anlæg, samt behovet for tilkobling til det eksisterende vejnet. I planlægningsfaserne vurderes løsningsforslag i forskellige korridorer.

Ring 3 ved Odense. (Fyns Amt og Odense Kommune, 2002)

muligt for trafikanterne at færdes sikkert og komfortabelt ved den forudsatte hastighed for vejstrækningen.

Fastlæggelsen af den vejgeometriske udformning er et væsentligt led i projekteringsprocessen, men ikke det eneste. En række andre forhold kan ikke fastlægges, før det geometriske forløb er kendt. Omvendt influerer disse elementer på vejgeometrien og kan gøre det nødvendigt at ændre og justere geometrien.

2.4.1 Tvangspunkter og korridorer

Korridoren, som vejstrækningen skal ligge i, kan være belyst i den fysiske planlægning. Det er dog altid nødvendigt at verificere de bindinger, der aktuelt gælder. Det indebærer kortlægning af de fysiske forhold og af den planlægning, som berørte interessenter har lavet. Nogle oplysninger er tilgængelige på Internettet, andre kræver kontakt til de relevante planmyndigheder.

Tilslutning til eksisterende vejanlæg giver bindinger. Ved forlægning af en delstrækning skal der typisk være en naturlig, glidende overgang til de eksisterende strækninger i begge ender. Det bety-

der, at det nye og det gamle tracé skal have fællestangent i overgangspunktet.

Skal det gamle tracé opretholdes som vej, så skal et kryds projekteres. Hvis dette hensigtsmæssigt kan udformes som en rundkørsel, så giver det mulighed for at indlægge et knæk i linjeføringen.

Ved krydsning med andre veje, stier, jernbaner eller vandløb er der bindinger i længdeprofilet. Enten skal de to forløb krydse i niveau, eller også skal niveauforskellen være så stor, at den nødvendige frirumshøjde er til stede på den underførte forbindelse. Det kan afstedkomme hævnning eller sænkning af en strækning af en eksisterende vej, der krydses. Vejens afvandingsystemer, må naturligvis tilpasses den nye situation, og eventuelle ledninger, der ligger som gæster i vejen, må omlægges.

2.4.2 Afvanding

Vejafvandingen kan naturligvis først fastlægges, når vejgeometrien er på plads, da tracéet afgør, hvilke muligheder der er for at lede vejvandet bort. Placeringen af de recipienter, der skal modtage vejvandet, er til gengæld helt afgørende for detailudformningen af afvandingselementerne i selve vejkonstruktionen og for placeringen af eventuelle bassiner til magasinering af regnvand.

Såvel vejgrøfter som rør og trug skal helst fungere ved gravitationsprincippet, så vandet løber bort af sig selv. Derfor kan mulighederne for at komme af med vandet gøre det nødvendigt at give afvandingskonstruktionerne fald modsat selve vejens længdefald på visse strækninger. Hvor denne løsning vælges, kræver den mere plads i tværprofilet, idet vejanlæggets samlede bredde øges. Det afspejler sig i det areal, som skal inddrages, og i mængden af jord, som skal flyttes.

2.4.3 Afmærkning og udstyr

Vejens afmærkning og udstyr understøtter det visuelle indtryk, som selve vejanlægget giver gennem tracéet og tværprofilet, jævnfør Figur 5.

Afmærkningen og udstyret kan imidlertid også indvirke på vejens arealbehov. Eksempelvis medfører opstilling af udstyr, herunder autoværn, nær færdselsarealerne, behov for en breddeforøgelse, der skal indarbejdes i tværprofilet mellem vej kronen og vejanlæggets sidearealer med afvandingskonstruktionerne.

Tilsvarende gælder fx støjvolde og -skærme, beplantning samt brobygværker på vejanlægget.



Figur 5. Beplantning er et organisk element, der med stor virkning kan bruges til at understøtte og understrege tracéets visuelle indtryk og sammenhængen mellem landskab og vej. Det kurvede vejforløb er ofte en oplevelse i sig selv, og beplantningen bør udformes, så den understøtter landskabsoplevelsen, fx med grupper af træer. Der kan også være udsigter, som man helst vil være fri for, såsom grimt byggeri, autoophug eller lignende. Dem kan et levende hegn skjule. (Vejdirektoratet-Vejregelrådet, 2006).

2.4.4 Geoteknik og belægning

Dimensioneringen af vejens belægning tager udgangspunkt i den forventede trafikbelastning og i styrkeegenskaberne af den jord, vejen skal bygges oven på.

Dimensioneringen fastlægger befæstelsens samlede tykkelse, koblingshøjden. Koblingshøjden er afstanden fra den færdige vejs overflade til overfladen af råjorden (planum) under færdselsarealerne. Kendskab til denne afstand er afgørende for at kunne placere vejens længdeprofil, så jordarbejdet kan minimeres.

Jordens styrkeegenskaber har indflydelse på opbygningen af såvel selve befæstelsen som af hele vejkonstruktionen. Varierende jordmaterialer langs tracéet betyder, at befæstelsens opbygning og lagtykkelser med fordel fastlægges strækningsvis, så man udnytter den eksisterende jords kvaliteter bedst muligt.

Det kan betyde, at koblingshøjden ændrer sig fra delstrækning til delstrækning.

Vekslende geologi langs tracéet betyder tilsvarende, at eksempelvis vejdæmnings og vejens skråninger må udformes og styrkemæssigt eftervises med hensyntagen til de aktuelle geotekniske parametre på det enkelte sted.

2.4.5 Anlægsøkonomi

Vejanlæggets jordarbejde, som flere gange er berørt ovenfor, er udtryk for en hensyntagen til anlægsøkonomien. Jordflytningen er en væsentlig post i anlægsbudgettet. Omkostningen afhænger af, hvor meget jord, der skal flyttes, og hvor langt jorden skal flyttes.

Det tilstræbes normalt, at en ny vejstrækning har jordbalance, jævnfør Figur 6. Det betyder, at de jordmængder, der skal afgraves ét sted på vejstrækningen, kan udlægges et andet sted på strækningen. Herved sikres, at der alene skal tilføres de vejbygningsmaterialer, som vejbelægningen kræver. De jordmængder, der skal bortskaffes, skal alene være den jord, der er uegnet til at indbygge i vejen, samt den muld, der ikke kan genplaceres på vejens rabat- og sidearealer.

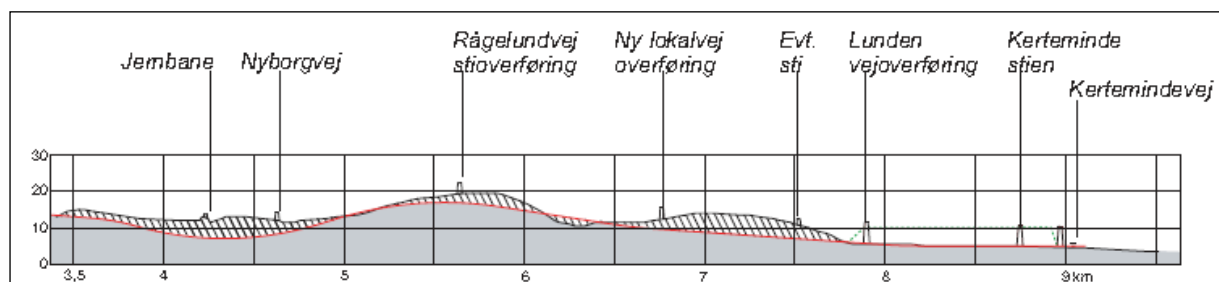
Det tilstræbes også, at vejanlægget så vidt muligt følger terrænets overordnede kurver. Dels vil dette i reglen give det æstetisk bedste resultat, dels vil der herved ofte være mulighed for at opnå jordbalance inden for kortere delstrækninger.

2.4.6 Naboret og arealerhvervelse

Naboforhold skal tillægges en betydelig vægt og kan betyde justeringer af tracéet endog meget sent i projekteringsforløbet.

Navnlig hvor en nabo til et nyt eller ændret vejanlæg har væsentlige, legitime interesser i at få vejanlægget på en »fornuftig« afstand af hensyn til støjpåvirkning eller mulighed for at udnytte sin jord så uhindret som muligt, er det af betydning, at vejanlægget er søgt optimeret under størst mulig hensyntagen til naboens tarv.

Selv når naboen først meget sent i projekteringsforløbet, fx i forbindelse med arealerhvervelsen, tilkendegiver sådanne interesser, forventer omverdenen, at vejanlægget søges justeret, så der tages mest muligt hensyn, så længe der ikke går på kompromis med vejanlæggets og trafikken grundlæggende kvaliteter.



Figur 6. Vejen indpasses i landskabet, således at længdeprofilet får et jævnt forløb med mulighed for at etablere de forudsatte krydsninger i og ude af niveau. Der tilstræbes harmoni med landskabet, og det tilstræbes at skabe balance i jordmængderne på anlægsarbejdet. Længdeprofil fra planlægning. Ring 3 ved Odense. Højder er 20-doblet. Nord mod højre. (Fyns Amt og Odense Kommune, 2002)

2.5 Fasemodellen

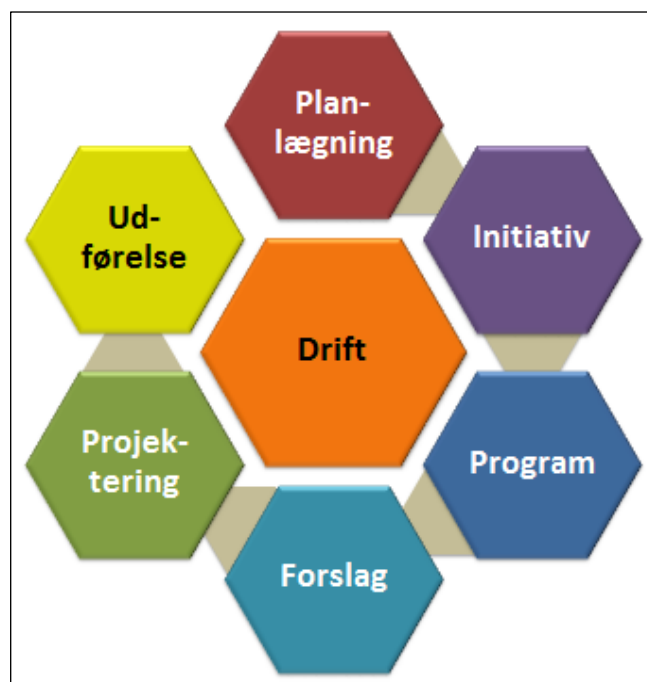
Med tanke på at beskrive projektforsløbet anvendes en fasemodel, der inddeler projektet i syv faser, jævnfør Figur 7.

Fasemodellen behandler det forløb, der er tradition for at bruge ved anlægsarbejder i Danmark. Den udgør en fælles reference-ramme for de parter, der arbejder med projektet, så alle får samme billede af, hvor man befinder sig i processen, og hvad der forventes. Desuden sikrer modellen en naturlig rækkefølge i tilblivelsen af projektets enkelte dele.

Vejregelportalen indeholder projekteringsvejledninger, som gennemgår fasemodellen (Vejdirektoratet, 2013a). Her skal modellens hovedtræk blot opridses.

I forbindelse med et konkret projekt skal der naturligvis tages stilling til, hvad fasemodellen aktuelt skal tilgodese. Navnlig skal man forholde sig til følgende punkter:

- Projektets størrelse og kompleksitet – ved mindre og simple projekter kan en eller flere projektfaser springes over, idet aktiviteterne så gennemføres i andre projektfaser.
- Beslutningsprocessen – bygherrer har forskellige beslutningsgange, og dokumentationen fra hver projektfase skal tilpasses bygherrens behov for beslutningsgrundlag.
- Politisk behandling - gennemførelsen af et anlægsprojekt vil indebære en eller flere politiske behandlinger; disse tager tid og af hensyn til projektets samlede tidsplan må man gøre sig klart, hvornår de politiske behandlinger skal ske.
- Borgerinddragelse – i flere projektfaser er inddragelse af berørte borgere både relevant og nødvendig, og ved visse aktiviteter, fx ekspropriation og VVM-procedurer, er der



Figur 7. Fasemodellens syv faser. Drift kan opfattes normalt tilstanden, hvor der ikke pågår et foranderende projekt.

detaljerede lovkrav, om hvordan borgerinddragelsen skal ske. Også borgerinddragelsen skal indpasses i tidsplanen.

- Projektdokumentation – arbejdet i projektfaserne sammenfattes normalt i mindst ét afsluttende projektdokument, men faserne kan indeholde flere nøgleaktiviteter, som hver for sig afrapporteres i selvstændige projektdokumenter. Tegningsmateriale mv. bør opbygges og arkiveres i et robust og struktureret system, så det er overkommeligt at genfinde og revidere materialet.

2.5.1 Planlægningsfasen

Forud for ethvert projektforsløb går en periode, hvor behov opstår, målsætninger formuleres og løsningsmuligheder tegner sig. Mange vejbestyrelser udarbejder trafik- og miljøhandlingsplaner, færdselssikkerhedsplaner etc., som angiver hvilke projekter, der skal iværksættes, og hvornår.

Uagtet planlægningen opstår der nu og her problemer, som umiddelbart skal løses. Det kan indebære, at allerede planlagte projekter fremrykkes, eller at helt nye projekter iværksættes frem for dem, der indgår i de langsigtede planer.

2.5.2 Initiativfasen

Før beslutningen om at udarbejde et projekt, er der en periode, hvor idéen skal belyses indledende, kommunikeres og modnes. Initiativfasen er tit forbundet med politiske processer, aftaler og bindinger, presseomtale, borgerhenvendelser mm.

Projektets interesser skal afdækkes, og projektets grundlag og forudsætninger skal fastlægges. Der skal tages stilling til hvilke instanser og personer, der skal inddrages i projektet, hvilken rolle og betydning, de skal have, og hvornår de skal inddrages. Her er tale om en afvejning mellem at skabe de bedst mulige forudsætninger for projektet og at få projektet fornuftigt afklaret. Politiet og berørte ledningsejere bør altid indgå på et tidligt tidspunkt.

Fasen bør føre til, at en projektidé er opridset, prisen er skønnet, og der er opnået enighed om at gå videre med en egentlig projektering. Ejerforhold for berørte arealer bør være undersøgt. Bygherren bør have besluttet, om projekteringen skal ske ved brug af egne ressourcer, eller om der skal inddrages ekstern rådgivning.

2.5.3 Programfasen

Samtlige overordnede krav til projektet opstilles i et *anlægsprogram*. Programmet sammenfatter og koordinerer såvel bygherrens krav og idéer som myndigheders og øvrige interessenters krav, så de ikke strider mod hinanden, mod gældende fredningsbestemmelser, planer og love, eller mod de fysiske forhold. An-

lægsprogrammet præciserer også projektets økonomiske og tidsmæssige rammer samt dets omfang og kvalitetsniveau.

Blandt de forhold, som anlægsprogrammet redegør for, er fysiske forhold, herunder geotekniske, hydrauliske og miljømæssige grundforhold, afledte trafikale konsekvenser og afledte ledningsprojekter.

I anlægsprogrammet angives også hvilke undersøgelser og udredninger, der skal foretages efterfølgende: Landinspektøropmåling, hvis det eksisterende kortgrundlag ikke er tilstrækkeligt til skitse- og detailprojektering. Vurdering af særlige trafiksikkerhedsmæssige problemstillinger. Behov og muligheder for ekspropriationer. Vurdering af hvorvidt projektet er VVM-pligtigt. Behov for at etablere en projektgruppe med relevante interessentgrupper, hvor projektet har større borgerbevågenhed, fx i byområder.

2.5.4 Forslagsfasen

På baggrund af anlægsprogrammet og en eventuel VVM-vurdering behandles et hovedforslag for projektet, eventuelt med varianter. Der tegnes et helhedsbillede af opgavens løsning med hensyn til funktion, æstetik, kvalitet og teknisk gennemførlighed.

I *dispositionsforslag* fastlægges den overordnede arealdisponering. I praksis udarbejdes flere forskellige skitseforslag, der repræsenterer forskellige (del)løsninger, som vurderes indbyrdes hvad angår tid, økonomi og afledte projekter for ledninger mv. Det mest hensigtsmæssige dispositionsforslag vælges ved afvejning af sikkerhed, funktionalitet, æstetik, anlægs- og driftsøkonomi mv.

I *projektforlaget* træffes beslutning om opgavens funktionelle, tekniske, æstetiske og økonomiske løsning, og om drifts- og vedligeholdelsesprincipper. Der vælges belægning, inventar placeres, og afmærkning og beplantning fastlægges. Tilgængelighed for færdselshandicappede sikres opretholdt. Et detaljeret anlægs-overslag opstilles ud fra opgjorte mængder og erfaringspriser.

Resultatet er beskrivelser og tegninger, som tager stilling til alle væsentlige detaljer. Projektforlaget kan danne grundlag for foreløbig *myndighedsbehandling* hos bl.a. vejmyndighed, politi og miljø- og fredningsmyndigheder og for afklaring med ledningsejere.

2.5.5 Projekteringsfasen

Detailprojektet fastlægger projektet entydigt med en sådan detaljeringsgrad, at det kan danne grundlag for den endelige myndighedsgodkendelse, samt for indhentning af tilbud, kontrahering og udførelse. Relevante oplysninger fra ledningsejere skal indhentes, så de kan indgå i udbudsmaterialet. Hvis entreprenørens valg af udførelsesmetode og trafikafvikling i udførelsesperioden er afgørende for projektet, skal krav til disse forhold beskrives.

Myndighedsgodkendelse indhentes ved de relevante myndigheder ved fremsendelse af anmodning herom. Vejprojekter kan normalt først opnå endelig godkendelse, når afmærknings- og skilteplaner foreligger. For inden er ofte foretaget en trafiksikkerhedsrevision med vurdering af detaljer såsom tavle- og kørebaneafmærkning, signaler, belysning, afstandskrav, detailgeometri og afvanding.

Udbudsmaterialet udarbejdes til indhentning af tilbud, kontrahering og udførelse af arbejdet. Detailprojektet, specielt tegninger, udgør væsentlige dele; hertil kommer udbudsdokumenter i form af betingelser og beskrivelser, tilbuds- og afregningsgrundlag, tilbudslister, tegningsmateriale og udbudskontrolplan. Indkomne tilbud evalueres efter *licitationen*, og der udarbejdes entrepriseaftaler med de valgte entreprenører.

2.5.6 Udførelsesfasen

I udførelsesfasen gennemføres anlægsarbejdet i overensstemmelse med aftalegrundlaget og gældende lovgivning. Bygherren har principielt tre funktioner at varetage, med direkte relation til projektets udførelse: byggeledelse, fagtilsyn og projektopfølgning.

Ved arbejdets afslutning afholdes *afleveringsforretning*. Eventuelle fejl og mangler registreres i afleveringsprotokollen, og det anføres, hvornår de registrerede fejl og mangler udbedres. Ved afleveringsforretningen overgår ansvaret for anlægget til bygherren. Trafiksikkerhedsrevision sker såvel inden åbning for trafik som efter åbningen.

2.5.7 Driftsfasen

Ved ibrugtagning bør der foreligge en *driftsvejledning*, så drift og vedligeholdelse af anlægget sker på en sådan måde, at anlæggets levetid, sikkerhed og æstetiske udtryk ikke utilsigtet forringes.

Det første år efter afleveringen er en *afhjælperperiode*. Inden året er gået, gennemgås anlægget af brugerne og bygherren. Eventuelle fejl og mangler registreres, og der afholdes 1-års eftersyn med entreprenøren, hvor afhjælpning af fejl og mangler aftales.

Rådgiver, entreprenører og leverandører har en *ansvarsperiode*. Ansvarsperioden vil altid være kontraktligt fastlagt. Den er normalt på 5 år; men er for broer og andre større anlægskonstruktioner ofte 20 år. Inden periodens udløb gennemfører bygherren et eftersyn for at vurdere anlæggets tilstand og for at registrere tegn på skader, som kan give anledning erstatningskrav.

2.6 Kvalitetskontroller

Fasemodellen er spækket med kvalitetskontroller, der dels skal understøtte en anstændig, politisk afstemt og juridisk legal beslutningsproces, dels skal sikre et økonomisk belyst og teknisk

gennemarbejdet projekt, der tilgodeser de relevante forventninger, man har stillet til vej- eller stianlægget. Enkelte af disse kontroller skal kort omtales her.

2.6.1 Trafiksikkerhedsrevision

Trafiksikkerhedsrevision er ifølge et EU-direktiv et krav for alle anlægsprojekter, der gennemføres på det transeuropæiske vejnet. Direktivet er i Danmark implementeret ved Transportministeriets bekendtgørelse om forvaltning af vejinfrastrukturens sikkerhed (BEK nr. 1210 af 9. december 2011).

For alle øvrige veje er trafiksikkerhedsrevision et tilbud, som vejmyndigheden kan vælge at benytte sig af; dog kan tilskud af midler fra statens puljer til et kommunalt vej- eller stiprojekt være betinget af, at der gennemføres trafiksikkerhedsrevision(er) af projektet. Proceduren er detaljeret beskrevet i en vejregelhåndbog, (Vejdirektoratet, 2015).

Trafiksikkerhedsrevision er en systematisk og uafhængig trafiksikkerhedsgranskning af vej- og trafikprojekter. Formålet er at gøre nye og ombyggede veje så trafiksikre som muligt, inden de anlægges og tages i brug. Metoden blev introduceret i Danmark i 1990'erne, og de fleste vejbestyrelser anvender i dag trafiksikkerhedsrevision i større eller mindre omfang.

En trafiksikkerhedsrevision forløber i et samspil mellem tre adskilte parter, der i forløbet har foruddefinerede roller som bygherre, som projekterende henholdsvis som (trafiksikkerheds)revisor. Parterne kan godt komme fra samme organisation, så længe trafiksikkerhedsrevisor er uafhængig i forhold til projektet.

Forløbet består af tre aktiviteter: bestilling, granskning og afhandling.

- Den projekterende kontakter efter aftale med bygherren en revisor, bestiller en revision og fremsender det nødvendige materiale.
- Revisoren gransker det udleverede materiale, udpeger eventuelle problematiske dele af projektet og udarbejder løsningsforslag. Resultatet samles i en rapport, der afleveres til den projekterende, som så fremsender til bygherren.
- Den projekterende meddeler skriftligt revisoren sin stillingtagen til problemer og løsningsforslag. Den projekterende forelægger eventuelle tilbageværende uenigheder skriftligt for bygherren, som tager stilling og meddeler sin afgørelse skriftligt til den projekterende med kopi til revisor. Den projekterende beskriver herefter skriftligt ændringer i projektet for revisoren, som efterfølgende erklærer revisionen for afsluttet til den projekterende.

Revisorers uafhængighed er et centralt princip i metoden. En revisor må derfor ikke deltage i projekteringen, planlægningen mv. af det pågældende vej- eller trafikprojekt. Revisor skal endvidere have gennemført en uddannelse og bestået eksamen som trafik-sikkerhedsrevisor.

Ved en trafiksikkerhedsrevision vurderes og optimeres et projekts trafiksikkerhedsmæssige kvalitet ud fra viden og erfaringer. Revisionen foretages under hensyntagen til trafikanternes evner, viden og behov - og ud fra alle trafikantgruppers synsvinkel.

Trafiksikkerhedsrevision er ikke en kontrol eller godkendelse af projektets tekniske kvalitet som sådan, da den udelukkende omfatter en vurdering af de trafiksikkerhedsmæssige konsekvenser.

Forskelle mellem trafiksikkerhedsrevision og trafiksikkerhedsinspektion

Trafiksikkerhedsinspektion er nært beslægtet med trafiksikkerhedsrevision, men adskiller sig på flere punkter.

Trafiksikkerhedsrevision drejer sig om at gøre *nyanlæg og ombygninger* så sikre som muligt. Trafiksikkerhedsrevisioner behandler dermed anlægsprojekter før, under og umiddelbart efter udførelsen af anlægsprojektet. En trafiksikkerhedsrevision forløber i fem trin, hvor trin 5 vedrører det færdige vejanlæg, som revideres ca. et år efter ibrugtagning. En trafiksikkerhedsmæssig gennemgang af vejanlægget på et senere tidspunkt vil blive defineret som en trafiksikkerhedsinspektion.

Trafiksikkerhedsinspektion drejer sig om at gøre *eksisterende veje* så trafiksikre som muligt. Formålet med en trafiksikkerhedsinspektion er gennem besigtigelse at udpege de elementer ved den eksisterende vejudformning, -indretning og -udstyr, der ikke er forenelig med trafikanternes anvendelse af vejanlægget - og som kan forventes at føre til ulykker, eller hvor der allerede er konstateret ulykker.

Trafiksikkerhedsinspektion adskiller sig fra trafiksikkerhedsrevision på flere områder:

- Foregår på eksisterende veje.
- Gennemgangen kan være afgrænset til en nærmere aftalt delmængde af alle potentielle risikoparametre for trafikanterne.
- Ændringer som følge af gennemgangen kan - afhængigt af problemernes alvorlighed og de ressourcer, som er til rådighed - prioriteres over tid. Vejbestyrelsen kan således vælge at afhjælpe konstaterede problemer med det samme, løbende over driften eller ved at lade dem indgå i en prioritering af fremtidige anlægsarbejder.
- Der er ikke en interessekonflikt mellem bygherre og vejbestyrelse, som der ellers kan opstå, når der gennemføres trafiksikkerhedsrevision for private, som f.eks. ønsker nye adgangsforhold til offentlig vej.

(Vejdirektoratet, 2015)

Det er ikke revisorens opgave at afveje sikkerhedshensyn mod fx projektøkonomi eller fremkommelighedshensyn – det er bygherrens ansvar. Revisor skal heller ikke sætte spørgsmålstegn ved et projekts berettigelse, men skal alene belyse dets trafiksikkerhedsmæssige konsekvenser og tilstræbe, at projektet med de givne forudsætninger bliver så trafiksikkert som muligt.

2.6.2 Tilgængelighedsrevision

Tilgængelighedsrevision har til formål at gøre vej- og trafikprojekter tilgængelige for alle, herunder også/navnlig bevægelsesbesværede og synshandicappede, inden anlæg og ibrugtagning.

Tilgængelighedsrevision er sammen med trafiksikkerhedsrevision indtil videre de eneste formaliserede revisionssystemer på trafikområdet. Procedure og metodik i de to systemer er så vidt muligt harmoniseret med hensyn til roller, udførelsestrin og begreber, men der er enkelte forskelle, blandt andet at brugerorganisationerne optræder som en part forud for en tilgængelighedsrevision.

Der vil ofte ikke være væsentlige uoverensstemmelser mellem anbefalingerne fra trafiksikkerhedsrevision og tilgængelighedsrevision, men fokus i de to revisioner er forskelligt, og revisionerne bør udføres uafhængigt af hinanden, ligesom resultaterne af revisionerne bør præsenteres separat.

Da der kan være forhold, som vægtes forskelligt i de to revisions-tilgange, bør samme person ikke gennemføre trafiksikkerhedsrevision og tilgængelighedsrevision på samme projekt og på samme projektstadiet.

2.6.3 Driftsgranskning

I modsætning til de forannævnte revisioner er driftsgranskning ikke en institutionaliseret kvalitetssikringsprocedure, men er ikke desto mindre en indarbejdet praksis, som flere professionelle vejmyndigheder anvender for at sikre sig, at det nye anlæg får en udformning, der ikke afføder uønskede omkostninger for den efterfølgende drift.

Driftsgranskning indebærer, at projektet præsenteres for og gennemgås med nogle af vejmyndighedens erfarne driftsmedarbejdere. Driftsmedarbejdernes bemærkninger til projektet noteres og uddybes eventuelt; men den projekterende forholder sig først efterfølgende til de problempunkter, der er rejst.

Driftsgranskningen vil ofte kunne afdække praktiske problemer, som projektet mangler at løse, eller projektdetaljer, der er udformet uhensigtsmæssigt for driften, men i øvrigt ikke er afgørende for den trafikale funktion. Det kan være placering af og adgangsforhold til tekniske installationer. Det kan være kendte problemer, der samtidig bør afhjælpes, i eksisterende konstruktioner. Eller

det kan være valg af nye materialer, som vil afstedkomme behov for forøget lagerhold af hensyn til forventelige udskiftninger.

Driftsgranskningen har til formål at gøre driftsopgaven effektiv og billig. De indsigelser, som driften har til projektet, bør derfor tilgodeses i det omfang, de ikke udløser uforholdsmæssigt store merudgifter i anlægsfasen, eller de hindrer projektets trafikale funktion eller konflikter med eventuelle meget væsentlige æstetiske kvaliteter, som er bærende for projektidéen.

2.7 Opgaver

- A.** Undersøg hvilke større, nye vejanlæg der er gennemført omkring din hjemby inden for de seneste 50 år. Overvej hvorfor vejene er blevet bygget, og vurder hvilken standard vejene er bygget i. (Du kan følge udviklingen på gamle kort og luftfotografier, som ligger på Geodatastyrelsens hjemmeside: <http://www.gst.dk/>). □
- B.** Undersøg hvilke planlagte, større nye vejanlæg, der indgår kommuneplanen for din hjemby. Prøv at finde frem til historien bag et par af de ældre af disse planlagte veje. Vurder hvilke interesser, der arbejder for henholdsvis imod at virkeliggøre disse vejanlæg. (Du vil formentlig kunne finde kommuneplanen på kommunens hjemmeside). □
- C.** Undersøg om din hjemkommune har udarbejdet en trafiksikkerhedsplan eller en cykeltrafikplan. Se på hvilke projekter, der indgår i planerne. Udvælg en håndfuld projekter fra det nærområde, hvor du er vokset op, og vurder hvilke grunde der er til, at netop disse projekter er medtaget i planerne. (Du vil formentlig kunne finde eksisterende planer på kommunens hjemmeside). □
- D.** Arranger et gruppeseminar over ét af ovennævnte temaer. Af-sæt fx 10 minutter til, at hvert gruppemedlem kan præsentere essensen af resultaterne af sine undersøgelser. Diskuter lighedspunkter og forskelle i de historier, der fremkommer. □



3 GRUNDBEGREBER

3.1 Fagterminologi

Vej- og trafikfaget har sin egen fagterminologi. En forudsætning for at håndtere af traceringens opgaver er kendskab til denne nomenklatur. Definitioner findes i *Vej- og trafikteknisk Ordbog* (Vejdirektoratet-Vejreglerådet, 2004).

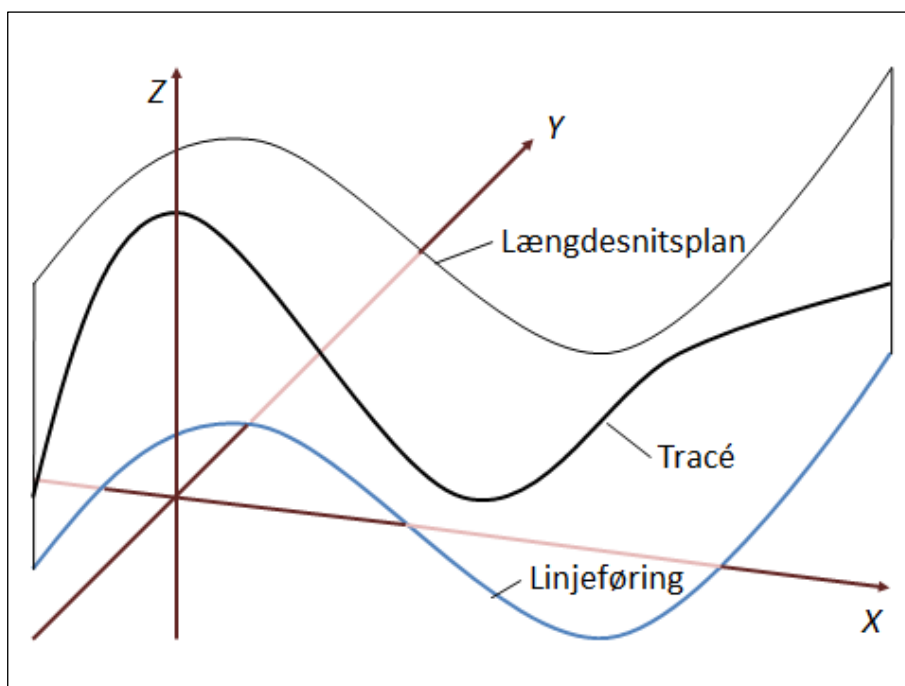
Tegnet * angiver en term, der står andetsteds i terminologien.

3.1.1 Trace, linjeføring og længdeprofil

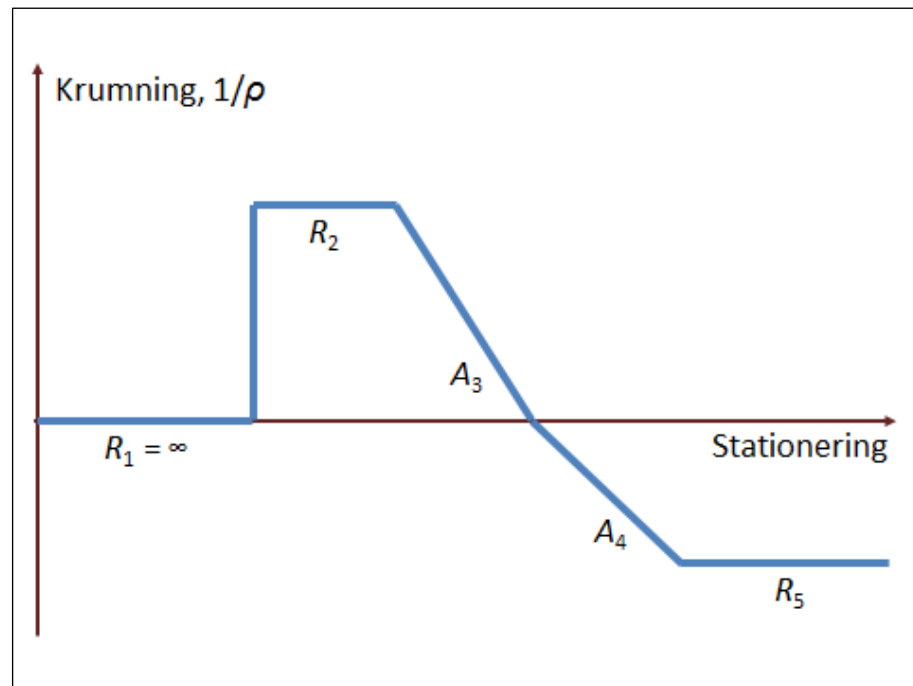
Tracéet er den rumkurve, der beskriver vejens forløb. Tracéet beskrives ved *linjeføringen og ved *længdeprofilet.

Tracéet knytter sig til et givet punkt i vejens *tværsnit, i reglen et punkt på den færdige vejs overflade. På almindelige veje med én kørebane vil det ofte være vejoverfladens midtlinje. Hvis vejen har en midterrabat, er midtlinjen ikke hensigtsmæssig at anvende; i stedet anvendes i reglen en af kørebaneanterne nærmest midterrabatten.

Linjeføringen er den horisontale projektion af *tracéet, se Figur 8.



Figur 8. Vejens tracé fastlægger linjeføringen og længdesnitsplanet i det overordnede XYZ-koordinatsystem. Længdeprofilet fremkommer ved at udfolde længdesnitsplanet.



Figur 9. Kurvebåndet er en skematisk fremstilling af linjeføringen. Båndet viser krumningen, dvs. den reciproke værdi af krumningsradius, ρ , i den enkelte station. Eksemplet viser en ret linje, $R_1 = \infty$, der går direkte over i en højredrejende cirkelbue med radius R_2 ; herefter følger en såkaldt vendeklotoide (jævnfør afsnit 4.4), hvis grene har forskellige klotoideparametre, A_3 og A_4 , før den afsluttende, venstredrejende cirkelbue med radius R_5 .

Længdeprofilet er *tracéets afbildning på længdesnitplanet, dvs. på den plane udfoldning af den cylinder, hvis frembringer er lodret, og hvis ledekurve er tracéet.

Længdeprofilreferencen er det punkt i den færdige vejs overflade, som længdeprofilet gengiver forløbet af. Det vil i reglen være vejoverfladens midtlinje. Ofte fremstilles længdeprofilet tillige for vejens kørebanekanter, så *overhøjden fremgår.

Overhøjden er den ændring af koteforskellen mellem kørebanekanterne, som skyldes, at sidehældningen ændres ved overgang fra retlinet strækning til kurve.

Linjeføringen opbygges af *linjeføringselementer*, dvs. geometriske elementer i form af rette linjestykker, cirkelbuer og overgangskurver. Forløbet kan afbildes skematisk på et *kurvebånd*, der viser krumningen i det enkelte punkt, jævnfør Figur 9.

Længdeprofilet opbygges af *længdeprofilelementer*, dvs. geometriske elementer i form af rette linjestykker og vertikalkurver. Også i længdeprofilet kan der indlægges overgangskurver; men det er ikke gængs praksis i dansk vejbygning.

Linjeføringselementer og længdeprofilelementer betegnes under ét *traceringselementer*.

Tangentpunkter er punkter, hvor to linjeføringselementer eller to længdeprofilelementer støder sammen uden retningsændring.

3.1.2 Tværsnit og tværprofil

Et *tværsnitsplan* er et vertikalt plan gennem et givent punkt på *tracéet og vinkelret på *linjeføringen.

Tværsnittet, se Figur 10 på side 28, er vejkonstruktionens skæring med et tværsnitsplan. Tværsnittet rummer flere *tværprofiler.

Tværprofilet er en af vejens fladers skæringskurve med et tværsnitsplan. Ofte vil det være underforstået, at der tales om enten *færdigvejstværsprofilet*, dvs. den færdige vejs overflades skæring med et tværsnitsplan, eller *råjordstværsprofilet*, dvs. skæringen mellem et tværsnitsplan og *planum*, altså overfladen af det udgravede eller opfyldte jordanlæg. Afstanden mellem færdigvejsoverfladen og planum kaldes *koblingshøjden*.

Tværprofilet karakteriseres ofte ved sin *kronebredde*, dvs. afstanden mellem *kronekanterne jævnfør Figur 2 på side 12. *Kronekanten* er den linje, som forløber langs vejen gennem det yderste punkt af yderrabatten eller - hvor en sådan ikke findes - af det yderste færdselsareal.

Et *tværprofilelement* er et linje- eller kurvestykke, der indgår i tværprofilet.

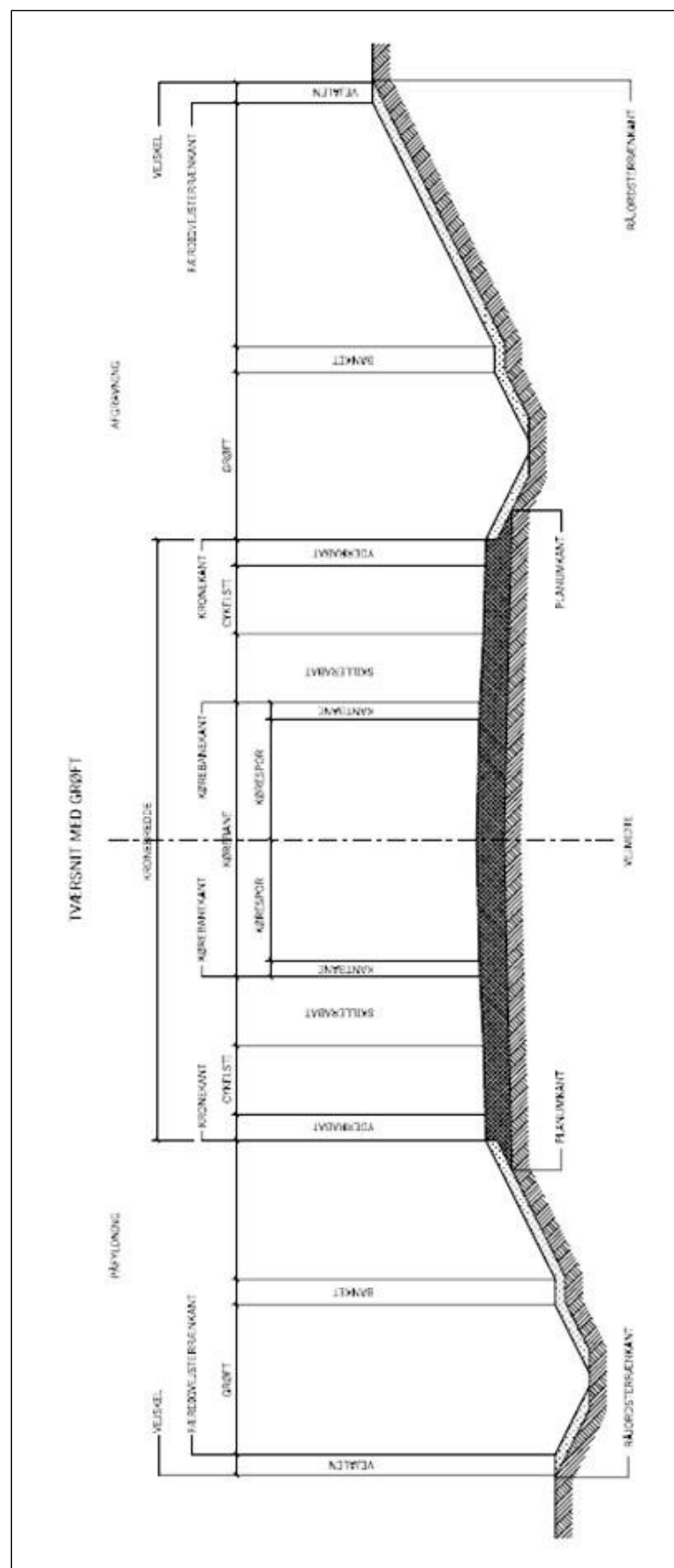
Vejens tværsnit bestemmes med udgangspunkt i *normaltværsnittet*. Normaltværsnittet definerer med målangivelser tværprofilerne af færdigvejs- og råjordsoverfladen samt eventuelt overbygningens konstruktion for en ensartet, retlinet strækning af vejen. Det aktuelle tværsnit i den enkelte *station tilpasses ud fra normaltværsnittet, navnlig vedrørende fastlæggelse af *overhøjde ud fra kørselsdynamiske hensyn samt vedrørende indpasning af skråninger og afvandingskonstruktioner i forhold til terrænet.

3.1.3 Stationering

Når *tracéet er fastlagt, kan ethvert punkt i vejen angives ved *stationen til det *tværsnit, der indeholder punktet, og ved punktets placering i tværsnittet.

Stationen er et længdeangivet punkt på *linjeføringen. Længden er målt langs linjeføringen fra et givet nulpunkt. Nulpunktet fastlægges ofte i en anden vejs center- eller *stationeringslinje. Bemærk, at stationeringen *ikke* er et synonym for den kilometreringslinje, der anvendes i vejforvaltningssystemer, og som eventuelt er angivet på kantpæle langs vejen.

Den retningsbestemte linjeføring med angivelse af et nulpunkt betegnes *stationeringslinjen*. *Stationsintervallet* er afstanden mellem stationer, der beregnes.



Figur 10. Eksempel på normaltværnsnit for en to-sporet vej med grøfteafvandning. Tværnsnit viser vejens tværprofiler, dvs. overfladers skæring med de lodrette planer, der gennem ethvert punkt af tracéet står vinkelret på linjeføringen. Normaltværnsnittet viser den principielle opbygning, hvor vejens Z-koordinat ikke er lagt fast i forhold til terrænets kote, og hvor der ikke er taget hensyn til eventuel overhøjde i horisontalkurver. (Vejdirektoratet-Vejregelrådet, 2004).

3.2 Vejkoordinater

Geometrisk vejprojektering handler om at fastlægge, beskrive og præsentere vejens geometriske udformning. Det der fastlægges er vejens trace, udtrykt ved linjeføringen og længdeprofilen. Endvidere fastlægges vejens tværprofil eller tværsnit i ethvert punkt på stationeringslinjen. Beskrivelsen er en geometrisk repræsentation af vejen. På grundlag af denne repræsentation kan vi beregne koordinater til alle tangent- og knæpunkter i tracéet og i tværprofilerne og dermed i princippet til ethvert punkt på vejoverfladen.

En *tværsnitsberegning* indebærer bestemmelse af koordinaterne (XYZ) til tværsnittenes knæpunkter i alle ønskede stationer, herunder alle tangentpunkter, i vejanlægget.

De koordinater, der søges, udtrykker punkternes beliggenhed i det overordnede koordinatsystem, vi anvender. I dag er det i reglen¹ et UTM-koordinatsystem², hvor X -aksen peger mod øst, og hvor Y -aksen peger mod nord. Retningsvinkler måles med uret fra Y -aksen.

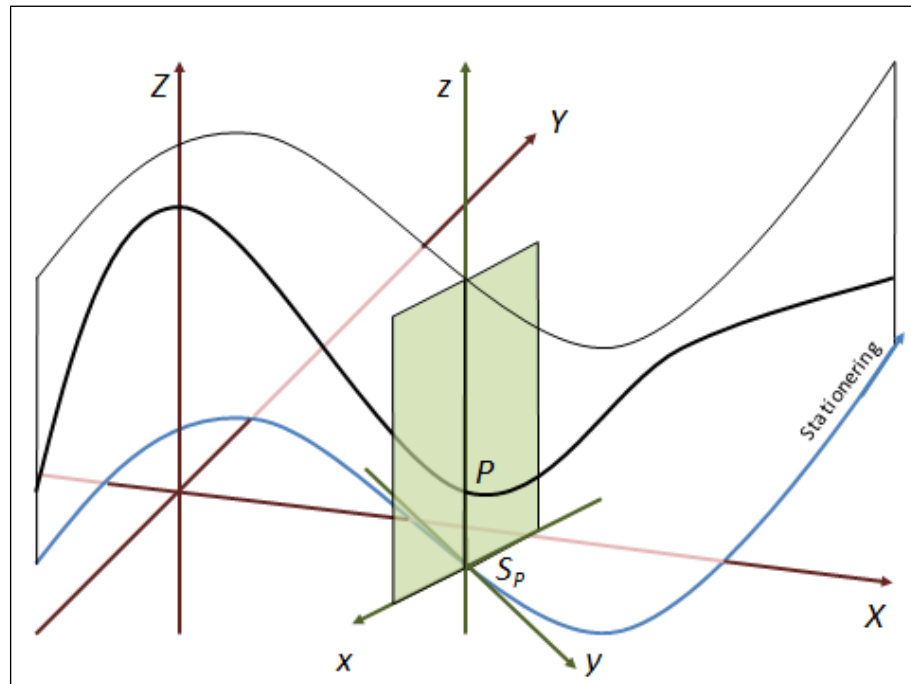
Forudsætningerne for at gennemføre en tværsnitsberegning er, for det første at der er foretaget en *linjeberegning*, dvs. en beregning, der på grundlag af kendskab til linjeføringens tvangspunkter og dens opbygning af linjeføringselementer giver plankoordinaterne til stationeringslinjen.

Forudsætningerne er for det andet, at der er foretaget en tilsvarende *længdeprofilberegning*, og for det tredje, at tværsnitselementerne er fastlagt i de enkelte stationers tværsnit. Dette kræver naturligvis, at terrænet i og omkring tracéet er kortlagt.

Oftest vil linjeføringen og længdeprofilen være gennemregnet flere gange, før den første tværsnitsberegning sættes i værk. Det skyldes, at vejens kørselstekniske og æstetiske kvaliteter i væsentligt omfang fastlægges allerede i samspillet mellem linjeføring og længdeprofil og disses placering i terrænet. Moderne vejprojekteringssystemer gør det dog overkommeligt at gennemføre foreløbige tværsnitsberegninger på grundlag af udkast til tracéet.

¹ Mange danske vejanlæg er beregnet i forhold til »Den danske Kortprojektion«, System 34. Systemet er fastlagt med X -aksen mod vest og med Y -aksen mod nord, og således at den trigonometriske station nr. 293 *Agri Bavnehøj* har koordinaterne (200.000;200.000). På Bornholm er fastlagt en tilsvarende defineret kortprojektion, System 45. I begge systemer måles retningsvinkler med uret fra Y -aksen.

² UTM er en internationalt fastlagt projektion af jordoverfladen på en cylinder, der er lagt omkring jordkuglen, og som udfoldes til et plant kort. For at undgå for store forvanskninger, sker projektionen på flere cylindre, der er drejet lidt indbyrdes. Systemet er fastlagt på en sådan måde at Danmark fordeler sig på to cylindre eller UTM-zoner: Jylland og Fyn ligger i UTM-zone 32, mens Bornholm og Sjælland hører til UTM-zone 33.



Figur 11. Vejkoordinatsystemet i punktet P med stationering S_P har sin y -akse i stationeringslinjens tangentretning gennem punktet. Tværsnitsplanet udspændes af x - og z -akserne.

3.2.1 Vejkoordinatsystemet

Ved tværsnitsberegningen benyttes et vejkoordinatsystem (xyz). *Vejkoordinatsystemet* fastlægges, jævnfør Figur 11, for hvert punkt på tracéet.

Systemet har sit begyndelsespunkt (origo) på linjeføringen. x -aksen ligger vandret i tværsnitsplanet og er positiv til højre set i stationeringsretningen. y -aksen ligger i horisontalplanet som tangent til stationeringslinjen og er positiv i stationeringsretningen. z -aksen (koteaksen) er lodret og positiv opad. (Vejdirektoratet-Vejregelrådet, 2004)

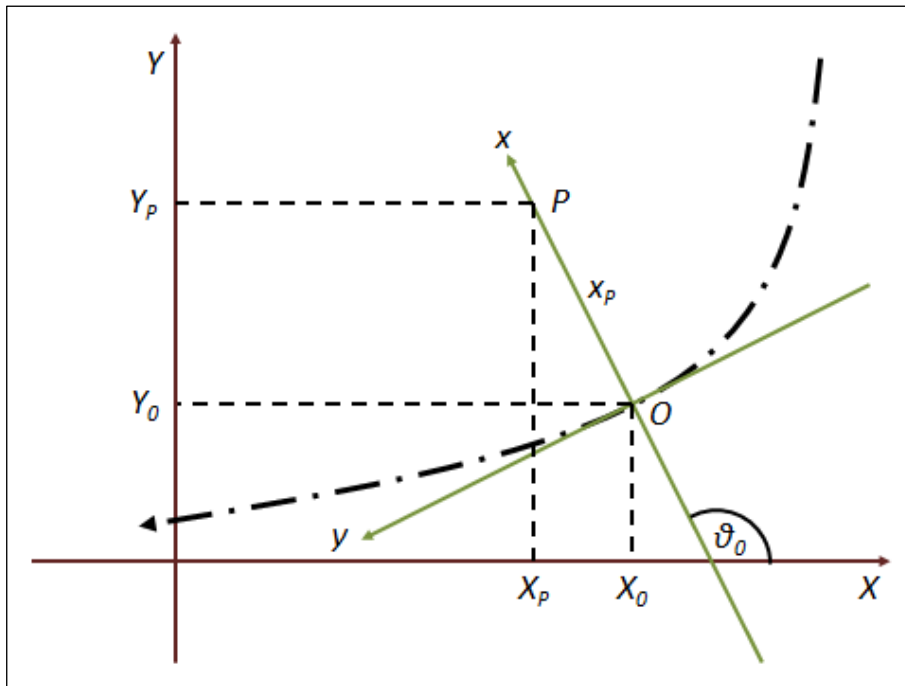
Den enkelte stations tværsnit ligger således i vejkoordinatsystemets xz -plan. Det betyder, at tværsnitselementernes koordinater i vejkoordinatsystemet er forholdsvis enkle at bestemme.

3.2.2 Koordinattransformation

Linjeberegningen giver kendskab til stationeringslinjens XY -koordinater og dermed til begyndelsespunktet for vejkoordinatsystemet i den enkelte station.

Linjeberegningen giver endvidere kendskab til vinkeldrejningen, θ , mellem de to koordinatsystemer (det overordnede XY -system og vejkoordinatsystemet) i det enkelte stationeringspunkt.

På det grundlag kan vi i enhver given station bestemme XY -koordinaterne til ethvert kendt punkt, P , i tværsnitsplanet, dvs. i



Figur 12. Koordinattransformation af punktet P i tværsnitsplanet til linjeføringsstation O fra vejkoordinatsystemet til det overordnede XY -system.

vejkoordinatsystemets xz -plan. Det sker ved en simpel koordinattransformation.

Da Z - og z -akserne er parallelle, er hele koordinattransformationen reduceret til at bestå af en vertikal forskydning samt af en sammensat drejning og parallelforskydning i det horisontale plan, jævnfør Figur 12:

$$[1] \quad \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & -\sin \theta_0 & 0 \\ \sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix}$$

... hvor:

(X_0, Y_0, Z_0) er XYZ -koordinaterne til det aktuelle vejkoordinatsystems origo, O (stationeringspunktet), og
 θ_0 er vinkeldrejningen fra X -aksen til x -aksen, målt i omløbsretningen fra X -aksen mod Y -aksen

Det er forudsat, at de to koordinatsystemer er orienteret ens, og at de har samme målestoksforhold.

Den modsatte transformation, fra XYZ - til xyz -koordinater, følger formelen:

$$[2] \quad \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_0 & \sin \theta_0 & 0 \\ -\sin \theta_0 & \cos \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix}$$

Eksempel 3.A – Koordinattransformation

Vi ønsker at bestemme UTM-koordinaterne til vejens venstre kronekant, P , i station 10.000.

Givet: Stationen ligger på en retlinet strækning, der i stationeringsretningen forløber præcist mod sydsydvest. Det betyder, at stationeringslinjens retningsvinkel ($N \rightarrow SSV$) er $202,5^\circ$.

Vejen har kronebredden 10,00 m placeret symmetrisk omkring stationeringslinjen. Tværprofilen er tagformet og består af to kørebaner à 3,5 m med tværfald på 25 ‰ og 1,5 m bredde yderribatter med tværfald på 40 ‰.

Fra linjeføringsberegningen vides, at station 10.000's plankoordinater i UTM-systemet er $(X_0, Y_0) = (547.321,11; 6.302.654,99)$. Fra længdeprofilberegningen vides, at vejmidten i stationen ligger i koten $Z_0 = 50,00$.

Løsning: Vinkeldrejningen fra X -aksen til x -aksen bestemmes til $\theta_0 = 360^\circ - 202,5^\circ = 157,5^\circ$.

Med det givne tværprofil ligger kronekanten knapt 15 cm lavere end vejmidten. I vejkoordinatsystemet har punktet på kronekanten derfor koordinaterne $(x_P, y_P, z_P) = (-5,00; 0,00; -0,15)$.

Ved at indsætte disse oplysninger i udtryk [1] fremkommer UTM-koordinaterne:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 547.321,11 \\ 6.302.654,99 \\ 50,00 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos 157,5^\circ & -\sin 157,5^\circ & 0 \\ \sin 157,5^\circ & \cos 157,5^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5,00 \\ 0,00 \\ -0,15 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 547.321,11 \\ 6.302.654,99 \\ 50,00 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4,62 \\ -1,91 \\ -0,15 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 547.325,73 \\ 6.302.653,08 \\ 49,85 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

□

3.3 Koordinatrepræsentationens brug

I praksis projekteres alle vejanlæg og vejombygninger ved hjælp af edb; i Danmark er CAD-programmer fra system-familierne *NovaPoint*® og *MicroStation*® (*InRoads/MX*®) således i dag de mest udbredte. Brugen af disse programsystemer til den vejgeometriske projektering behandles ikke her; i stedet henvises til systemernes respektive manualer.

Koordinatrepræsentation, der flyder af de geometriske beregninger af en vej, anvendes i mange forskellige sammenhænge.

Med kendskab til det omkringliggende landskabs højdeforhold (koter) giver repræsentationen grundlag for at vurdere, om vejanlægget er placeret hensigtsmæssigt, således at der er en god jordbalance. På en lang, bred vejstrækning kan nogle få decimeters hævnings eller sænkning af længdeprofilen eliminere et betydeligt overskud eller underskud af jord.

Koordinatrepræsentationen af vejen gør det også muligt at overføre vejens geometri til fx perspektivtegninger (centralprojektioner). Tegningerne anvendes som visuelle præsentationer og fotomontager, så man får indtryk af vejanlægget og dets indpasning

i det omgivende landskab. Præsentationerne vil oftest være ledsaget af forklarende og uddybende tekst, så også lægmand kan tolke resultatet og forholde sig til det.

Eventuelt kan vejudformningen præsenteres som en grafisk 3d-model, som man virtuelt kan bevæge sig rundt i. Det kræver regnekraft; men det fordrer først og fremmest, at vejgeometrien er beskrevet over en stringent struktureret læst.

Udviklingen åbner også for effektiv kommunikation mellem parallelle projekteringsmiljøer, der arbejder på samme projekt eller på forskellige projekter beliggende på samme lokalitet. Her er det væsentligt at informere om projektjusteringer, der har afsmittende virkning. Herved kan man afdække eventuelle konflikter, eksempelvis behov for at disponere over et areal. Disciplinen kaldes *Building Information Modelling, BIM*, og den er i sin vorden inden for anlægsbranchen.

Koordinatrepræsentationen af vejanlægget tjener endvidere til beregning af omfanget af de ydelser, der skal præsteres af entreprenøren, og til at tilvejebringe de afsætningsdata, der anvendes, når vejen skal anlægges i marken. Seneste skud i udviklingen er *digitalt anlæg*, hvor man bringer data helt ud i marken, og anvender data direkte til at styre entreprenørmaskinerne.

3.4 Hastighedsbegreber

Håndtering af hastigheden i vejudformningen, så der opstår harmoni mellem den hastighed, som det er tænkt, at trafikanternes på vejen skal køre med, og trafikanternes faktiske hastighedsadfærd, er en af den geometriske vejprojekterings mest udfordrende opgaver. Kjemtrup (2015) gennemgår tankemodeller, der forklarer sammenhængen mellem informationspåvirkningen af trafikanterne og trafikanternes hastighedsvalg, og opstiller to grundlæggende principper: **I** – *den højeste tilladte hastighed skal være i overensstemmelse med en hastighed, trafikanten spontant vælger ved ustresset kørsel* og **II** – *hastighedsbegrænsning med tavleafmærkning alene er sjældent tilstrækkeligt til at opnå den ønskede adfærd ændring*. Principperne er ikke trivielle, og det er ikke en selvfølge, at de efterleves.

De danske vejregler har gennem tiderne anvendt vekslende betegnelser og definitioner for de hastigheder, som vejene indrettes til. *Hastighedsfaktor, dimensioneringshastighed, referencehastighed, ønsket hastighed, 85 %-fraktil hastighed og planlægningsha-*

Omfattende hastighedsmålinger på eksisterende veje viser, at trafikanter på veje i åbent land generelt kører hurtigere end planlægningshastigheden, uanset om den er skiltet eller ej. 15 % af trafikanterne kører endda mere end 20 km/h hurtigere end planlægningshastigheden. (Vejdirektoratet, 2012b)



C55-tavle

stighed er blandt de udtryk, der har optrådt – nogle af dem endda med lidt forskellige betydninger fra tid til anden.¹

Planlægningshastigheden, V_p , er i de nu gældende danske vejregler den hastighed, som vejmyndigheden af hensyn til fremkommelighed, trafiksikkerhed og miljø ønsker, at trafikanterne skal køre med, og er grundlag for den detaljerede planlægning og projektering af de enkelte delstrækninger. Planlægningshastigheden vil som udgangspunkt gælde for længere sammenhængende strækninger. Planlægningshastigheden kan være lig den generelle hastighedsgrænse, afmærket med *C55 lokal hastighedsbegrænsning* eller *E39 anbefalet hastighed*. (Vejdirektoratet, 2012b)

Vejen udformes, så den kan gennemkøres med planlægningshastigheden. Ud fra planlægningshastigheden dimensioneres således horisontal- og vertikalkurver for komfort og overhaling.

Den **dimensionerende hastighed**, V_d , er i de danske vejregler den hastighed, som vejmyndigheden vælger at dimensionere vejen efter i situationer, hvor en trafikant, der kører for hurtigt, kan komme til at skade andre. Den fastsættes ud fra kørselsdynamiske forudsætninger og sikkerhedsmæssige overvejelser om trafikanternes hastighedsadfærd. Den dimensionerende hastighed vil som udgangspunkt ikke være lavere end planlægningshastigheden. (Vejdirektoratet, 2012b)

Baggrunden for, at vejreglerne arbejder med to hastighedsbegreber, er, at (nogle) trafikanter ofte kører med en hastighed, der er større end planlægningshastigheden. Ved projekteringen tages hensyn til disse trafikanters hastighedsadfærd, når visse elementer af vejen udformes.

Det gælder stopsigt og oversigt i vejkryds. I disse situationer, kan der ske uheld som følge af, at en trafikant kører hurtigere end planlægningshastigheden. Den højere hastighed medfører nemlig, at andre trafikanter ikke kan foretage deres manøvrer med tilstrækkelig sikkerhed. Ved at dimensionere de aktuelle vejelementer ud fra en dimensioneringshastighed, der er større end planlægningshastigheden, kan vejmyndigheden forebygge sådanne uheld.

¹ Bemærk, at ved vurdering af kørselsdynamiske og geometriske forhold regnes hastigheder i m/s, mens man ved kommunikation med trafikanter og lægfolk normalt angiver hastigheder i km/h. Der skal altså omregnes.

Vejreglernes anbefalede dimensionerende hastigheder

- ➔ På motorveje er den dimensionerende hastighed den samme som planlægningshastigheden.
- ➔ På veje med en planlægningshastighed på 80 km/h i normal standard anbefales det at benytte en dimensionerende hastighed på 100 km/h ved oversigt i vejkryds og oversigt på strækninger med mødende trafik.
- ➔ På veje med en planlægningshastighed på 80 km/h og hvor tværsnit eller tracé forventes at medføre en lavere hastighed for 85 % af bilerne kan anvendes en lavere dimensionerende hastighed end 100 km/h ved oversigt i vejkryds og oversigt på strækninger med mødende trafik.
- ➔ På veje med en planlægningshastighed højere end 80 km/h anbefales det, at den dimensionerende hastighed er 20 km/h højere end den planlagte hastighed, hvis der er mødende trafik, vejkryds i niveau eller lette trafikanter på vejen ved oversigt i vejkryds og oversigt på strækninger med mødende trafik.
- ➔ På veje med en maksimal kørehastighed bestemt af kurveradius (for eksempel sløjferamper) er den dimensionerende hastighed den maksimale kørehastighed.
- ➔ På veje med skiltet hastighed med C55 anbefales, at den dimensionerende hastighed er 20 km/h højere end den skilte hastighed ved oversigt i vejkryds og oversigt på strækninger med mødende trafik.

(Vejdirektoratet, 2012b)

Det hastighedstillæg, der herved indbygges, er i det åbne land typisk 20 km/h, men kan også være 10 km/h eller eventuelt 0 km/h. Der kan fx sondres mellem, om en hastighedsoverskridelse påfører andre trafikanter en risiko eller kun har indflydelse på trafikantens egen sikkerhed.

I byområder er den dimensionerende hastighed lig med den generelle hastighed, den skilte hastighed eller den hastighed, som vejen er hastighedsdæmpet til, idet vejene i byområder forventes at være indrettet til disse hastigheder.

Ved ombygninger af vejkryds eller ved mindre reguleringer af horisontal- eller vertikalkurver kan som dimensionerende hastighed anvendes den målte $V_{85\%}$, altså den hastighed, som 85 % af trafikanterne ikke overskrider.

3.5 Opgaver

A. Slå forklaringen i *Vej- og Trafikteknisk Ordbog* op på tværsnitselementerne, som er vist på Figur 10. ☐

B. Gennemgå bilaget med forkortelser i *Vej- og Trafikteknisk Ordbog* og identificer de forkortelser, der angår vejens trafik. Slå ordbogens tilhørende forklaringer op. ☐

C. Opstil et regneark, der for en sekvens på en snes punkter omregner punkternes koordinater i vejkoordinatsystemet til koordinaterne i et overordnet system, når man kender vinkeldrejningen mellem de to koordinatsystemer samt koordinaterne til vejkoordinatsystemets begyndelsespunkt i det overordnede koordinatsystem. Udvid regnearket, så det også kan gennemføre den omvendte koordinattransformation. $\square$



4 TRACERINGSELEMENTER

Den rumkurve, som vejstrækningens tracé beskriver, skal ramme de tvangspunkter og respektere de korridorer, der er identificeret under planlægningsforløbet. Kurven skal tilgodese de krav om mindsteradier og om maksimale gradienter, som følger af de kørselsdynamiske hensyn. Endvidere skal den være kontinuert – der må ikke optræde ”huller” – og den skal være i det mindste én gang differentiabel – den må altså ikke rumme ”knæk”.

Inden for disse rammer kunne man i princippet anvende enhver rumkurve. Man kunne fx tænke sig at beskrive tracéet ved en *spline*-funktion, så tracéet forløber som en fjeder, der er lagt gennem tvangspunkterne, og som har passende fjederkonstanter, så gennemkørsel er såvel mulig som komfortabel. Helt så avanceret i matematisk henseende gribes opgaven nu ikke an.

Som nævnt beskrives tracéets linjeføring og længdeprofil hver for sig. Begge kurver angives ved simple geometriske elementer: rette linjestykker, cirkelbuer og overgangskurver, typisk i form af klotoider.

I dette kapitel beskæftiger vi os med de enkelte tracersingselementers geometri. I de efterfølgende kapitler vil vi så se på, hvordan elementerne sættes sammen. Det er nemlig ikke tilstrækkeligt, at vi sikrer os, at de kørselsdynamiske krav er opfyldt og at alle overgange mellem elementerne har fællestangenter, altså at der ikke optræder huller i eller knæk på hverken linjeføringen eller længdeprofilet. Det er også nødvendigt at tilgodese andre hensyn, når en ny vej skal formgives, så vejen fremstår harmonisk og opleves som tilfredsstillende, såvel for sine omgivelser som for trafikanterne.

Rette linjer og cirkelbuer blev tidligere anset som linjeføringens hovedelementer. Overgangskurverne skulle alene danne overgangen fra den rette linje til en cirkelbue eller mellem to cirkelbuer. Denne betragtning holder ikke længere. En linjeføring kan konstrueres alene af overgangskurver, og ved nyere, større veje udgør overgangskurverne ofte en ganske stor del af linjeføringen. Overgangskurverne må derfor betragtes som et selvstændigt, tredje type tracersingselement. Årsagen til denne ændrede tilgang er især de bedre regnemuligheder, som edb har givet.

Længdeprofilet opbygges af rette linjer og af buer, enten cirkelbuer eller 2. grads parabelbuer. Inden for vejbygningsfaget anvendes overgangskurver ikke i Danmark; vejenes vertikalkurveradier er så store, at det ikke er nødvendigt.



Figur 13. Overgangskurver optræder ikke i vejenes længdeprofil. Derimod udnyttes klotoidens kørselsdynamiske kvaliteter også i det vertikale plan på visse rutschebaner. Figuren viser klotoid-loops på rutschebanen Shockwave i forlystelsesparken "Six Flags over Texas", Arlington, Texas.
Fra <http://www.coastergallery.com/2001T/SFOT.html>.

4.1 Det rette linjestykke i linjeføringen

Den rette linje er det simpleste linjeføringselement. Den udgør den korteste vej mellem to punkter, og den var det foretrukne og tilstræbte forløb på Det romerske Imperiums strategiske vejnet, samt på de nyere chaussées, der blev anlagt frem mod bilismens indtog, og på jernbanenettet, hvor der ikke var højdeforskelle, der skulle tages hensyn til.

Den rette linje rummer ikke kørselsdynamiske udfordringer på tværs af kørselsretningen. Den færdige vejs tværprofil vil i reglen være tagformet med vandaflledning til begge sider. Normaltværnittet kan lægges til grund; blot skal skråninger og langsgående afvandingskonstruktioner tilpasses terrænet.

Den rette linjes geometri burde være hjemmevant stof for enhver ingeniørstuderende. Linjen er fastlagt, når man enten kender linjens retningsvinkel og ét punkt på linjen eller kender to punkter på linjen.

Linjestykket AB med de kendte endepunkter $A (X_A, Y_A)$ og $B (X_B, Y_B)$ har længden:

$$[3] \quad L_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$$

... og retningsvinklen:

$$[4] \quad \tau_{AB} = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}$$



Figur 14. Domkirken, Sankt Knuds, tjener som point-de-vue (landemærke), når man nærmer sig Odense ad de 14 og 9 km lange, rette vejstrækninger på den gamle hovedvej A1 fra Middelfart (rute 161), henholdsvis fra Nyborg (rute 160). Kortudsnit fra Google Maps.

Bemærk, at retningslinjen angives i forhold til voksende stationering i linjeføringen, altså at det om punkternes stationeringer gælder, at $S_A < S_B$.

Hvis punktet A 's stationering, S_A , er kendt, bestemmes stationeringen af punkt B :

$$[5] \quad S_B = S_A + L_{AB}$$

Koordinaterne til et punkt, Q , der ligger på den rette linje gennem A og B , og har stationeringen S_Q , kan bestemmes af:

$$[6] \quad \begin{aligned} \begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + \frac{S_Q - S_A}{L_{AB}} \cdot \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \end{bmatrix} + (S_Q - S_A) \cdot \begin{bmatrix} \cos \tau_{AB} \\ \sin \tau_{AB} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Betragter vi linjestykket AB i vejkoordinatsystemet i punkt A , så ligger det rette linjestykke på koordinatsystemets y -akse, så punkt B med stationeringen S_B har vejkoordinaterne:

$$[7] \quad \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ S_B - S_A \end{bmatrix}$$

Da tangenten til den rette linje er sammenfaldende med linjen, vil også tangenten ligge i vejkoordinatsystemets y -akse og ligger altså vinkelret på x -aksen.

I ethvert punkt, P , på linjestykket AB gælder det derfor, at vejkoordinatsystemets vinkeldrejning, θ_P , i forhold til det overordnede XY -koordinatsystem er:

$$[8] \quad \theta_P = \theta_{AB} = \tau_{AB} - \frac{\pi}{2} = \arctan \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} - \frac{\pi}{2}$$

Eksempel 4.A – Et ret linjestykke

Givet: En retlinjet vejstrækning begynder i punktet P_1 , går gennem punktet P_2 , er 625 m lang og ender i punktet P_3 . Punktet P_1 er station 10.000 med XY -koordinaterne (512.663,47;87.254,08). Punktet P_2 har XY -koordinaterne (512.780,32;87.842,59).

Bestem koordinaterne til P_3 og vejkoordinatsystemets vinkeldrejning, θ .

Løsning: Af [3] findes:

$$L_{AB} = \sqrt{(512.780,32 - 512.663,47)^2 + (87.842,59 - 87.254,08)^2}$$

$$= 600,00 \text{ m}$$

Punktet P_3 skal have stationeringen 10.625, og punktet har, jævnfør [6], koordinaterne:

$$\begin{bmatrix} X_{P_3} \\ Y_{P_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 512.663,47 \\ 87.254,08 \end{bmatrix} + \frac{625}{600} \cdot \begin{bmatrix} 512.780,32 - 512.663,47 \\ 87.842,59 - 87.254,08 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 512.785,19 \\ 87.867,11 \end{bmatrix}$$

Linjestykkets retningsvinkel er, jævnfør [4]:

$$\tau = \arctan \frac{87.842,59 - 87.254,08}{512.780,32 - 512.663,47} = 1,37479 \text{ rad} = 78,7698^\circ$$

Vejkoordinatsystemets vinkeldrejning, for så vidt angår punkter på det rette linjestykke, findes, jævnfør [8]:

$$\theta = \tau - \frac{\pi}{2} = -0,1960 \text{ rad} = -11,2302^\circ = 348,7698^\circ \quad \square$$

4.2 Cirkelbuen i linjeføringen

Også cirkelbuen er et simpelt linjeføringselement. Når cirkelbuen gennemkøres med konstant hastighed, oplever trafikanten en konstant, centrifugal påvirkning. Det er et udslag af, at køretøjet påvirkes af centripetale kræfter, når det følger cirkelbuen. Kræfterne tilvejebringes ved dækkenes friktion med vejoverfladen og ved, at færdigvejsoverfladen har ensidigt fald mod cirkelns centrum.

4.2.1 Beregning af cirkelbuen

Også cirkelns geometri – og dens sammenhæng med trigonometrien – burde være velkendt stof for en ingeniørstuderende. Cirklen er fastlagt af sit centrum og sin radius, af sit centrum og af et punkt på periferien eller af tre punkter på periferien.

Når O betegner centrum og R angiver radius, så er cirkelperiferiens punkter, P , fastlagt ved formlen:

$$[9] \quad (X_P - X_O)^2 + (Y_P - Y_O)^2 = R^2$$

... og punkterne på dens periferi har koordinaterne:

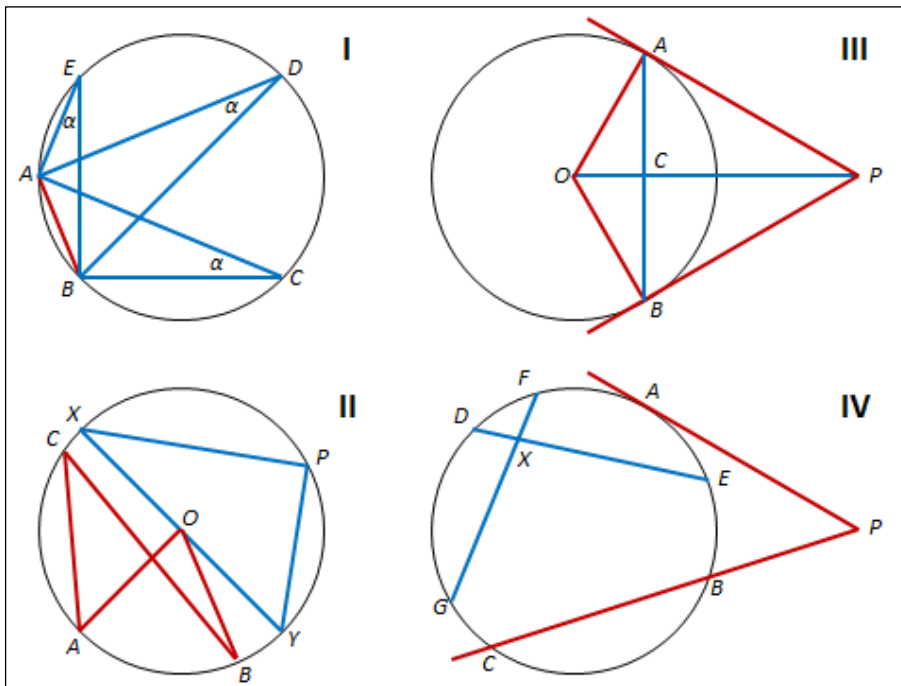
$$[10] \quad \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_O \\ Y_O \end{bmatrix} + R \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix}$$

... hvor vinklen φ med X -aksen gennemløber intervallet $[0; 2\pi[$.

Man husker, at cirkeludsnittet med centervinklen θ dækker på cirkelns periferi over en buelængde på S :

$$[11] \quad S = \theta \cdot R$$

Hosstående Figur 15 skulle gerne bringe nogle elementære sammenhænge i erindring; blandt andet udledes af IV, at pilhøjden, d , i et cirkelafsnit med radius R og med buelængde S bestemmes af:



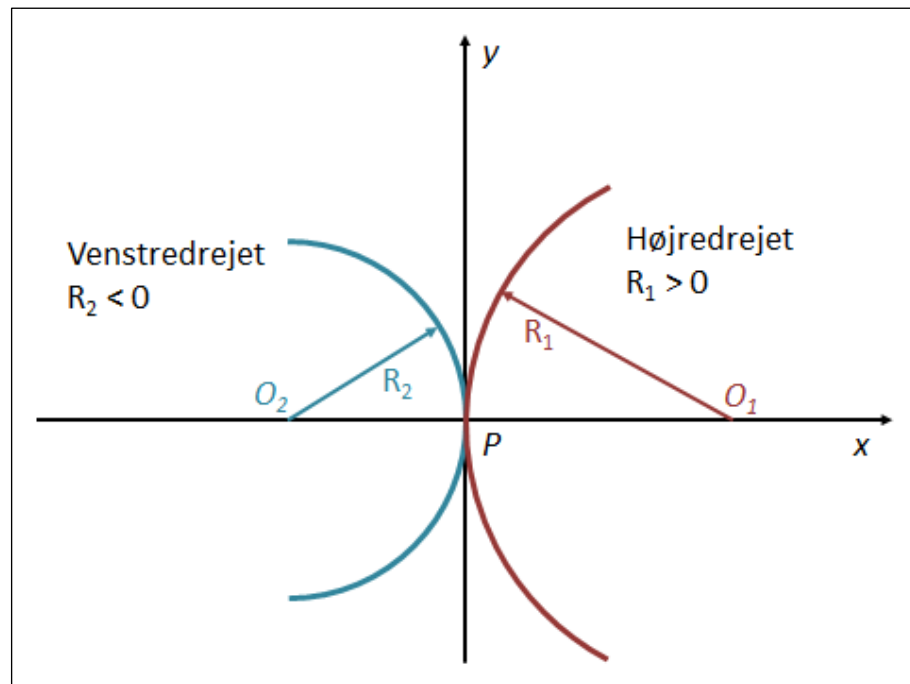
Figur 15. Fundamentale forhold ved cirkler. Delfigur I: Periferivinkler i et segment er alle lige store: $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB = \alpha$. Delfigur II: Segmentets centervinkel er dobbelt så stor som segmentets periferivinkel: $\angle AOB = 2 \cdot \angle ACB$ samt $2 \cdot \angle XPY = \angle XOY = \pi$. Delfigur III: Om de to tangenter fra et punkt P gælder a) $|PA| = |PB|$; b) $\angle POA = \angle POB$ og c) linjen PO halverer linjen AB : $|AC| = |CB|$. Delfigur IV: Punkts potens for tangenter og sekant: $|PC| \cdot |PB| = |PA|^2$, og for korder: $|FX| \cdot |GX| = |DX| \cdot |EX|$.

$$[12] \quad d = R - R \cdot \cos \frac{s}{2R}$$

Beregning af cirkelbuen som linjeføringselement kræver, at man skelner mellem kurver, der drejer mod højre henholdsvis mod venstre i stationeringsretningen. I kurver, der drejer mod højre, ligger cirkelns centrum til højre for cirkelbuen, når man ser i stationeringsretningen. Modsat ligger centrum til venstre for cirkelbuen, når man i en kurve, der drejer mod venstre, ser i stationeringsretningen.

I vejkoordinatsystemet ligger cirkelns centrum, O , altid på x -aksen, $y_O = 0$, jævnfør Figur 16.¹ Centrum for højredrejende cirkelbuer har i det lokale vejkoordinatsystem en positiv x -koordinat; mens centrum for venstredrejende cirkelbuer har en negativ x -koordinat. Cirkelbuens tangent falder i vejkoordinatsystemets begyndelsespunkt i y -aksen. For så vidt angår andre stati-

¹ Man har nogle gange brug for at skelne mellem højre- og venstredrejende kurver, og man kan derfor indføre den *konvention*, at radius regnes positiv, når kurven drejer mod højre, og negativ, når kurven drejer mod venstre. Konventionen er ikke universel, men den her angivne anvendes af flere programmer. Ved at regne kurveradier med fortegn, opnår man blandt andet, at beregningsformlerne bringes på samme form, hvilket forenkler edb-programmer.



Figur 16. I vejkoordinatsystemet ligger centrum, O_1 , for den højredrejede, røde cirkelbue på den positive x -akse, mens centrum, O_2 , for den venstredrejede, blå cirkelbue ligger på den negative x -akse.

oneringer på cirkelbuen, er tangenten drejet $\mp(\pi/2)$ i forhold til retningsvektoren fra cirkelns centrum til stationeringspunktet.

Eksempel 4.B – En cirkelbue

Givet: En vejstrækning følger fra punktet P_3 med stationeringen 10.625 en 200,00 m lang venstredrejet cirkelbue med radius $R = 500,00$ m og ender i punktet P_4 – se Figur 17.

Bestem stationeringen til P_4 . Bestem i vejkoordinatsystemet til punkt P_3 koordinaterne til cirkelbuens endepunkt P_4 . Bestem i samme koordinatsystem retningsvinklen til tangenten i punkt P_4 .

Løsning: Stationeringen i punkt P_4 er cirkelbuens buelængde, altså 200 m, større end stationeringen i P_3 , dvs.:

$$S_4 = S_3 + 200,00 = 10.625 + 200,00 = 10.825$$

Cirkelns centrum, O , har i vejkoordinatsystemet koordinaterne:

$$\begin{bmatrix} x_O \\ y_O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -500,00 \\ 0 \end{bmatrix}$$

... og vinklen, φ , som cirkelbuen spænder over, er, jævnfør [11]:

$$\varphi = \frac{s}{R} = \frac{200,00}{500,00} = 0,4000 \text{ rad}$$

... hvorfor koordinaterne til punkt P_4 bestemmes, jævnfør [10]:

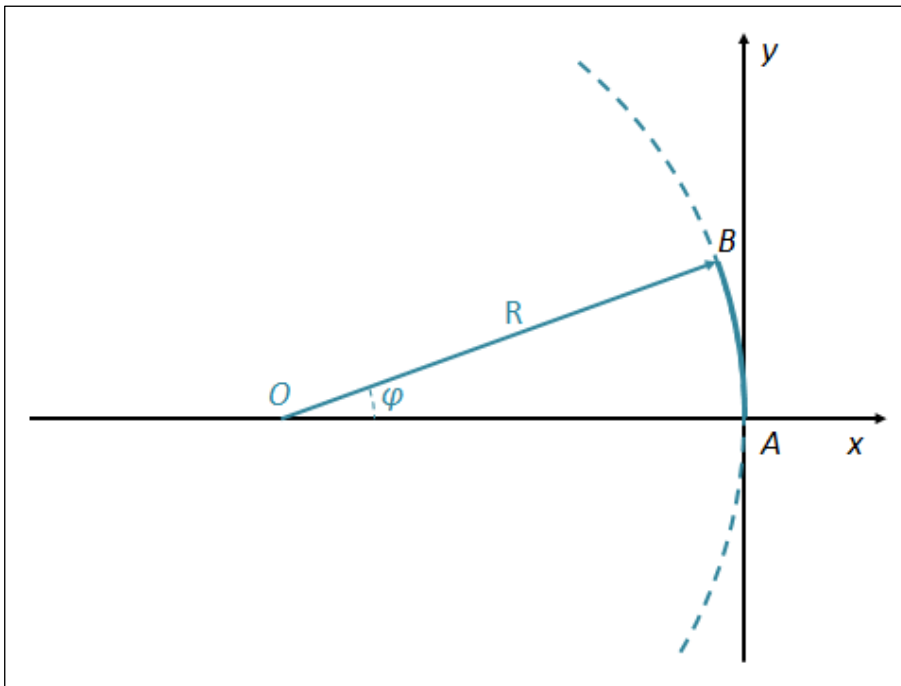
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{P_4} \\ y_{P_4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_O \\ y_O \end{bmatrix} + R \cdot \begin{bmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -500,00 \\ 0 \end{bmatrix} + 500,00 \cdot \begin{bmatrix} \cos 0,4000 \\ \sin 0,4000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -39,47 \\ 194,71 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Tangenten i P_4 er drejet $\pi/2$ rad i forhold til φ , hvorfor tangentens retningsvinkel, τ , bestemmes:

$$\tau = \varphi + \frac{\pi}{2} = 0,4000 + 1,5708 = 1,9708 \text{ rad} = 112,9183^\circ \quad \square$$

4.2.2 Valg af horisontalkurveradius

De kørselsdynamiske hensyn skal naturligvis være tilgodeset af de horisontalkurver, herunder cirkelbuerne som anvendes i linjefø-



Figur 17. I vejkoordinatsystemet i punkt $A = P_3$ ligger punktet $B = P_4$ med stationering S_B på en venstredrejende cirkelbue med radius R og centrum O . Koordinaterne til punktet B bestemmes jævnfør Eksempel 4.B.

ringen. Det leder til minimumsradier, som afhænger af den hastighed, som vejen dimensioneres for. Det skal selvfølgelig også sikres, at der er tilstrækkelig sigt i horisontalkurven.

Der henvises til undervisningsnotat om vejstrækningers kørselsdynamik, (Bolet, 2015).

4.3 Generelt om overgangskurver

4.3.1 Behovet for overgangskurver

Overgangskurver blev introduceret i jernbanebygningen. Kurvens opgave var oprindeligt at sikre en jævn ændring i den centripetalacceleration, der påvirker en jernbanevogn, som fra en ret linje bevæger sig ind i en horisontal cirkelkurve.

Uden overgangskurve ændrer centripetalaccelerationen sig brat i tangentpunktet, hvor horisontalkurven afløser den retlinede strækning. Den bratte ændring var måske acceptabel i jernbanens spæde barndom, da hastigheden var ganske lav. Med stigende hastigheder på jernbanen øges centripetalaccelerationen i kurven, og ændringen i tangentpunktet bliver stedse kraftigere og opleves stedse mere ukomfortabel. Effekten kan mindskes ved at øge horisontalkurvens radius, så der ikke skal overvindes en slet så stor ændring. Alternativt kan ændringen fordeles over en strækning og således blive tålelig.

Et køretøj behøver ikke slavisk at følge vejmidten eller en af kørebaneanterne. På den anden side kan køretøjet ikke undgå at følge en eller anden overgangskurve, når det bevæger sig fra en retlinet

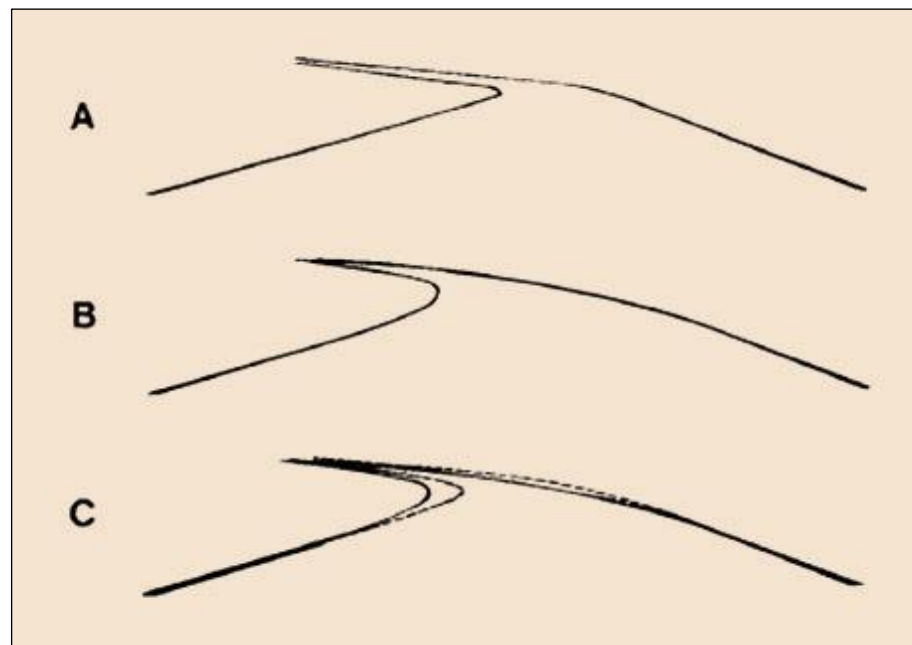
strækning til en cirkelbue. Andet ville forudsætte, at de styrende hjul momentant blev drejet, svarende til at chaufføren på et »splitsekund« havde drejet rattet. Når køretøjet således alligevel vil gennemløbe en overgangskurve, er det naturligvis praktisk, at man allerede, når vejen designs, indlægger overgangskurver i linjeføringen. Dette gælder navnlig, hvor hastigheden når en passende størrelse, 50 km/h og højere.

Der er yderligere grunde til at lægge overgangskurver ind (Ravn, 1967):

Overgangskurver giver mulighed for at indpasse vejens linjeføring bedre til terrænet, til terrængenstandene og til tvangspunkter. Det skyldes, at der kan indlægges mange (i princippet uendeligt mange) overgangskurver imellem en given retlinet strækning og en given kurve, fx en given cirkelbue.

Overgangskurver kan eliminere det optiske indtryk, som trafikanten får af, at der optræder et udadgående knæk i tangentspunktet, når en cirkelbue følger i umiddelbar forlængelse af en retlinet strækning, jævnfør Figur 18. Ved at anvende overgangskurver, får man altså formet vejens forløb, så det giver et æstetisk set mere tilfredsstillende billede.

Overgangskurven kan rumme den strækning, over hvilken der etableres overhøjde i vejens tværprofil. På denne strækning ændres tværprofilet fra det normale, tagformede profil på en retlinet



Figur 18. Overgangskurven giver en stærk form-virkning i perspektivet. En cirkelbue i umiddelbar forlængelse af en retlinet vejstrækning giver anledning til, at trafikanten opfatter at kørebanekanten har et udadgående knæk i tangentspunktet (A). Ved at indlægge en passende overgangskurve, undertrykkes dette optiske bedrag, og kurven tegner sig mere tiltalende (B). Den sideforskydning, der er tale om ved brugen af overgangskurver, er beskeden (C). Efter (Hubendick, 1976).

strækning til et énsidigt hældende profil igennem en cirkelbue.

Overgangskurven kan tilsvarende rumme den breddeforøgelse af køresporene, der eventuelt måtte være nødvendig ved kørsel gennem cirkelbuen.

4.3.2 Ibrugtagningen af overgangskurver

Den enkleste, teoretisk »rigtige« overgangskurve, *klotoiden*, blev først for alvor taget i anvendelse i midten af 1900-tallet. Klotoiden kan beskrives som den kurve, et køretøj bevæger sig efter, hvis man forudsætter, at køretøjets hastighed holdes konstant samtidigt med, at føreren nøjagtigt i det øjeblik, hun passerer tangentpunktet, begynder at dreje forhjulene og derefter stadigt – med konstant vinkelhastighed – drejer disse, indtil den maksimale drejning, som er nødvendig for gennemkørsel af den efterfølgende cirkelbue, er nået. (Thiesen, 1971)

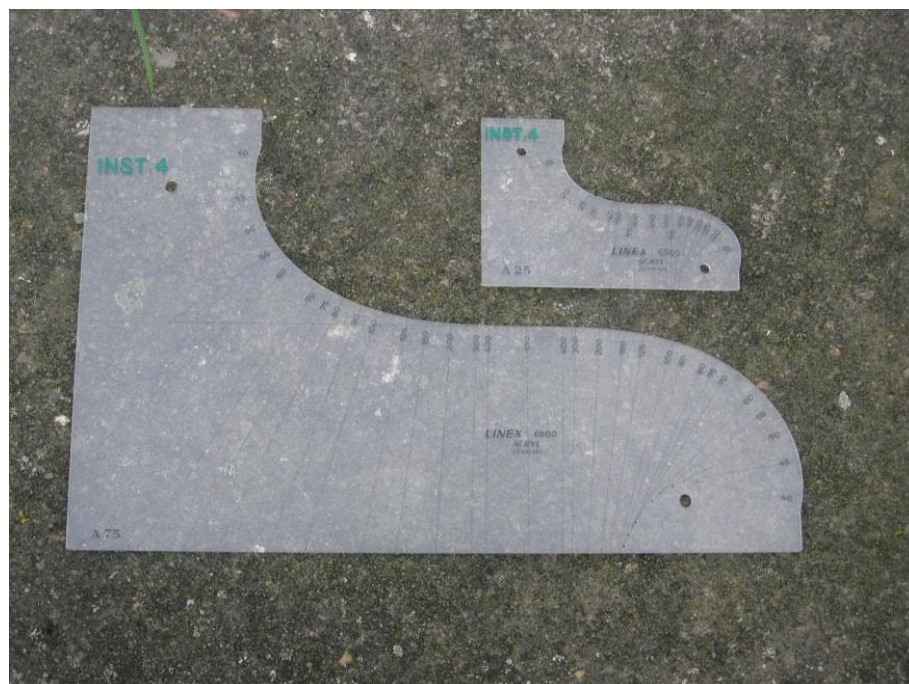
Klotoiden var kendt længe før da; den er behandlet allerede i midten af 1700-tallet. Dens praktiske brug var imidlertid besværliggjort af, at det matematisk set ikke er helt simpelt at beregne klotoidens koordinater. Man undveg derfor at bruge den.

I stedet blev forskellige tilnærmelser til klotoiden anvendt som overgangskurver. Inden for jernbanebygningen er navnlig *den kubiske parabel* benyttet, og på vejene er brugt overgangskurver i form af *kvadratiske parabler*, *kubiske parabler* og *lemniskater*.

Da man i Tyskland begyndte at konstruere *Autobahnen* til høje hastigheder, anså man ikke parablerne for at være tilstrækkeligt nøjagtige. Man gik derfor over til at bruge klotoider. De praktiske beregningsproblemer blev løst ved, at der i begyndelsen af 1940-erne blev udarbejdet omfattende klotoidetabeller, som understøtter systematiske beregningsforløb. Til brug for tegnestuearbejdet fremstilledes tillige klotoideskabeloner, se Figur 19.

I takt med, at man for alvor begyndte at bruge klotoider i linjeføringen, ledte det også til en erkendelse af, at man ikke alene kunne håndtere selve overgangskurven, men også, at man havde fået et værktøj til at skabe kørselsdynamisk gode tracéer med langt bedre landskabsindpasning. Nøglen var at opbygge tracéet alene eller altovervejende af klotoider.

Først så sent som i 1960-erne vandt overgangskurver for alvor indpas i dansk vejbygning. I udkast til vejregler fra 1960 blev det angivet, at *»overgangskurve skal anvendes ved alle kurver med radier mindre end eller lig 1500 m på veje, hvor dimensioneringshastigheden er lig med eller større end 80 km/time, samt ved tilslutningsanlæg på motorveje. Overgangskurver kan i øvrigt anvendes ved kurver med større radier end 1500 m«*. Det anføres endvidere, at *»overgangskurver udformes som klotoider ...«*. (Ministeriet for offentlige arbejder, Vejdirektoratet, 1964)



Figur 19. Fotografi af klotoideskabeloner, A 25 og A 75, til brug for tegnestuearbejde. Foto: Lars Bolet.

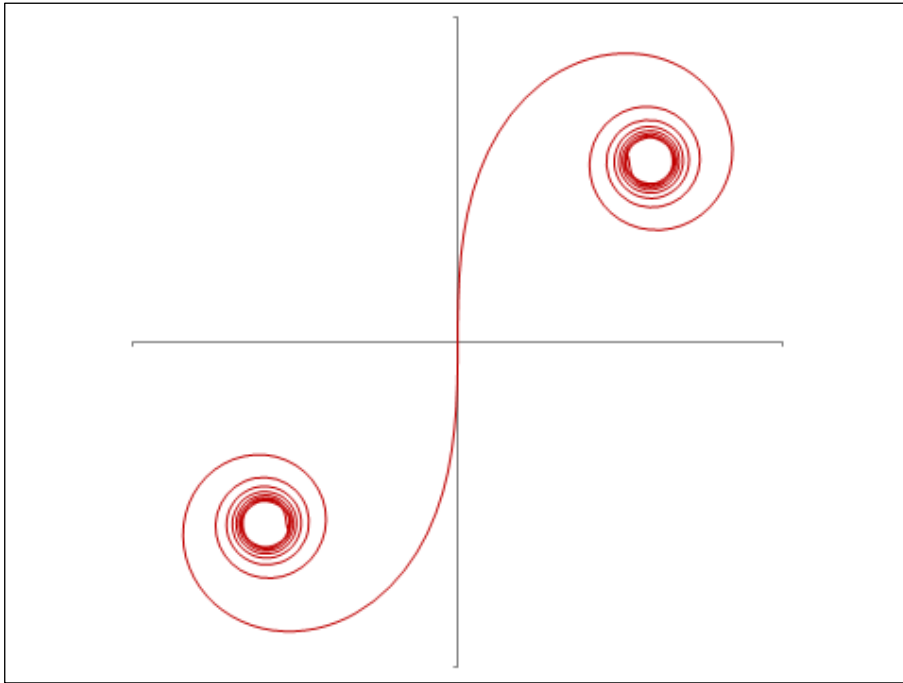
Udkast til vejregler lå til grund for sagsbehandlingen i forbindelse med de ret betydelige tilskud, som de danske vejbestyrelser kunne opnå fra den daværende vejfond. Dette forhold har utvivlsomt haft en stærkt promoverende effekt.

Ligeledes har det haft stor betydning, at brugen af klotoiden allerede gennem en årrække havde været knæsat i Tyskland og i Schweiz, på det tidspunkt vejbygningsfaget i Danmark tog klotoiden til sig. Man kunne overføre erfaringerne fra udlandet ved at introducere de udarbejdede tabelværker. Tillige var vejgeometrien på daværende tidspunkt i front med at introducere edb til sine beregninger. Dette indebar naturligvis, at klotoidens vej ind i dansk vejbygning yderligere jævnedes.

Blandt klotoidens begrænsninger er, at rykket, dvs. den tidsafledede af sideaccelerationen, ændrer sig momentant ved kørsel ind i eller ud af kurven. Under kørslen i klotoiden er rykket konstant. Tracéet designes med klotoider, der tager hensyn til den komfortbetingede begrænsning på størrelsen af rykket; men også størrelsen af den tidsafledede af rykket bør søges begrænset af hensyn til trafikanternes komfortable kørsel.

En yderligere begrænsning er, at klotoiden forudsætter, at hastigheden holdes konstant under gennemkørslen. Denne forudsætning kan holde på frie vejstrækninger, men på eksempelvis ramper i et tilslutningsanlæg skal der ske en hastighedstilpasning samtidig med, at overgangskurven gennemkøres.

Begrænsningerne kan håndteres ved brug af mere avancerede overgangskurver, og med den regnekapacitet, nutidens PC-ere har, er det også muligt at tage disse hensyn i regning ved tracerin-



Figur 20. Klotoiden er en spiral med to grene. I begyndelsespunktet, O , er krumningen 0 , svarende til at krumningsradius er uendelig stor. Krumningsradius vokser lineært i takt med spiralens længde. Klotoiden konvergerer mod punkterne $X = Y = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \sqrt{\pi}$ henholdsvis $X = Y = -\frac{1}{2} \cdot A \cdot \sqrt{\pi}$.

gen. I praksis sker det, hvor der er en synlig konsekvens for vejgeometrien, eller hvor der optræder en følbart kørselsdynamisk effekt, fx ved udformningen af *bremsekurver*, jævnfør afsnit 4.5.3.

4.4 Klotoiden

Den almindeligste overgangskurve er klotoiden, se Figur 20.¹ Klotoiden er behandlet allerede i 1700-tallet af Euler² og kaldes derfor også Eulers spiral. Kurven kan tillige ses omtalt som Cornus spiral.³

Klotoiden følger formen:

$$[13] \quad R \cdot L = A^2$$

... hvor:

R	er krumningsradius i punktet i afstanden L , [m],
L	er det aktuelle punkts afstand, målt langs kurven fra begyndelsespunktet, [m], og
A	er en konstant, klotoideparameteren, der karakteriserer den anvendte klotoid, [m].

¹ Mere fyldestgørende omtaler af klotoider findes blandt andet hos Kasper et al. (1968) og hos Osterloh (1965).

² Leonhard Paul Euler (1707-1783), schweizisk matematiker og fysiker.

³ Marie Alfred Cornu (1841-1902), fransk fysiker.

Det fremgår umiddelbart af ligningen, at alle klotoider er ligedannede. For $A = 1$ fås den såkaldte enhedsklotoid. Den er grundstammen i klotoidetabeller, eksempelvis (Kasper, Schürba, & Lorenz, 1968). Alle længdemål ændres proportionalt med A ; vinkler ændres ikke.

4.4.1 Udledning af klotoiden

Klotoideligningen kan udledes ud fra to forskellige kriterier. Begge forudsætter, at kurven gennemkøres med konstant hastighed. Det ene tager afsæt i hensynet til kørselsdynamik, det andet i hensynet til kørselskomfort. Ingen af modellerne inddrager overhøjen.

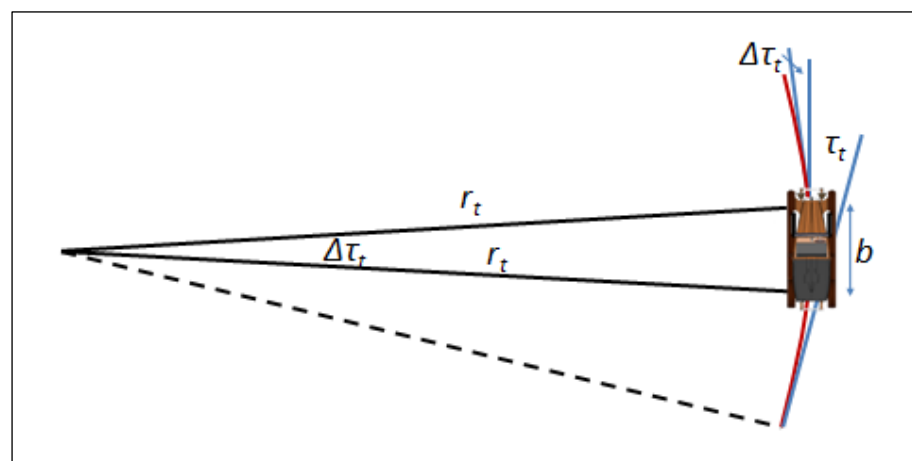
I **det kørselsdynamiske afsæt** betragtes den situation, hvor et automobil kører med en given hastighed ad en plan vejstrækning med konstant sidehældning. Betydningen af, at horisontalkurvens radius ikke er konstant, undersøges.

Automobilen kan ikke momentant køre fra retlinet bevægelse ind i en cirkelbue, da dette ville kræve, at forhjulene i ét punkt blev drejet vinklen $\Delta\tau$, hvor $\Delta\tau$ svarer til, at bilen kører med cirkelens radius. På samme vis kan et automobil ej heller momentant køre fra én cirkelbue med radius R_1 ind i en anden cirkelbue med radius R_2 . I begge tilfælde må forhjulenes vinkeldrejning tilvejebringes ved hjælp af en overgangskurve, jævnfør Figur 21.

Det antages, at trafikanten drejer køretøjets rat med en konstant vinkelhastighed, og at dette bevirker, at forhjulenes vinkel med køretøjets midtlinje vokser med en, ligeledes, konstant vinkelhastighed. Antagelserne er ikke helt korrekte – udvekslingen mellem rat og hjul er ikke nødvendigvis lineær, og ratdrejningen sker ikke helt jævnt - men holder med en rimelig nøjagtighed.

Der gælder derfor:

$$[14] \quad \Delta\tau_t = \omega \cdot t$$



Figur 21. Et automobils bevægelse gennem en overgangskurve.

... hvor:

$\Delta\tau_t$	er forhjulenes vinkel med køretøjets midtlinje [rad],
ω	er den konstante vinkelhastighed, som forhjulene drejer med, [rad/s], og
t	er tiden, der er forløbet, fra køretøjets forhjul forlod den rette linje [s].

På samme tidspunkt, t , gælder endvidere:

$$[15] \quad l_t = v \cdot t$$

... hvor:

l_t	er den kurvelængde, køretøjet har tilbagelagt, [m], og
v	er køretøjets konstante hastighed [m/s].

Endelig gælder det på samme tidspunkt, t :

$$[16] \quad r_t = \frac{b}{\tan \Delta\tau_t}$$

... hvor:

r_t	er den øjeblikkelige krumningsradius af den kurve, automobilet gennemkører, [m], og
b	er køretøjets akselafstand [m].

For små værdier af forhjulenes drejningsvinkel, $\Delta\tau_t$, kan formel [16] omskrives:

$$[17] \quad r_t = \frac{b}{\tan \Delta\tau_t} \approx \frac{b}{\Delta\tau_t} = \frac{b}{\omega \cdot t} = \frac{b \cdot v}{\omega \cdot l_t}$$

... hvoraf:

$$[18] \quad r_t \cdot l_t = R \cdot L = \frac{b \cdot v}{\omega} = \text{konstant} = A^2$$

... hvor parametrene R og L er defineret i tilknytning til formel [13].

Med afsæt i kørselskomforten antages, at trafikanterne har en hastighedsafhængig og komfortbetinget øvre grænse for, hvor stor den tilladelige, ukompenserede sideacceleration, må være. Denne sideacceleration må imidlertid ikke tilvejebringes på én gang, da trafikanterne tillige har en komfortbetinget grænse for, hvor stor tilvæksten i sideaccelerationen må være pr. tidsenhed. Tilvæksten i acceleration pr. tidsenhed betegnes rykket, k [m/s³].

Køres med konstant hastighed, v , gennem en overgangskurve, der har længden L , og som forbinder en ret linje med en cirkelbue med radius R , får sideaccelerationen tilvæksten, Δf :

$$[19] \quad \Delta f = \frac{v^2}{R}$$

Tiden, T , som det tager at gennemkøre hele overgangskurven, er:

$$[20] \quad T = \frac{L}{v}$$

... og det gennemsnitlige ryk under kørslen gennem overgangskurven, findes derfor:

$$[21] \quad k = \frac{\Delta f}{T} = \frac{v^2}{R \cdot T} = \frac{v^2}{R \cdot \frac{L}{v}} = \frac{v^3}{R \cdot L}$$

Kræves det, at rykket, k , er konstant gennem overgangskurven, kan følgende udtryk opstilles for sideaccelerationen til tiden t , hvor automobilet har gennemkørt strækningen l_t af overgangskurven og er nået til et punkt, der har krumningsradius r_t :

$$[22] \quad \frac{v^2}{r_t} = k \cdot t = \frac{v^2}{R \cdot T} \cdot t = \frac{v^2}{R \cdot \frac{L}{v}} \cdot \frac{l_t}{v} = \frac{v^2 \cdot l_t}{R \cdot L}$$

Heraf følger:

$$[23] \quad r_t \cdot l_t = R \cdot L = \frac{v^3}{k} = \text{konstant} = A^2$$

4.4.2 Anvendelse af klotoiden

Ældre tracering tilstræbte retlinede forløb. Tracéets nødvendige retningsændringer blev tilvejebragt gennem relativt korte cirkelbuer. I den sammenhæng indgik klotoiden som overgangskurver på begge sider af cirkelbuerne. Overgangskurverne skulle navnlig tjene til at give trafikanterne mulighed for at manøvrere komfortabelt gennem retningsændringen, sikre længde til at skabe den nødvendige overhøjde gennem cirkelbuen, samt give trafikanterne et tilfredsstillende, æstetisk indtryk af vejforløbet.

Overgangskurvens længde var oftest kortest mulig under hensyntagen til disse forhold, og de to overgangskurver, før henholdsvis efter cirkelbuen, havde ofte samme klotoidparameter, A , således at kurverne var spejlbilleder af hinanden.

I den mere »flydende« tracering, der er fremherskende i dag, benyttes klotoiden i flere, forskellige kombinationer. Det giver bedre mulighed for at indpasse vejforløb i landskabet. Flere kombinationer kan optræde; Figur 22 giver en tabellarisk opstilling.

Klotoiden optræder stadig som overgangskurve mellem en retlinet og en cirkulær strækning, om end dens længde ikke absolut søges gjort så kort som mulig, som tilfældet er, når der skal tages snævert hensyn til kørselskomfort og til tilvejebringelse af overhøjde. (Figur 22, nr. 1-2).

Klotoiden anvendes endvidere som overgangskurve mellem ensvendte cirkelbuer med forskellige radier. Her har den samme funktion som i det »almindelige« tilfælde med hensyn til kørselskomfort og med hensyn til et tilfredsstillende æstetisk udtryk. Klotoiden betegnes i dette tilfælde en *ægklotoide*. (Figur 22, nr. 7-8 og 11).

Gewöhnlicher Übergangsbogen				1
Verbundkurve				2
Scheiteltbogen				3
S-Kurve mit 1 Parameter				4
S-Kurve mit 2 Parametern				5
Farmkurve				6
EI-Linie				7
Doppelte EI-Linie mit Hüllkreis				8
C-Kurve Gegenklotoiden R Hüllkreis = ∞				9
Unvollendete Klotoiden L Hüllkreis = 0				10
Doppelte EI-Linie mit innerem Verbindungskreis				11
Korbklotoide				12

Figur 22. Forskellige kombinationer af ret linjestykke, cirkelbue og klotoidebue. (Lorenz, 1970)

Klotoiden optræder tillige som *vendeklotoider*, hvor modsat drejede kurver bevæger sig direkte over i hinanden uden et mellem-liggende ret linjestykke. Vendeklotoidens to klotoidegrene har naturligvis sammenfaldende tangent i klotoidernes begyndelses-punkt. Grenene kan eventuelt have samme klotoideparameter, men dette er ikke et krav. (Figur 22, nr. 4-5).

Vendeklotoidens længde skal være tilstrækkelig til, at man på begge sider af hovedtangenterpunktet kan skabe den nødvendige ændring af overhøjden og sikre en komfortabel kørsel gennem kurven. Oftest vil længere overgangskurver dog give et resultat, der giver en æstetisk set bedre samspil mellem landskabets former og vejtracéet.

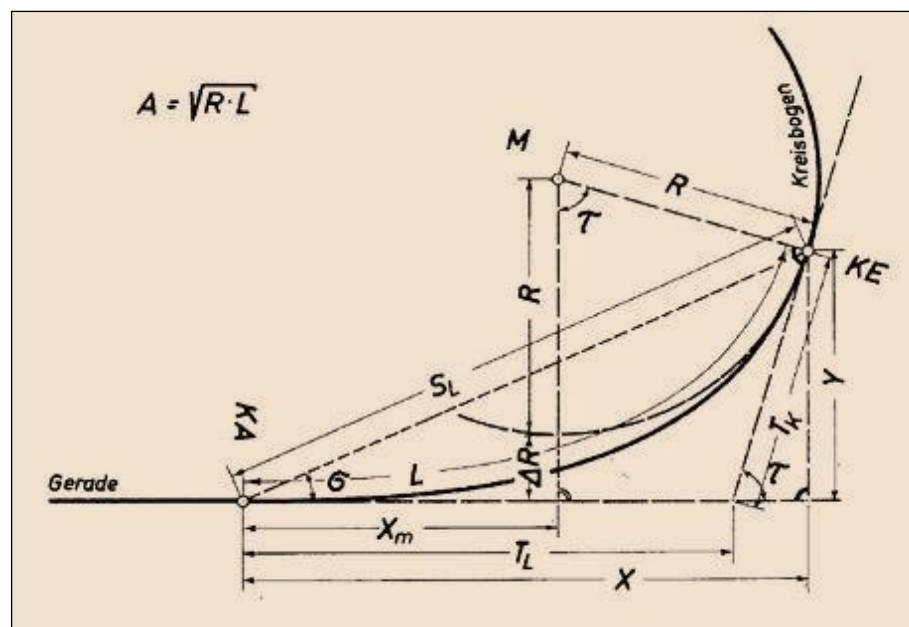
Klotoide-følger optræder, når kurven opbygges af et antal klotoider, der går direkte over i hinanden. Klotoideparametrene vil være enten stigende eller aftagende gennem klotoide-følgen, og i hvert tangentialpunkt har de klotoidesegmenter, der mødes, samme krumning og sammenfaldende tangenter. (fx Figur 22, nr. 9-10)

Den kørselsdynamiske konsekvens af at anvende klotoide-følger er naturligvis, at rykket, trafikanterne udsættes for, ændres ved hver ny klotoidegren. Man kan tænke sig en glidende, stigende eller aftagende, overgang af parameteren, svarende til at rykket gradvist ændres gennem kurven, og svarende til at kurven opbygges af en sekvens af vilkårligt små klotoider. Overgangskurven vil i så fald ikke længere fremstå som klotoider, men vil udvise en anden form. En sådan kurve kan for så vidt godt anvendes til tracering. Betragtningen kan lægges til grund for udformningen af fx *bremsekurver*, men anvendes ikke på almindelige vejstrækninger.

4.4.3 Klotoidens geometriske elementer

Klotoidetabellerne, der tidligere var basale for traceringen, gav værdierne for en række af enhedsklotoidens geometriske elementer. En række af de elementer, der er centrale i tabellerne, fremgår af Figur 23.

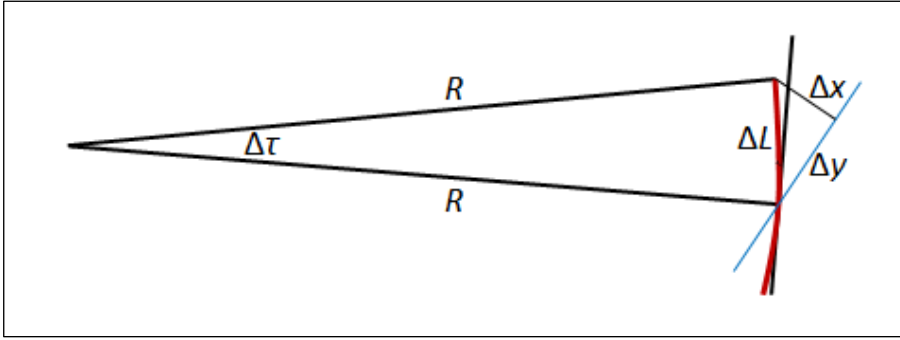
Bemærk, at figuren opererer med et lokalt koordinatsystem, der har sit begyndelsespunkt i vendetangentens tangentialpunkt, hovedpunktet O , og som i overensstemmelse med kutymen i klotoi-



Figur 23. Klotoidens elementer, som de fastsættes i tyske standardværker. A : Klotoideparameteren. L : Klotoidens længde. R : Cirkelns radius. S : Kordelængden fra begyndelsespunktet O til klotoidens endepunkt P . T_K : Den korte tangents længde. T_L : Den lange tangents længde. X : Abscissen til klotoidens endepunkt P . X_M : Abscissen til cirkelns centrum M . Y : Ordinaten til klotoidens endepunkt P . ΔR : Indrykningen. σ : Polarvinklen. τ : Tangentvinklen.

Bemærk orienteringen af det anvendte koordinatsystem.

(Kasper, Schürba, & Lorenz, 1968)



Figur 24. Delelement af en klotoid.

detabellerne lægger abscisseaksen ud af hovedtangenter. Det lokale koordinatsystem, der anvendes i klotoidetabeller, er således orienteret anderledes end vejkoordinatsystemet, hvor hovedtangenter ligger på y -aksen til koordinatsystemet i klotoidens begyndelsespunkt.

I det efterfølgende arbejder vi, hvor ikke andet er anført, i vejkoordinatsystemets xy -koordinater og med linjeføringens tangent i det betragtede punkt i y -aksens retning.

Figur 24 viser et lille delelement af en klotoid med klotoidparameter A . Den øjeblikkelige krumningsradius betegnes R , og den øjeblikkelige tangentvinkel betegnes τ . Lader vi delelementet blive infinitesimalt lille, vil dets længde $\Delta L \rightarrow dL$, og tilvæksten i tangentvinklen $\Delta\tau \rightarrow d\tau$. Der gælder følgende:

$$[24] \quad d\tau = \frac{1}{R} \cdot dL = \frac{L}{A^2} \cdot dL$$

... hvoraf man ved integration kan bestemme et udtryk for tangentvinklen:

$$[25] \quad \tau = \int_0^\tau d\tau = \int_0^L \frac{L}{A^2} \cdot dL = \frac{L^2}{2 \cdot A^2} = \frac{L}{2 \cdot R} = \frac{A^2}{2 \cdot R^2}$$

I et vilkårligt punkt på klotoiden bestemmes abscisse- og ordinat-tilvæksten, jævnfør Figur 24, af ligningsparret:

$$[26] \quad \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \tau \cdot dL \\ \cos \tau \cdot dL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \tau \cdot R \cdot d\tau \\ \cos \tau \cdot R \cdot d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \tau \cdot \frac{L}{2 \cdot \tau} \cdot d\tau \\ \cos \tau \cdot \frac{L}{2 \cdot \tau} \cdot d\tau \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin \tau \cdot \frac{A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau}}{2 \cdot \tau} \cdot d\tau \\ \cos \tau \cdot \frac{A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau}}{2 \cdot \tau} \cdot d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \\ \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \end{bmatrix}$$

Substitueres τ ved udtryk [25] kan koordinaterne i vejkoordinatsystemet, som har sit begyndelsespunkt i hovedtangenterens tangentpunkt, O , findes ved integration:

$$[27] \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^L \sin \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \\ \int_0^L \cos \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \int_0^\tau \frac{\sin \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \\ \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \int_0^\tau \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \end{bmatrix}$$

Disse Fresnel-integraler¹ løses ikke direkte, men gennem rækkeudvikling af de trigonometriske funktioner og efterfølgende integration af rækkernes enkelte led.

Vi udnytter, at:

$$[28] \quad \begin{aligned} \sin u &= \left(\tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \frac{\tau^7}{7!} \pm \dots \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot \tau^{2n+1} \\ \cos u &= \left(1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \frac{\tau^6}{6!} \pm \dots \right) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot \tau^{2n} \end{aligned}$$

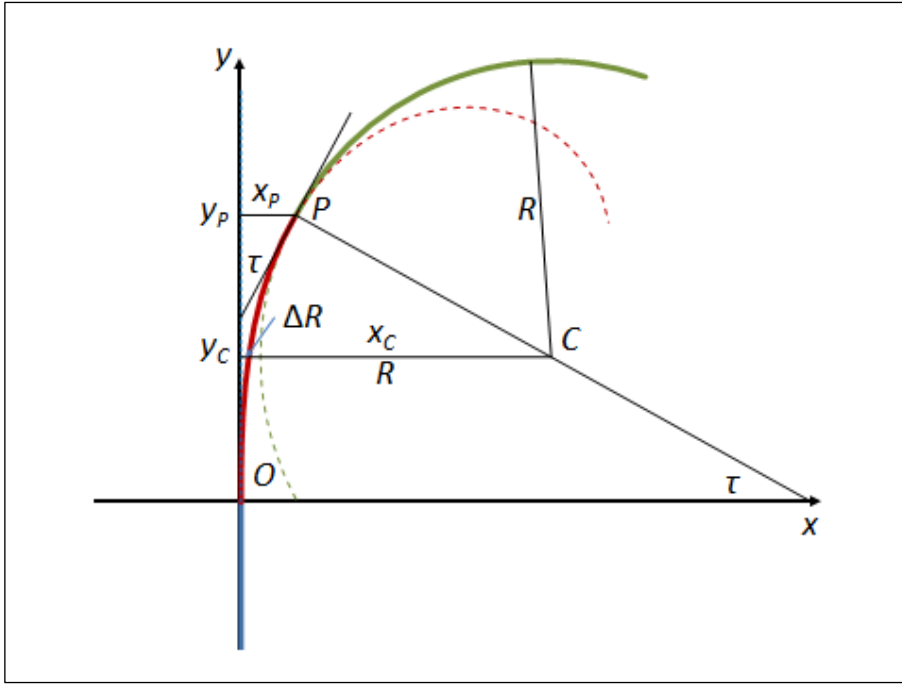
Indsætter vi $\tau = \frac{L^2}{2 \cdot A^2}$ for u , finder vi:

$$[29] \quad \begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \int_0^L \sin \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \\ \int_0^L \cos \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \int_0^L \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \cdot \left(\frac{L^2}{2 \cdot A^2} \right)^{2n+1} \right) \cdot dL \\ \int_0^L \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} \cdot \left(\frac{L^2}{2 \cdot A^2} \right)^{2n} \right) \cdot dL \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot L^{4n+3}}{(2n+1)! \cdot (4n+3) \cdot 2^{2n+1} \cdot A^{4n+2}} \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot L^{4n+1}}{(2n)! \cdot (4n+1) \cdot 2^{2n} \cdot A^{4n}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)! \cdot (4n+3)} \cdot \left(\frac{L^2}{2 \cdot A^2} \right)^{2n+1} \\ L \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)! \cdot (4n+1)} \cdot \left(\frac{L^2}{2 \cdot A^2} \right)^{2n} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} L \cdot \left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{3! \cdot 7} + \frac{\tau^5}{5! \cdot 11} - \frac{\tau^7}{7! \cdot 15} \pm \dots \right) \\ L \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2! \cdot 5} + \frac{\tau^4}{4! \cdot 9} - \frac{\tau^6}{6! \cdot 13} \pm \dots \right) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Rækkesummerne i formel [29] konvergerer pænt, og rækkeudviklingen kan standses, når der ikke længere optræder ændringer i betydende cifre. Det vil oftest være tilfældet efter beregning af en lille håndfuld led.²

¹ Augustine-Jean Fresnel (1788-1827), fransk fysiker.

² Formel [29] er praktisk anvendelige i det interval, der er aktuel ved vejbygning, dvs. så længe klotoidelængden $L < 2 \cdot A$, svarende til at tangentvinklen $\tau < 2$ radian, jævnfør formel [25]. Ved større klotoidelængder, antager parametre i formlen værdier, der (opløftet i de aktuelle potenser) ligger ud over grænsen af det, som selv regneark formår at håndtere. I stedet kan klotoider med store længder, L , beregnes ved numerisk integration på grundlag af formel [26], idet der anvendes passende små tilvækster, ΔL eller $\Delta \tau$, i de enkelte trin. Klotoiden i Figur 20 er tegnet på grundlag af en sådan numerisk integration.



Figur 25. Linjeføringen går i punkt O fra den blå rette linje over i den røde klotoid, og i punkt P videre over i den grønne cirkelbue med radius R og centrum i C . Vejkoordinaterne fra punkt O til punkterne P og C samt tangentvinklen, τ , radius, R , og indrykningen, ΔR , kan beregnes, når klothodeparameteren, A , og buelængden OP er kendt.

Når vejkoordinaterne (x_P, y_P) til klotoidpunktet P er bestemt, følger de øvrige elementer i Figur 25 af enkle geometriske betragtninger.

Krumningsradius, R , i punktet P og tangentvinklen, τ , følger umiddelbart af formel [13] henholdsvis formel [25].

Koordinaterne til krumningscirkelens centrum, C , bestemmes i Figur 25 af:

$$[30] \quad \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_P + R \cdot \cos \tau \\ y_P - R \cdot \sin \tau \end{bmatrix}$$

Indrykningen, ΔR , bestemmes herefter af:

$$[31] \quad \Delta R = x_C - R = x_P + R \cdot \cos \tau - R$$

Herudover kan længderne af klotoidens korte og lange tangent findes:

$$[32] \quad T_K = \frac{x_P}{\sin \tau}$$

$$[33] \quad T_L = y_P - x_P \cdot \cot \tau$$

Endelig gælder det om de polære koordinater til klotoidpunktet, at kordelængden, S_{OP} , og polærvinklen, σ_P ,

$$[34] \quad \begin{bmatrix} S_{OP} \\ \sigma_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{x_P^2 + y_P^2} \\ \tan^{-1} \frac{y_P}{x_P} \end{bmatrix}$$

Bemærk, at formlerne [29]-[34] knytter sig til en højredrejende klotoidegren, der, som vist i Figur 25, har stigende krumning. Formlerne skal naturligvis justeres for så vidt angår fortegn mv., hvis klotoidegrenen er venstredrejende, og/eller hvis den har aftagende krumning.¹

Eksempel 4.C – Linje – klotoide – cirkelbue

Givet: I punktet P_3 med stationeringen 10.625 går en vejs linjeføring fra en retlinet strækning over i en klotoidebue med parameter, $A = 200$ m og herefter i punktet P_4 at gå over i en højredrejet cirkelbue med radius $R = 500,00$ m.

Bestem stationeringen til P_4 . Bestem i vejkoordinatsystemet til punkt P_3 retningsvinklen til linjeføringens tangent i punkt P_4 og koordinaterne til P_4 . Bestem i samme koordinatsystem koordinaterne til centrum, C , for den cirkelbue, der begynder i punkt P_4 og bestem indrykningen.

Løsning: Klotoidebuens længde, L , bestemmes af formel [13]:

$$L = \frac{A^2}{R} = \frac{200^2}{500} = 80,00 \text{ m}$$

Stationeringen til P_4 er derfor $S_4 = S_3 + 80 = 10.625 + 80 = 10.705$

Linjeføringens tangent i P_4 er ifølge formel [25]:

$$\tau = \frac{L^2}{2 \cdot A^2} = \frac{80^2}{2 \cdot 200^2} = 0,0800 \text{ rad}$$

Vejkoordinatsystemets xy -koordinater til P_4 bestemmes ved rækkeudvikling efter formel [29]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{P_4} \\ y_{P_4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L \cdot \left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{3! \cdot 7} + \frac{\tau^5}{5! \cdot 11} - \frac{\tau^7}{7! \cdot 15} \pm \dots \right) \\ L \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2! \cdot 5} + \frac{\tau^4}{4! \cdot 9} - \frac{\tau^6}{6! \cdot 13} \pm \dots \right) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 80 \cdot (0,026667 - 0,000012 + 0,000000 - 0,000000 \pm \dots) \\ 80 \cdot (1 - 0,000640 + 0,000000 - 0,000000 \pm \dots) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2,13 \\ 79,85 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Koordinaterne til cirkelens centrum bestemmes af formel [30]:

$$\begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_P + R \cdot \cos \tau \\ y_P - R \cdot \sin \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,13 + 500 \cdot \cos 0,0800 \\ 79,85 - 500 \cdot \sin 0,0800 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500,53 \\ 39,89 \end{bmatrix}$$

Endelig bestemmer vi indrykningen ved hjælp af formel [31]:

$$\Delta R = x_C - R = 500,53 - 500,00 = 0,53 \text{ m} \quad \square$$

Når klotoiden ikke er specificeret ved sine parametre, må vi bestemme den ud fra de oplysninger, som vi har. I nogle tilfælde er det muligt, at udlede parametrene analytisk; i andre er det nødvendigt at iterere sig frem til værdier, der tillader os at beregne de nødvendige størrelser med en tilstrækkelig nøjagtighed.

Hvis vi eksempelvis ved, at der er tale om en overgangskurve, der forbinder to cirkelbuer med kendte radier, R_1 henholdsvis R_2 , og

¹ Også i forbindelse med opstilling af generelle formler til beregning af overgangskurver, kan man med fordel indføre *fortegnskonventioner*, dels knyttet til kurveradius om hvorvidt kurven er højre- eller venstredrejende, dels knyttet til klotoideparameteren eller til klotoidelængden om hvorvidt krumningen er stigende eller aftagende.

med en given tangentvinkelændring, $\Delta\tau$, gennem overgangskurven, så kan vi af formel [13] og formel [25] udlede følgende udtryk for klotoideparameteren A :

$$[35] \quad A^2 = 2 \cdot \Delta\tau \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}$$

Eksempel 4.D – Cirkelbue – klotoide – cirkelbue

Givet: En vejstrækningens linjeføring følger indtil punktet P_1 en højredrejet cirkelbue med radius $R_1 = 100$ m. Gennem en efterfølgende klotoidebue har linjeføringen tangentvinkelændringen $\Delta\tau = 0,3750$ rad for derefter at fortsætte i en højredrejende cirkelbue med radius $R_2 = 200$ m.

Bestem klotoidens parameter, og bestem buelængderne, L , fra klotoidens hovedpunkt, O , til punkterne P_1 og P_2 .

Løsning: Af formel [35] følger:

$$A^2 = 2 \cdot 0,3750 \cdot \frac{100^2 \cdot 400^2}{100^2 - 400^2} = 0,7500 \cdot \frac{4 \cdot 10^8}{-3 \cdot 10^4} = -10000 \text{ m}^2$$

Minus-tegnet er her en følge af, at klotoidegrenen har stigende krumning ($R_1 < R_2$), og klotoideparameteren findes derfor til:

$$A = \sqrt{10000} = 100 \text{ m}$$

Buelængderne L_1 og L_2 , bestemmes:

$$L_1 = \frac{A^2}{R_1} = \frac{10000}{100} = 100 \text{ m}$$

$$L_2 = \frac{A^2}{R_2} = \frac{10000}{200} = 50 \text{ m}$$

... således at klotoidegrenens længde er $\Delta L = L_1 - L_2 = 50 \text{ m}$ $\square$

Hvis vi i stedet ved, at en klotoidebue fra et kendt punkt P_1 med en kendt krumningsradius R_1 skal passere gennem et andet kendt punkt P_2 , så er vi nødt til at ty til iterationer for at bestemme klotoidens parametre. Det vil ofte være nærliggende at inddеле betragtningerne i to trin, dels fastlæggelse af den kendte geometri i forhold til klotoidens hovedpunkt, dels iteration med det sigte at tilpasse sig ét af klotoidens nøgleelementer, jævnfør Figur 25.

Flere kombinationer af kendte oplysninger kan på denne vis løses – der henvises til litteraturen om klotoider: (Kasper, Schürba, & Lorenz, 1968), (Lorenz, 1970), (Osterloh, 1965) m.fl.

Eksempel 4.E – Klotoide gennem kendt punkt

Givet: En vej skal fra en retlinet strækning føres gennem en klotoidebue, begyndende i punkt P_1 , gennem punktet P_2 . I vejkoordinatsystemet hørende til punkt P_1 har P_2 de kendte koordinater $(x_2, y_2) = (40,00; 60,00)$.

Bestem klotoideparameteren og krumningsradius i punkt P_2 .

Løsning: Af formel [34] bestemmes polærvinklen til punkt P_2 :

$$\sigma_{P_2} = \tan^{-1} \frac{y_{P_2}}{x_{P_2}} = \tan^{-1} \frac{60,00}{40,00} = \tan^{-1} 1,500 = 0,9829 \text{ rad}$$

Størrelsen kan også udtrykkes, som $\tan^{-1}$ til kvotienten mellem de to rækkeudviklinger, som jævnfør formel [29] fastlægger klotoidepunktets koordinater:

$$\sigma_{P_2} = \tan^{-1} \frac{L \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2! \cdot 5} + \frac{\tau^4}{4! \cdot 9} - \frac{\tau^6}{6! \cdot 13} \pm \dots \right)}{L \cdot \left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{3! \cdot 7} + \frac{\tau^5}{5! \cdot 11} - \frac{\tau^7}{7! \cdot 15} \pm \dots \right)}$$

... hvor rækkeudviklingen sker over tangentvinklen

$$\tau = \frac{L^2}{2 \cdot A^2} = \frac{L}{2 \cdot R} = \frac{A^2}{2 \cdot R^2}.$$

Ser vi bort fra parameteren L , og opstiller vi et regneark, hvor vi beregner fem led i hver af de to rækkeudviklinger, kan successivt skyde os ind på følgende serier:

τ rad	sum Δx	sum Δy	y/x
1,819410	0,477334	0,716005	1,500007
1,819411	0,477335	0,716005	1,500006
1,819412	0,477335	0,716004	1,500005
1,819413	0,477335	0,716004	1,500004
1,819414	0,477335	0,716004	1,500003
1,819415	0,477335	0,716004	1,500002
1,819416	0,477335	0,716003	1,500001
1,819417	0,477335	0,716003	1,5
1,819418	0,477336	0,716003	1,499999
1,819419	0,477336	0,716003	1,499998
1,819420	0,477336	0,716002	1,499997

Tangentvinklen $\tau = 1,819417$ giver altså den søgte polærvinkel, σ . Parameteren $L = L_2$ bestemmer vi som forholdet mellem den kendte y -værdi for P_2 og den beregnede værdi af sum Δy :

$$L_2 = \frac{60,00}{0,716003} = 83,80 \text{ m}$$

Herefter beregnes klotoideparameteren af [52]:

$$A = \sqrt{\frac{L^2}{2 \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{83,80^2}{2 \cdot 1,819417}} = 43,93 \text{ m}$$

Krumningsradius i punkt P_2 bestemmes:

$$R_2 = \frac{A^2}{L_2} = \frac{43,93^2}{83,80} = 23,03 \text{ m}$$

□

4.4.4 Valg af klotoideparameter

Når klotoiden anvendes som overgangskurve, er den tilstødende cirkels radius kendt. Det gælder da om at fastlægge en klotoideparameter, A , således at klotoiden får en passende længde. Der er fem hensyn, som skal iagttages her, og som fastlægger et interval, som en klotoides parameter bør ligge i.

Tilvejebringelse af overhøjde skal kunne ske gennem overgangskurven. Overhøjden fremkommer ved, at den yderste kørebane-kant hæves i forhold til den inderste. Kravet er, at den relative stigning, Δi , mellem kørebanens yder- og inderkant skal holde sig under en given grænse, $\Delta i_{\max}$. Kravet medfører, at klotoidens længde, L , skal respektere udtrykket:

$$[36] \quad L = \frac{\Delta i \cdot B}{\Delta i_{\max}}$$

... hvor:

Δi	er den relative stigning [-], som på overgangsstrækningen skal tilvejebringes mellem kørebanekanterne, og
B	er afstanden mellem kørebanekanterne [m]

Ved overgang fra en strækning med normalt, tagformet tværprofil til ensidigt tværfald i en cirkelkurve gælder, jævnfør (Bolet, 2015):

$$[37] \quad \Delta i = i = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot R} \leq i_{\max}$$

... hvor:

i	i er vejoverfladens ensidige tværfald i cirkelbuen [-],
v	er den hastighed, køretøjer skal kunne køre med på strækningen [m/s],
g	er tyngdeaccelerationen [m/s ²],
R	er cirkelbuens radius [m], og
$i_{\max}$	er den øvre grænse for tværfaldets størrelse [-].

Udtrykkene [13], [36] og [37] giver for den nævnte situation:

$$[38] \quad A = \sqrt{R \cdot L} \geq \sqrt{R \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot R} \cdot \frac{B}{\Delta i_{\max}}} = v \cdot \sqrt{\frac{B}{2 \cdot g \cdot \Delta i_{\max}}} \approx v \cdot \sqrt{8,5 \cdot B}$$

Størrelsen af kørebanekanternes maksimale relative stigning, $\Delta i_{\max}$, er i de danske vejregler sat til: $\Delta i_{\max} = 6 \text{ ‰}$. (Vejdirektoratet, 2012c)

Eksempel 4.F – Tilvejebringelse af overhøjde

Givet: På en vejstrækning med tilladt hastighed, $V = 60 \text{ km/h}$, og kørebanebredde $2 \times 3,50 \text{ m}$ inklusive kantbaner, skal den klotoidedeparameter, der er nødvendig for at tilvejebringe overhøjde ved kørsel i en kurve med minimumsradius bestemmes.

Løsning: Af formel [38] findes:

$$A = v \cdot \sqrt{\frac{B}{2 \cdot g \cdot \Delta i_{\max}}} = \frac{60}{3,6} \cdot \sqrt{\frac{7,00}{2 \cdot 9,818 \cdot 0,006}} = 128 \text{ m} \quad \square$$

Hensyn til kørselsdynamik kan overvejes, men er næppe udslagsgivende med hensyn til fastsættelse af klotoidedeparametre i vejes linjeføring. Sammenligning af formlerne [18] og [23] rejser spørgsmålet om, hvilke af de indgående konstanter – forholdet mellem køretøjets akselafstand, b , og forhjulenes vinkeldrejningshastighed, ω , henholdsvis det acceptable ryk, k – der er (mest) bestemmende for fastsættelsen af klotoidedeparameteren, når det er givet hvilken hastighed, der skal kunne køres med.

Sammenstilles formlerne findes følgende komfortbetingede udtryk for trafikanternes adfærd gennem kurven:

$$[39] \quad v_P \leq \sqrt{\frac{b \cdot k_{\max}}{\omega}}$$

... hvor:

v_P	er vejens planlægningshastighed [m/s], og
$k_{\max}$	er grænseværdien for det acceptable ryk [m/s ³].

Der findes så vidt vides ikke angivelser af nogen grænser for ω . Ved kørsel på en almindelig vejstrækning er den nødvendige drejning af forhjulenes vinkel, τ , der betinges af rykket, imidlertid under alle omstændigheder så lille, at de kørselsdynamiske hensyn kan tilgodeses alene på grund af køresporenes bredde. (Schacke,

1968). Det betyder, at det alene er ved kørsel ved små hastigheder og små radier, fx ved kørsel om et gadehjørne, at størrelsen af ω har en afgørende betydning.

Komforthensynet ved kørsel gennem klotoiden fordrer, at rykket, k , som trafikanterne udsættes for, er acceptabelt ved den hastighed, v , køretøjer skal kunne køre med på strækningen.

Omskrives udtrykket [23] findes:

$$[40] \quad A = \sqrt{R \cdot L} = \sqrt{\frac{v^3}{k}} = \sqrt{\frac{v^3}{k_{max}}}$$

Størrelsen af det maksimalt acceptable ryk, k_{max} , er i de danske vejregler sat til: $k_{max} = 0,5 \text{ m/s}^3$. (Vejdirektoratet, 2012c)

Eksempel 4.G – Komforthensyn og klotoidparameter

Givet: På en vejstrækning med tilladt hastighed, $V = 60 \text{ km/h}$ skal den klotoidparameter, der er nødvendig af komforthensyn bestemmes.

Løsning: Af formel [40] findes:

$$A = \sqrt{\frac{v^3}{k_{max}}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{60}{3,6}\right)^3}{0,5}} = 96 \text{ m} \quad \square$$

4.5 Andre overgangskurver

4.5.1 Den kubiske parabel

Kubiske parabler er tidligere anvendt som overgangskurver i vejbygningsfaget, og de bliver stadig brugt i jernbanebygning. Anvendelsen tilskrives Rankine¹.

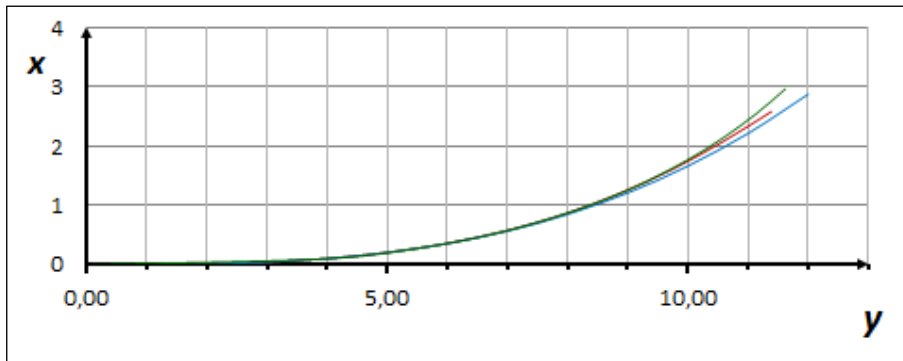
Den kubiske parabel udgør en første ordens tilnærmelse til klotoiden; den fremkommer ved alene at medtage de første led af rækkeudviklingerne i formlerne [29]:

$$[41] \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^L \sin \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \\ \int_0^L \cos \frac{L^2}{2 \cdot A^2} \cdot dL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L \cdot \left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{3! \cdot 7} + \frac{\tau^5}{5! \cdot 11} - \frac{\tau^7}{7! \cdot 15} \pm \dots \right) \\ L \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2! \cdot 5} + \frac{\tau^4}{4! \cdot 9} - \frac{\tau^6}{6! \cdot 13} \pm \dots \right) \end{bmatrix}$$

$$\approx \begin{bmatrix} L \cdot \frac{\tau}{3} \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L^3}{6 \cdot A^2} \\ L \end{bmatrix}$$

Hvor nært klotoiden og den kubiske parabel følger hinanden er søgt illustreret på Figur 26.

¹ William John Macquorn Rankine (1820-72), skotsk ingeniør og fysiker.

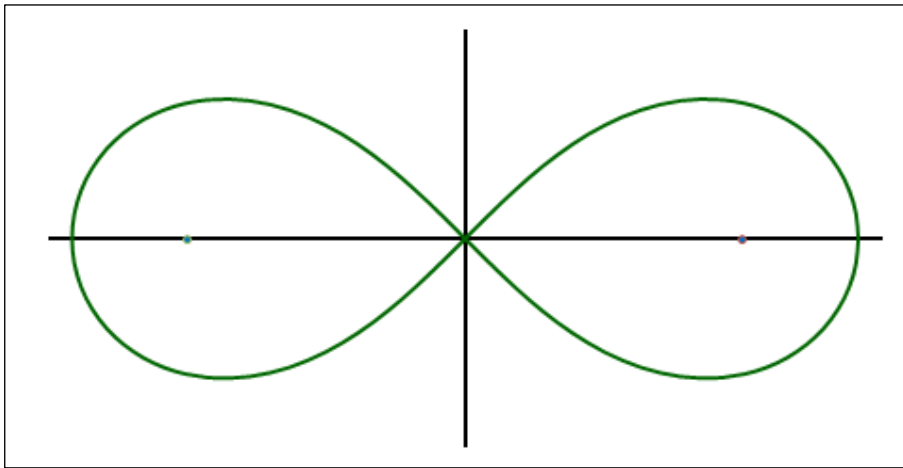


Figur 26. Venstredrejende overgangskurve formet som en klotoide med parameter $A = 10$ (rød), henholdsvis som modsvarende kubisk parabel (blå) og som modsvarende lemniskat (grøn).

4.5.2 Lemniskaten

En anden overgangskurve, der tidligere er anvendt i vejbygningen, er Bernoulis¹ lemniskat. Den er et specialtilfælde af Cassinis² ova-ler, og den kan konstrueres mekanisk som en såkaldt trestangs-kurve³.

Lemniskaten har form som et 8-tal eller et ∞ -tegn, jævnfør Figur 27. Den er defineret som det geometriske sted, hvor produktet af afstandene fra to brændpunkter, F_1 og F_2 , er lig med en konstant, nemlig:

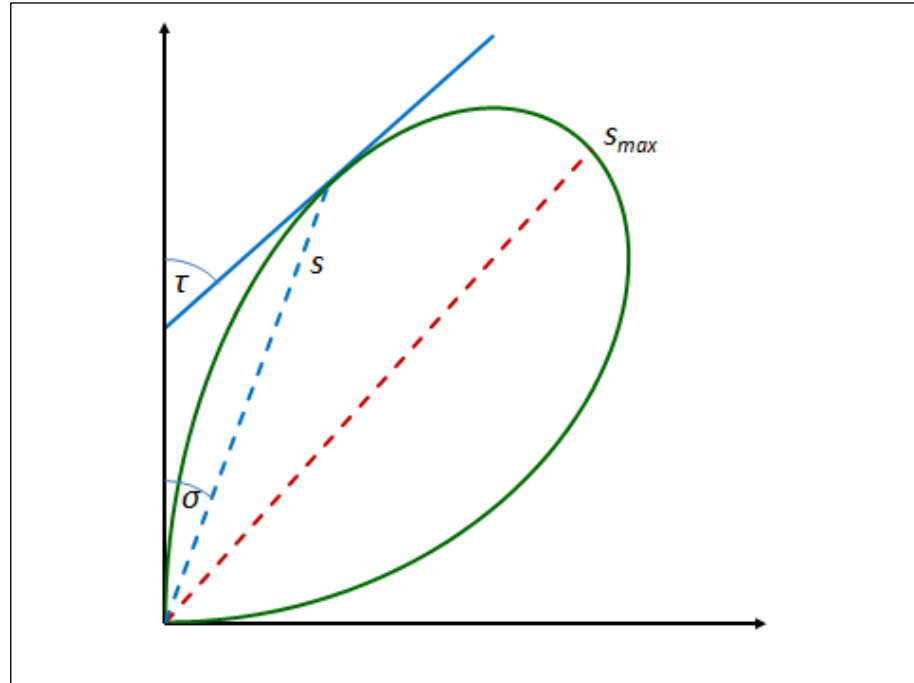


Figur 27. Lemniskat.

¹ Jakob Bernoulli (1654-1705), schweizisk matematiker.

² Giovanni Domenico Cassini (1625-1714), italiensk-fransk matematiker, astronom, ingeniør og astrolog.

³ Trestangs-kurver er plane, geometrisk bestemte figurer, der fastlægges af tre forbundne linjestykker (stænger). Linjestykkerne AB, BC og CD er forbundet i punkterne B henholdsvis C. Linjestykkerne har længderne $|AB| = |CD| = a\sqrt{2}$ henholdsvis $|BC| = 2 \cdot a$. Når A og D fastholdes i den indbyrdes afstand $2 \cdot a$, og de tre forbundne linjestykker bevæger sig i planen, således at BC krydser AC, vil midtpunktet, M, af linjestykket BC beskrive en lemniskat.



Figur 28. Korder og vinkler i lemniskaten. Bemærk, at tangentvinklen, τ , og polarvinklen, σ , forholder sig således til hinanden: $\tau = 3 \cdot \sigma$.

$$[42] \quad |PF_1| \cdot |PF_2| = \left(\frac{|F_1 F_2|}{2} \right)^2$$

Indlægges et koordinatsystem med origo i lemniskatens krydsningspunkt og med akser sammenfaldende med tangenterne i krydsningspunktet kan lemniskaten skrives i polære koordinater, jævnfør Figur 28:

$$[43] \quad s = s_{max} \cdot \sqrt{\sin(2 \cdot \sigma)}$$

... hvor:

s	er kordelængden fra lemniskatens krydsningspunkt til det aktuelle lemniskatpunkt,
s_{max}	er kordelængden til lemniskatens fjernest beliggende punkt, og
σ	er polarvinklen til lemniskatpunktet.

Lemniskaten vil, jævnfør Figur 26, være nært sammenfaldende med en klotoide med klotoideparameter $A = s_{max}/\sqrt{3}$.

Det gør, at lemniskaten kan være interessant, når man har behov for at foretage en koordinat- og af afsætningsberegning i marken uden adgang til større regnekapacitet. I det lokale vejkoordinatsystem findes lemniskatens retvinklede xy -koordinater:

$$\begin{aligned}
 [44] \quad \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} s \cdot \sin \sigma \\ s \cdot \cos \sigma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{max} \cdot \sqrt{\sin(2 \cdot \sigma)} \cdot \sin \sigma \\ s_{max} \cdot \sqrt{\sin(2 \cdot \sigma)} \cdot \cos \sigma \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} A \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sin(2 \cdot \sigma)} \cdot \sin \sigma \\ A \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\sin(2 \cdot \sigma)} \cdot \cos \sigma \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

4.5.3 Bremsekurver

Klotoiden og dens tilnærmelser tager sigte på at sikre trafikanten en kørselsdynamisk komfortabel bevægelse under en jævn retningsændring ved kørsel med konstant hastighed.

Forudsætningen om konstant hastighed gælder kun ved kørsel på almindelige vejstrækninger. Ved eksempelvis motorvejsramper skal hastigheden ændres kontrolleret og jævnt. Når dette skal ske samtidig med, at køretøjet ændrer retning, er de kørselsdynamiske vilkår anderledes, og den mest komfortable tracé består derfor ikke af cirkler og klotoider. Konkrete eksempler er tilslutningsramperne i toplanskryds såsom B-anlæg eller S-anlæg samt forbindelsesramper. Samme betragtning gælder ved bremseheller, herunder klumpheller, på sekundærvejen i et vejkryds.

De kurver, det er teoretisk rigtigt at anvende i disse situationer, betegnes *bremsekurver* – også når de ligger på accelerationsstrækninger.

De ændrede forudsætninger, der gælder ved bremsekurver, er, at der skal sikres friktion mellem køretøjets dæk og vejoverfladen til den deceleration eller acceleration, der er nødvendig, samtidig med, at der skal være sidefriktion til at gennemføre retningsændringen. Endvidere skal det iagttages, at det ryk, der påvirker trafikanten, virker såvel på langs som på tværs af kørselsretningen.

Et tredje vilkår er, at den kurveradius, der kan anvendes, ændrer sig gennem kurven; den vil afspejle centripetalaccelerationen og vil således være proportional med kvadratet på den aktuelle hastighed. Kombineret med, at friktionen skal fordeles på hastighedsændringen og retningsændringen, betyder det, at kurveradius i et givet punkt (med en given, forudsat hastighed) ikke kan være helt så lille som ved kørsel med konstant hastighed.

Endelig gælder som et fjerde hensyn, at anlæggene, navnlig tilslutnings- og forbindelsesanlæg, samtidig skal udformes med hensyn til at begrænse såvel arealforbruget som behovet for at indlægge et ekstra kørespor på eller under anlæggets broer.

Den teoretiske form for bremsekurver kan udledes, men kræver, at friktionsegenskaberne hastighedsafhængighed er beskrevet. Oftest vil man på grundlag af horisontalkurveradier ved karakteristiske hastigheder på en rampes hastighedsprofil fastlægge et tilnærmet forløb sammensat af klotoider og cirkelbuer.

4.5.4 Andre linjeføringskurver

Nogle tracéer vil på delstrækninger være bundet af et allerede fastlagt trace.

Det gælder eksempelvis ramper på motorveje. Rampernes forløb skal være tilpasset motorvejens kørespor på en måde, der sikrer,



Figur 29. Sergelstorg i Stockholm har form som en superellipse. Nord vender opad. Billede fra Google Earth.

at de flettende trafikanter kan orientere sig om bagfra kommende trafik i eget spor såvel som i det kørespor, som de skal flette med.

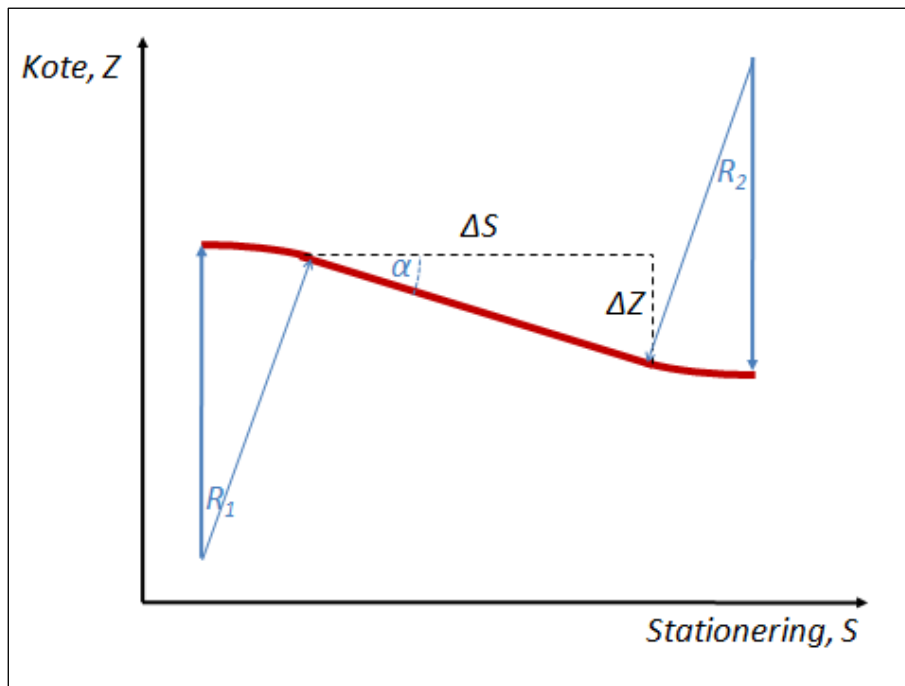
Det stiller krav til såvel linjeføring som længdeprofil. Rampestrækningens længdeprofil skal ligge i naturlig forlængelse af motorvejens kørespor i de enkelte tværsnit. Rampens linjeføring fastlægges over en strækning som en kile i forhold motorvejstracéet, dvs. således at afstanden øges henholdsvis mindskes lineært.

Paralleller til en cirkelbue udgør naturligvis selv cirkelbuer. Hverken parallellinjer eller kilelinjer til en klotoide er derimod selv klotoider. Kørselsdynamisk set er der tale om afvigelser fra idealkurverne, som ligger inden for spillerummet af trafikanternes egne manøvre, og som ikke påvirker komfortoplevelsen.

Andre kurver end de allerede beskrevne kan naturligvis anvendes i traceringen og er blevet det i særlige situationer, hvor vilkårene har tilsagt det. Det kan være ved behov for en indpasning under snævre forhold eller for at opnå et særligt samspil med arkitektoniske kvaliteter, typisk i et byrum, fx en pladssdannelse.

Det er væsentligt, at kurverne ikke har knæk – de skal med andre ord kunne differentieres – på det kurvestykke, der anvendes. Det er endvidere praktisk, at kurverne kan beskrives matematisk, således at det er muligt fx gennem afsætningsdata at specificere dem overfor den entreprenør, der skal udføre vejanlægget i marken. Endelig bør de kurver, som ønskes brugt, vurderes og eventuelt analyseres kørselsdynamisk, så det er eftervist, at det er muligt at gennemkøre dem sikkert og komfortabelt ved den forudsatte hastighed.

Som eksempler på sådanne andre kurver, der kan anvendes i traceringen, omtaler Lorenz (1970) blandt andet *spline*-funktioner, samt en familie af »klotoider med to parametre«:



Figur 30. Gradienten defineres som forholdet mellem koteforskellen, ΔZ , og stationeringsdifferencen, ΔL , på den rette linjes endepunkter.

$$[45] \quad A^{n+1} = R \cdot L^2$$

Et andet eksempel er den superellipse, som Piet Hein¹ har beskrevet, jævnfør Figur 29:

$$[46] \quad \left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = \text{konstant}$$

... og hvor potensen $n > 2$.

4.6 Det rette linjestykke i længdeprofilet

Længdeprofilets rette linjer er begrænset af den gradient, eller hældning, der kan anvendes. Gradienten, i , udtrykker stationeringslinjens hældning med vandret, og defineres, jævnfør Figur 30:

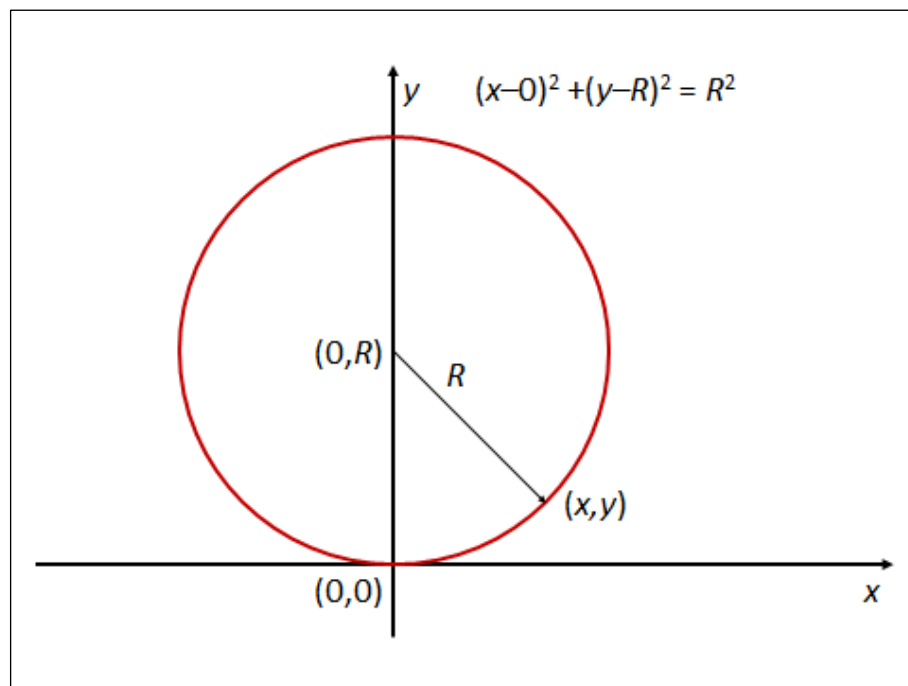
$$[47] \quad i = \tan \alpha = \frac{\Delta Z}{\Delta S}$$

... hvor:

α er vinklen mellem den rette linje i længdeprofilet og en vandret linje.

Gradienten angives i Danmark i promille [‰], og den regnes positiv for fald og negativ for stigninger i stationeringsretningen. Gradienten kan være omtalt som længdefald eller stigning.

¹ Piet Hein (1905-1996), dansk forfatter og opfinder.



Figur 31. Cirkelns ligning.

Gradienten begrænses af de kørselsdynamiske vilkår, der fordrer, at et køretøj skal have tilstrækkelig motorkraft til at kunne passere en (længere) stigning opad, og at et køretøj skal kunne bringes til standsning, også når det kører nedad.

I praksis betyder disse begrænsninger, der er anført i vejreglerne (Vejdirektoratet, 2012c), at gradienten helst skal være mindre end 35 ‰ på lange strækninger og ikke bør overstige 60 ‰. Endvidere må det resulterende fald ikke være større end 70 ‰.

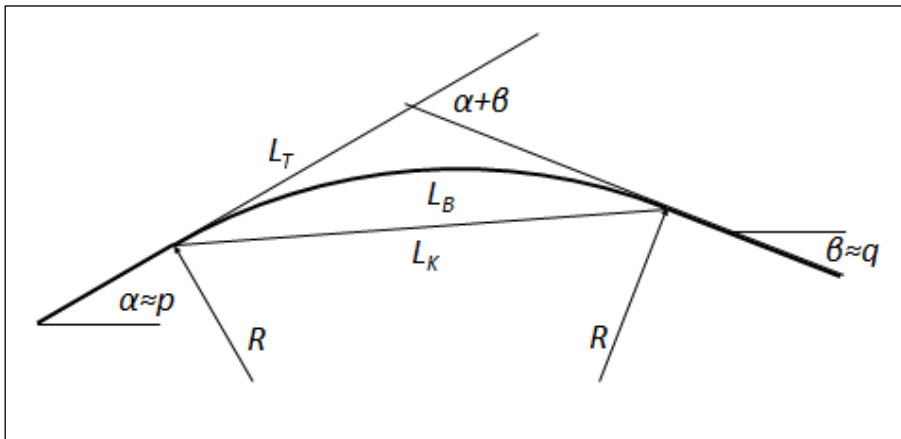
Ved vejkryds skal sekundærvejen have en hvilestrækning på mindst 20 m, hvor gradienten ikke overstiger 25 ‰. Det samme gælder i rundkørsler og på alle veje, der indmunder i rundkørsler.

4.7 Cirkel- og parabelbuer i længdeprofil

Vertikalkurvernes størrelse angives ved deres radius, R .¹

Ved parabler angives krumningsradius (K -værdien) til parablens toppunkt – forskellen mellem parablen og cirklen er betydningssløs ved de vertikalkurver, der anvendes ved vejbygning i Danmark.

¹ Hvis man arbejder med fortegnskonventioner, så regnes vertikalkurveradiene i reglen positive, når kurven ligger over centrum, altså ved konvekse kurver (over en bakketop), og negative, når kurven ligger under centrum, altså ved konkave kurver (gennem en dal). Nogle projekteringsprogrammer regner dog vertikalkurveradius positiv, uanset om der er tale om en konveks eller en konkav kurve.



Figur 32. Afrunding af opadgående knæk i længdeprofilet, Efter (Larsen, 2000)

Af Figur 31 udledes cirkelns ligning, hvor tilnærmelsen på højre side gælder for små værdier af x i forhold til R :

$$[48] \quad (y - R)^2 = R^2 - x^2 = R^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2\right) \approx R^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R}\right)^2\right)^2$$

$$[49] \quad y \approx -R \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R}\right)^2\right) + R = \frac{x^2}{2 \cdot R}$$

... hvilket er ligningen for en parabel.

Eksempel 4.H – Koteberegning i en cirkelbue

Givet: En vejstrækningens længdeprofil går i station 10.000,00 fra en retlinet stigning på 25 ‰ over i en 60 m lang konveks vertikal-kurve med radius, $R_V = 1000$ m. Bestem stationeringen og koten i til vertikalkurvens toppunkt, når koten i kurvens begyndelses-punkt er $k=50,00$.

Løsning: En konveks cirkelbue med radius R_V har en tangenthældning på $\pm i_r$ i de punkter, der i forhold til kurvens toppunkt ligger i afstanden:

$$\Delta x = R_V \cdot \sin(\tan^{-1} i_r) = 1000 \cdot \sin(\tan^{-1} 0,025) = 24,99 \text{ m}$$

Koteforskellen mellem punkterne og toppunktet er:

$$\begin{aligned} \Delta k &= R_V \cdot (1 - \cos(\tan^{-1} i_r)) \\ &= 1000 \cdot (1 - \cos(\tan^{-1} 0,025)) = 0,31 \text{ m} \end{aligned}$$

Vertikalkurvens toppunkt ligger altså i station 10.024,99 og har kote 50,31. $\square$

Da længdegradierne er små, kan stigningsvinklen (i rent tal) i praksis sættes lig gradienten. Ændres en vejs stigning fra p til q , er længdeprofilets vinkelændring derfor tilnærmelsesvis $|p - q|$. Buelængden, L_B , for en afrundingscirkel med radius R , bliver derfor, jævnfør Figur 32:

$$[50] \quad L_B = |p - q| \cdot R$$

På grund af vinklens beskedne størrelse, kan kordens længde, L_K , regnes lig buelængden, mens tangenthældningen, L_T , kan regnes halv så stor:

$$[51] \quad 2 \cdot L_T \approx L_K \approx L_B$$

Overgangkurver anvendes normalt ikke i længdeprofilen i vejbygning. Det skyldes, at de store vertikalkurveradier, der optræder, når tracéet tilpasses terræformerne, ville give overgangskurver, der er stort set retlinet. Mellem konkave og konvekse vertikalkurver indlægges derfor blot et en strækning med fast længdegradient.

Vertikalkurvernes størrelse begrænses af, at der skal være fornødent sigt ved den hastighed, som vejen er beregnet til. I konvekse vertikalkurver skal sigt være til stede hen over bakketoppen fra øjenhøjden i et lavt køretøj. I konkave vertikalkurver skal sigt være til stede under eventuelle brobygværker fra øjenhøjden i et højt køretøj.

Disse vilkår, samt komforthensyn, resulterer i mindsteværdier for vertikalkurvernes radier, jævnfør vejreglerne. (Vejdirektoratet, 2012c)

4.8 Opgaver

A. Indfør konventionen om at regne radier i højredrejende kurver positive, og radier i venstredrejende kurver negative. Opstil på det grundlag et formelsæt, der i vejkoordinatsystemet kan beregne koordinaterne til et stationspunkt, der ligger på en cirkelbue, og som beregner retningsvinklen til linjeføringens tangent i dette stationspunkt. Formlerne skal være gyldige uanset om cirkelbuen er højre- eller venstredrejende, og uanset om det søgte stationeringspunkt ligger før eller efter vejkoordinatsystemets begyndelsespunkt. Formlerne kan eventuelt opstilles i et regneark. $\square$

B. Vis, at man ved at integrere over tangentvinkeltilvæksten, $d\tau$, i formel [27], kan udlede følgende udtryk for vejkoordinaterne til et punkt på klotoiden:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \int_0^\tau \frac{\sin \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \\ \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \int_0^\tau \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}} \cdot d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \tau^{2n+1}}{(4n+3) \cdot (2n+1)!} \\ A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \tau^{2n}}{(4n+1) \cdot (2n)!} \end{bmatrix} \quad \square$$

C. Vurder hvorvidt de klotoidparametre, der er bestemt i kapitlets eksempler er fornuftige valg i en aktuel linjeføring. Diskuter, hvordan de eventuelt kunne forbedres. $\square$

D. Opstil på samme vis som i opgave A formelsæt, fx i et regneark, der gør det muligt at beregne vejkoordinaterne til et stationeringspunkt på en klotoid, når klotoidparameteren og klotoidens hovedpunkt er kendt. Formelsættet bør kunne behandle såvel højre- som venstredrejende klotoidegrene, og såvel grene med aftagende som grene med tiltagende krumning. $\square$

E. Byg en lemniskat-passer. $\square$



5 INDRE OG YDRE HARMONI

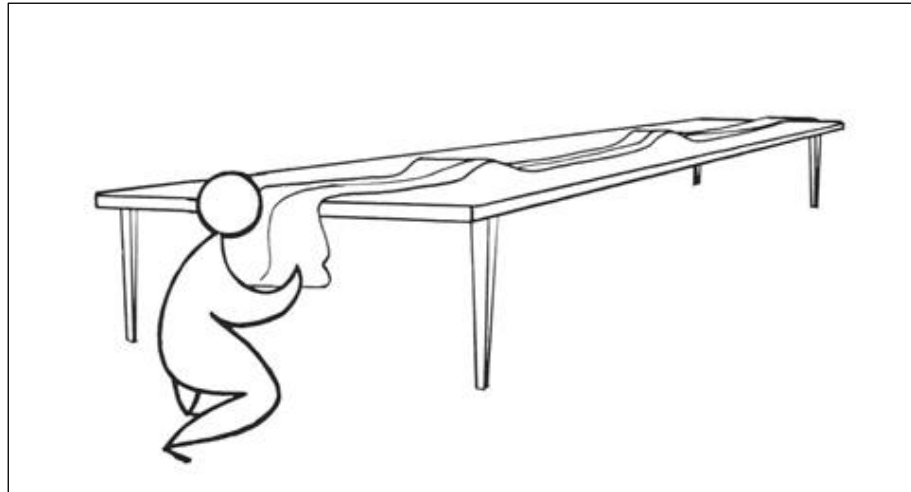
En ny vej, og ændringer af en eksisterende vej, afstedkommer betydelige indgreb i landskabet. Vejen ligger i sit tracé i en meget lang årrække, og den påvirker oplevelsen af landskabet, såvel hos de trafikanter, der færdes på vejen, som hos de, der i øvrigt opholder sig i landskabet. Vejens indgreb i landskabet kan være mere eller mindre nænsomt. Det afhænger til dels af, hvor let vejens og landskabets former lader sig forene – veje til megen og hurtigkørende trafik fordrer stor brede og store kurveradier, og de giver derfor andre udfordringer end mindre veje med mindre kurveradier, der lettere kan smygge sig langs terrænets former. Men oplevelsen af vejen beror også på, hvor dygtigt tracéet er formet. Har man haft held med at få vejens kurver til at følge hinanden på en naturlig måde, så det horisontale og det vertikale vejforløb understøtter hinanden? Udviser vejens indpasning i landskabet respekt for landskabsrummets størrelse og former, og for de kvaliteter, som landskabet rummer i form af natur eller kulturbygværker?

De æstetiske hensyn og egenskaber, som vi her tilstræber at give vejudformningen, kaldes indre og ydre harmoni. Den indre harmoni beskrives ved vejens rumlige geometri, tracéet, og tilstræbes opfyldt, så der opnås en god og sikker fremkommelighed for trafikanterne. Den ydre harmoni omfatter vejens indpasning i omgivelserne og er et resultat af et helhedssyn på vejen, omgivelserne og landskabet med alle de optrædende elementer, herunder også de ledsagende vejelementer såsom kryds, broer, skrænter, beplantning, skilte og andet vejudstyr. (Kjems, 2000a)

At tilvejebringe indre og ydre harmoni indebærer, at vi ikke kan stille os tilfreds med blot at se på de kriterier, som flyder af de kørselsdynamiske hensyn. Kørselsdynamikken skal naturligvis stadig respekteres, men ofte vil de kørselsdynamiske kriterier fastlægge tærskelværdier i ekstremesituationerne – altså hvor vi fx på grund af pladmangel er presset til at se bort fra æstetiske hensyn og alene skal sikre vejens tekniske funktioner.

Når vi inddrager de æstetiske hensyn, udfordrer vi vore evner til at finde gode løsninger – løsningsrummet anskues så at sige på en anden led.

Man skal huske, at de, der færdes på vejen og i terrænet, ser vejen i et meget lavt perspektiv. De får derfor let et forvrænget billede af vejens former. De opfatter ikke vejen i dens helhed som på et kort, og specielt oplever trafikanten vejen som en rejse fra rum til rum. Derfor gælder det helt overordnet, at man må gøre sig klart, hvilke terrænrum vejen passerer. Opgaven er så gennem god



Figur 33. Når man betragter en plantegning i bordhøjde kan man få en nogenlunde rigtig opfattelse af, hvordan vejtracéet tager sig ud. Eventuelt kan man lægge genstande ind under tegningen, hvor der findes bakketoppe i profilet. Fra (Hubendick, 1976)

formgivning at indpasse vejen i disse rum, så den opfylder rimelige tekniske og æstetiske hensyn. Navnlig må vejen ikke slå landskabet i stykker.

Hvis man studerer linjeføringen af en vej på en plantegning, får man et forvrænget billede. Er tegningen i skala 1:2000, og har man øjet omkring en halv meter over bordet, betyder det, at man ser vejen fra ca. 1000 meters højde.

Fremgangsmåden var tidligere gængs, og Hubendick (1976) påpeger, at man i stedet bør foretage en perspektivisk analyse af vejanlægget set fra trafikantens øjehøjde. Eventuelt kan man få en idé om, hvor en sådan analyse er særligt påkrævet, ved at sigte langs vejen med øjet umiddelbart over bordoverfladen, Figur 33, og herved afsløre optiske og æstetiske fejl og svagheder, der skal bearbejdes nærmere.

I dag har edb-programmerne reduceret brugen af analoge plot under projekteringen. I stedet giver projekteringsværktøjerne mulighed for forholdsvis enkelt at opbygge 3d-modeller af vejen og dens omgivelser. Modellerne understøtter såvel kvalitetssikringen af vejprojektets æstetik som udarbejdelse af materiale til formidling af projektet overfor lægmand. Arbejdet med de digitale 3d-modeller lider dog ofte under det problem, at projektet ofte betragtes på temmelig små skærme. Det gør det meget vanskeligt at foretage en ordentlig æstetisk vurdering.

5.1 Den indre harmoni

Til en vis grad kan der opstilles almengyldige formler eller tommefingerregler for nogle af de æstetiske hensyn, der skal tages. Det gælder især den indre harmoni. Flere dygtige vejdesignere har forsøgt at udtrykke og kommentere på sammenhænge, som man



Figur 34. Strækning af en af de ældste danske motorveje, nemlig E20 – Vestmotorvejen mellem Halsskov (Korsør) og Slagelse. Strækningen er opbygget af rette linjestykker, hvorimellem der er indlagt kurver med forholdsvis små horisontalradier. Billede fra Google Earth.

bør iagttage, blandt andet Lorenz (1970), Hubendick (1976) og Poulsen (1989). En del af disse råd er gengivet nedenfor.¹

5.1.1 Linjeføringens rette linjestykker

Rette linjer forekommer sjældent naturligt i landskabet og vil normalt være vanskelige at indpasse i de former, der optræder. De vil ofte virke stærkt opdelende på landskabet.

I fladt terræn kan rette linjestykker dog være motiverede, især parallelt med retlinede skovbryn og andre kulturskabte, dominerende rette linjer i landskabet, fx langs kanaler og højspændings-tracéer, eller på dæmninger eller større broer over åbent vand. Herudover kan man have et ønske om at orientere vejen mod et særligt markant punkt, et såkaldt *point-de-vue*, i landskabet, som alle trafikanter bør se.

På to-sporede veje kan rette linjestykker bidrage til at forbedre overhalingsmulighederne, hvilket i sig selv kan begrunde, at man søger at lade linjeføringen følge andre lige linjer i terrænet, eller at man indlægger en retlinet strækning ved at forlænge overgangskurverne mellem modsat rettede cirkelbuer.

Man bør dog altid være tilbageholdende ved at anvende lange, rette linjer, da lange, retlinede strækninger synes at øge uheldsriskoen, fordi de virker trættende og hæmmer trafikanternes afstands- og hastighedsbedømmelse. Kombineres lange, rette linjer med kurver med forholdsvis små horisontalradier, viser erfaringen, at overgangen til kurverne kan udvikle sig til »sorte pletter«. Strækningen på motorvej E20 fra Halsskov mod Trelleborg, jævnfør Figur 34, er et eksempel, hvor dette problem har optrådt.

Også en kort, ret linje er problematisk, især hvis den optræder mellem to ensvendte kurver.

¹ Afsnittet om indre harmoni baserer sig især på (Poulsen, 1989). Det samme gælder i øvrigt de danske tracéringsvejregler (Vejdirektoratet, 2012).

Poulsen (1989) anfører, at det ikke er muligt at fastlægge øvre og nedre grænser for rette linjers længde, da det afhænger af den landskabelige situation og af vurderingen af vejbilledet. Han refererer dog et par tommelfingerregler, dels at de retlinede strækninger ikke bør være længere end nogle få kilometer lange, afpasset efter terrænet, dels at de ikke bør være længere end den længde, man i løbet af et minut kan tilbagelægge ved vejens planlægningshastighed.

5.1.2 Linjeføringens cirkelkurver

Linjeføringens cirkelkurver bør som udgangspunkt tilpasses landskabets konturer; det bør ikke være de kørselsdynamiske krav, der bliver bestemmende. Horisontalradier bør endvidere ikke blive så store, at cirkelbuerne ligner dårligt afsatte rette linjer. Horisontalradier over 20 km bør derfor kun anvendes efter nøje undersøgelse.

Mens det ud fra et kørselsteknisk synspunkt er kurveradien, der er afgørende, er det ud fra et designsynspunkt buelængden, der skal stilles krav til – det er buen, man ser, ikke radien. Buelængden skal som minimum være så lang, at trafikanten opfatter den som en kurve og ikke blot som et knæk på linjeføringen.

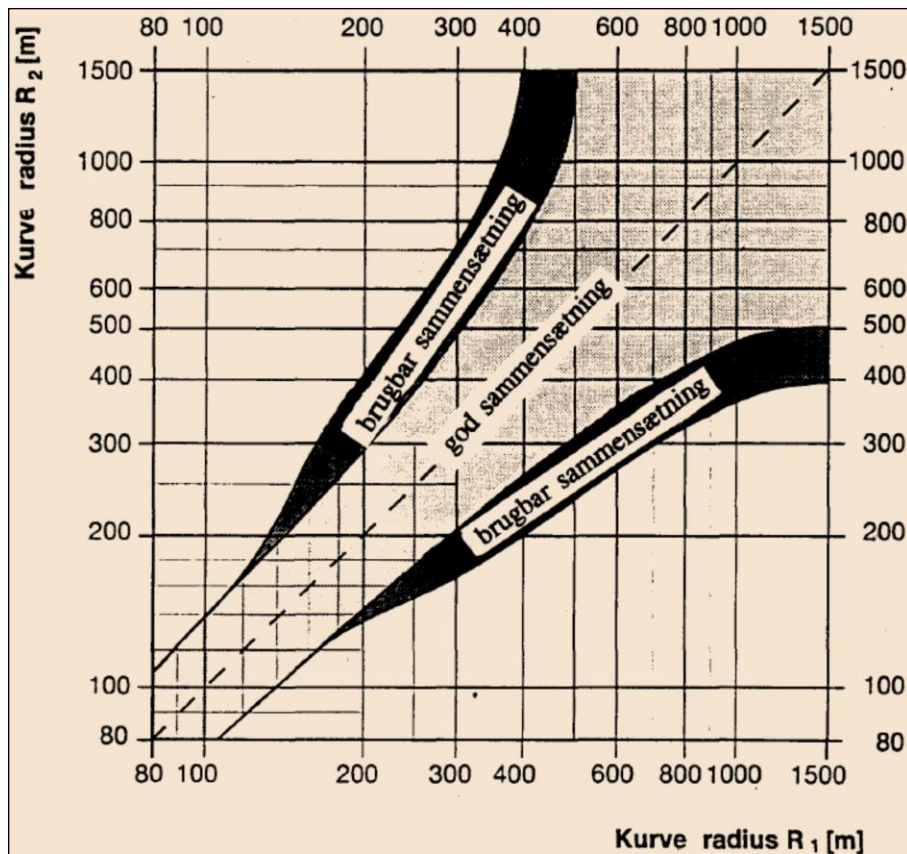
Bestemmende for, hvordan horisontalkurven viser sig i vejbilledet, er betragtningsafstanden, kørehastigheden og vinkeldrejningen, der kan ses gennem kurven.

Vinkeldrejningen, τ , skal helst komme over 15° (0,25 rad), og den synlige del af vinkeldrejningen bør ikke være mindre end 5° (0,1 rad). Bliver vinkeldrejningen mindre end 5° , skal radius vælges så stor, at kurvelængden ikke bliver kortere end 30 gange kronebredden. Jo mindre vinkeldrejning, des større bør kurveradius vælges.

5.1.3 Linjeføringens kurvefølger

Horisontalradierne i to nabokurver, eller i en følge af kurver, på en vejstrækning bør have nogenlunde samme størrelse, så trafikanterne ikke overraskes af uventet kraftige retningsændringer. Det gælder uanset, om der er tale om to cirkelbuer, som følger umiddelbart efter hinanden, eller om der er langt en overgangskurve ind mellem cirkelbuerne.

De danske vejregler anfører, at det ved hastigheder større end 70 km/h gælder, at kurver med horisontalradius $R < 400$ m ofte har en stor uheldsfrekvens, specielt hvis de følger efter en længere retlinet strækning. Det anbefales derfor, at $R > 400$ m efter et ret linjestykke på 300 m, og at $R > L$, når den rette linjes længde $L < 300$ m.



Figur 35. Krav til nabokurver i horisontalkurvaturen. (Vejdirektoratet, 2012c)

Endvidere anfører vejreglerne, at nabokurver af hensyn til trafik-sikkerheden bør have et størrelsesforhold i henhold til Figur 35 – og at kravet af hensyn til æstetikken tillige bør gøres gældende, når kurverne ligger så tæt, at længden af deres fællestangent er mindre end to gange den mindste af radierne.

Vejreglerne anfører herudover, at man af hensyn til æstetikken sikrer, at man ved sammensatte, ensvendte cirkelkurver har et forhold mellem den mindste og den største horisontalradius på mindst 0,7. (Vejdirektoratet, 2012c)

5.1.4 Linjeføringens overgangskurver

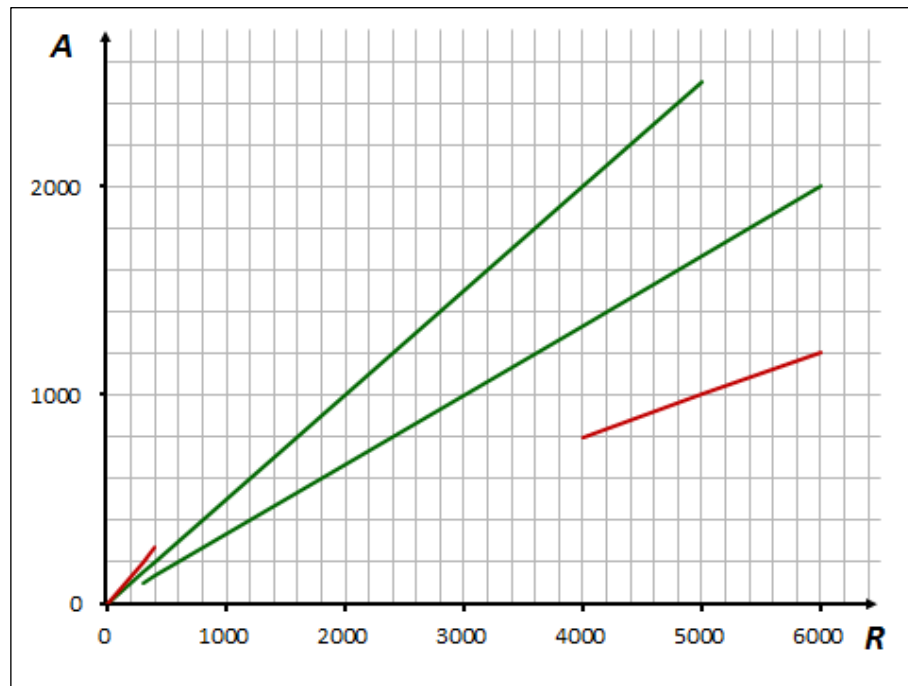
For at give overgangskurverne en tilfredsstillende optisk virkning, så trafikanten får et tydeligt indtryk af, at køretøjet nærmer sig en kurve, kræves det erfaringsmæssigt, at vinkeldrejningen, τ , skal have en mindste størrelse på $\tau_{\min} = 3^\circ$ (eventuelt $\tau_{\min} = 2^\circ$).

For en klotoide gælder sammenhængen:

$$[52] \quad \tau = \frac{L^2}{2 \cdot A^2} = \frac{L}{2 \cdot R} = \frac{A^2}{2 \cdot R^2}$$

... hvor:

τ	er vinkeldrejningen
L	er længden
R	er krumningsradius
A	er klotoideparameteren



Figur 36. Forholdet mellem horisontalkurveradius R og klotoidparameter A ifølge vejreglerne. (Vejdirektoratet, 2012c). Værdierne er i meter. A bør ligge inden for det grønne bånd, men kan i de markerede intervaller bevæge sig ud til de røde linjer.

Omskrives foranstående krav til vinkeldrejningen, findes, at kravet svarer til:

$$[53] \quad A = \sqrt{R \cdot L} = \sqrt{2 \cdot R^2 \cdot \tau} \geq R \cdot \sqrt{2 \cdot \tau_{\min}} \approx \frac{R}{3}$$

De danske vejregler (Vejdirektoratet, 2012c) angiver, at klotoidparametre bør vælges relativt større, des mindre cirkelbues radius er, og opstiller tre intervalangivelser for forholdet mellem klotoidparameteren og en tilstødende cirkelbues radius, jævnfør Figur 36:

$$[54] \quad \begin{array}{ll} R < 300 - 400 \text{ m:} & \frac{R}{2} \leq A \leq \frac{2 \cdot R}{3} \\ 300 - 400 \text{ m} < R < 4000 - 5000 \text{ m:} & \frac{R}{3} \leq A \leq \frac{R}{2} \\ 4000 - 5000 \text{ m} < R: & \frac{R}{5} \leq A \leq \frac{R}{3} \end{array}$$

Det bemærkes, at når $R < 300 - 400$ m, spiller hensynet til, at rykket ikke må blive for stort også ind. Derfor kan det være ønskeligt at anvende en større klotoidparameter end $\frac{1}{2}R$. Til gengæld er der en risiko for, at klotoiden bliver forholdsvis lang.

Det bemærkes ligeledes, at når $R > 4000 - 5000$ m, vil endnu større klotoidparametre medføre meget lange, næsten retlinede strækninger nær klotoidens begyndelsespunkt, altså hvor krumningen er lig eller meget tæt på 0. Det vil være særligt udtalt ved vendeklotoider mellem store, modsat vendte cirkelbuer, hvor det kan virke æstetisk utilfredsstillende, fordi vejforløbet tager sig slynget ud. Denne uønskede virk-

ning kan imødegås ved at erstatte vendeklotoiden med en kortere retlinet strækning mellem de to klotoidegrene, idet cirkelbuernes placering og størrelse fastholdes, mens klotoideparametrene reduceres.

Det nævnes endvidere, at en meget stor klotoideparameter benyttet på hver side af en cirkelbue kan føre til, at cirkelbuen bliver så kort, at det kan give indtryk af et knæk på linjeføringen.

Endelig anføres, at der mellem ensvendte cirkelbuer bør indlægges en overgangskurve – en ægklotoide – hvis forholdet mellem radierne er mindre end 0,7. Klotoideparameteren vælges i intervallet $\frac{1}{2}R < A < R$, hvor R er den mindste cirkelbues radius.

Herudover nævnes, at det kan være et problem at bruge klotoider med store klotoideparametre som selvstændige tracersinglementer på veje med små horisontalradier. Årsagen er, at vejen ender med at krumme langt kraftigere, end det ser ud til ved indgangen til kurven. Vejreglerne (Vejdirektoratet, 2012c) anfører derfor, at klotoider med klotoideparametre så store som $A = R$ kun bør anvendes som selvstændige tracersinglementer, når vejens horisontalradier, R , er større end 1000 m.

Hensyn til trafiksikkerhed indgår i flere af førnævnte anbefalinger.

5.1.5 Længdeprofilets elementer

Ud fra æstetiske betragtninger er der kun få forhold, der angår længdeprofilet isoleret set.¹

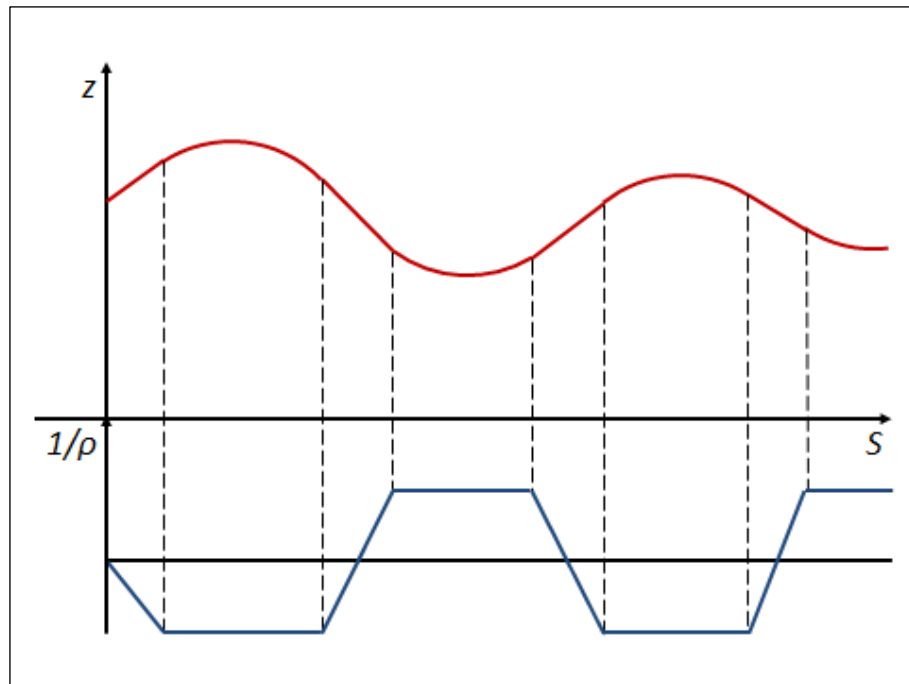
Det anbefales at lade de rette linjer og cirkelbuerne udgøre omtrent lige store dele af længdeprofilet. Endvidere skal længdeprofilets retlinede strækninger dække tilstrækkeligt store dele af linjeføringens vendeklotoider.

Adskiller man to konkave vertikalkurver af en strækning, der er retlinet i længdeprofilet, får man i vejbilledet det generende synsbedrag, at det mellemliggende, retlinede vejstykke ser ud til at bue opad, altså at udgøre en konveks kurve.

Endelig har det været god latin aldrig at indføre et kort retlinet stykke i længdeprofilet mellem to ensvendte kurver. I stedet bør indlægges en eller flere cirkelbuer. Reglen har i øvrigt ikke universel gyldighed: Den gælder, hvor linjeføringen er en ret linje eller en cirkelbue, men ikke ubetinget hvor linjeføringen ligger i en vendeklotoide.

Poulsen (1989) undsiger nogle af de klassiske læresætninger, der har været fremført om længdeprofilets udformning. Han advarer blandt andet imod sentensen, der siger, at man ved større radier

¹ Dette og det følgende afsnit hviler hovedsagelig på Poulsen (1989)



Figur 37. Længdeprofil (rød) og kurvebånd (blå) for et tracé, hvor længdeprofillets og linjeføringens faseskift er sammenfaldende.

kan sammensætte en konkav og en konveks kurve direkte uden mellemliggende ret linje. Også i længdeprofilet er brug for overgangskurver mellem modsat rettede cirkelbuer for at sikre det flydende forløb og for at modvirke risikoen for, at vejen i det perspektiviske billede forsvinder på en delstrækning. Længdeprofillets overgangskurver kan imidlertid erstattes af rette linjestykker, da vertikalkurveradierne er meget store.

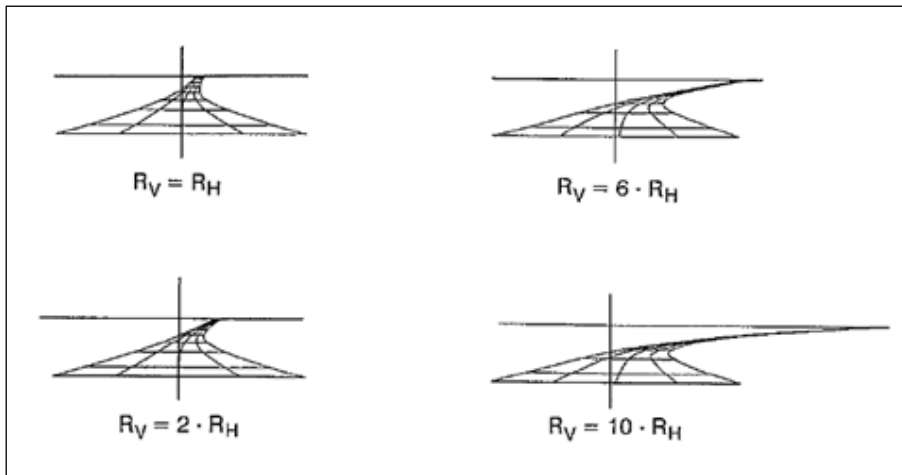
5.1.6 Kombinationen af horisontal- og vertikalkurver

Kombinationen af horisontal- og vertikalkurverne er afgørende for vejens *optiske forløb*, herunder for at forløbet er harmonisk og trafiksikkert. Der er adskillige hensyn, som skal tilgodeses.

Hvordan linjeføring og længdeprofil skal kombineres kan ikke besvares enkelt. Resultatet må samtidig respektere landskabets former, og oftest vil resultatet først fremkomme efter gentagne iterationer, hvor såvel linjeføringen som længdeprofilet (og eventuelt også krydsudformninger) ændres, og konsekvenserne af ændringerne vurderes. Denne vurdering skal naturligvis ske i begge kørselsretninger.

Der er dog nogle tips, der i reglen kan føre frem til et acceptabelt resultat.

Tracerings grundregel kan formuleres således: En horisontalkurve bør kombineres med en vertikalkurve, og det bør tilstræbes, at horisontalkurven overlejrer vertikalkurven. Horisontalkurven skal med andre ord begynde før og slutte efter vertikalkurven. Er vertikalkurven konkav, må den dog ikke være for kort,



Figur 38. Horisontalkurve, der overlejrer en konkav vertikalkurve med forskellige forhold mellem de to radier. (Kjems, 2000a)

da den så kan tage sig ud som en horisontal kontrakurve, eller to koblede klotoidegrene, i vejbilledet.

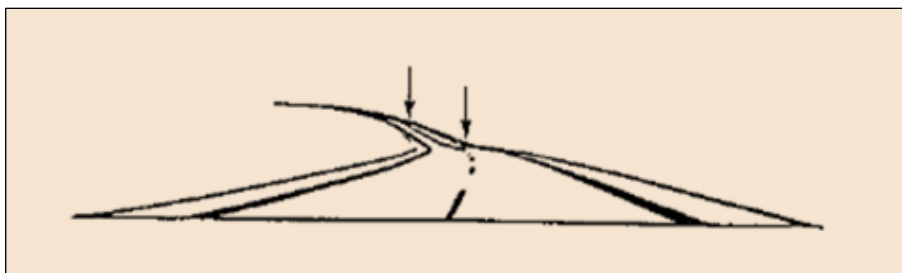
Med andre ord siger traceringens grundregel, at faseskift i linjeføringen og i længdeprofilet skal falde sammen, jævnfør Figur 37.

Grundreglen forudsætter, at vertikalkurveradius er meget større end horisontalkurveradius, helst mindst ti gange større.

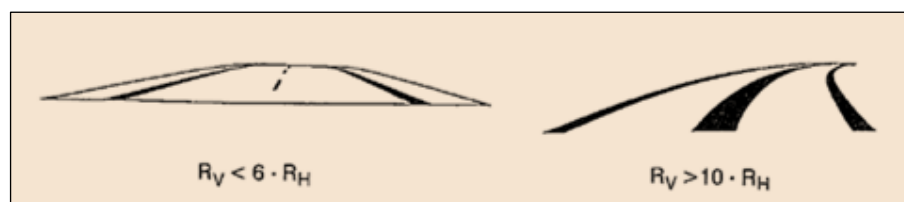
Figur 38 illustrerer, hvordan opfattelsen af krumningen af en horisontalkurve, der overlejrer en konkav vertikalkurve, afhænger af forholdet mellem de to radier. For de to forløb til venstre, $R_V = R_H$ og $R_V = 2 \cdot R_H$, er det længdeprofilet, der tegner vejbilledet, og det er ikke særligt tydeligt, at man befinder sig i en højredrejende horisontalkurve. For $R_V = 10 \cdot R_H$ er længdeprofilets indflydelse på vejprofilet elimineret. Grænsen ligger et sted mellem $R_V = 6 \cdot R_H$ og $R_V = 8 \cdot R_H$.

Hvis man bruger en vertikalkurveradius, der er for lille, i en kort konkav vertikalkurve i en lang horisontalkurve, får man et vejbillede med et uharmonisk forløb af vejens inderside og en visuel modkrumning i vejens yderside, jævnfør Figur 39.

Reglen for forholdet mellem størrelserne af vertikalkurveradius og horisontalkurveradius gælder også for konvekse vertikalkurver, og også her ligger grænsen mellem $R_V = 6 \cdot R_H$ og $R_V = 8 \cdot R_H$.



Figur 39. Vertikalkurve med for lille radius beliggende i en noget længere horisontalkurve. Vejbilledet har en tydelig modkrumning på den strækning, hvor vertikalkurven ligger (mellem pilene). (Poulsen, 1989)



Figur 40. Konveks vertikalkurve med for lille radius, hvor vejen "skæres af" (til venstre) henholdsvis med tilstrækkelig stor radius, der giver det korrekte vej-billede (til højre). (Poulsen, 1989)

Hvis man benytter for små vertikalkurveradier, vil vejbilledet se ud, som om vejen er "skåret af" forude: den forsvinder pludselig og man ser ikke horisontalkrumningen til dens ende. En tilstrækkelig stor vertikalkurve giver det korrekte vej-billede, jævnfør Figur 40.

Linjeføringens overgangskurver bør så vidt muligt have et retlinet længdeprofil. En vertikalkurve med stor radius kan dog godt strække sig ind over $\frac{1}{3}$ af den krumme ende af klotoidegrenen, idet vertikalkurvens radius her stadig vil være større end $6 \cdot R_H$.

Kombinationer af overgangsforløb i linjeføringen og i længdeprofilet er altid kritiske, og man bør tilstræbe, at vendepunkterne så vidt muligt falder sammen. Hvis vejen har en retningsændring og samtidig bevæger sig fra et lavere til et højere niveau, bør hovedtangenten for overgangskurven i linjeføringen altså ligge nogenlunde midt på længdeprofilets retlinede stigningsstrækning. Dette er navnlig vigtigt, hvis højdeforskellen mellem de to niveauer er større end øjenpunktshøjden, fordi vej-billedet ellers kan lede til et helt forkert indtryk.

Det kan være vanskeligt at tilgodese traceringens grundregel om fasesammenfald mellem linjeføring og længdeprofil, når tracéet også skal tilpasses landskabet. Kommer man i den situation, bør man undgå at ændre længdeprofilet i flere punkter end linjeføringen, da det som regel vil give et bølgende, uroligt eller springende vejforløb. Derimod kan man måske få et brugbart resultat, hvis man ændrer linjeføringens kurvatur i et punkt eller to mere end længdeprofilet.

Kombinerer man én retlinet længdeprofilstrækning med flere linjeføringslementer, vil der ikke være problemer med selve det optiske forløb, men der kan forekomme umotiverede sving i vej-billedet.

Kombinerer man én stor, lang konkav vertikalkurve med en vendeklotoid, vil resultatet normalt være et flydende og harmonisk vej-billede. Der kan optræde det synsbedrag, at den modkrumning, som optræder ved vendepunktet, i vej-billedet synes at ligge før det virkelige vendepunkt, men dette vil sjældent være en kritisk fejl. Situationen er undtagelsen, der bekræfter reglen om, at længdeprofilet normalt skal være retlinet hen over en vendeklotoid.



Figur 41. En kort vertikalkurve fører til et knæk i vejbilledet på den retlinede linjeføring (til venstre); vertikalkurven skal være lang. (Poulsen, 1989)

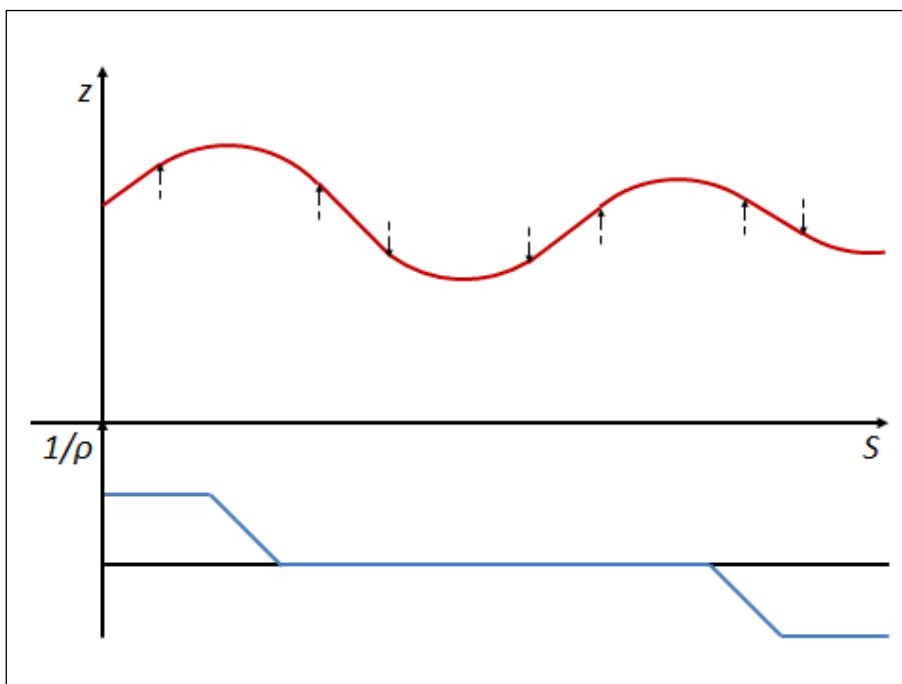
Kombinerer man én stor, lang konveks vertikalkurve med en vendeklotoide, vil resultatet være et uheldigt vejbillede, hvor vejen "forsvinder" omkring vendepunktet. Vejen vil fortsætte til modsat side, hvilket trafikanterne ikke kan se af vejbilledet. Virkningen kan imødegås ved at justere længdeprofilet, så det får et retlinet stykke på den strækning, der modsvarer vendeklotoiden. Isoleret set er der ikke tale om et logisk længdeprofil; men man opnår et fornuftigt vejbillede for trafikanterne.

Linjeføringens retlinede strækninger bør have enten et retlinet længdeprofil eller et længdeprofil, der består af en lang, konkav vertikalkurve.

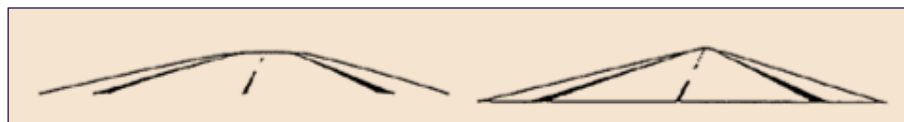
I førstnævnte tilfælde er det væsentligt, at asfaltkanter, kantbaner, langsgående afstribning og opsætning af eventuelt autoværn mv. er udført nøjagtigt; afvigelser fremstår tydeligt og giver indtryk af et sjusket projekt.

I sidstnævnte tilfælde er det væsentligt, at vertikalkurven virkelig er lang, helst så den har en længde, der ligger mellem $\frac{1}{2}$ og $\frac{3}{4}$ af længden af linjeføringens retlinede strækning, jævnfør Figur 41.

En retlinet strækning i linjeføringen bør ikke kombineres med en konveks vertikalkurve, da dette – selv ved store vertikalkurvera-



Figur 42. Dårlig kombination af linjeføring og længdeprofil - vejen forsvinder "op i himlen", så man ikke når at se den dreje inden horisonten. Der er i øvrigt for mange faseskift i længdeprofilet. Efter (Poulsen, 1989).



Figur 43. Selv en meget stor konvens vertikalkurve på en retlinet strækning kan ikke forhindre, at vejen forude ser ud, som om den er "skåret af" (til venstre). Ved mindre vertikalkurveradier er der risiko for, at vejen ser ud som om den fører "til himlen". (Poulsen, 1989)

dier – kan give indtryk af, at vejen er skåret af eller fører "til himlen", jævnfør Figur 42 og Figur 43.

5.1.7 Tværprofil og den indre harmoni

Sammen med landskabet danner vejen det rum, som trafikanterne færdes i. Ved at gøre dette rum mere eller mindre åbent eller mere eller mindre lukket, kan man forstærke eller sløre trafikanternes oplevelser, og man kan derved også påvirke deres adfærd.

Et bredt tværprofil gennem et landskab i stor skala vil understrege landskabets åbne karakter og give trafikanterne gode orienteringsmuligheder. Derved egner det brede profil sig godt til overordnede veje, hvor landskabet opleves under relativt høje hastigheder.

Et smalt og lukket profil betyder mindre rum og er velegnet til indpasning i afvekslende landskaber i mindre skala. Et sådant profil vil ofte give indtryk af, at man færdes i en korridor, og vil begrænse synsfeltet. Det egner sig derfor godt til lokalveje med lav hastighed.

For at fremkalde et tiltalende udseende kræver en bred vej en højere linjeførings- og længdeprofilstandard end en smallere vej. Vejens forskellige elementer må altså afpasses hinanden. Hvis vejen projekteres med tanke på progressiv udbygning, altså senere udbygning i bredden, så må linjeføringen og længdeprofilet formes med tanke på den bredde, vejen skal have i sin endelige udbygningsstandard.

Kørebanelens sidehældning kan til tider påvirke vejens æstetiske udtryk uheldigt, så trafikanten får indtryk af, at der optræder en kontrakurve. I højredrejende kurver kan tilvejebringelsen af overhøjden for venstrekanten give det ufordelagtige indtryk både ved kurvens begyndelse og ved dens afslutning. I venstredrejende kurver kan højrekantens overgangsstykke set umiddelbart før kurvens afslutning tilsvarende til tider give et mindre godt indtryk; derimod bliver indtrykket sjældent ufordelagtigt ved kurvens begyndelse.

5.2 Den ydre harmoni

Mens den indre harmoni angår samklangen mellem vejens enkelte tracteringselementer, drejer den ydre harmoni sig om vejens rette

indpasning i det landskab, vejen ligger i. Heller ikke her gælder et regelsæt, som garanterer en god løsning i alle situationer: Hver enkelt situation må vurderes særskilt. Der er dog også hvad angår den ydre harmoni nogle betragtninger, man altid bør have i baghovedet.

Varming (1970) er den danske klassiker i beskrivelsen af kvaliteter i samspillet mellem vej og landskab. Han fastslår, at en vej, meget simplificeret sagt, kan opføre sig på tre måder i et landskab: den kan **I** *underordne* sig landskabet, den kan **II** *understrege* linjerne i landskabet, og den kan **III** *dominere* landskabet.

Varming behandler i de tre situationer karakteristika og metoder, når landskabet ses fra vejen, når vejen ses fra landskabet samt når vejbandet ses fra vejen, jf. Tabel 1.

Tabel 1. Karakteristika ved de tre hovedsituationer, samt metoder til bearbejdning af traceringsudfordringerne. Bemærk, at der naturligvis siden udgivelsen er sket en stor udvikling af de metoder, der er tilgængelige, navnlig gennem stærkt forbedrede IT-værktøjer. Efter (Varming, 1970).

		LANDSKAB SET FRA VEJ	VEJ SET FRA LANDSKAB	VEJBÅND SET FRA VEJ
I. Vejen UNDER-ORDNET landskabets træk	Karakteristika	Vejen "livlig" i landskabet. Bevæget længdeprofil. Delte vejbaner?	Vejen skjult, tilplantet eller nedgravet	Slynget trace. Delte vejbaner?
	Metoder	Gennemvandring af linjen, . EDB-billedserier. Plan og længdeprofil. Evt. "flagremusekort" ¹	Gennemkrydsning af omgivelser. Studier af støj- og lysforhold samt stedlig bevoksning	Enkeltbilleder. Synslængder ved EDB-billederne
II. Vejen UNDERSTREGER landskabets træk	Karakteristika	Vejen følger konturer	Vejen understreger eksisterende topografiske skel	Vejen tilpasset landskabet smidigt
	Metoder	Tape på luftfotos. Dækfarve på markoptagelser	Opsøgning på kort og i marken af alle slags topografiske grænser: åer, bakkekamme og –fode, skovbryn, bredder o.lign.	Længde- og tværsnit. Planer. Evt. "flagremusekort" ¹
III. Vejen DOMINERER landskabet	Karakteristika	Vejen løftet med jævne mellemrum. Gode udsigtsmuligheder	Karakterfulde skrænter og plantninger. Vejen stopper uendelige udsigter	Lange udsigter. Slank linjeføring
	Metoder	Tidsstudier. Arbejde i sekvenser. Kulisser indrammer gode og gemmer dårlige udsigter	Modeller. Meget arbejde med enkeltelementer. Broer o.lign.	Gennemarbejdning af rumkurven på EDB-billederne

¹ Et "flagremusekort" er en plantegning af linjeføringen på et kort med højdekurver og med farve- eller skraveringsmarkering af de skråningsarealer, som fremkommer ved afgravning eller påfyldning. Betegnelsen refererer til det flagrende bånd, der herved fremkommer.

Tilgang I bør tilstræbes, hvor landskabet er meget smukt og meget sårbart, så det må frygtes, at vejen vil virke som et brutalt indgreb, som man bør søge at mildne. Tilgang II er normalt den mest tilstræbelsesværdige måde at tracere vejen på: man opsøger landskabets topografiske skel og lader vejen følge disse frem for at lade vejen gennemskære flere synlige grænser og derved sønderdele landskabet. Tilgang III, hvor vejen bliver det vigtigste led i landskabet, hører ifølge Varming til landskabsarkitektens aller vanskeligste opgaver. Han skitserer to forskellige situationer, hvor denne tilgang er berettiget, dels hvor vejen gennemløber trivielle landskaber, der er flade, uden bevoksning af interesse og uden karakter, dels hvor vejen forbinder to højdepunkter på tværs af niveaukurver og alle topografiske skel i landskabet, fx ved store fjordbroer og ved dalbroer, hvor vejanlægget er løftet over landskabet.

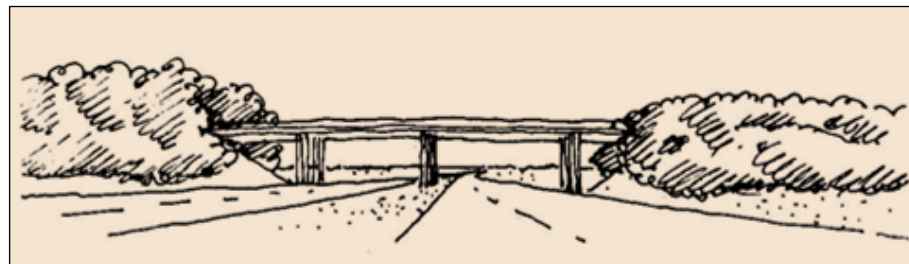
5.2.1 Afveksling og ro i vejbilledet

Landskabet består af en række rum, som vejen fører igennem. Trafikanten ser vejen i et meget lavt perspektiv og får let et forvrænget billede af vejens former. Trafikanten opfatter ikke vejen i dens helhed, men oplever den som en bevægelse fra rum til rum. Dette forhold bør inddrages i traceringen.

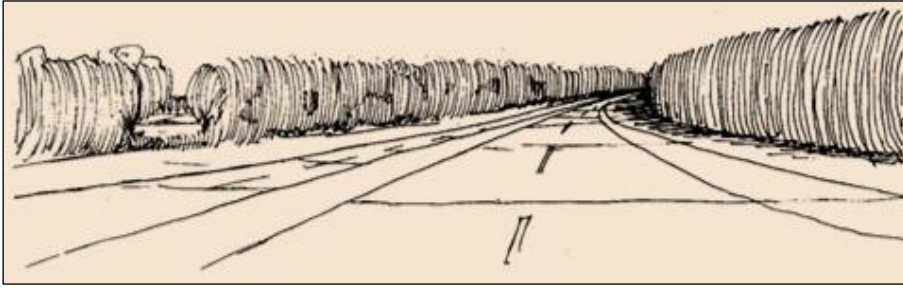
Trafikanten har behov for såvel afveksling som ro, også i vejbilledet. Længere tids kørsel med ensartede synsindtryk er monotont og kan virke sløvende. Det kan medføre, at trafikantens opmærksomhed svækkes, og at reaktionsevnen derfor nedsættes. Trafikanten har altså brug for, at vejbilledet fra tid til anden skifter og byder på nye synsoplevelser – disse skal helst vise sig i kørselsretningen, så opmærksomheden ikke bortledes fra vejen. Figur 44.

Omvendt betyder ændringer i vejbilledet, at trafikanten bruger tid til at orientere sig i og omstille sig til de nye synsindtryk, før opmærksomheden atter er fuldt koncentreret om selve kørslen. Hyppige ændringer af vejbilledet kan stresser trafikanter og foranledige, at de kører mindre sikkert.

Doseringen betyder også noget. Korte glimt af en spændende udsigt kan virke distraherende ved kørsel på en vejstrækning, der i



Figur 44. Brodæmningerne på motorvejen fra Sakskøbing til Rødby er tilplantet efter projekt fra landskabsprofessor C.Th. Sørensen, og de krydsende veje opdeler således oplevelsen af det flade lollandske landskab i adskilte rum. Fra (Varming, 1970).



Figur 45. Et glimt af en attraktiv udsigt kan vække trafikantens interesse og bortlede opmærksomheden i forventning om at få uddybet indtrykket af landskabet – korte glimt kan således være værre end ingen udsigt. Fra (Varming, 1970).

øvrigt er monoton, jf. Figur 45.

Der er altså tale om, at man i tracéet skal skabe en fin balance mellem afveksling og ro i begge kørselsretninger.

5.2.2 Rytme og hastighed

Ifølge Kjemtrup (2015) findes der i dag ikke belæg for at give præcise længder for de skiftende vejrum, men opgaven er at skabe veje med tilpas variation, så trafikmiljøet og vejens omgivelser virker stimulerende på trafikanternes nysgerrighed og opmærksomhed, samtidig med at man undgår uventede overraskelser, der kan føre til uhensigtsmæssigt og farlig adfærd.

Ét-to minutter kunne måske være en tommelfingerregel for, hvor hyppigt trafikanterne kan og bør have nye synsindtryk. Det indikerer også, at afstanden mellem ændringerne i vejbilledet afhænger af den hastighed, som trafikanterne færdes med. Jo højere hastighed, desto større afstand.

Ydermere gælder det, at trafikanterne typisk fokuserer smallere og længere fremme ad vejens synlige forløb, jo højere hastighed, de kører med. Et *point-de-viu* bør derfor træde frem nær dette fokuspunkt, og dette gælder især ved veje af høj hastighedsklasse, se Figur 46.



Figur 46. Udsigten til Ousted Kirke fra E45 i nordgående retning syd for Eier Bavnehøj er nok det mest vellykkede sigtemærk, som det danske motorvejsnet har budt sine trafikanter på. I dag kan kirkens tårn dog vanskeligt ses, da træbeplantningen syd for kirken dækker for synet. Fra (Kjems, 2000a).



Figur 47. En stor slynget dal med adskilte skove på skrænterne har en identitet, der kan bevares ved en vejtracéring i det topografiske skel mellem dalbund og skrænt. Eksempel fra Varming (1970).

Ved lavere hastigheder kan trafikanterne bedre inddrage synsindtryk, der ligger længere mod siderne.

I tilgift skal man erindre, at trafikanterne skal bruge nogle sekunder til at percipere synsindtrykket, og at deres opmærksomhed i denne tid er bortledt fra selve vejen og dens trafik. I disse sekunder tilbagelægger trafikanterne en afstand, og det er naturligvis vigtigt, at der ikke på denne vejstrækning forekommer situationer eller anden information, som trafikanten skal reagere på.

Man bør ligeledes undgå at præsentere trafikanterne for konkurrerende, nye synsindtryk. I stedet bør indtrykkene så vidt muligt fordeles over vejforløbet, så trafikanternes opmærksomhed kun er afledt fra vejbilledet i kort tid af gangen.

5.2.3 Landskabets rumopdeling

Vejen bør søges indpasset godt i landskabets rum. Rummets former og farver kan give særlige behov og muligheder, Figur 47.

Et trace, der giver en god optisk ledning, tilgodeser oftest også ønsker om god kørselsdynamik og et tilfredsstillende æstetisk udseende. Ved hjælp af bløde kurver kan man ofte tilpasse tracéet til landskabsrummets former og skabe et tiltalende trafikmiljø.

I den forbindelse bør man specielt være opmærksom på risikoen for skæmmende skår mellem naborum i landskabet. De virker forstyrrende i landskabsbilledet.

Når vejen skal passere et bakkedrag mellem to landskabsrum, vil et ret linjestykke give et sådant grimt skår. Et sæt af modsat rettede horisontal- og vertikalkurver vil give en overgang, der tager sig meget bedre ud. Som nævnt tidligere, skal man være meget opmærksom på den indbyrdes placering af vendetangenterne.

Når vejen derimod skal passere bakketoppe i samme landskabsrum, bør horisontalkurver ligge på bakketoppene og ikke imellem dem. Horisontalkurver og konvekse vertikalkurver inden for landskabsrummet bør derfor kombineres.

5.2.4 Overgang mellem skråningssider og landskab

Vejanlæggets indgreb i landskabet kan fremstå hårdt, og dette indtryk bør mindskes. Det gælder fx ved foden af påfyldnings-skråninger og ved toppen af afgravningsskråninger. Begge steder vil en afrunding af den skarpe overgang mellem terræn og skråningen være en god foranstaltning, der i øvrigt ikke er bekostelig.

Ved høje afgravningsskråninger kan man mindske grimme, kunstige indtryk af anlægget ved at placere buske, der samtidig slører skråningsfladen og beriger synsoplevelsen gennem sine former og farver.

Overgangen fra påfyldning til afgravning er ofte problematisk. Hubendick (1976) peger på, at en æstetisk god effekt kan opnås for beskedne omkostninger ved en såkaldt propelbladsudformning, altså hvor man successivt mindsker påfyldningens hældning mod afgravningens begyndelse for derefter at øge den successivt til normal afgravningshældning.

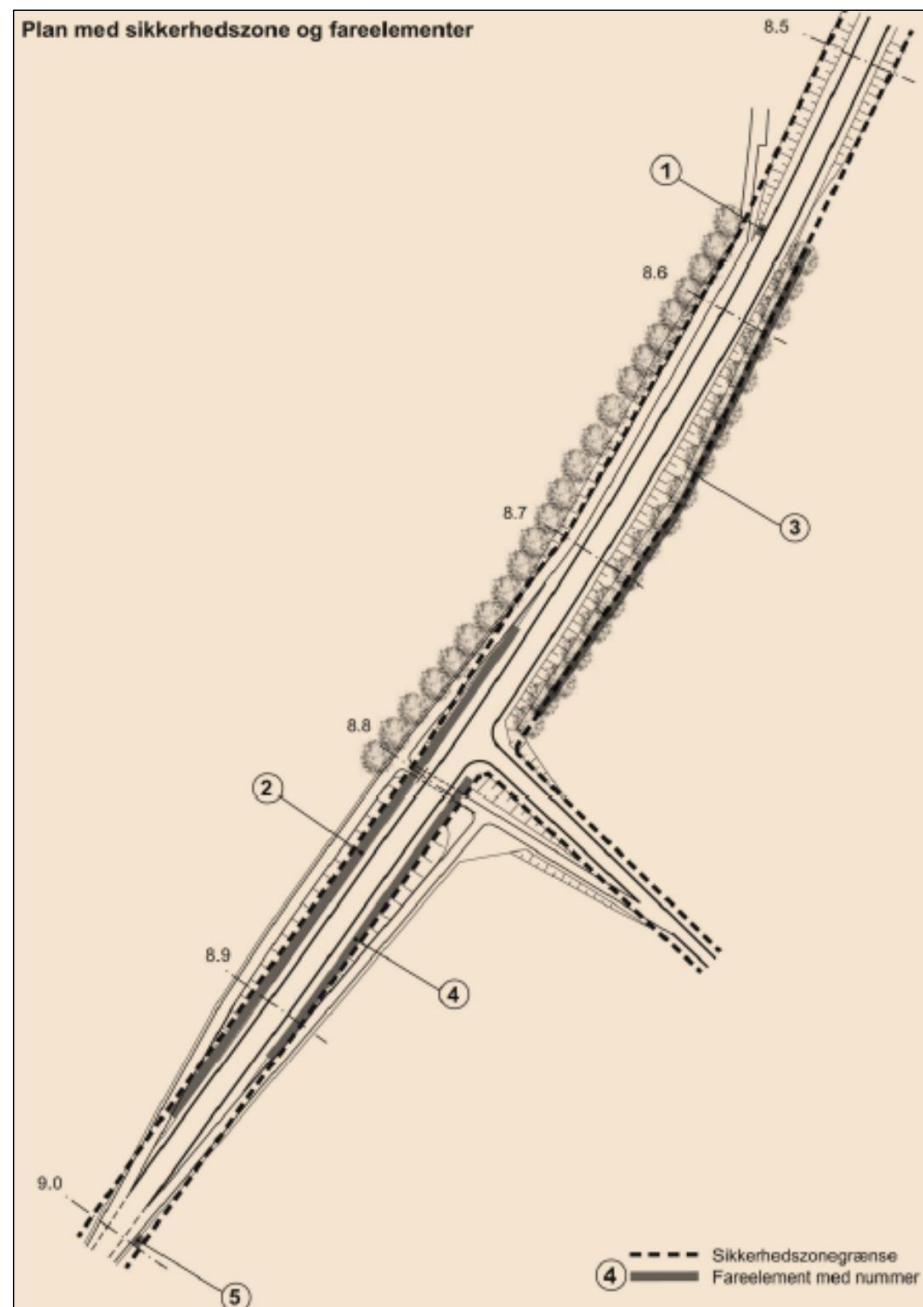
5.3 Vejens udstyr

Det vejudstyr, der placeres langs vejen, påvirker naturligvis også på godt og ondt det æstetiske udtryk, som vejenstrækningen giver. Udstyret – autoværn, vejvisnings- og færdselstavler, vejbelysning, beplantning, buslæskure, kunstværker og mindsten mv. – udgør en ikke helt uvæsentlig omkostning såvel ved anskaffelse som i løbende drift.

Der udfoldes bestræbelser for at udvikle og vælge design, som dels er funktionelt, dels er pænt, dels er holdbart, robust og vedligeholdelsesvenligt.

Der lægges tillige vægt på at placere vejudstyret, så det står optimalt, fx så afmærkning står, hvor informationen er relevant og kan læses af trafikanterne, så vejbelysning og beplantning gennem optiske ledning bidrager til at understrege vejens trace. Faste genstande placeres eller udformes, så de ikke udgør en risiko ved påkørsel, og autoværn etableres kun, hvor de er det bedste middel til at understøtte trafiksikkerheden på strækningen, jf. Figur 48.

Valg og placering af vejudstyret er en væsentlig del af projekteringen. Den gode løsning kan afstedkomme justeringer, i reglen dog kun i mindre omfang, i selve projektudformningen. Derfor er vejprojektets bestykning med udstyr ikke en opgave, der klistres på det færdige vejprojekt – udstyret er elementer, som bør være afklarede i et sådant omfang, at også udstyret kan medtages, når detailprojekteringen af vejstrækningen går i gang.



Figur 48. Kortlægning af behov for autoværn på grundlag af plan med sikkerhedszone og faremomenter. ① og ⑤ er en orienteringstavler, der kan sikres med brudled. ② er en skråning, som må sikres med et broautoværn. ③ er en træække, som sikres ved flytning 2 m uden for sikkerhedsafstand. ④ er en kantbjælke ved en tunnel, som sikres med et broautoværk. Fra (Vejdirektoratet-Vejreglerådet, 2007).

5.4 Opgaver

- A. Gennemgå hvordan landskabsanalyser fremtræder i eksisterende i VVM-redegørelser, søg fx på Vejdirektoratets hjemmeside.
- B. Find og fotografer eksempler på *point-de-vue*'s (bygninger, solitære træer, ...) fra din hjemegn. Kortlæg hvor lange vejstrækninger, der orienterer sig mod det enkelte punkt, og vurder i hvilket omfang der foregår en planlagt pleje for at opretholde sigtelinjer til punkterne.

C. Identificer delstrækninger på det vejnet, du regelmæssigt færdes på, og hvor du oplever, at der optræder en visuel uregelmæssighed. Undersøg linjeføring, længdeprofil og tværprofil og vurder, hvordan elementerne i det perspektiviske billede kan give anledning til det misforhold, du oplever.

D. Identificer og fotografer eksempler på, at en vejforbindelse mellem to landskabsrum giver anledning til et sigtskår. Overvej hvilke foranstaltninger, der kunne afbøde effekten.



6 TRACEBEREGNING

Vi vil i dette kapitel beskæftige os med, hvordan vi beregner, hvor de enkelte punkter i vejoverfladen befinder sig. I praksis er det beregninger, som vore CAD-projekteringsværktøjer leverer, og det er uproblematisk at stole på disse resultater. Det er imidlertid betænkeligt, hvis de ingeniører, som anvender værktøjerne, ikke har en vis forståelse for, hvordan værktøjerne fungerer.

Nogle projekteringsprogrammer kan i dag behandle tracéet under ét; men normalt behandles linjeføringen og længdeprofilet hver for sig, idet man både før og efter beregningerne vurderer, om man opnår det ønskede samspil i hele tracéet.

Beregningerne foregår i princippet i tre trin. I det første trin, hovedelementbestemmelsen, fastlægges linjeføringens enkelte linjeføringslementer henholdsvis længdeprofilets enkelte længdeprofilelementer. Fastlæggelsen indebærer, at man bestemmer elementernes parametre og endepunkter, så man kender endepunkternes koordinater samt radius og tangentvinklen i hvert endepunkt. I det andet trin fastlægges koordinater og afsætningsdata til de mellemliggende stationeringspunkter på tracéet i det omfang, disse ønskes bestemt. Endelig fastlægges koordinater til de nødvendige punkter i stationernes tværsnit.

De to sidstnævnte trin er simple, når det første er gennemført.

De enkelte stationeringspunkters vejkoordinater og retningsvinkel kan, som vist i kapitel 4, beregnes i forhold til vejelementets endepunkter. Herefter kan koordinaterne transformeres over i det overordnede koordinatsystem, som angivet i kapitel 3.

Element	Tangentpunkt			Parametre			Cirkelcentrum		Tangentskæring		
	Station [m]	X [m]	Y [m]	L	R	A	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	θ [°]
1	-150,80	277597,96	43174,82	L	150,80						89,108
2	0,00	277600,32	43325,60	K	128,57	300,00			277601,66	43411,34	87,351
3	128,57	277606,26	43453,99	C	139,20	-700,00	278302,22	43378,89	277613,76	43523,42	78,141
4	267,78	277634,82	43590,00	K	64,61	212,66			277641,31	43610,53	70,690
5	332,38	277656,18	43650,96	K	20,35	63,80			277660,87	43663,70	70,782
6	352,74	277662,88	43670,18	C	36,52	200,00	277471,91	43729,59	277668,32	43687,66	77,941
7	389,26	277670,50	43705,85	K	50,00	100,00			277672,48	43722,42	87,958
8	439,26	277672,28	43755,78	L	30,00						90,344
9	439,26	277672,10	43785,78								

Figur 49. Skitse af resultattabel fra en linjeberegnings hovedelementbestemmelse. Ud over koordinater til tangentpunkter og parametre for de enkelte linjeføringslementer er medtaget koordinater til centrum for cirkelbuer samt til tangenternes skæringspunkter. Bemærk, at tangentens retningsvinkel er angivet i decimaler af den seksagesimale graddeling ($\pi = 180^\circ$). Data fra (Vejdatalaboratoriet, 1973a).

Endelig kan de enkelte tværsnitpunkters koordinater i stationeringspunktets vejkoordinatsystem beregnes ud fra stationeringens tværsnit, og koordinaterne kan herefter transformeres.

6.1 Hovedelementbestemmelse

Hovedelementbestemmelsen indebærer for linjeføringens vedkommende, at man for hvert ret linjestykke, hver cirkelbue og hver klotoidebue har bestemt elementets parametre og endepunkter. For hvert af disse punkter kender man (eller kan beregne) altså følgende fire oplysninger: Punktets X -koordinat, punktets Y -koordinat, horisontalkrumningsradius, R , i punktet (inklusive fortegn i henhold til fortegnskonventionen) samt linjeføringens tangentvinkel, θ , i punktet. Resultatet kan se ud som vist på Figur 49.

For længdeprofilets vedkommende indebærer hovedelementbestemmelsen tilsvarende, at man for hvert linjestykke og for hver cirkelbue har bestemt elementets parametre og endepunkter. For hvert af disse punkter kender man (eller kan beregne) derfor følgende fire oplysninger: Punktets stationering, punktets kote (Z -koordinat), vertikalkrumningsradius, R , i punktet (inklusive fortegn i henhold til fortegnskonventionen) samt tracéets længdegradient, s , i punktet. Resultatet kan opstilles som vist på Figur 50.

Element	Tangentpunkt			Radius R [m]	Gradient s [‰]	Knæpunkt	
	Station	Kote [m]				Station [m]	Kote [m]
1			L		-40,0		
2	-60,80	20,97	C	40,00		-60,00	21,00
3	-59,20	21,00	L		0,0		
4	280,06	21,00	C	6000,00		400,01	21,00
5	519,86	16,21	L		40,0		
6	605,19	12,79	C	-5998,04		725,01	8,00
7	844,92	8,00	L		0,0		
8	932,52	8,00	C	-4500		1000,01	8,00
9	1067,46	10,02	L		30,0		
10	1232,55	14,98	C	4499,73		1300,00	17,00
11	1367,48	17,00	L		0,0		
12	1747,01	17,00	C	6000,00		1844,18	17,00
13	1941,31	13,85	L		32,4		
14	2048,48	10,38	C	-4500,00		2217,82	4,89
15	2387,08	12,16					

Figur 50. Skitse af resultattabel fra en længdeprofilberegningens hovedelementbestemmelse. Tabellen angiver station og kote til tangentpunkter og radius henholdsvis gradient af afrundingskurverne og de mellemliggende tangenter. Endvidere angiver tabellen station og kote til tangenternes skæringspunkter (knæpunkterne). Data fra (Vejdatalaboratoriet, 1973b).

Hovedelementbestemmelserne sker i dag i de CAD-værktøjer, der er udviklet til vejprojektering. Vi vil dog kunne finde samme resultater, som CAD-værktøjerne, ved selv at foretage beregninger. Det ville tage længere tid, og formentlig ville vi undervejs også begå nogle regnefejl. Til gengæld ville vi ofte ved brug af vor intuition og erfaring kunne prioritere de bindinger, vi ønsker at lægge på beregningerne, på en mere fleksibel måde.

CAD-værktøjerne gennemfører beregningerne på én bestemt måde, som er fastlagt i programmernes algoritmer. Algoritmernes fremgangsmåde er sjældent den eneste, der kan benyttes, og det er ikke givet, at det er den hurtigste eller den mest præcise i den givne situation. De lever dog rigeligt op til vore behov.

Algoritmerne fordrer imidlertid, at det problem, der skal løses, er specificeret, så der beregningsmæssigt set er én, og kun én, løsning. Mangler der oplysninger, kan algoritmerne enten ikke fastlægge en løsning, eller også gør de en forudbestemt antagelse. Ligger der for mange oplysninger, vil algoritmernes beregninger føre til indbyrdes modstrid, så der ikke kan fastlægges en løsning, der tilgodeser alle de opstillede krav.

Netop på det punkt har vi mennesker det fortrin, at vi evner at skønne over, hvilke bindinger der er mest relevante i situationen. Når vi udnytter CAD-værktøjerne og vil have mest muligt ud af deres overlegne regnekapacitet, har vi derfor brug for indsigt i, hvordan algoritmerne fungerer, og hvordan vi kan manipulere dem.

De centrale dele af de CAD-værktøjer, der bruges til at beregne vejenes linjeføring og længdeprofil, er programmeret i edb-verdenens ungdom. Deres algoritmer er fastlagt efter dialog med praktisk projekterende ingeniører, så programmerne naturligt kunne finde indpas i datidens projekteringsmiljøer. Algoritmerne bygger endvidere på grundige analyser af de geometriske situationer, der kan optræde i beregningerne, og som en radikal fornyelse introducerede programdesignerne en stringent terminologi – det var afgørende nødvendigt for at kunne opstille entydige beregningsregler.

Algoritmerne har fungeret upåklageligt, og de udgør stadig kernen i CAD-programmerne. Man viger tilbage fra at ændre denne del af programkoden, blandt andet for at undgå, at man får introduceret fejl, som det efterfølgende er vanskelig at lokalisere og udbedre.

6.1.1 Manuel beregning

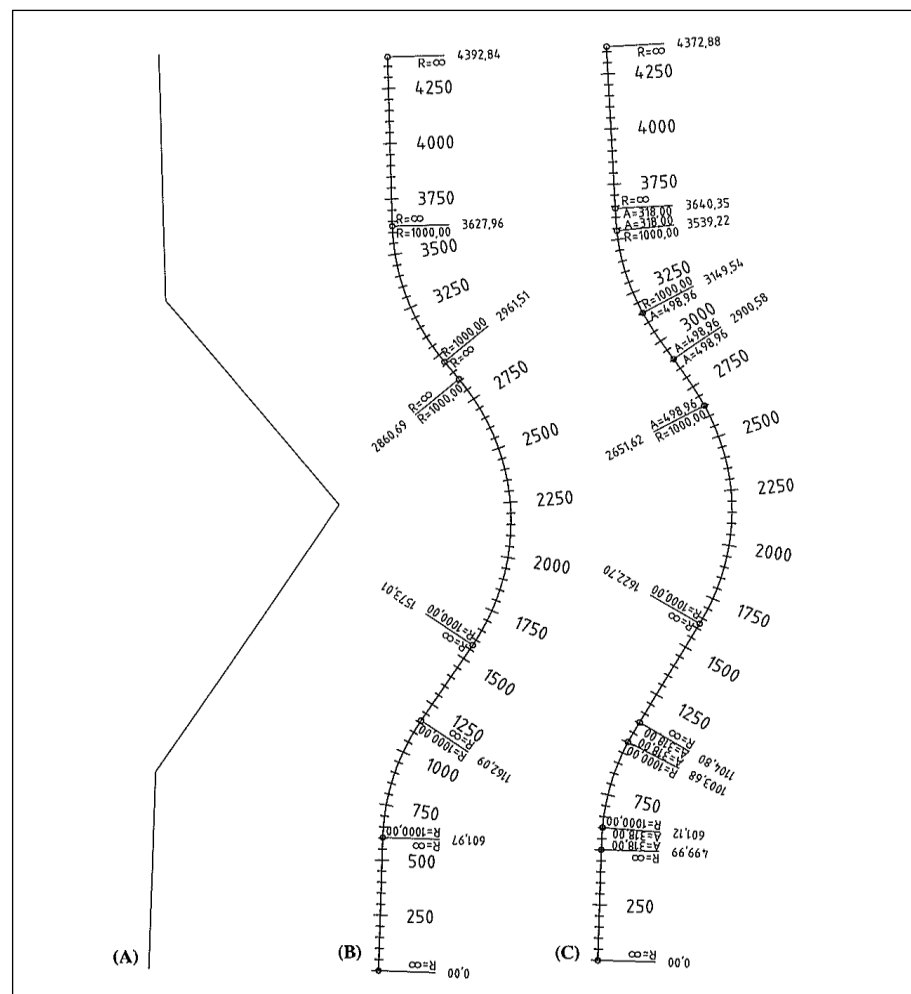
Udgangspunktet for hovedelementbestemmelsen for en linjeføring er, at man har et billede af den sekvens af linjeføringssementer, som linjeføringen er sammensat af. Tilsvarende gælder bestemmelsen af længdeprofilet.

Billedet kommer fra skitser, man har gjort sig på et kort i passende målforhold over det område, vejstrækningen skal løbe igennem. Sekvensen angiver, hvordan retlinede strækninger, cirkelbuer og klotoider følger efter hinanden, når strækningen gennemkøres i stationeringsretningen.

Skitsen, der danner afsættet, kan rumme nogle elementer, der ligger helt fast på kortet. Det kan være i forbindelse med kryds i ét eller to plan, eller ved strækningens anslutninger til det eksisterende vejnet. Imidlertid vil de fleste linjeføringsselementer i udgangspunktet have en del frihedsgrader.

Linjeberegningen indebærer, at man inddrager eller udelader oplysninger om linjeføringen i et sådant omfang, at det enkelte linjeføringsselement netop kan fastlægges. Beregnes linjeføringen manuelt eller ved brug af ældre programmer, træffer brugeren disse valg på grundlag af en vægtning af kørselsdynamiske og æstetiske hensyn tilsat erfaring og intuition.

Klassisk, manuel beregning indebærer, at man først fokuserer alene på de rette linjestykker og derefter cirkelbuerne. Skæringspunkterne mellem de rette linjestykker bestemmes. Herefter fastlægges cirkelbuerne *foreløbigt* med et centrum og en radius, og



Figur 51. Fra »tommestok« til beregnet linjeføring: (A) tangenter udpeges, (B) radier vælges, (C) klotoider indsættes. (Kjems, 2000b)

med de tilhørende tangenter, jævnfør Figur 51.

Når overgangskurverne indlægges, flyttes cirkelcentrum vinkelret på tangentretningen med den valgte klotoides indrykning, ΔR , jævnfør afsnit 4.4.3. Cirkelcentrum forskydes tilsvarende, og endelig fastlægges tangenterne mellem retlinede strækninger og klotoider henholdsvis mellem klotoider og cirkler.

Den manuelle beregning understøttes af hensigtsmæssigt udformede skemaer, der samler de indgående parametre på en struktureret måde, se fx (Osterloh, 1965).

6.1.2 Geometrisk bestemthed

I alle vejprojekteringsprogrammer følger beregningsgangen de forudsætninger og beslutningsstrukturer, der er indbygget, og beregningerne er begrænset heraf. Det betyder, at der er indlagt valg og prioriteringer, da programmet blev skrevet. Herved er også fravalgt nogle mindre hyppige kombinationer, som programmet altså ikke er i stand til at håndtere, selv om de ville kunne løses gennem manuel beregning.

Prisen for at bruge regnemaskinernes kapacitet til at foretage omfattende kalkulationer er altså, at man må indordne sig under de begrænsninger, som programudvikleren har opstillet.

Et af de vilkår der gælder, når et vejprojekteringsprogram skal gennemføre en hovedelementberegning, er, at de overskydende frihedsgrader, der i udgangspunktet ligger på de enkelte linjeføringselementer og længdeprofilelementer, skal fjernes. For at sikre at linjeføringen og længdeprofilet har netop det nødvendige og tilstrækkelige antal frihedsgrader, må man analysere tracéets geometriske bestemthed.

Geometrisk bestemt. Et traceringselement siges at være geometrisk bestemt, når det er fastlagt, så alle punkter på elementet kan koordinatbestemmes, og alle beskrivende parametre enten er kendt eller kan beregnes.

Et simpelt eksempel på et geometrisk bestemt linjeføringselement er et ret linjestykke, hvor begyndelsespunktets og endepunktets koordinater er kendt. Her kan koordinaterne til alle mellemliggende punkter beregnes. Det samme gælder linjestykkets længde og dets retningsvinkel i forhold til koordinatsystemet.

Et andet eksempel er en cirkelbue med kendt begyndelsespunkt, kendt endepunkt og kendt radius (angivet med fortegn: + ved højre- og – ved venstredrejning i forhold til beregningsretningen). Her kan koordinaterne til mellemliggende punkter beregnes. Det samme gælder buelængden og koordinaterne til cirkelns centrum.

Geometrisk ubestemt. Et linjeføringselement er geometrisk ubestemt, når der mangler én eller flere af de nødvendige oplysning-

ger. Den geometriske ubestemthed medfører, at linjeføringselementet ikke kan fastlægges entydigt. Dets punkter kan ikke koordinatsættes, og de beskrivende parametre kan ikke beregnes.

Det rette linjestykke, der alene er fastlagt med sit begyndelsespunkt og sin længde, er geometrisk ubestemt. Linjestykket kan så at sige drejes frit om begyndelsespunktet. Der er behov for at fastlægge linjestykkets retningsvinkel, for at gøre det geometrisk bestemt.

Cirkelbuen, der alene er fastlagt med begyndelsespunkt, endepunkt og den numeriske størrelse af radius, er ligeledes geometrisk ubestemt. Der findes to løsninger, en venstre- og en højredrejet, svarende til, at cirkelens radius kan være negativ eller positiv.

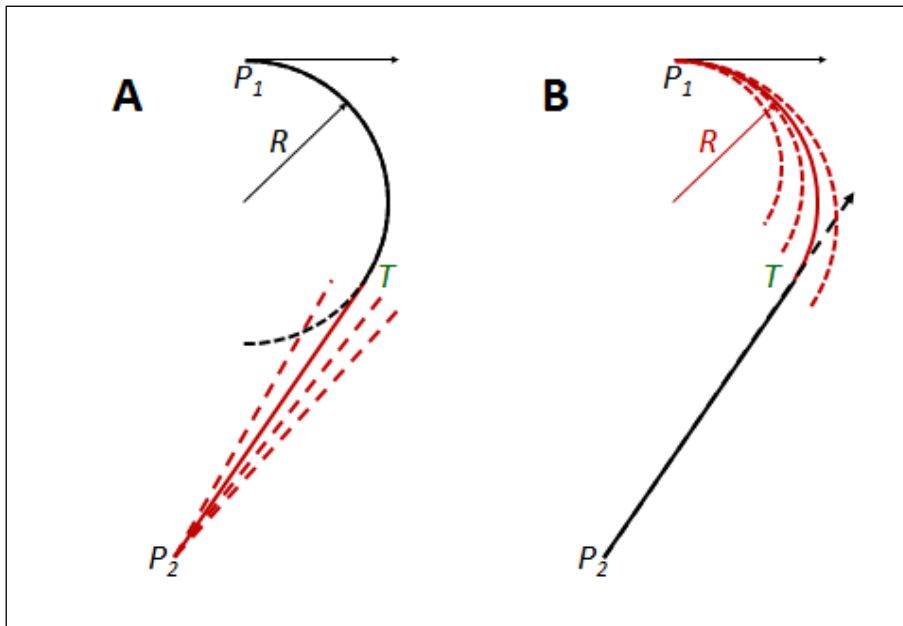
Geometrisk overbestemt. Et linjeføringselement er omvendt geometrisk overbestemt, når der er fastlagt én eller flere overskydende oplysninger. Overbestemmelsen indebærer, at koordinatbestemmelsen af øvrige punkter og beregningen af øvrige beskrivende parametre kan tilrettelægges på flere måder, men at disse måder ikke nødvendigvis vil give eksakt samme resultater. Der kommer så at sige til at optræde spændinger i bestemmelsen. For at undgå dette, vil der være behov for at se bort fra nogle overskydende oplysninger i beregningen.

Hvis det om det rette linjestykke med kendt begyndelsespunkt og kendt endepunkt tillige er fastlagt, at linjestykket skal have en kendt længde, så er elementet geometrisk overbestemt. Medmindre koordinatdifferencerne og den fastlagte længde ved et slumptræf skulle udgøre et pythagoræisk talsæt, vil der være en lille afrundingsfejl i (mindst) én af de givne oplysninger.

Naboelementers geometriske bestemthed. Betragtes i stedet to naboelementer i en linjeføring, gælder, at det første linjeføringselements endepunkt skal falde sammen med det sidste elements begyndelsespunkt, og at de to elementers tangenter i dette punkt tillige skal være sammenfaldende. Matematisk set er der tale om, at den sammensatte kurve, som linjeføringen udgør, skal være to gange differentiabel.¹

Når de to linjeføringselementer under ét skal være geometrisk bestemt, så skal disse vilkår for tangentpunktet inddrages. Man kan sige, at hvis tangentpunktet og tangentvinklen er bestemt gennem de fastlagte oplysninger for det ene linjeføringselement, så udgør tangentpunktet og tangentvinklen fastlagte oplysninger i forhold til det andet element. Denne betragtning gælder i nogle tilfælde helt bogstaveligt ved hovedelementberegningen, så be-

¹ Kravet gælder naturligvis ikke, hvor der ønskes et knæk i linjeføringen. Dette er tilfældet i forbindelse med en rundkørsel, og hvor en vej udmunder i et prioriteret vejkryds.



Figur 52. Geometrisk bestemte elementfølger af cirkelbue og linjestykke. I **A** er cirkelbuen fastlagt ved begyndelsespunkt P_1 med tangent samt cirkelradius, og tangentpunktet, T , til linjen gennem P_2 kan bestemmes. I **B** er linjen fastlagt ved endepunktet P_2 og tangentens retningsvinkel, og tangentpunktet T og radius R på cirklen med given tangent gennem P_1 kan bestemmes.

regningen kan gennemføres successivt for traceringselementerne. I andre tilfælde er det nødvendigt at behandle to eller flere traceringsselementer under ét.

Vilkåret indebærer, at der er nogle følger af traceringsselementer, der ikke er gangbare. Det helt indlysende eksempel er to rette linjestykker, der ikke ligger i umiddelbar forlængelse af hinanden. Ligeså indlysende gælder det for cirkelbuer, der måtte være fastlagt, så den ene cirkel ligger helt inden i den anden.

Generelt gælder det, at sekvensen af traceringsselementer må rumme de fornødne frihedsgrader til at dreje, forskyde, forstørre eller formindske elementerne i et sådant omfang, at naboelementer kan bringes til at tangere hinanden.

I Figur 52 betragtes eksempelvis to naboelementer, en cirkelbue og et ret linjestykke, på en linjeføring. De to elementer vil sammen være geometrisk bestemt, hvis man har fastlagt cirkelens radius (med fortegn), cirkelens begyndelsespunkt og tangentvinklen i dette punkt samt linjestykkets endepunkt. Betragtningen indebærer, at længden af cirkelbuen og af linjestykket samt linjestykkets retningsvinkel må afpasses og vil være bestemt af tangeringen.

Alternativt vil de to elementer sammen være geometrisk bestemt, hvis man har fastlagt cirkelens begyndelsespunkt linjestykkets endepunkt samt tangentvinklerne i disse to punkter. I dette tilfælde, må cirkelens radius samt længden af cirkelbuen og af linjestykket afpasses tangeringen.

Eksemplet viser, at der er flere måder at opnå geometrisk bestemtthed for to naboelementer på linjeføringen – også flere end

de to løsninger, der er skitseret i eksemplet. Betragtningen kan udvides til tre eller flere naboelementer på linjeføringen, og det kan også inkludere klotoidebuer. Betragtningerne er grundlæggende de samme, men antallet af mulige kombinationer vokser.

Efterfølgende afsnit skitserer beregningens gang i ét konkret, ældre linjeberegningsprogram. Princippet kan overføres til andre programmer; men de konkrete håndregler skal tilpasses de algoritmer, der er lagt ind i de respektive beregningsprogrammer.

6.1.3 Eksempel på brug af geometrisk bestemthed

Til illustration af linjeberegningens gang beskrives i det følgende den terminologi og systematik,¹ som et ældre norsk PC-program *NORVEG/NADB-2101*, betjente sig af.^{2,3} Programmet er, trods alderen, valgt, fordi det rimeligt simpelt kan illustrere udfordringerne med at håndtere den geometriske bestemthed.

Segmenter og ukendte parametre

Fremgangsmåden ved brugen af programmet var, at brugeren indlagde *tvangspunkter*, som linjeføringen skulle gå igennem. Princippet er, at indlægge tvangspunkterne, så de inddeler linjeføringen i *segmenter*, der herefter hver for sig bestemmes, jævnfør Figur 53. Der kan ligge op til to tvangspunkter på ét linjeføringssegment.⁴ Derimod kan der godt være flere linjeføringssegmenter i hvert segment, altså mellem to nabo-tvangspunkter.

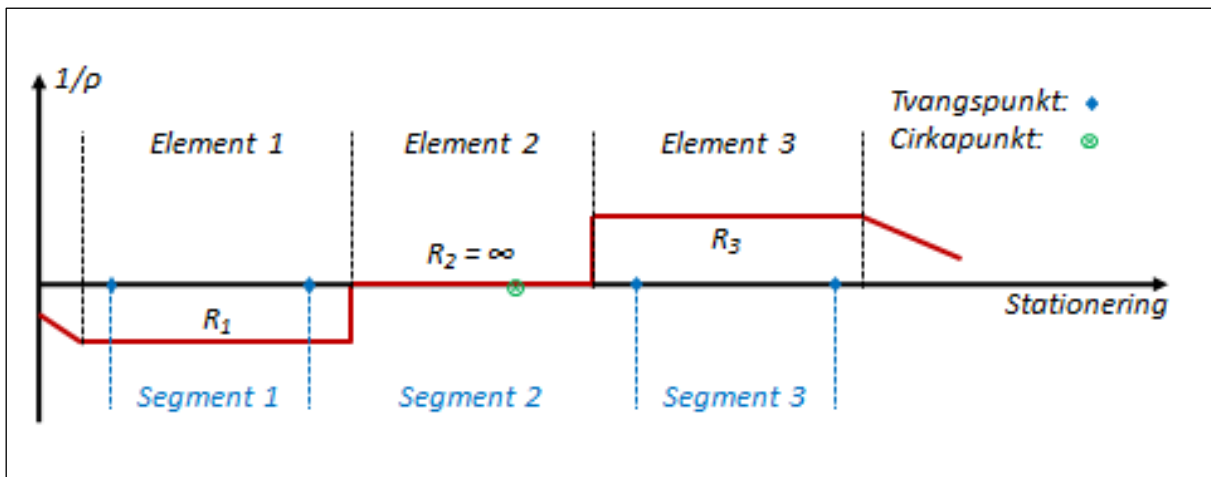
Brugeren kunne endvidere indlægge såkaldte *cirkepunkter*, dvs. punkter, der ligger tæt ved linjeføringen. Cirkepunkterne indgår ikke direkte i linjeberegningen, men tjener til, at beregningsprogrammet kan vælge den rette linjeføring, hvor der findes flere geometrisk mulige løsninger. Ved en manuel linjeberegning ville dette valg blive truffet ud fra beregnerens forståelse af linjeføringens kvaliteter.

¹ Andre programmer, blandt andet det tidligere nævnte program V102 fra Vejdatalaboratoriet i Danmark (Vejdatalaboratoriet, 1973), har betjent sig af en anden terminologi og systematik; men basalt set er principperne de samme.

² Programmet er udviklet af Vegdirektoratet, Statens Vegvesen i Norge med henblik på terminalkørsel og er bearbejdet af NORCONSULT A/S med henblik på installation og brug på PC-ere. Grundalgoritmerne indgår stadig i moderne projekteringsværktøjer; men brugergrænsefladen er ændret, og man gør brug af regnekapaciteten i moderne PC-ere, så beregningerne foregår løbende.

³ En grundigere gennemgang findes hos Kristiansen (1987).

⁴ I det aktuelle program kan en cirkel således ikke umiddelbart defineres ved fastlæggelse af tre tvangspunkter.



Figur 53. Kurvebånd, hvor linjeføringen ved hjælp af tvangspunkter inddeles i segmenter. Tvangspunkterne og eventuelle cirkapunkter placeres, således at linjeføringen bliver geometrisk bestemt. Efter (Kristiansen, 1987).

Det første kriterium for segmentinddelingen, altså placeringen af tvangspunkter, er, at det enkelte segment skal indeholde 0, 2 eller 3 *ukendte parametre* for linjeføringselementerne. De parametre, der kan være tale om, er

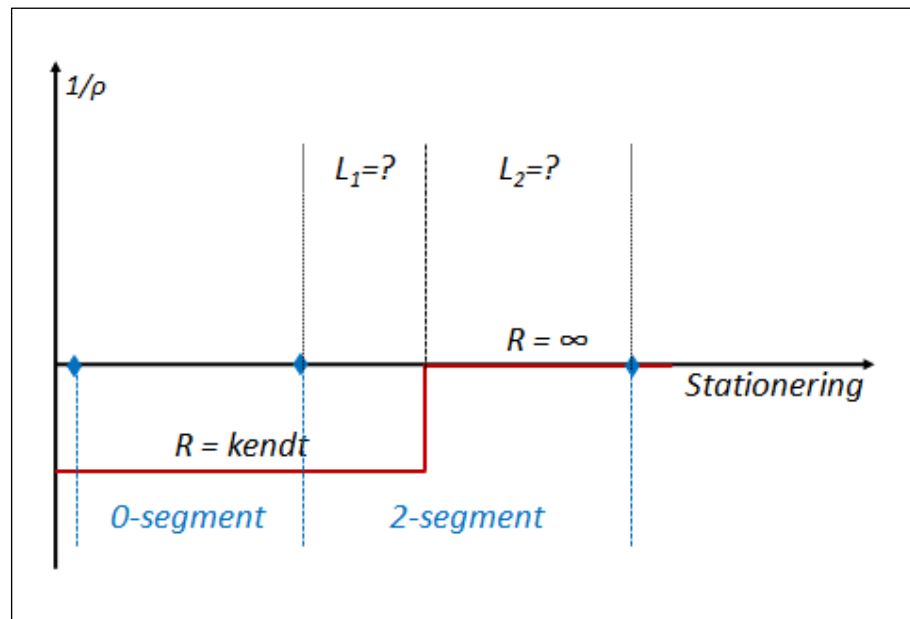
- Et linjestykke: Længde, L
- En cirkelbue: Længde, L , og radius, R
- En klotoidbue: Længde, L , og klotoidparameter, A

De længder, der er tale om, kan være totallængden af linjeførings-elementet; men ofte indgår i stedet afstande, der placerer linjeførings-elementet, fx afstanden målt langs stationeringslinjen mellem et af linjeførings-elementets endepunkter (tangentialpunkter) og et af de omkringliggende tvangspunkter.

Parametre, der ikke er opgivet, men som lader sig beregne ud fra oplysninger om linjeførings-elementet i øvrigt, tæller ikke med som ukendte, fx vil længden af en klotoidbue være kendt, når klotoidparametrene og radierne i klotoidens endepunkter er kendt.

Det andet kriterium for segmentinddelingen er, at der er nogle betingelser, som skal opfyldes for rækkefølgen af linjeføringens 0-, 2- og 3-segmenter (segmenter med 0, med 2 henholdsvis med 3 ukendte parametre). Betingelserne er sammenfattet i fire udsagn:

- Et 0-segment (et »FIXED« segment) består kun af en del af ét linjeførings-element; det er fastlåst af to givne tvangspunkter; det beregnes uafhængigt af linjeføringens øvrige segmenter
- Et 2-segment (et »FLOATING« segment) indeholder to ukendte parametre for linjeførings-elementerne; det lader sig ikke beregne, før ét af nabosegmenterne er beregnet
- Et 3-segment (et »FREE« segment) indeholder tre ukendte parametre for linjeførings-elementerne; det lader sig ikke beregne, før begge nabosegmenter er beregnet



Figur 54. Kurvebånd visende et 2-segment. Efter (Kristiansen, 1987).

- Mellem to 0-segmenter skal der være ét 3-segment

Kristiansen (1987) giver følgende tre eksempler til illustration af udsagnene.

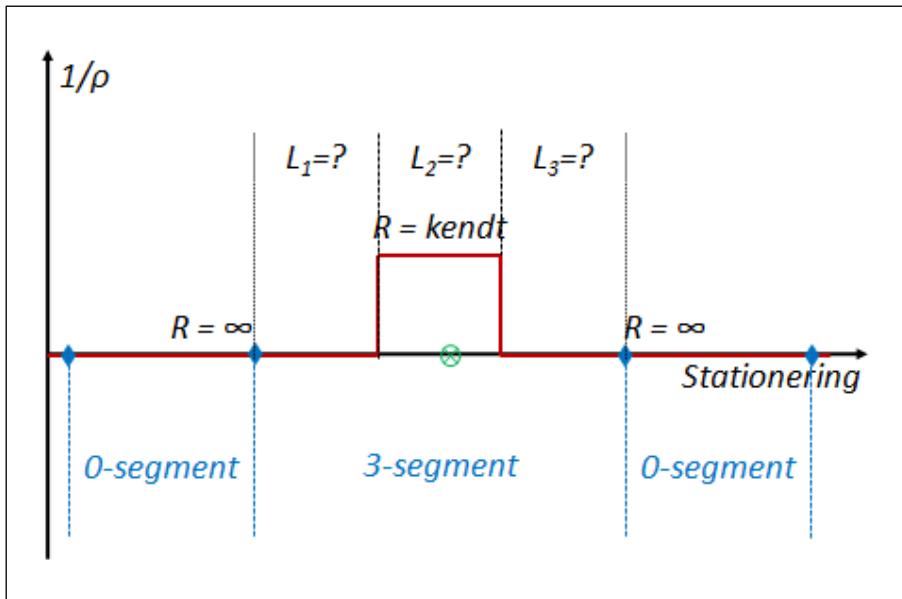
Eksempel: 0-segment (»FIXED«). Ét element, en cirkel med kendt radius, lægges igennem to tvangspunkter. Cirkelns placering er da bestemt. Længden af cirkelbuen mellem tvangspunkterne er kendt, når radius er kendt. Segmentet har derfor ingen ukendte parametre og er et 0-segment.

Eksempel: 2-segment (»FLOATING«). To elementer, en cirkel og en ret linje, skal beregnes. Der er, jævnfør Figur 54, to tvangspunkter på cirklen, som følgelig indeholder et 0-segment. På den rette linje er der ét tvangspunkt. Isoleret set er den rette linjes placering derfor ikke bestemt, da den kan drejes om tvangspunktet. I tillæg skal den rette linje imidlertid tangere cirklen, og den er dermed geometrisk bestemt, og tangentpunktet kan beregnes.

Segmentet mellem de to sidste tvangspunkter indeholder to ukendte parametre, nemlig L_1 , længden fra tvangspunktet på cirklen til tangentpunktet, og L_2 , længden fra tangentpunktet til tvangspunktet på den rette linje. Segmentet er altså et 2-segment.

I tilgift gøres følgende betragtning: Hvis der havde været to tvangspunkter også på den rette linje, ville begge elementer være fastlåst hver for sig, og det ville være et rent lykketræf om de tangerer hinanden. Linjeføringen ville med andre ord være overbestemt. I sådanne tilfælde vil det være nødvendigt at fjerne ét af tvangspunkterne, enten på linjen eller på cirklen, således at linjeføringen netop er geometrisk bestemt.

Eksempel: 3-segment (»FREE«). Tre elementer skal beregnes, en ret linje med to tvangspunkter, en cirkel med kendt radius og en



Figur 55. Kurvebånd visende et 3-segment. Cirkapunktet, der er placeret ved cirklen, er medtaget, fordi visse kombinationer ved et 3-segment giver to mulige løsninger; cirkapunktet placeres således, at det ligger nærmest den ønskede løsning. Efter (Kristiansen, 1987).

ny ret linje med to tvangspunkter, jævnfør Figur 55. De to rette linjer indeholder hvert sit 0-segment og er dermed geometrisk fastlagte. Der kan kun lægges én cirkel med en given radius, som tangerer begge de rette linjer. Cirkelns placering er følgelig også bestemt og tangenterne kan beregnes.

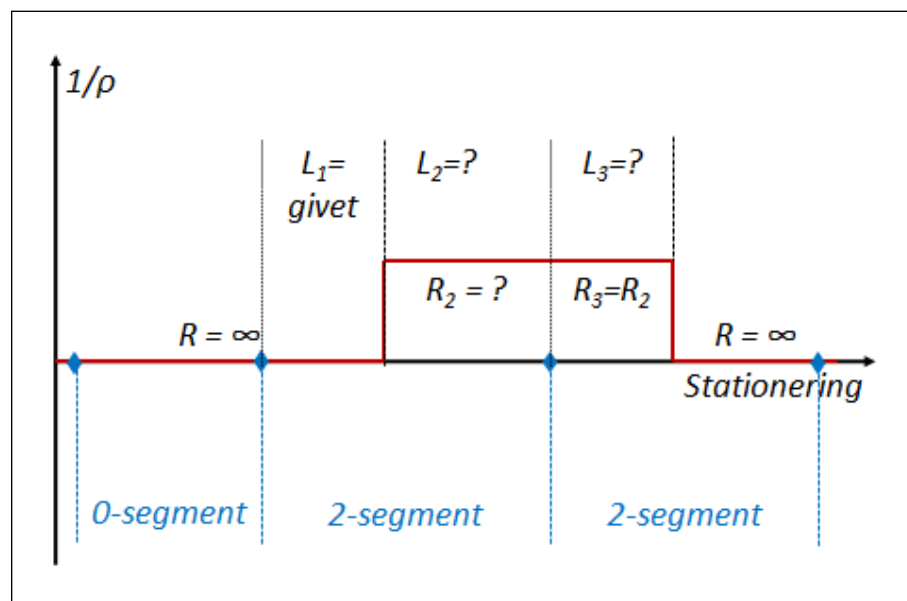
Segmentet i midten indeholder tre ukendte parametre: L_1 , længden fra den første linjes sidste tvangspunkt til det første tangenterpunkt med cirklen, L_2 , længden af cirkelbuen mellem tangenterne, og L_3 , længden fra det sidste tangenterpunkt til det første tvangspunkt på den sidste linje. Segmentet er derfor et 3-segment.

Supplerende anføres, at hvis der havde været givet et tvangspunkt på cirklen, så ville den ikke kunne bringes til at tangere begge de rette linjer, og linjeføringen ville have været overbestemt. Mellem endesegmenterne ville der da have været to 2-segmenter i stedet for ét 3-segment, hvilket, jævnfør det fjerde udsagn ovenfor, ikke er geometrisk muligt.

Placering af ukendte parametre

De linjeføringssementer, som tvangspunkterne placeres på, vil indgå i to eller tre segmenter. Det kan være vanskeligt at afgøre, hvilket segment en ukendt parameter bør tilhøre i beregningerne.

Hvis den totale længde af et linjeføringssement med ét tvangspunkt er ukendt, gennemføres beregningen med tillæg af to ukendte parametre, nemlig de to længder, L_1 og L_2 , fra tangenterne til tvangspunktet. Har linjeføringssementet to tvangspunkter, gennemføres beregningen ligeledes med tillæg af to



Figur 56. Kurvebånd. Et linjeføringselement med ét eller to tvangspunkter og med ukendt radius, beregnes med radius som ukendt parameter i det segment, der beregnes først, men som kendt parameter i det eller de efterfølgende segment(er). Efter (Kristiansen, 1987).

ukendte parametre, nemlig de to længder, L_1 og L_2 , fra tangentpunkterne til tvangspunkterne; længden mellem tvangspunkterne og dermed totallængden vil jo kunne beregnes, når de øvrige parametre er fundet.

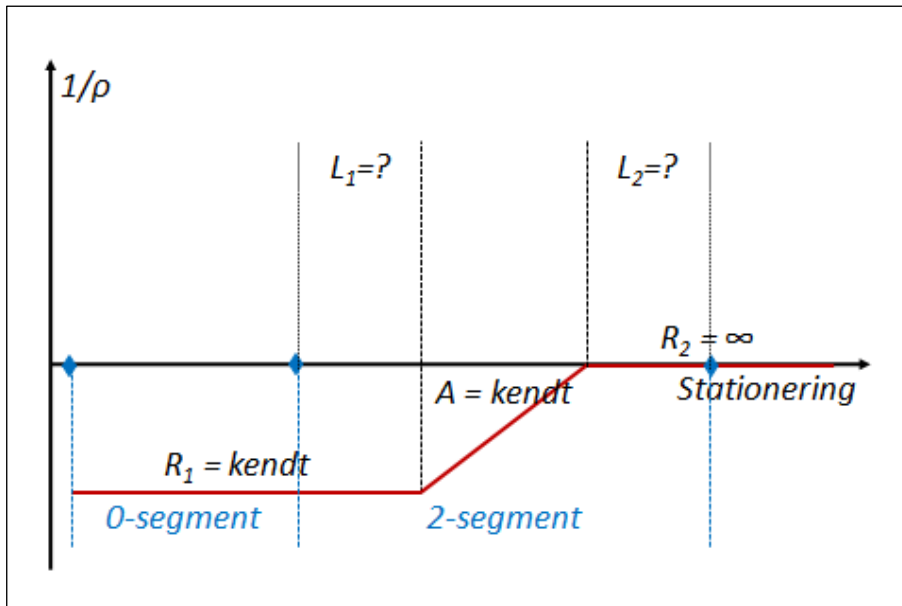
Hvis den totale længde, L , af et linjeføringselement med ét tvangspunkt er kendt, men fordelingen på segmenterne er ukendt, gennemføres beregningen med tillæg af én ukendt parameter, nemlig længden L_1 , til det segment, der beregnes først; ved beregningen af det andet segment kendes da længden $L_2 = L - L_1$.

Hvis et linjeføringselement har en ukendt radius, jævnfør Figur 56, regnes radius som ukendt parameter i det segment, der beregnes først, men som kendt parameter i det eller de efterfølgende segment(er).¹

Håndtering af klotoider

Klotoider behandles efter ganske samme principper som rette linjestykker og cirkelbuer med den supplerende forholdsregel, at man så vidt muligt undgår at placere tvangspunkter på klotoiderne. Forholdsreglen skyldes ikke, at det vil være umuligt at gen-

¹ Kristiansen (1987) anfører, at programmet *NORVEG/NADB-2101* har visse begrænsninger ved brug af ukendt radius: enten må kurvens længde være givet eller der må være lagt et tvangspunkt på kurven. Både tvangspunkt og kendt længde er ikke mulig, og der kan heller ikke lægges to tvangspunkter på kurven, da dette ville medføre et *1-segment*, hvilket ligger uden for beregningsmetodens begrænsninger. Disse begrænsninger behøver ikke at gælde ved en manuel beregning.



Figur 57. Kurvebånd. En klotoid med kendt parameter og kendte radier i endepunkterne er geometrisk bestemt, og segmentinddelingen efterlader derfor klotoiden i et segment med to ukendte parametre, nemlig de to længder, L_1 og L_2 , fra tangentialpunkterne til tvangspunkterne. Efter (Kristiansen, 1987).

nemføre beregningerne, blot at beregningerne bliver ulige mere komplicerede, jævnfør de formler, der gælder for koordinatsætning af punkter på en klotoid. I de fleste tilfælde kan det undgås at placere tvangspunkter på en klotoid.

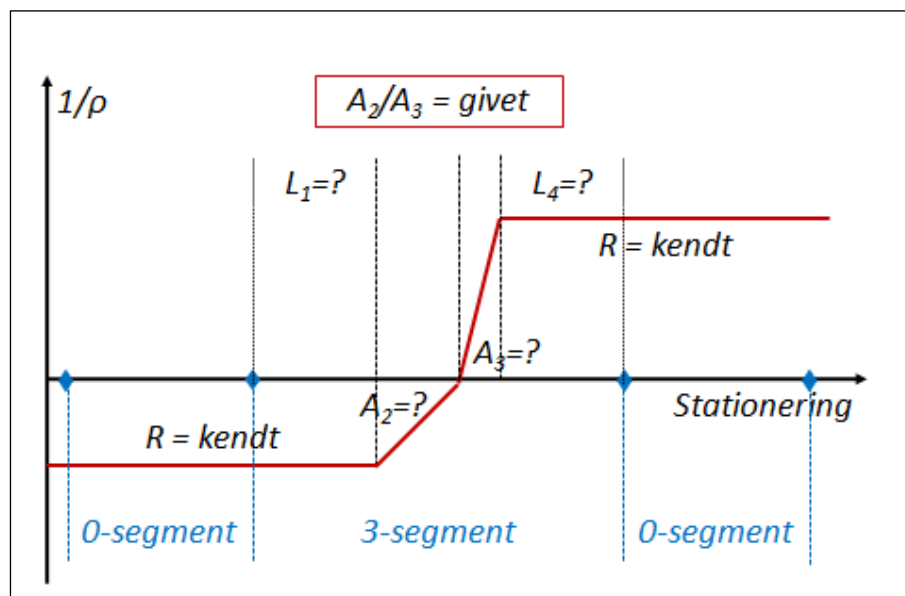
Hvis klotoidparameteren er kendt, vil klotoiden være geometrisk bestemt, og segmentinddelingen kan foregå som om klotoiden ikke eksisterer.

I situationen på Figur 57 er klotoidparameteren og radius i klotoidens endepunkter kendte. Derfor, er også klotoidens længde kendt. Klotoiden har altså ingen ukendte parametre, og de to ukendte i 2-segmentet med klotoiden bliver derfor længderne L_1 og L_2 fra tvangspunkterne til tangentialpunkterne med klotoiden.

Hvis klotoidparameteren ikke er kendt, optræder der tre ukendte parametre i det segment, der indeholder klotoiden, nemlig klotoidparameteren, A , og længderne L_1 og L_2 fra tvangspunkterne til tangentialpunkterne.

Som bruger kan man vælge selv at fastlægge en klotoidparameter med passende skelen til de anførte tommelfingerregler baseret på kørselsdynamiske og æstetiske hensyn. Alternativt er det nødvendigt at der ligger et 0-segment på begge sider af klotoiden. Det kan mest enkelt opnås ved at indlægge to tvangspunkt på begge de tilstødende elementer.

En vendeklotoid behandles som to klotoidegrene, der tangerer hinanden i et fælles begyndelsespunkt. Tvangspunkterne placeres, så de to klotoidegrene holdes inden for samme segment. Hvis begge klotoideparametre, A_1 og A_2 , er fastlagt på forhånd, er situationen analog til Figur 57, idet vendeklotoidens to klotoidegrene lig-



Figur 58. Kurvebånd. En vendeklotoid med ukendte parametre, men med kendt forhold mellem de to grenes parametre bidrager kun med 1 ukendt parameter, og segmentinddelingen placerer derfor vendeklotoiden i et segment med i alt tre ukendte parametre, nemlig én af klotoidparametrene samt de to længder, L_1 og L_2 , fra tangentpunkterne til tvangspunkterne. Efter (Kristiansen, 1987).

ger i et 2-segment. Er den ene klotoidegrens parameter fastlagt, mens den anden er ukendt, vil vendeklotoiden ligge i et 3-segment, og beregning kræver derfor, at der placeres et 0-segment på begge sider.

Hvis begge klotoidparametre er ukendte, får segmentet 4 ukendte parametre, og det er derfor geometrisk ubestemt. For at løse denne situation kan man vælge selv at fastlægge en af klotoidparametrene, eller man kan lægge et tvangspunkt på vendeklotoiden. Alternativt kan man, jævnfør Figur 58, fastlægge forholdet mellem de to klotoidparametre: A_2/A_3 . Herved reduceres antallet af ukendte parametre til tre, og segmentet, der rummer vendeklotoiden, kan beregnes, når der er placeret et 0-segment på begge sider.

Beregningsrækkefølge

Segmenternes afhængighed af hinanden medfører, at kun visse segmentkombinationer vil give en løsning.

Ved beregningen opdeles segmentsekvensen i intervaller ved 0-segmenterne, jævnfør den tabellariske opstilling i principeksemplet i Figur 59. I hvert interval tages afsæt i det første 0-segment, derefter beregnes 2-segmenterne, der knytter sig hertil. Så beregnes intervallets sidste 0-segment og disses 2-segmenter, hvorefter det mellemliggende 3-segment kan fastlægges. Herefter fortsættes med næste interval.

Interval	A				B						C			D	
Segmenttype	2	2	2	0	2	2	3	2	2	2	0	2	3	0	2
Rækkefølge	4	3	2	1	5	6	11	10	9	8	7	12	14	13	15

Figur 59. Beregningsrækkefølgen følger de intervaller, som 0-segmenterne inddeler linjeføringen i. Først når intervallets 0- og 2-segmenter er fastlagt, kan 3-segmentet bestemmes.

Placering af tvangspunkter

De fleste tvangspunkter optages fra et grundkort, og de vil altid være behæftet med en usikkerhed. Meget kritiske strækninger må derfor ved den endelige linjeberegning fastlægges ved tvangspunkter, der er opmålt i marken, så usikkerheden reduceres mest muligt. Det vil gælde tvangspunkter, der fastlægger passager af eksisterende broer, samt tvangspunkter, der angiver beliggenheden af de strækninger af en eksisterende vej, der ansluttes til ved den nye linjeførings begyndelse eller ende.

Kristiansen (1987) anfører, at det herudover er fornuftigt skele til usikkerhederne ved beregningen, når beregningsrækkefølgen fastlægges, dvs. når man afgør, hvor der skal placeres 0-, 2- og 3-segmenter, og når de enkelte segmenters tvangspunkter herefter udvælges. Såvel beregningsgang som placeringen af tvangspunkter bør ske, således at usikkerheder indvirker mindst muligt på beregningernes resultat.

0-segmenter bør lægges på lange linjeføringsselementer, og tvangspunkterne bør placeres således at de får størst mulig afstand. Tvangspunkterne kan eventuelt lægges på forlængelsen af elementet.

Når der kun er ét tvangspunkt på et linjeføringsselement, bør tvangspunktet lægges så langt »fremme« i beregningsretningen som muligt, dvs. så langt fra det 0-element, som beregningen begynder fra. Tvangspunktet kan eventuelt placeres i elementets forlængelse »fremad« i beregningsretningen, men ikke bagud.

6.2 Fastlæggelse af stationeringen

Linjeføringens stationering fastlægges i forhold til ét punkt. Det punkt, *referencepunktet*, der vælges vil naturligt enten være tangentpunktet mellem to linjeføringsselementer, eller et af de tvangspunkter, der fastlægges for at beregne linjeføringen.

Referencepunktet tildeles en stationering, og stationeringen til alle øvrige punkter på linjeføringen beregnes herfra. Den stationering, referencepunktet får tildelt, er i princippet vilkårlig. Det er dog praktisk, at linjeføringspunkterne på den vejstrækning, der konkret er i spil, alle har en positiv stationering. I eksemplet i Figur 49, har punkterne i første linjeføringsselement negative stationeringsværdier; dette kan skyldes, at den pågældende delstrækning allerede er fastlagt i en anden beregning, således at det første

element alene tjener til at fastlægge den resterende linjeføring korrekt i forhold hertil.

Det er endvidere praktisk, at stationeringen ikke antager unødigt høje værdier, normalt vil man søge at holde den mindste stationering, der skal anvendes, i intervallet mellem 0 og 1000 m. Ved komplicerede anlæg, fx toplanskryds, kan det dog være hensigtsmæssigt, at lade stationeringen af de enkelte rampestrækninger have værdier i klart adskilte intervaller, således at det derigennem er muligt at skelne og derved så vidt muligt forebygge fejltagelser, når der arbejdes i marken.

6.3 Afsætningsdata

Den projekterede vej skal afsættes i marken. Afsætningen indebærer, at der etableres en afmærkning, der viser, hvor vejen skal ligge, og hvordan vejen skal se ud.

Afsætningen sker i forskellige omgange. Under projekteringsforløbet besigtiges de linjeføringer, der er på tale, og her afmærkes vejens påtænkte midtlinje og eventuelt kronekant, så man på stedet får et billede af forløbet og af hvilke indgreb og udfordringer, projektet medfører.

I forbindelse med arealerhvervelserne afmærkes midtlinjen og de projekterede skel, så alle parter kan danne sig et indtryk af de arealer, der skal afgives, eventuelt ved ekspropriation.

Endelig afmærker entreprenøren midtlinje og aktuelle knæklinjer i tværsnittet under anlægsarbejdet, så mandskabet har markeringer af, hvortil de skal afgrave henholdsvis påfylde.

Det skal nævnes, at de mest avancerede entreprenørmaskiner i dag kan arbejde direkte ud fra digitale data om det projekterede anlæg. Maskinen bestemmer ved hjælp af løbende målinger med GNSS (*Global Navigation Satellite System*)¹ sin øjeblikkelige position i alle tre koordinater. Den kan derved beregne, hvor langt den befinder sig over eller under et projekteret lag, fx råjordsoverfladen, i det endelige vejanlæg. Teknikken kræver naturligvis, at vejprojektet er beskrevet digitalt i en standardiseret datastruktur, som en computer i entreprenørmaskinen kan afkode og foretage beregninger ud fra.

Teknikken til automatisk styring af entreprenørmaskiner eksisterer, men den er endnu ikke almindelig. Den ses hovedsagelig anvendt ved meget store anlægsarbejder i det åbne land. I byområder vil der oftest være mange bindinger i forhold til andre, eksisterende eller planlagte bygninger og anlæg, og det at tilvejebringe valide data om navnlig de eksisterende forhold er i praksis en

¹ Fx GPS (USA), GLONASS (Rusland), Beidou (Kina) eller Galileo (EU).

meget stor udfordring. Der er dog ikke tvivl om, at teknikken støt vil vinde større udbredelse i takt med at BIM (*Building Information Modelling*) også tages i brug i anlægssektoren.

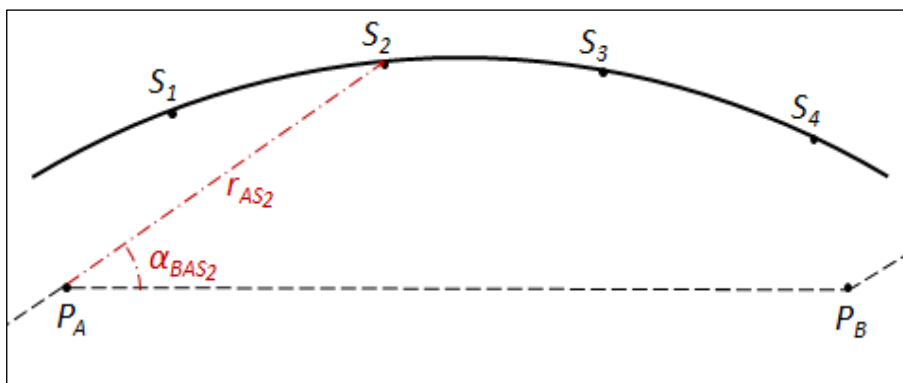
I langt de fleste tilfælde er afsætningen rettet mod traditionel, manuel styring af entreprenørmaskinerne – i dele af verden mod manuel udførelse af anlægsarbejdet. Her er afsætning med stokke i karakteristiske punkter i tværsnittet og med skråningsgalger stadig nødvendig. Markeringerne sættes typisk i stationeringens 20 m-stationer, og de fornyes og opdateres, efterhånden som arbejdet skrider frem.

En GPS-måler, der kan arbejde rimeligt hurtigt og med en god nøjagtighed, kan bruges til at opsøge de punkter, der skal afsættes. Fremgangsmåden vinder stor indpas, i alle fald i virksomheder, som har taget den nye teknologi i brug.

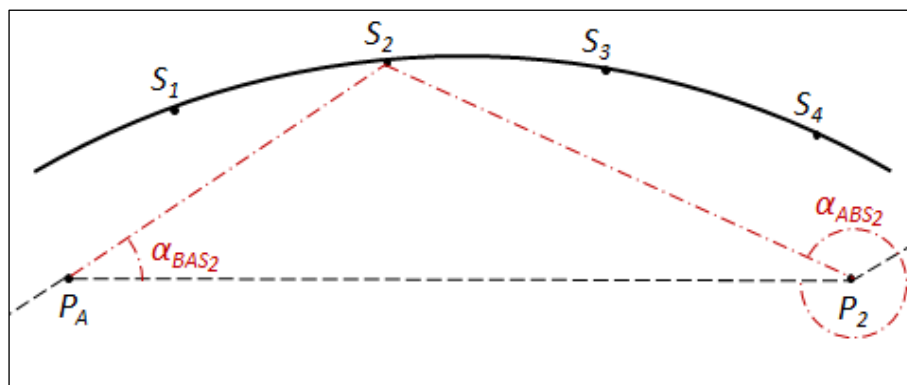
I mindre virksomheder og ved arbejder under fjerne himmelstrøg anvendes mere traditionelle metoder stadig, og de skal kort omtales. Grundlaget vil typisk være et polygontræk af punkter, der er placeret langs vejens linjeføring, og som er etableret, så det enkelte punkt kan forventes at blive stående ubeskadiget under anlægsarbejdet. Polygonpunkterne er opmålt, så deres placering er kendt.

Polær afsætning indebærer, at man fastlægger retningsvinkel og afstand i forhold til et polygonpunkt, jf. Figur 60. Målingen udføres typisk med en såkaldt totalstation, der kan bestemme afstanden og vinklen med nogenlunde lige god nøjagtighed. Metoden havde for alvor sit indtog i midten af 1970'erne, da de elektroniske distancemålere blev både pris- og præcisionsmæssigt interessante.

Fremskæring indebærer, at man fastlægger retningsvinklerne i forhold til to nabopolygonpunkter, jf. Figur 61. Målingen udføres med en teodolit i hvert af de to polygonpunkter. Metoden kræver naturligvis, at de to vinkelmålingsinstrumenter er gode, og at de to retningsvinkler ikke skærer hinanden i en alt for spids vinkel. Til gengæld er målingen ikke udsat for det store antal lovmæssige fejlkilder, som en afstandsmåling med et målebånd er behæftet



Figur 60. Polær afsætning af S_2 med opstilling i polygonpunktet P_A . Retningsvinklen fastlægges med udgangspunkt i retningen til nabopolygonpunktet P_B .



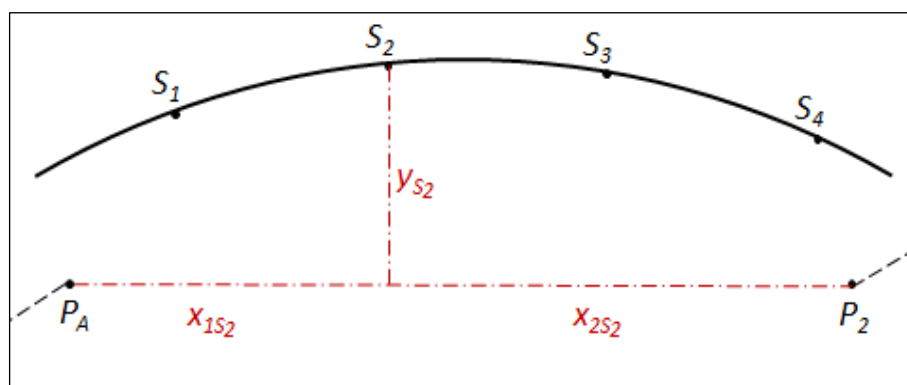
Figur 61. Fremskæring af S_2 fra to nabopolygonpunkter P_A og P_B . Retningsvinklerne fastlægges med udgangspunkt i det andet polygonpunkt.

med.

Ortogonal afsætning, jf. Figur 62, indebærer, at man betragter linjen mellem to kendte punkter, fx to polygonpunkter, som abscisseaksen i et lokalt koordinatsystem, og bestemmer dels det søgte punkts afstand fra denne akse, dels afstanden fra et af polygonpunkterne til punktets fodpunkt. Metoden fordrer brug af målebånd, herunder beherskelse af båndmålingens lovmæssige fejlkilder. Metoden fordrer endvidere, at man med en passende nøjagtighed kan oprejse den vinkelrette linje til polygonpunkternes forbindelseslinje. Sidstnævnte er typisk udført med et simpelt håndinstrument, et prismekors, men nøjagtigheden er beskednen, og den perpendikulære afstand y -værdien bør derfor ikke være synderligt stor.

Den ortogonale metode kan eventuelt anvendes i kombination med en af de to foregående, således at fx 100 m-stationeringerne afsættes polært eller ved fremskæring, mens de mellemlæggende stationeringer afsættes ortogonalt fra 100 m-punkterne.

Indrykning er en tilsvarende simpel fremgangsmåde, hvor man fra to afsatte nabo-stationeringer afsætter næste stationeringspunkt ved at udmåle afstanden i sigtelinjen gennem de afsatte punkter, og dernæst udmåle den perpendikulære afstand herfra til det søgte punkt. I cirkelbuer beregnes afstandene ved simpel cirkelgeo-



Figur 62. Ortogonal afsætning af S_2 fra polygonsiden P_AP_B . Fra et af polygonpunkterne måles x -afstanden mod det andet, og herfra måles y -afstanden ud af perpendikulæren.

metri; i klotoider kan beregninger i marken eventuelt ske ved at tilnærme kurven til fx en lemniskat.

Indrykning bør kun benyttes til at afsætte et begrænset antal punkter mellem to stationeringer, der er afsat, eller kontrolleret, med mere præcise målemetoder.

For en mere uddybende gennemgang af afsætningsteknikker henvises til litteraturen. Blandt andet har det norske Vegdirektorat udsendt en håndbog om afsætning i praksis. (Statens Vegvesen, 1990)

6.4 Opgaver

- A.** Opstil et regneark, der beregner XY-koordinater til overgangspunkter og til 20 m-stationeringspunkter på et linjeføringsselement, der er et fastlagt linjestykke, en fastlagt cirkelbue eller et fastlagt klotoidestykke. ☐
- B.** Opstil et regneark, der beregner kote til overgangspunkter og til 20 m-stationeringspunkter på et længdeprofilelement, der er et fastlagt linjestykke eller en fastlagt cirkelbue. ☐
- C.** Bestem koordinaterne til 20 m-stationeringerne i den linjeføring, der er fastlagt i Figur 49. ☐
- D.** Bestem koten til 20 m-stationeringerne i det længdeprofil, der er fastlagt i Figur 50. ☐
- E.** Undersøg hvordan geometrisk bestemthed afgøres i linjeføringsberegningsprogrammet V102 fra det daværende Vejdatalaboratorium, (Vejdatalaboratoriet, 1973a). ☐
- F.** Opstil et regneark, der beregner afsætningsdata fra to kendte nabopolygonpunkter til et antal koordinerede punkter på en linjeføring. Afsætningsdata skal muliggøre såvel polær afsætning, fremskæring og ortogonalafsætning. ☐
- G.** Angiv formler, der på en cirkelbue fastlægger afsætningsdata ved indrykning af mellemliggende 20 m-stationeringer ud fra allerede afsatte 100 m-stationeringer. ☐
- H.** Angiv formler, der på en cirkelbue fastlægger afsætningsdata ved indrykning af 20 m-stationeringer, der ligger i forlængelse af et antal allerede afsatte 20 m-stationeringer. ☐
- I.** Ved brug af målebånd til afstandsmåling optræder seks lovmæssige fejlkilder, der kan tilskrives etalonnering, båndtemperatur, anvendt træk, nedbøjning, hældning samt kote. Gennemgå disse fejlkilder enkeltvis og redegør for, hvordan der kan korrigeres for hver af dem. Tag udgangspunkt i relevant litteratur. ☐
- J.** Vurder hvilke lovmæssige fejl, der optræder ved de afsætningsmetoder, du fortrinsvis vil anvende. Vurder tillige hvor god en nøjagtighed, de måleinstrumenter, du fortrinsvis anvender, kan levere. ☐



BIBLIOGRAFI

- Ashworth, R. (1972). *Highway Engineering*. London: Heinemann Educational Books Ltd.
- Bolet, L. (2015). *Vejstrækningers geometri - Kørselsdynamik*. Institut for Byggeri og Anlæg, Trafikforsningsgruppen. Aalborg: Aalborg Universitet, Institut for Byggeri og Anlæg.
- FGSV. (2008). *Richtlinien für die Anlage von Autobahnen - RAA*. Köln: Forschungsgesellschaft für Strassen- und Verkehrswesen e.V.
- Forschungsgesellschaft für Strassen- und Verkehrswesen. (1995). *Richtlinien für de Anlage von Strassen RAS - Teil: Linienführung RAS-L*. Köln: FGSV Verlag GmbH.
- Fyns Amt og Odense Kommune. (2002). *Etablering af Ring 3 mellem Nyborgvej og Kertemindevej. Redegørelse for vejanlæggets virkning på miljøet (VVM)*. Odense: Fyns Amt.
- Greibe, P. (2008). Bremselængde, friktion og adfærd. Resultater og anbefalinger baseret på bremseforsøg. Ikke publiceret.
- Hubendick, P. (1976). *SRS Vägformgivning*. Stockholm: SRS Förlag.
- Kasper, H., Schürba, W., & Lorenz, H. (1968). *Die Klotoide als Trassierungselement*. Bonn: Ferd. Dümmlers Verlag.
- Kjems, E. (2000a). Tracering. In B. Thagesen, *Veje og Stier* (1 ed., p. 564). Kgs. Lyngby: Polyteknisk Forlag.
- Kjems, E. (2000b). Digital projektering. In B. Thagesen, *Veje & Stier* (1 ed., p. 564). Kgs. Lyngby: Polyteknisk Forlag.
- Kjemtrup, K. (2015). Trafikanter hastighedsadfærd - grundlæggende principper. *Trafik & Veje*, 92(3), pp. 47-51.
- Kristiansen, J. (1987). *Brugervejledning til PC-programmet NORVEG/NADB-2101: Beregning af linieføringens hovedpunkter*. Aalborg: Institut for Samfundsudvikling og Planlægning.
- Larsen, S. (2000). Længdeprofil. In B. Thagesen, *Veje og Stier* (1 ed., p. 564). Kgs. Lyngby: Polyteknisk Forlag.
- Lorenz, H. (1970). *Trassierung und Gestaltung von Strassen und Autobahnen*. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GMBH.
- Ministeriet for Offentlige Arbejder. (1943). *Vejregler. Normer for Anlæg, Udvidelse og Ombygning af Veje, Gader og Stier*. København: J.H. Schultz A/S.
- Ministeriet for offentlige arbejder, Vejdirektoratet. (1964). *Vejregler (Udkast). Almindelige regler for vejes linieføring samt længde- og tværprofiler m.v. til vejledning ved anlæg, udvidelse og ombygning af offentlige veje*. København: Ministeriet for offentlige arbejder, Vejdirektoratet.
- Osterloh, H. (1965). *Strassenplanung mit Klothoiden - Einrechnung von Trasse und Gradienten*. Wiesbaden: Baurverlag GmbH.

- Poulsen, L. J. (1989). *Tracering af veje i åbent land*. VEJ-EU.
- Ravn, H. (1967). *Overgangskurver*. Duplikeret notat.
- Schacke, I. (1968, Juni). *Overgangskurve og overhøjde*. København: Laboratoriet for vejdatabehandling.
- Statens Vegvesen. (1990). *Vegstikking - Horisontal- og højdeudstilling - metoder og utstyr*. Oslo: Statens Vegvesen.
- Statens Vegvesen. (2008). *Linjeføringsteori - Håndbok 265*. Oslo: Statens Vegvesen Vegdirektoratet.
- Thagesen, B. (2000). *Veje og Stier*. Lyngby: Polyteknisk Forlag.
- Thiesen, K. (1971). *Overgangskurver. Klothoiden's beregning og afsætning*. Kgs. Lyngby: Instituttet for Landmåling og Fotogrammetri.
- Varming, M. (1970). *Motorveje i landskabet*. København: Statens Byggeforskningsinstitut.
- Vejdatalaboratoriet. (1973a). *Vejprojektering. Linjeføring. Program V102*. Herlev.
- Vejdatalaboratoriet. (1973b). *Vejprojektering. Længdeprofil. Program V107*. Herlev: Vejdatalaboratoriet.
- Vejdirektoratet. (2012a). *Planlægning af veje og stier i åbent land*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2012b). *Grundlag for udformning af vejarealer*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2012c). *Tracering i åbent land*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2012d). *Model for beregning af overhalingsspor*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2012e, Februar 1). *Det nye hastighedsbegreb*. Retrieved 08 26, 2012, from <http://vejregler.lovportaler.dk/>: <http://vejregler.lovportaler.dk/ShowDoc.aspx?docId=vd-anlaeg-hastighed-full&q=hastighedsbegreb>
- Vejdirektoratet. (2013a). *Projekteringsvejledning for vejanlæg i byområder*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2013b). *Tværsprofler i åbent land*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (2015). *Trafiksikkerhedsrevision*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet. (n.d.). *Motorveje - projekteringsregler*. København: Motorveje.
- Vejdirektoratet-Vejregelrådet. (1999a). *Veje og stier i åbent land. Hæfte 1. Forudsætninger for den geometriske udformning. Vejregelforslag*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet-Vejregelrådet. (1999b). *Veje og stier i åbent land. Hæfte 2. Tracering. Vejregelforslag*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet-Vejregelrådet. (2000). *Byernes trafikarealer. Hæfte 3. Tværsprofler*. København: Vejdirektoratet.

- Vejdirektoratet-Vejreglerådet. (2004). *Vej- og trafikteknisk ordbog*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet-Vejreglerådet. (2006). *Beplantning i åbent land. Hæfte 2. Planlægning og projektering*. København: Vejdirektoratet.
- Vejdirektoratet-Vejreglerådet. (2007). *Opsætning af autoværn og påkørselsdæmpere i åbent land*. København: Vejdirektoratet.
- Vejregeludvalget. (1981). *Typekatalog for veje og stier i åbent land*. København: Vejdirektoratet.
- Vägverket. (2004). *Vägar och gators udformning*. Borlänge: Vägverket og Svenska Kommunförbundet.
- AASHTO. (2004). *A Policy om Geometric Design of Highways and Streets*. Washington, D.C.: AASTHO.



STIKORDSREGISTER

-
- 85 %-fraktil hastighed; 33
 afhjælpningsperiode; 20
 afleveringsforretning; 20
 afsætning; 104
 anlægsprogram; 18
 anlægsøkonomi; 16
 arealerhvervelse; 16
 basistværprofil; 11
 Bernoulli, Jakob; 61
 BIM; 33; 104
 bremsekurve; 63
 building information modelling;
 Se BIM
 Cassini, Giovanni Domenico; 61
 cirkelbue
 linjeføring; 40; 72
 længdeprofil; 66
 Cornu, Marie Alfred; 47
 detailprojekt; 19
 digitalt anlæg; 33
 dimensionerende hastighed; 33
 dimensioneringshastighed; 33
 dispositionsforslag; 19
 driftsfase; 20
 driftsgranskning; 23
 Euler, Leonhard Paul; 47
 fasemodel; 17
 forslagsfase; 19
 fremskæring; 105
 Fresnel, Augustine-Jean; 54
 fysisk planlægning; 9
 færdigvejstværsprofil; 27
 geometrisk bestemtthed; 93
 eksempel; 96
 elementfølger; 94
 hastighedsbegreber; 33
 hastighedsklassifikation; 10
 hastighedstillæg; 35
 Hein, Piet; 65
 horisontalkurveradius; 42
 hovedpunktsbestemmelse; 90
 hvilestrækning; 66
 indre harmoni; 70
 indrykning; 106
 initiativfase; 18
 klotoide
 anvendelse; 50
 definition; 47
 følger af; 50
 geometriske elementer; 52
 indrykning; 52
 skabelon; 45
 tabel; 45
 tangentvinkel; 52
 udledning; 48
 vende-; 50
 æg-; 50
 koblingshøjde; 15; 27
 koordinattransformation; 30
 korridor; 10; 13
 kronebredde; 27
 kronekant; 27
 kubisk parabel; 60
 kurvebånd; 26
 kvalitetskontrol; 20
 landskabsindpasning; 80
 landskabsrum; 82; 84
 lemniskat; 61
 licitation; 19
 linjeberegning; 29
 linjeføring; 25
 element; 26
 længdeprofil; 26
 beregning; 29
 element; 26
 reference; 26
 myndighedsbehandling; 19
 naboret; 16
 normalt værsnit; 27
 optisk forløb; 76
 ortogonal afsætning; 106
 overgangskurve
 behov; 43
 historie; 45
 linjeføring; 73; 78
 typer; 45
 overhøjde; 26; 44; 50; 58
 perpendicular; 106
 planlægningsfase; 18
 planlægningshastighed; 33
 planum; 27
 point-de-vue; 71; 83
 polygontræk; 105
 polær afsætning; 105
 programfase; 18

- progressiv udbygning; 80
- projekteringsfase; 19
- projektforslag; 19
- rampe; 63
- Rankine, William John
 - Macquorn; 60
- referencehastighed; 33
- referencepunkt; 103
- ret linje
 - linjeføring; 38; 65; 71; 79
- ryk; 46; 49; 59
- råjordstværsprofil; 27
- spline-funktion; 64
- station; 27
- stationering; 103
- stationeringslinje; 27
- superellipse; 65
- System 34; 29
- tagformet tværsprofil; 38; 44
- tilgængelighedsrevision; 23
- tracé; 25
 - beregning; 89
 - element; 26; 37
- tracering
 - grundregel; 76
- trafikplanlægning; 10
- trafiksikkerhedsinspektion; 22
- trafiksikkerhedsrevision; 21
- tvangspunkt; 13
- tværsnit; 27; 80
 - element; 27
- tværsnit; 27
 - beregning; 29
- udførelsesfase; 20
- UTM-koordinatsystem; 29
- Vej- og Trafikteknisk Ordbog; 25
- vejafmærkning; 14
- vejafvanding; 14
- vejbælgning; 15
- vejklassifikation; 10
- vejkoordinatsystem; 29; 30
- vejplanlægning; 10
- vejskråning; 85
- vejudstyr; 85
- VVM; 18
- ydre harmoni; 80
- æstetik; 69
- ønsket hastighed; 33



RESUMÉ. Undervisningsnoten er skrevet til kurserne i Vej- og Trafikteknik henholdsvis i Geometrisk Vejprojektering på Aalborg Universitets ingeniøruddannelser i byggeri og anlæg.

Notatet behandler fastlæggelsen af en vejstrækningens linjeføring og længdeprofil, herunder vejprojektets rammevilkår, traceringselementer, indre og ydre harmoni samt tracéberegning.

Vejstrækningers kørselsdynamik er behandlet i en selvstændig undervisningsnote.

NØGLEORD. Tracé; Linjeføring; Længdeprofil; Tracéringselementer; Indre og ydre harmoni; Tracéberegning; Aalborg Universitet.

Antal ord: 24.000.