



# Spilteori

## Oplæg og workshop

### Matematiklærerforeningen

### Aarhus, 18/11-2022

Jacob Rubæk Holm  
jrh@business.aau.dk

Aalborg University Business School



Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenteprojekt

Link til præsentationer



<https://vqr.vc/5cdYw8vZY>



3 Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenterprojekt

# Oplæg

Oplæg



4 Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenterprojekt

I dag

- ▶ Oplæg
  - ▶ Indledning og præsentation
  - ▶ Et problem med mange spil
  - ▶ Et eksperiment
  - ▶ (Hvis tid) Et studenterprojekt med spilteori



4 Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenterprojekt

## I dag

- ▶ Oplæg
  - ▶ Indledning og præsentation
  - ▶ Et problem med mange spil
  - ▶ Et eksperiment
  - ▶ (Hvis tid) Et studenterprojekt med spilteori
- ▶ Workshop



Spilteori

Jacob R. Holm

Oplæg

5

**Indledning**

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenteprojekt

# Indledning



## Præsentation

- ▶ Jacob Rubæk Holm
  - ▶ Lektor, AAUBS
  - ▶ Spilteori siden 2008



## Præsentation

- ▶ Jacob Rubæk Holm
  - ▶ Lektor, AAUBS
  - ▶ Spilteori siden 2008
- ▶ Hjælp med workshop: Christoffer Juul Jensen og Knud-Erik Engkjær





## Spilteori i SRP 22/11-2021

- ▶ Online præsentation af spilteori
- ▶ Nogle af jer deltog
- ▶ I dag: Balance mellem at undgå gentagelse, og samtidig sørge for, at alle er med
- ▶ Ikke så meget præsentation af spilteori.
- ▶ I stedet eksempler på anvendelse



Et dagligdagsproblem, som  
giver anledning til en masse  
spil: Købe en brugt cykel

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



BUSINESS SCHOOL  
AALBORG UNIVERSITY

Spilteori

Jacob R. Holm

Oplæg

Indledning

**Et problem**

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenteprojekt

## Hvorfor et spil

- ▶ Spilteori er teori om strategisk interaktion
- ▶ Oftest matematiske modeller for interaktion mellem to eller flere rationelle agenter

9

38

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Hvorfor et spil

- ▶ Spilteori er teori om strategisk interaktion
- ▶ Oftest matematiske modeller for interaktion mellem to eller flere rationelle agenter
- ▶ Formål:
  1. Forstå
    - ▶ Hvorfor gør agenter, som de gør?

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Hvorfor et spil

- ▶ Spilteori er teori om strategisk interaktion
- ▶ Oftest matematiske modeller for interaktion mellem to eller flere rationelle agenter
- ▶ Formål:
  1. Forstå
    - ▶ Hvorfor gør agenter, som de gør?
  2. Reagere
    - ▶ Hvis jeg forstår problemet som et spil, så kan jeg ændre min strategi i *spillet*

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Hvorfor et spil

- ▶ Spilteori er teori om strategisk interaktion
- ▶ Oftest matematiske modeller for interaktion mellem to eller flere rationelle agenter
- ▶ Formål:
  1. Forstå
    - ▶ Hvorfor gør agenter, som de gør?
  2. Reagere
    - ▶ Hvis jeg forstår problemet som et spil, så kan jeg ændre min strategi i *spillet*
  3. Ændre
    - ▶ Hvis jeg forstår problemet som et spil, så kan jeg ændre spillets *regler*

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Et spil: Købe en brugt cykel

- ▶ Jacob har set en brugt cykel i Gul & Gratis, som han gerne vil købe
- ▶ Cyklen står i Hobro, 40 minutter væk i bil og han skal hente den nu
- ▶ Jacob havde egentlig, at han skulle bruge de næste par timer på at støvsuge bilen

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Et spil: Købe en brugt cykel

- ▶ Jacob har set en brugt cykel i Gul & Gratis, som han gerne vil købe
- ▶ Cyklen står i Hobro, 40 minutter væk i bil og han skal hente den nu
- ▶ Jacob havde egentlig, at han skulle bruge de næste par timer på at støvsuge bilen
- ▶ Jacobs overvejelser:
  - ▶ Hvis han kører til Hobro og ser på cyklen, så får han ikke støvsuget bilen (en *alternativomkostning*)
  - ▶ Hvis han først har sat cykelstativet på bilen og er kørt til Hobro, så er han i en dårlig position til at forhandle om cyklens pris for han har allerede *signaleret* sin interesse ved at *forpligte* sin eftermiddag



# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Spillet i normal form. Kaldes også pay-off-matricen.

- ▶ Sælger, Christen, har to mulige *strategier*: kræve høj pris eller kræve lav pris.
- ▶ Værdierne i matricen er abstrakte nytteværdier - de er ordinale og kan ikke sammenlignes på tværs af agenter

| Pay-offs<br>(Jacob, Christen) |         | Christen |          |
|-------------------------------|---------|----------|----------|
|                               |         | Høj pris | Lav pris |
| Jacob                         | Kør     | 2, 6     | 4, 4     |
|                               | Støvsug | 3, 0     | 3, 0     |

- ▶ Hvis fx Jacob vælger *Kør* og Christen vælger *Høj pris* får Jacob pay-off 2 og Christen får 6

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Nash-ligevægte og dominerende strategier:

- ▶ Lav pris er *vagt domineret* af Høj pris.
- ▶ (Støvsug, Høj pris) er eneste *Nash-ligevægt*.
  - ▶ Nash-ligevægten findes ved at finde '*bedste reaktioner*'
- ▶ Nash-ligevægten er *Paretoinferiør*

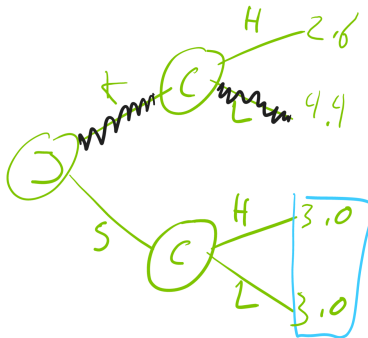
| Pay-offs<br>(Jacob, Christen) |         | Christen |          |
|-------------------------------|---------|----------|----------|
|                               |         | Høj pris | Lav pris |
| Jacob                         | Kør     | 2, 6     | 4, 4     |
|                               | Støvsug | 3, 0     | 3, 0     |

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Spillet i ekstensiv form. Kaldes også spiltræet

- ▶ Ligevægten findes ved *baglæns induktion*
- ▶ Enhver ligevægt skal være underspils-perfekt
  - ▶ Rationalitet i hver underdel af træet

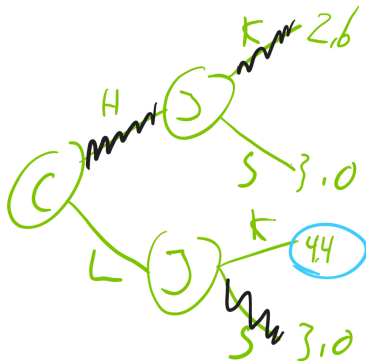


# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Ved at forstå problemet som et spil kan man ændre reglerne

- ▶ Hvad hvis Jacob ringer til Christen for at aftale pris inden Jacob vælger om han vil køre eller støvsuge?

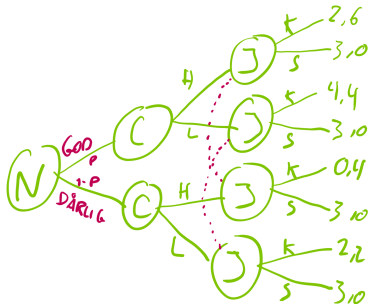


# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Umiddelbart fik vi løst problemet

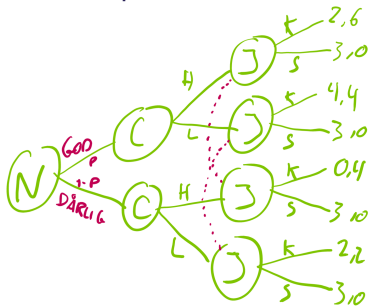
- ▶ Men der er endnu et problem for Jacob: Hvad nu hvis cyklen er i dårlig stand?
- ▶ *Naturen* som agent, asymmetrisk information og *informationsæt*



# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Umiddelbart fik vi løst problemet



- Ligevægten, en perfekt Bayesiansk ligevægt, afhænger af Jacobs subjektive forventninger  $p(\text{God}|\text{Lav})$  og  $p(\text{God}|\text{Høj})$ .

Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

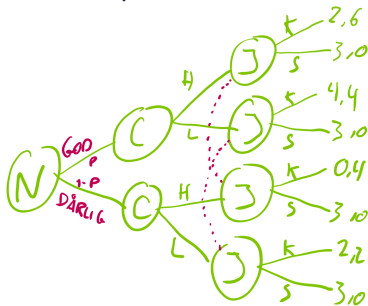
Eksempel på  
studenteprojekt

16

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Umiddelbart fik vi løst problemet

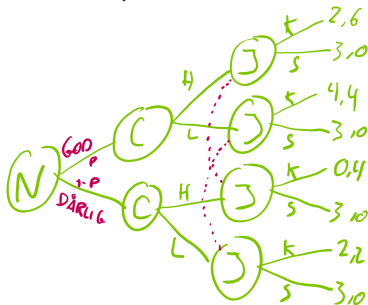


- ▶ Ligevægten, en perfekt Bayesiansk ligevægt, afhænger af Jacobs subjektive forventninger  $p(\text{God}|\text{Lav})$  og  $p(\text{God}|\text{Høj})$ .
- ▶ Hvis Christen melder Høj pris vil Jacob altid vælge støvsuge (så  $p(\text{God}|\text{Høj}) \in [0; 1]$  fordi den er irrelevant).

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



Umiddelbart fik vi løst problemet



- ▶ Ligevægten, en perfekt Bayesiansk ligevægt, afhænger af Jacobs subjektive forventninger  $p(\text{God}|\text{Lav})$  og  $p(\text{God}|\text{Høj})$ .
- ▶ Hvis Christen melder Høj pris vil Jacob altid vælge støvsuge (så  $p(\text{God}|\text{Høj}) \in [0; 1]$  fordi den er irrelevant).
- ▶ Hvis Christen melder Lav pris vil Jacob kun køre hvis  $p \geq 1/2$  (fordi han sammenligner  $2 + 2p$  med 3). Jacob sætter  $p(\text{God}|\text{Lav}) = p$ .



# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



I normal form har agenterne nu fire strategier hver

- ▶ Jacob: (Handling hvis Høj pris; hvis Lav pris)
- ▶ Christen: (Handling hvis God stand; hvis dårlig stand)

| Pay-offs<br>(Jacob, Christen) |    | Christen |    |    |    |
|-------------------------------|----|----------|----|----|----|
|                               |    | HH       | HL | LH | LL |
| Jacob                         | KK | A        | E  | I  | M  |
|                               | KS | B        | F  | J  | N  |
|                               | SK | C        | G  | K  | O  |
|                               | SS | D        | H  | L  | P  |

$$A: p2 + (1 - p)0, p6 + (1 - p)4$$

$$E: p2 + (1 - p)2, p6 + (1 - p)2$$

Etc.

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Pay-offs

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen     |                 |              |                  |
|-------------------|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   | HH           | HL              | LH           | LL               |
| Jacob             |              |                 |              |                  |
| KK                | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
| KS                | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
| SK                | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
| SS                | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

- ▶ Igen kan vi finde 'bedste reaktioner' for at finde Nash-ligevægten.
- ▶ Denne gang vil ligevægten dog afhænge af Jacobs subjektive forventning til  $p \rightarrow$  en Bayesiansk Nash-ligevægt

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Pay-offs

| Pay-offs<br>(J,C) |    | Christen     |                 |              |                  |
|-------------------|----|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   |    | HH           | HL              | LH           | LL               |
| Jacob             | KK | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | KS | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
|                   | SK | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | SS | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

- ▶ Vi prøver først med grænsetilfældene:
- ▶ Bedste reaktion hvis  $p = 0$
- ▶ Bedste reaktion hvis  $p = 1$

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Pay-offs

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen |            |             |            |              |
|-------------------|----------|------------|-------------|------------|--------------|
|                   | HH       | HL         | LH          | LL         |              |
| Jacob             | KK       | $2p, 2p+4$ | $2, 4p+2$   | $4p, 4$    | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | KS       | $2p, 2p+4$ | $3-p, 6p$   | $3p, 4-4p$ | $3, 0$       |
|                   | SK       | $3, 0$     | $p+2, 2-2p$ | $p+3, 4p$  | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | SS       | $3, 0$     | $3, 0$      | $3, 0$     | $3, 0$       |

- ▶ Vi prøver først med grænsetilfældene:
- ▶ **Bedste reaktion hvis  $p = 0$**
- ▶ Bedste reaktion hvis  $p = 1$

### Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenteprojekt

19

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Pay-offs

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen |            |             |            |              |
|-------------------|----------|------------|-------------|------------|--------------|
|                   | HH       | HL         | LH          | LL         |              |
| Jacob             | KK       | $2p, 2p+4$ | $2, 4p+2$   | $4p, 4$    | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | KS       | $2p, 2p+4$ | $3-p, 6p$   | $3p, 4-4p$ | $3, 0$       |
|                   | SK       | $3, 0$     | $p+2, 2-2p$ | $p+3, 4p$  | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | SS       | $3, 0$     | $3, 0$      | $3, 0$     | $3, 0$       |

- ▶ Vi prøver først med grænsetilfældene:
- ▶ **Bedste reaktion hvis  $p = 0$**
- ▶ **Bedste reaktion hvis  $p = 1$**

## Oplæg

Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenteprojekt

19

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Pay-offs

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen |            |             |            |              |
|-------------------|----------|------------|-------------|------------|--------------|
|                   | HH       | HL         | LH          | LL         |              |
| Jacob             | KK       | $2p, 2p+4$ | $2, 4p+2$   | $4p, 4$    | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | KS       | $2p, 2p+4$ | $3-p, 6p$   | $3p, 4-4p$ | $3, 0$       |
|                   | SK       | $3, 0$     | $p+2, 2-2p$ | $p+3, 4p$  | $2p+2, 2p+2$ |
|                   | SS       | $3, 0$     | $3, 0$      | $3, 0$     | $3, 0$       |

- ▶ Vi prøver først med grænsetilfældene:
- ▶ **Bedste reaktion hvis  $p = 0$**
- ▶ **Bedste reaktion hvis  $p = 1$**
- ▶ Bayesianske Nash-ligevægte uanset  $p$ : (SS,HH) og (SS,HL). Begge er rød og begge er fed
  - ▶ Hvis  $p = 0$ : (SS,LH) og (SS,LL). Begge er fed
  - ▶ Hvis  $p = 1$ : (SK,LH) og (SK,LL). Begge er rød

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Iterativ eliminering af dominerede strategier

| Pay-offs<br>(J,C) |    | Christen     |                 |              |                  |
|-------------------|----|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   |    | HH           | HL              | LH           | LL               |
| Jacob             | KK | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | KS | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
|                   | SK | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | SS | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Iterativ eliminering af dominerede strategier

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen |              |                 |              |                  |
|-------------------|----------|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   | HH       | HL           | LH              | LL           |                  |
| Jacob             | KK       | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | KS       | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
|                   | SK       | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | SS       | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

- KS er vagt domineret af SS og KK er vagt domineret af SK



# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Iterativ eliminering af dominerede strategier

| Pay-offs<br>(J,C) |    | Christen     |                 |              |                  |
|-------------------|----|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   |    | HH           | HL              | LH           | LL               |
| Jacob             | KK | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | KS | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
|                   | SK | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | SS | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

- ▶ KS er vagt domineret af SS og KK er vagt domineret af SK
- ▶ LL dominerer nu vagt de tre andre strategier for Christen

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Iterativ eliminering af dominerede strategier

| Pay-offs<br>(J,C) | Christen |              |                 |              |                  |
|-------------------|----------|--------------|-----------------|--------------|------------------|
|                   | HH       | HL           | LH              | LL           |                  |
| Jacob             | KK       | $2p, 2p + 4$ | $2, 4p + 2$     | $4p, 4$      | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | KS       | $2p, 2p + 4$ | $3 - p, 6p$     | $3p, 4 - 4p$ | $3, 0$           |
|                   | SK       | $3, 0$       | $p + 2, 2 - 2p$ | $p + 3, 4p$  | $2p + 2, 2p + 2$ |
|                   | SS       | $3, 0$       | $3, 0$          | $3, 0$       | $3, 0$           |

- ▶ KS er vagt domineret af SS og KK er vagt domineret af SK
- ▶ LL dominerer nu vagt de tre andre strategier for Christen
- ▶ SK dominerer SS hvis  $p \geq 1/2$  og omvendt hvis  $p \leq 1/2$

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Intervaller

- ▶ Opsummering af de forskellige Bayesianske Nash-ligevægte og deres afhængighed af Jacobs subjektive forventninger:
  - ▶ (SS HH) er ligevægt for  $p \in [0; 1]$
  - ▶ (SS HL) er ligevægt for  $p \in [0; 1]$
  - ▶ (SS LH) er ligevægt for  $p = 0$
  - ▶ (SS LL) er ligevægt for  $p \in [0; \frac{1}{2}]$
  - ▶ (SK LH) er ligevægt for  $p = 1$
  - ▶ (SK LL) er ligevægt for  $p \in [\frac{1}{2}; 1]$

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Konklusioner

- ▶ Husk: Jacob vil købe en god cykel til lav pris. Han vil ikke købe en god cykel til høj pris - så vil han hellere støvsuge. En dårlig cykel vil han ikke købe uanset pris.
- ▶ I spillets normale form finder vi flere Bayesianske Nash-ligevægte. I den ekstensive form er der kun én perfekt Bayesiansk ligevægt.
- ▶ Fordi vi i den normale form ikke har en rækkefølge
  - ▶ Den normale form viser at spillet kan ende i potentielt paretoinferiore ligevægte hvor Jacob altid støvsuger (SS)
  - ▶ Den viser også grænsetilfælde hvor Jacob cyklen altid er god ( $p = 1$ ) eller dårlig ( $p = 0$ )
- ▶ Men fælles konklusion: Jacob vil køre efter cyklen hvis Christen vælger lav pris og Jacob tror der er mindst 50% sandsynlighed for en god cykel

# Et dagligdagsproblem, som giver anledning til en masse spil: Købe en brugt cykel



## Generelle implikationer

- ▶ Værdien af at modellere en situation afhænger af hvor ofte situationen gentages
- ▶ Analysen her er nok mere interessant for ejerne af Gul & Gratis end for Jacob eller Christen.
- ▶ Ejerne af Gul & Gratis vil foretrække, at brugerne har en god oplevelse og vender tilbage. Det er mere sandsynligt hvis de har højere nytte → det paretooptimale resultat
  - ▶ I praksis har de umiddelbart mere fokus på at begrænse snyd end på at facilitere handler
  - ▶ Men fx mulighed for NemID-validering er mulighed for at sende signal



# Baglæns induktion



## Et forsøg med baglæns induktion

- ▶ Baglæns induktion er processen, hvor vi løser spillet baglæns
- ▶ Enten i spiltræet / den ekstensive form, eller ved iterativ eliminering af dominerede strategier i den normale form
- ▶ Baglæns induktion følger af antagelsen, at agenter er rationelle, og at de ved at andre agenter er rationelle.
  - ▶ Og de ved, at andre ved, at de er rationelle.
  - ▶ Etc.

## Et forsøg med baglæns induktion

- ▶ Baglæns induktion er processen, hvor vi løser spillet baglæns
- ▶ Enten i spiltræet / den ekstensive form, eller ved iterativ eliminering af dominerede strategier i den normale form
- ▶ Baglæns induktion følger af antagelsen, at agenter er rationelle, og at de ved at andre agenter er rationelle.
  - ▶ Og de ved, at andre ved, at de er rationelle.
  - ▶ Etc.

→ Keynes' skønhedskonkurrence





## Et forsøg med baglæns induktion

→ Keynes' skønhedskonkurrence:

- ▶ Blandt en stor samling billeder skal man vælge det flotteste
- ▶ Vælger man det, som får flest stemmer, vinder man en præmie



## Et forsøg med baglæns induktion

→ Keynes' skønhedskonkurrence:

- ▶ Blandt en stor samling billeder skal man vælge det flotteste
- ▶ Vælger man det, som får flest stemmer, vinder man en præmie

→ Stem *ikke* på det, som du synes er flottest



## Et forsøg med baglæns induktion

→ Keynes' skønhedskonkurrence:

- ▶ Blandt en stor samling billeder skal man vælge det flotteste
- ▶ Vælger man det, som får flest stemmer, vinder man en præmie
- Stem *ikke* på det, som du synes er flottest
- Stem *ikke* på det, som du tror flest synes er flottest



## Et forsøg med baglæns induktion

→ Keynes' skønhedskonkurrence:

- ▶ Blandt en stor samling billeder skal man vælge det flotteste
- ▶ Vælger man det, som får flest stemmer, vinder man en præmie
- Stem *ikke* på det, som du synes er flottest
- Stem *ikke* på det, som du tror flest synes er flottest
- Stem på det, som du tror, at andre tror, at flest synes er flottest
- ▶ Keynes mente, at aktiemarkedet virker på denne måde

## Et forsøg med baglæns induktion

- 1 I får alle et stykke papir hver
- 2 Skriv et **helt** tal mellem 0 og 100 (begge inkl) på papiret
  - ▶ Ikke snakke
  - ▶ Skriv initialer på papiret eller gør det på anden måde genkendeligt
- 3 Papirene samles sammen, og gennemsnit\*2/3 beregnes
- 4 Den, som er tættest på, vinder en plade chokolade



# Et studenterprojekt: Sanktioner mod Rusland



## Disposition: Rusland og verden

- ▶ Problemstilling. Den nuværende situation og historien, der ledte hertil
  - ▶ Problemformulering
- ▶ Metode og videnskabsteori
- ▶ Teori
- ▶ Måske noget om politik.
- ▶ Modeller for konflikter som strategisk interaktion (fx inspireret af Cubakrisen, reality-tv ...)
- ▶ Empiri: Agenter, observerede handlinger ...
- ▶ Analyse: Forklar handlingerne med modellerne og find indsigt
- ▶ Afslutning - konklusion mv.



## Et studenterprojekt

- ▶ Rusland er involveret i to konflikter, der begge indeholder “strategisk interaktion” og som derfor kan modelleres som spil

30

38





## Et studenterprojekt

- ▶ Rusland er involveret i to konflikter, der begge indeholder “strategisk interaktion” og som derfor kan modelleres som spil
- 1 Overfaldet på Ukraine og den resulterende krig mellem Rusland og Ukraine
    - ▶ Hver side tager valg og forsøger at påvirke modpartens valg
    - ▶ Masser af asymmetrisk information og trusler om atomangreb (jf. Cubakrisen og Brinkmanship).
  - 2 Putin mod Vesten: En konflikt om internationale spilleregler, som ideelt aftalt i FN.
    - ▶ Respekt for stateres suverænitet versus “den med flest tanks bestemmer hvor skelpælen skal stå”



## Spil om stateres suverænitæt. Spillet

- ▶ Putin vælger først om han vil respektere normen (R) eller overtræde den (O)
  - ▶ Overtrædelse giver Putin en fordel  $f > 0$ , og en ulempe til Vesten,  $-u < 0$ .

31

38



## Spil om stateres suverænitet. Spillet

- ▶ Putin vælger først om han vil respektere normen (R) eller overtræde den (O)
  - ▶ Overtrædelse giver Putin en fordel  $f > 0$ , og en ulempe til Vesten,  $-u < 0$ .
- ▶ Vesten vælger om den vil straffe en overtrædelse med sanktioner (S) eller ignorere (I)
  - ▶ Sanktioner medfører en omkostning for Vesten  $-o < 0$  og en skade for Putin  $-s < 0$

31

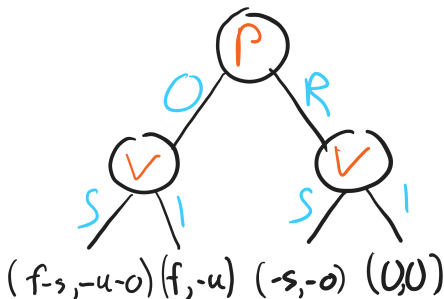
38



## Spil om stateres suverænitæt. Spillet

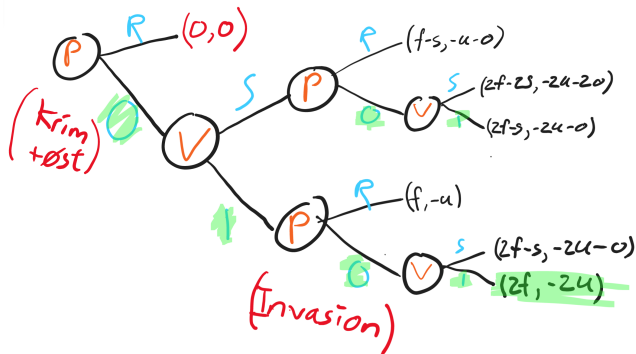
- ▶ Putin vælger først om han vil respektere normen (R) eller overtræde den (O)
  - ▶ Overtrædelse giver Putin en fordel  $f > 0$ , og en ulempe til Vesten,  $-u < 0$ .
- ▶ Vesten vælger om den vil straffe en overtrædelse med sanktioner (S) eller ignorere (I)
  - ▶ Sanktioner medfører en omkostning for Vesten  $-o < 0$  og en skade for Putin  $-s < 0$
- ▶ (Spillet på næste slide)

# Et studenterprojekt: Sanktioner mod Rusland



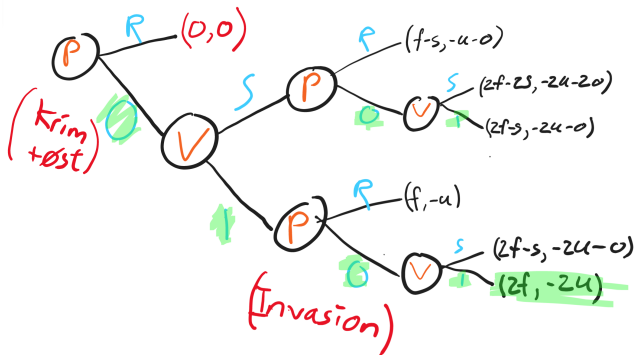
- ▶ Konklusion: Det er ikke rationelt at sanktionere
- ▶ Men hvad hvis "ulempen" for Vesten vokser over tid?
- ▶ Eller der er asymmetrisk information hvor Putin ikke ved om Overtrædelser vil blive Sanktioneret, fordi han ikke ved hvilken *type* Vesten er tildelt af naturen. Putins subjektive forventning bliver central

# Et studenterprojekt: Sanktioner mod Rusland



- ▶ Nu er der to runder. Anden rund er som den første
- ▶ Det er stadig ikke rationelt at indføre sanktioner. Vesten får  $-2u$  og Putin får  $2f$  (jf. grøn markering).

# Et studenterprojekt: Sanktioner mod Rusland



- ▶ I tredje runde, som ikke er tegnet, får Vesten endnu et "minus  $u$ "
- ▶ I hvert trin er det ikke rationelt at sanktionere, men for hvert trin akkumulerer Vesten yderligere negativ pay-off



## Spillet gentages

- ▶ Vesten vil altså foretrække at indføre sanktioner tidligt og (forhåbentlig) afslutte spillet, fordi spillet ellers gentages et ukendt antal gange
- ▶ Hvad nu? Skab en **pålidelig trussel** om sanktion
  - ▶ Signal: kommuniker at man forstår spillet som gentaget
  - ▶ Binding: Sælge sig til egne vælgere som 'hard-liner'

35

38





## Spillet gentages

- ▶ Vesten vil altså foretrække at indføre sanktioner tidligt og (forhåbentlig) afslutte spillet, fordi spillet ellers gentages et ukendt antal gange
- ▶ Hvad nu? Skab en **pålidelig trussel** om sanktion
  - ▶ Signal: kommuniker at man forstår spillet som gentaget
  - ▶ Binding: Sælge sig til egne vælgere som 'hard-liner'
- ▶ Kræver naturligvis at  $s > f$ . Ellers model hvor Vesten vælger et antal sanktioner. Eller model med asymmetrisk information om forholdet mellem  $s$  og  $f$

## Spillet gentages

- ▶ Vesten vil altså foretrække at indføre sanktioner tidligt og (forhåbentlig) afslutte spillet, fordi spillet ellers gentages et ukendt antal gange
- ▶ Hvad nu? Skab en **pålidelig trussel** om sanktion
  - ▶ Signal: kommuniker at man forstår spillet som gentaget
  - ▶ Binding: Sælge sig til egne vælgere som 'hard-liner'
- ▶ Kræver naturligvis at  $s > f$ . Ellers model hvor Vesten vælger et antal sanktioner. Eller model med asymmetrisk information om forholdet mellem  $s$  og  $f$
- ▶ Vesten vælger Sanktion selvom  $o > u$  fordi en runde senere bliver den relevante sammenligning for Vesten  $o > 2u$ . Og derefter  $o > 3u$

# Et studenterprojekt: Sanktioner mod Rusland



BUSINESS SCHOOL  
AALBORG UNIVERSITY

Spilteori

Jacob R. Holm

Oplæg

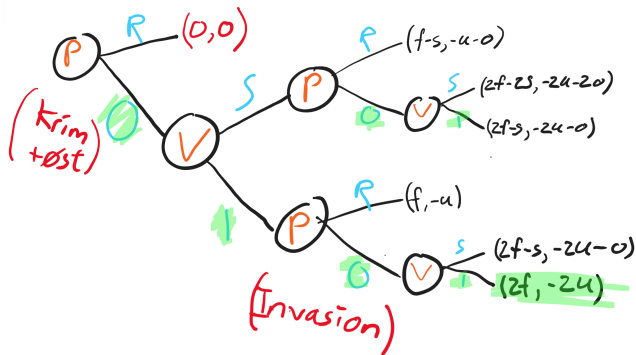
Indledning

Et problem

Baglæns induktion

Eksempel på  
studenterprojekt

36



- ▶ Hvis  $s > f$  og Vesten har en pålidelig trussel om sanktioner ender spillet i (0,0) fordi ellers ender det i  $(f - s, -u - o)$
- ▶ Opstår pålideligheden først efter annekteringen af Krim ender spillet i  $(f, -u)$  fordi ellers ender det i  $(2f - s, -2u - o)$

38



## Konklusioner

- ▶ Vesten troede fejlagtigt, at spillet kun havde én runde da Krim blev annekteret, og sanktionerede derfor ikke
- ▶ Ved invasionen i februar 2022 blev spillet opfattet som gentaget, og sanktioner blev indført
- ▶ Yderligere analyse: Gentagne sanktioner og Putins reaktioner på sanktioner
  - ▶ Asymmetrisk information om hinandens 'typer'
  - ▶ Asymmetrisk information om hinandens pay-off
  - ▶ ...

37

38



## Afrunding

- ▶ Henvisninger (også workshop)

Schecter, S. og Gintis, H. (2016). Game theory in action. Princeton University Press.