



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Aalborg Universitet

Opdriftventilation 3

Strømningsmodel

Terpøger Andersen, Karl

Publication date:
2012

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Terpøger Andersen, K. (2012). *Opdriftventilation 3: Strømningsmodel*. SBI forlag.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

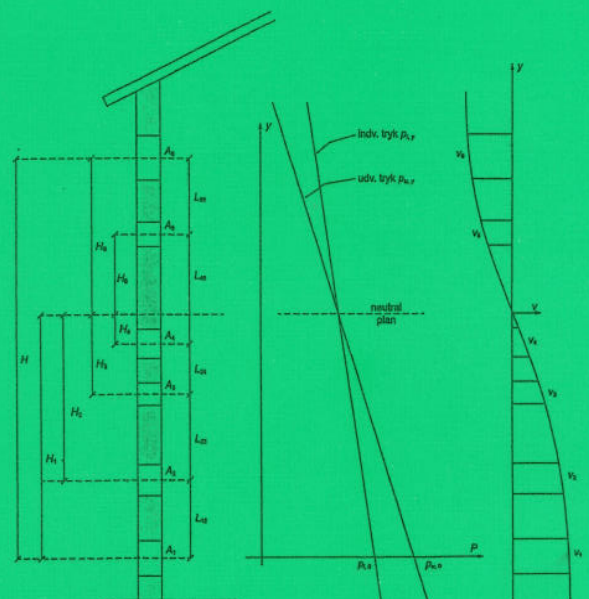
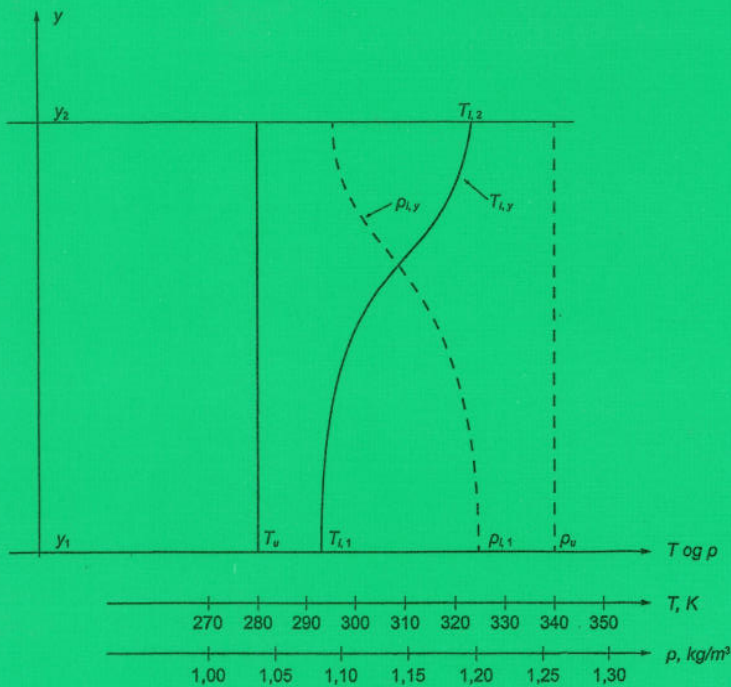
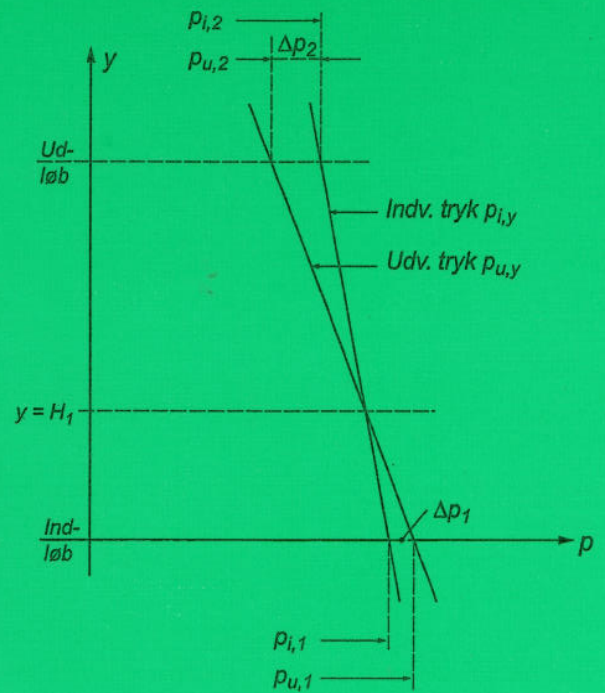
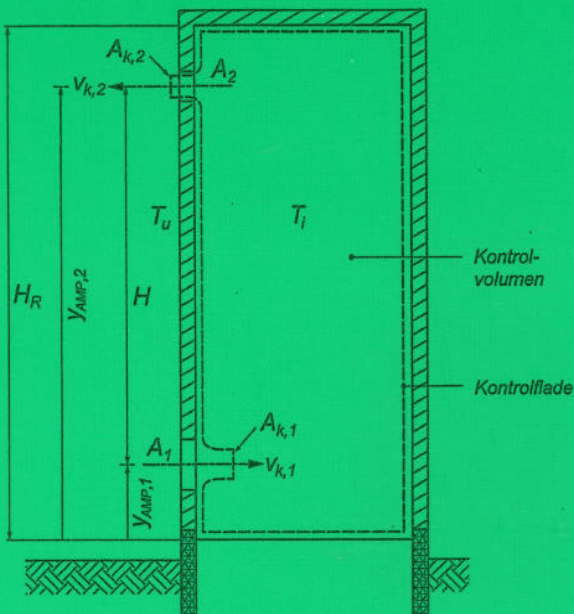
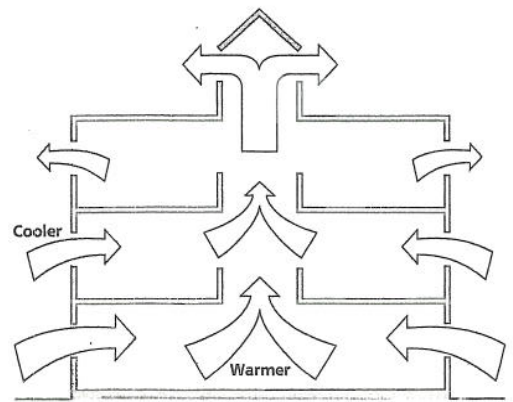
Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

OPDRIFTVENTILATION 3

Strømningsmodel.

Karl Terpger Andersen



Titel	Opdriftventilation
Undertitel	Litteraturstudium (bind 1) Teoretisk grundlag (bind 2) Strømningsmodel (bind 3)
Serietitel	Uden for Serie
Udgave	1. udgave
Udgivelsesår	2012
Forfatter	Karl Terpger Andersen
Sidetæl	116 sider (bind 1) 146 sider (bind 2) 266 sider (bind 3)
Litteratur- henvisninger	Side 113-116 (bind 1) Side 144-146 (bind 2) Side 262 (bind 3)
Emneord	Opdriftventilation, lufthastigheder, volumenstrømme, åbningsarealer, temperaturdifferencer, vindpåvirkning, CFD-beregning, indeklimaforhold.
ISBN	978-87-92739-15-5
Udgiver	Statens Byggeforskningsinstitut, Aalborg Universitet Dr. Neergaards Vej 15, DK-2970 Hørsholm E-post sbi@sbi.aau.dk www.sbi.dk

Der gøres opmærksom på, at denne publikation er omfattet af ophavsretsloven.

OPDRIFTVENTILATION 3

Strømningsmodel

Karl Terpger Andersen

Symbolliste (for bind 3)	8
Indledning (for bind 3)	12
12 Simpel strømningssmodel med ensformet indetemperatur	14
12.1 Kontrolvolumen	14
12.2 Massebalanceligning	15
12.3 Bevægelsesmængdeligning	15
12.3.1 Lodret bevægelsesmængdeligning	16
12.3.2 Vandret bevægelsesmængdeligning	17
12.4 Energiligning	20
12.4.1 Reduceret energiligning	21
12.5 Entropiligning	22
12.6 Analyse af ligningssystem	23
12.6.1 Supplerende ligninger	23
12.6.2 Ligningssystem og løsningsmuligheder	24
12.7 Basismodeludgave	25
12.7.1 Lufthastigheder	26
12.7.2 Trykforhold og trykdifferenser	29
12.7.3 Neutralplan og skorstenshøjder	30
12.7.4 Volumenstrømme	31
12.7.5 Nødvendige åbningsarealer. Dimensioneringssituationen	32
12.8 Temperaturdifferensbaseret modeludgave	34
12.9 Nettovarmestrømbaseret modeludgave. Generelt	35
12.10 Nettovarmestrømbaseret modeludgave. Konstant nettovarmestrøm	37
12.10.1 Temperaturdifferenser for indløbsudtryk	37
12.10.2 Temperaturdifferenser for udløbsudtryk	38
12.10.3 Lufthastigheder, trykdifferenser og volumenstrømme	39
12.10.4 Nødvendige åbningsarealer	40
12.11 Varmestrømbaseret modeludgave. Temperaturafhængig nettovarmestrøm.	43
12.11.1 Fuldstændig løsning. Volumenstrømforhold	44
12.11.2 Temperaturdifferenser	49
12.11.3 Tilnærmede løsninger. Parameterværdier	52
12.11.4 Negative volumenstrømme	56
12.12 Negativ nettovarmestrøm. Afkøling	58
12.12.1 Basisafkølingsmodeludgave	60
12.12.2 Temperaturbaseret afkølingsmodeludgave	61
12.12.3 Varmestrømsbaseret afkølingsmodeludgave. Konstant nettovarmestrøm	63
12.12.4 Varmestrømsbaseret afkølingsmodeludgave. Temperaturafhængig nettovarmestrøm	64
12.13 Kapitelsammenfatning	65
12.14 Kapitellitteratur	67
13 Simple strømningssmodels gyldighedsområde	68
13.1 Hastighedsforhold	68

13.2	Åbningsorientering	70
13.2.1	Vandrette åbninger.....	72
13.2.2	Skråstillede åbninger	74
13.3	Åbningsplacering	75
13.4	Rumudformning	76
13.5	Grænseforhold for lodretstillede åbningsarealer	76
13.5.1	Grænsesituationens åbningshastigheder	78
13.5.2	Reguleringsudformningens betydning	80
13.5.3	Grænsesituationens massebalanceligning.....	81
13.5.4	Grænseforhold ved størst indløb, vilkårlig indløbsform og fastholdt udløb	82
13.5.5	Grænseforhold ved størst indløb, rektangulært indløbsareal og med fastholdt udløb	83
13.5.6	Grænseforhold ved størst indløb, cirkulært indløbsareal og med fastholdt udløb.....	89
13.5.7	Grænseforhold ved størst indløb og med fastholdt indløbsareal	90
13.5.8	Grænseforhold med størst udløb.....	91
13.5.9	Grænseforhold ved åbningsregulering.....	94
13.6	Grænseforhold for skråstillede og vandrette åbninger	95
13.7	Grænseforhold og volumenstrømme	95
13.8	Kritiske åbningsarealforholdsintervaller	96
13.9	Kapitelsammenfatning	97
13.10	Kapitellitteratur	97
14	Simple strømningensmodels volumenstrøms- og åbningsarealforhold	98
14.1	Volumenstrømsforhold generelt	98
14.1.1	Volumenstrøm i afhængighed af samlet åbningsareal.....	100
14.1.2	Reciprokke åbningsarealforhold. Reciprocitet	101
14.2	Volumenstrømsforhold med temperaturdifferensen som termisk variabel	104
14.2.1	Volumenstrøm ved konstant udløbsareal.....	104
14.2.2	Volumenstrøm ved konstant indløbsareal	108
14.2.3	Volumenstrøm ved konstant samlet åbningsareal. Optimalt åbningsarealforhold	111
14.2.4	Åbningsarealforhold ved konstant volumenstrøm.....	113
14.3	Volumenstrømsforhold med temperaturuafhængig nettovarmestrøm som termisk variabel	125
14.3.1	Volumenstrøm med konstant udløbsareal	125
14.3.2	Volumenstrøm med konstant indløbsareal	128
14.3.3	Volumenstrøm ved konstant samlet åbningsareal. Optimalt åbningsarealforhold	129
14.3.4	Åbningsarealforhold ved konstant volumenstrøm.....	131
14.4	Volumenstrømforhold med temperaturafhængig nettovarmestrøm som termisk variabel	134
14.5	Kapitelsammenfatning	135
14.6	Kapitellitteratur	136
15.	Simpel strømningensmodel for rum med lagdelt indetemperatur. Generelt	137
15.1	Kontrolvolumen og ligningssystem	137
15.1.1	Grundlæggende strømningensligninger.....	137
15.1.2	Supplerende ligninger	138
15.1.3	Ligningssystem og løsningsmuligheder	139
15.2	Basismodeludgave	139
15.2.1	Lufthastigheder	139
15.2.2	Trykforhold og trykdifferenser	141
15.2.3	Neutralplanplacering.....	142

15.2.4	Volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer	144
15.3	Temperaturbaseret modeludgave	144
15.3.1	Neutralplanplacering.....	146
15.4	Nettovarmestrømbaseret modeludgave	146
15.4.1	Indløbsforhold.....	147
15.4.2	Udløbsforhold.....	148
15.5	Gyldighedsområde	149
15.5.1	Hastighedsforhold.....	149
15.5.2	Grænseforhold og -betingelser	149
15.5.3	Åbnings- og rumforhold	150
15.6	Volumenstrøm og åbningsmæssige forhold	150
15.7	Tilnærmet model	150
15.7.1	Tilnærmet basismodeludgave	151
15.7.2	Tilnærmet temperaturbaseret modeludgave	152
15.7.3	Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave	153
15.7.4	Korrigeret, tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave.....	154
15.8	Kapitelsammenfatning	155
16.	Simpel strømningmodel for rum med lineær temperaturlagdeling	158
16.1	Massefyldeforhold	158
16.2	Basismodeludgave	159
16.2.1	Neutralplanplacering.....	160
16.3	Temperaturbaseret modeludgave	161
16.3.1	Neutralplanplacering.....	161
16.4	Nettovarmestrømsbaseret modeludgave	164
16.5	Tilnærmede modeludgaver	165
16.5.1	Tilnærmet basismodeludgave	165
16.5.2	Tilnærmet temperaturbaseret modeludgave	166
16.5.3	Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave	169
16.6	Kapitelsammenfatning	170
17	Simple strømningmodeller for rum med krumme temperaturlagdelingsforløb.	171
17.1	Liniarisering	171
17.1.1	Liniarisering af massefyldelagdeling.....	172
17.1.2	Massefylde- kontra temperaturlagdelingsforløb.....	172
17.3	S-formet temperaturlagdeling	175
17.3.1	Tilnærmet løsning	177
17.3.2	Temperaturdifferenskvotienten.....	180
17.4	Nedad hul temperaturlagdeling	180
17.4.1	Tilnærmet løsning.....	183
17.4.2	Temperaturdifferenskvotienten.....	185
17.5	Opad hul temperaturlagdeling	186
17.5.1	Tilnærmet løsning.....	188
17.5.2	Temperaturdifferenskvotienten.....	190
17.6	Bastardmodel	190
17.7	Løsningsfejl	191
17.7	Kapitelsammenfatning	192

18 Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur	193
18.1 Kontrolvolumen og ligningssystem	193
18.1.1 Grundlæggende strømningsligninger.....	194
18.1.2 Supplerende ligninger.....	195
18.1.3 Ligningssystem og løsningsmuligheder	195
18.2 Basismodeludgave	195
18.2.1 Trykdifferenser og lufthastigheder	195
18.2.2 Neutralplanplacering.....	197
18.2.3 Volumenstrømme	198
18.2.4 Nødvendige åbningsarealer med kendte åbningsarealforhold.....	199
18.2.5 Nødvendige åbningsarealer med på forhånd bestemt neutralplanplacering	200
18.3 Temperaturbaseret modeludgave	201
18.3.1 Formelsæt for indløbsforholdene.....	201
18.3.2 Formelsæt for udløbsforholdene.....	202
18.4 Nettovarmestrømbaseret modeludgave	203
18.4.1 Formelsæt for indløbsforholdene.....	204
18.4.2 Formelsæt for udløbsforholdene.....	205
18.5 Gyldighedsområde	206
18.5.1 Hastighedsforhold.....	206
18.5.2 Åbnings- og rumforhold	207
18.5.3 Grænseforhold	207
18.6 Volumenstrømme og åbningsmæssige forhold	210
18.7 Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning	210
18.7.1 Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave	211
18.7.2 Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave	211
18.7.3 Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave.....	212
18.8 Åbninger placeret i grupper	212
18.8.1 Åbningerne grupperet i højdeniveauer.	212
18.8.2 Åbningerne grupperet i klynger.....	214
18.9 Kapitelsammenfatning	217
19 Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med indvendig temperaturlagdeling. Generelt	218
19.1 Kontrolvolumen og strømningsligninger	218
19.1.1 Grundlæggende ligninger	218
19.1.2 Supplerende ligninger.....	220
19.1.3 Ligningssystem og løsningsmuligheder	220
19.2 Basismodeludgave	220
19.2.1 Trykdifferencer og lufthastigheder	220
19.2.1 Neutralplansplacering.....	222
19.2.2 Volumenstrømme	222
19.2.3 Nødvendige åbningsarealer med kendte åbningsarealforhold.....	224
19.2.4 Nødvendige åbningsarealer med på forhånd bestemt neutralplanplacering	224
19.3 Temperaturbaseret modeludgave	226
19.3.1 Neutralplanplacering.....	227
19.3.2 Formelsæt for indløbsforholdene.....	227
19.3.3 Formelsæt for udløbsåbningerne	229

19.4	Nettovarmestrømbaseret modeludgave	230
19.4.1	Temperatursammenhæng	230
19.4.2	Formelsæt for udløbsforholdene	233
19.4.3	Formelsæt for indløbsforholdene	235
19.5	Gyldighedsområde	236
19.6	Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning	236
19.6.1	Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave	236
19.6.2	Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave	239
19.6.3	Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave	239
19.7	Åbninger i grupper	239
19.7.1	Åbningerne grupperet i højdeniveauer	239
19.7.2	Åbningerne grupperet i klynger	240
19.8	Tilnærmet model	240
19.8.1	Tilnærmet basismodeludgave	240
19.8.2	Tilnærmet temperaturdifferensbaseret modeludgave	241
19.8.3	Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave	242
19.9	Kapitelsammenfatning	243
20	Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lineær temperaturlagdeling	244
20.1	Massefyldeforhold	244
20.2	Basismodeludgave	245
20.2.1	Neutralplanplacering	245
20.2.2	Formelsæt for indløbsåbningerne	246
20.2.3	Formelsæt for udløbsåbningerne	247
20.3	Temperaturbaseret modeludgave	248
20.3.1	Neutralplanplacering	249
20.3.2	Formelsæt for indløbsåbningerne	250
20.3.3	Formelsæt for udløbsåbningerne	251
20.4	Nettovarmestrømsbaseret modeludgave	253
20.4	Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning	254
20.4.1	Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave	254
20.4.2	Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave	255
20.4.3	Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave	255
20.5	Åbninger i grupper	256
20.6	Tilnærmet model	256
20.6.1	Tilnærmet basismodeludgave	256
20.6.2	Tilnærmet temperaturdifferensbaseret modeludgave	256
20.6.3	Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave	257
20.7	Kapitelsammenfatning	257
21	Sammenfatning (for bind 3)	258
22	Litteratur (for bind 3)	260
23	Sammenfatning, diskussion og konklusion (for hele afhandling)	261
23.1	Diskussion	262

23.2 Konklusion

263

Symbolliste (for bind 3)

A	åbningsareal	m^2
A_j	åbningsareal for åbning j	m^2
$A_{j,i}$	åbningsareal for åbning i i j 'te højdeniveau eller klynge	m^2
$A_{d,j}$	klynges samlede strømningsareal (defineret ved ligning (18.75))	
C_d	udstrømningskoefficient	
C_k	kontraktionskoefficient	
C_v	hastighedskoefficient	
F	kraft	N
FF	fejlforhold (defineret ved ligning (15.41))	
H	lodret afstand mellem øverste og nederste åbning	m
H_1	lodret afstand mellem neutralplan og indløb i rum med to åbninger og ensformet indetemperatur	m
H_2	lodret afstand mellem neutralplan og udløb i rum med to åbninger og ensformet indetemperatur	m
$H_{1,tl}$	højdestørrelse for indløb i rum med to åbninger og temperaturlagdeling (defineret ved ligning (15.12))	m
$H_{2,tl}$	højdestørrelse for udløb i rum med to åbninger og temperaturlagdeling (defineret ved ligning (15.14))	m
$H_{1,m}$	lodret afstand mellem neutralplan og indløb i rum med to åbninger og med temperaturlagdeling, og når der regnes med ensformet indetemperatur lig med lagdelingens middeltemperatur	m
$H_{2,m}$	lodret afstand mellem neutralplan og udløb i rum med to åbninger og med temperaturlagdeling, og når der regnes med ensformet indetemperatur lig med lagdelingens middeltemperatur	m
H_j	lodret afstand mellem neutralplan og åbning j i rum med åbninger i mere end to højdeniveauer	m
$H_{j,m}$	lodret afstand mellem neutralplan og åbning j i rum med åbninger i mere end to højdeniveauer og med temperaturlagdeling, og når der regnes med ensformet indetemperatur lig med temperaturlagdelingens middeltemperatur	m
$H_{j,ref}$	åbningsklynge j 's referenceafstand til neutralplan (defineret ved ligning (18.76))	m
$H_{j,AMP}$	åbningsklynge j 's arealmidtpunkts afstand til neutralplan (defineret ved ligning (18.77))	m
H_1^*	vægtet "højdesum" for indløbene ved ensformet indetemperatur (defineret ved ligning ((18.25))	m
H_N^*	vægtet "højdesum" for udløbene ved ensformet indetemperatur (defineret ved ligning ((18.27))	m
H_1^{**}	vægtet "højdesum" for indløbene ved lagdelt indetemperatur (defineret ved ligning (19.27))	m
H_N''	vægtet højdestørrelse defineret ved ligning (18.55)	
H_N^{**}	vægtet "højdesum" for udløbene ved lagdelt indetemperatur (defineret ved ligning (19.30))	m
H_N^{***}	vægtet "højdesum" for udløbene ved lagdelt indetemperatur, når nettovarmestrømmen er termisk variabel (defineret ved ligning (19.53a))	m
$K_{\rho CA}$	åbningskonstant (defineret ved ligning (12.35))	
$K_{\rho C}$	åbningskonstant (defineret ved ligning (13.13b))	

K_{CA}	åbningskonstant (defineret ved ligning (15.15c))	
$K_{\rho b}$	termisk konstant (defineret ved ligning (16.13))	
$K_{\Delta T}$	åbningskonstant (defineret ved ligning (14.20))	
K_{Φ}	åbningskonstant (defineret ved ligning (14.63))	
K_{tab}	varmetabsfaktor	W/K
$L_{j,j+1}$	lodret afstand mellem to naboåbninger	m
MF	målforhold (defineret ved ligning (17.2))	
N	åbningsforholdfunktion afhængig af n (defineret ved ligning (14.5d))	
P	effekt	W
R	gasafhængig gaskonstant	J/kgK
Re	Reynolds' tal	
T	absolut temperatur	K
$T_{i,y}$	indetemperaturforløb ved temperaturlagdeling	K
$T_{i,m}$	middelindetemperatur ved temperaturlagdeling	K
$T_{i,ref}$	indvendig referencetemperatur ved temperaturlagdeling (defineret ved ligning (15.24b))	K
$T_{i,ref,j}$	indvendig referencetemperatur for åbning j ved temperaturlagdeling defineret ved ligning (19.36))	K
Y_1	lodret afstand mellem neutralplan og nederste åbning i rum med temperaturlagdeling	m
b	specifik bevægelsesmængde	Ns/kg eller m/s
b	massefyldegradient i rum med to åbninger og med lineær temperaturlagdeling (defineret ved ligning (16.5))	kg/m ⁴
b_0	massefyldegradient i rum med åbninger i mere end to højdeniveauer og med lineær temperaturlagdeling (defineret ved ligning (20.3))	kg/m ⁴
c_p	specifik varmekapacitet ved konstant tryk	J/kgK
d	diameter	m
g	tyngdeacceleration	m/s ²
h	åbningshøjde	m
k_m	hastighedskonstant afhængig af hastighedsprofil	
k_1	rektangulær åbnings bredde-højde forhold	
n	åbningsarealforhold, dvs. forholdet mellem ind- og udløbsareal i rum med to åbninger	
p	tryk	Pa
p_j	tryk ud for åbning j	Pa
p_0	tryk i neutralplanshøjde	Pa
$q_{V,j}$	volumenstrøm gennem indløbsåbning ($j = 1$) eller udløbsåbning ($j = 2$)	m ³ /s
$q_{V,ind,j}$	volumenstrøm gennem indløbsåbning j	m ³ /s
$q_{V,ud,j}$	volumenstrøm gennem udløbsåbning j	m ³ /s
$q_{V,ind,tot}$	samlet volumenstrøm gennem indløbsåbningerne	m ³ /s
$q_{V,ud,tot}$	samlet volumenstrøm gennem udløbsåbningerne	m ³ /s
s	specifik entropi	J/kgK
u	specifik indre energi	J/kg
v_j	hastighed i åbning j	m/s
y	variabel lodret afstand	m
Φ_{net}	nettovarmestrøm	W
$\Phi_{net,køl}$	nettovarmestrøm ved køling	W
Φ_0	konstant varmemestrømsbidrag	W
Δp	trykdifferens over åbning	Pa
ΔT	temperaturdifferens mellem inde og ude	K

ΔT_j	temperaturdifferens mellem inde og ude over åbning j	K
ΔT_m	middeltemperaturdifferens ved temperaturlagdeling	K
ΔT_{ref}	referencetemperaturdifferens	K
$\Delta T_{ref,j}$	referencetemperaturdifferens over åbning j	K
$\Delta \rho$	massefyldedifferens mellem ude og inde	kg/m ³
$\Delta \rho_m$	middelmassefyldedifferens ved temperaturlagdeling	kg/m ³
$\Delta \rho_{Tm}$	massefyldedifferens ved indetemperatur lig med lagdelingens middeltemperatur	kg/m ³
α	temperaturgradient ved lineær temperaturlagdeling	K/m
α	varmestrømsparameter	m ³ /s
β	varmetabsparameter	m ³ /s
β_E	korrektionsfaktor for kinetisk energi	
ζ	modstandstal	
ε_{ref}	temperaturdifferenskvotient ved temperaturlagdeling i rum med to åbninger (defineret ved ligning (15.31))	
$\varepsilon_{ref,N}$	temperaturdifferenskvotient ved temperaturlagdeling i rum med N åbninger (defineret ved ligning (19.54a))	
ε_{Tm}	korrigeret temperaturdifferenskvotient, når der regnes med ensformet indetemperatur lig med lagdelingens middeltemperatur (defineret ved ligning (15.57))	
θ	vinkel	
v_{spec}	specifik volumen	m ³ /kg
ρ	massefylde	kg/m ³
$\rho_{i,y}$	indvendigt massefylddeforløb ved temperaturlagdeling	kg/m ³
$\rho_{i,m}$	middelmassefylde for indvendig luftsøjle med højden H	kg/m ³
$\rho_{i,m,y}$	middelmassefylde for indvendig luftsøjle med højden y	kg/m ³
$\rho_{i,Tm}$	massefylde for luft med temperatur lig med lagdelingens middeltemperatur	kg/m ³

Indices

AMP arealmidtpunkt

REL relativ

d discharge

ens ensformet hastighedsprofil

fr friktion

græns grænsesituation

i inde

j åbning nr. j

k kontraktion

krit kritisk

m middel

min minimum

nødv nødvendig

opt optimal

ref reference

res resulterende

sup supplerende

teo teoretisk mulig

tot total, samlet
trans transmission
u ude
v hastighed
vent ventilation

0 referenceværdi, "nulværdi"
1 indløb i rum med to åbninger
2 udløb i rum med to åbninger

ΔT refererer til temperaturdifferensmodeludgave

Φ refererer til nettovarmestrømsmodeludgave

Indledning (for bind 3)

I dette afhandlingens tredje og sidste bind opstilles en ny opdriftventilationsmodel. Modellen er ny derved, at den alene er baseret på de grundlæggende strømningsligninger. Den benævnes "strømningsmodel" med reference til anvendelsen af strømningsligningerne. Herved drages en betydningsmæssig parallel til litteraturens "søjle-", "ventilator-" og "neutralplanmodel" nævnt i litteraturstudiet i bind 1.

Der er tilstræbt en simpel og overskuelig model, som er velegnet til pålidelige beregninger og analyser af opdriftventilation under forskellige klima- og bygningsmæssige forhold. Dette er søgt opnået ved blandt andet at foretage tilnærmelser, der kun i ubetydelig grad ændrer den tilstræbte, termiske komfort, og som desuden er af en sådan karakter, at fejlene begået ved tilnærmelserne kan bestemmes.

Strømningsmodellen bygger i sit grundprincip på et kasseformet rum med åbninger i to højdeniveauer til det fri og med ensformet indetemperatur. Derefter udvides anvendelsesområdet til rum med lagdelt indetemperatur og til rum med åbninger i flere end to højdeniveauer. I sidstnævnte tilfælde betragtes yderligere situationer, hvor det såkaldte neutralplan skal have en på forhånd fastlagt placering og herunder specielt de situationer, hvor neutralplanet ønskes placeret mellem næstøverste og øverste højdeniveau.

Modellens gyldighedsområde fastlægges, og i den sammenhæng analyseres betydningen af rummets form og indretning samt betydningen af åbningernes form, orientering og placering. Desuden analyseres de sammenhænge mellem volumenstrøm og åbningsarealforhold, der har betydning for opdriftventilation ud fra et styrings- og bygningsmæssigt synspunkt.

Det er forskellen mellem ude- og indeluftens massefylder, der er drivkraften bag opdriftventilation, og derfor opstilles strømningsmodellen først i en basisudgave, hvor massefyldedifferensen er en uafhængig variabel. Ud fra sammenhængen mellem luftens massefylde og temperatur opstilles derefter en modeludgave med temperaturdifferensen som en uafhængig variabel. Endelig anvendes sammenhængen mellem temperaturdifferens og nettovarmestrøm (energiligningen) til at opstille en modeludgave med nettovarmestrømmen som en uafhængig variabel.

Opstillingen af strømningsmodellen er behandlet i nedenstående kapitler.

Kapitel 12, Simple strømningsmodel med ensformet indetemperatur. I dette kapitel vises modelopstillingen for et kasseformet rum med åbninger i to højdeniveauer til det fri og med ensartet indetemperatur. Modellen opstilles for henholdsvis positiv og negativ nettovarmestrøm svarende til opvarmning og afkøling af rummet.

Kapitel 13, Simple strømningsmodels gyldighedsområde. I dette kapitel analyseres gyldighedsområdet for den i kapitel 12 opstillede strømningsmodel, herunder betydningen af åbningernes form, orientering og placering samt af rummets udformning og indretning. Desuden udledes der tilnærmede udtryk for de grænsereationer mellem åbningshøjde, åbningsafstand, åbningsarealer og udstrømningskoefficienter, der skal opfyldes for at sikre modellens gyldighedsområde.

Kapitel 14, Simple strømningsmodels volumenstrøms- og åbningsarealforhold. I dette kapitel analyseres sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealforhold af interesse for opdriftventilation for modellen opstillet i kapitel 12, herunder optimale åbningsarealforhold samt de sammenhænge mellem ind- og udløbsarealer, det er nødvendigt at overholde for at kunne fastholde en bestemt volumenstrøm.

Kapitel 15, Simple strømningsmodel for rum med lagdelt indetemperatur. Generelt. I dette kapitel opstilles den simple strømningsmodel for et rum med åbninger i to højdeniveauer og med lagdelt indetemperatur. Det undersøges, i hvor høj grad gyldighedsområdet samt sammenhængene mellem volumenstrøm og åbningsarealforholdene udledt for den simple model med ensformet indetempera-

tur stadigvæk gælder. Endelig opstilles en tilnærmet model ud fra temperaturlagdelingens middeltemperatur.

Kapitel 16, Simpel strømningsmodel for rum med lineær temperaturlagdeling. I dette kapitel tages udgangspunkt i modellen opstillet i kapitel 15, og heri anvendes et simpelt, tilnærmet udtryk for massefyldedifferensen, der gælder med en fejl mindre end 1 %. Neutralplanplaceringen analyseres for forskellige temperatur- og åbningsarealforhold, og endelig opstilles en tilnærmet model ud fra temperaturlagdelingens middeltemperatur.

Kapitel 17, Simpel strømningsmodel for rum med krumme temperaturlagdelingsforløb. I dette kapitel bestemmes opdriftventilationen ved en grafisk metode, der vises anvendt på en S-formet, en nedad hul og en opad hul temperaturlagdeling.

Kapitel 18, Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur. I dette kapitel opstilles strømningsmodellen for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur. Dens gyldighedsområde behandles. Der ses endvidere på situationer, hvor neutralplanet skal have en på forhånd fastlagt placering og specielt, når det skal ligge mellem næstøverste og øverste åbning. Endelig ses på situationer, hvor flere åbninger er samlet i samme åbningshøjde eller i klynger.

Kapitel 19, Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lagdelt indetemperatur. Generelt. I dette kapitel opstilles strømningsmodellen for samme rum som i kapitel 18, men med lagdelt indetemperatur. Gyldighedsområdet behandles, og desuden behandles de situationer, hvor neutralplanet skal have en på forhånd fastlagt placering og specielt, når det skal ligge mellem næst øverste og øverste åbning. Endelig ses på situationer, hvor flere åbninger er samlet i samme højdeniveau eller i klynger.

Kapitel 20, Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lineær temperaturlagdeling. I dette kapitel tages udgangspunkt i den generelle model opstillet i kapitel 19, og der anvendes heri et simpelt, tilnærmet udtryk for massefyldedifferensen, der gælder med en fejl mindre end 1 %. Der ses på de situationer, hvor neutralplanet skal have en på forhånd fastlagt placering og specielt, når det skal ligge mellem næst øverste og øverste åbning. Endvidere ses på situationer, hvor flere åbninger er samlet i samme højdeniveau eller i klynger. Endelig opstilles en tilnærmet model ud fra temperaturlagdelingens middeltemperatur.

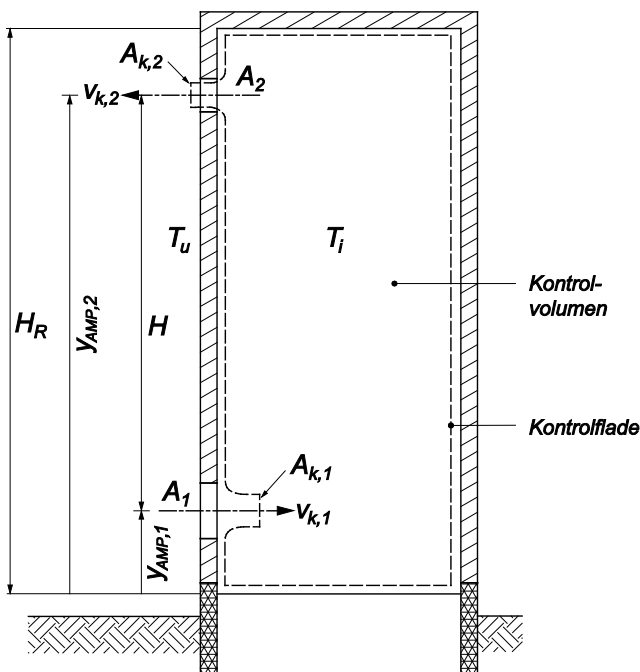
12 Simpel strømningmodel med ensformet indetemperatur

I dette kapitel behandles opdriftventilation i et kasseformet rum med to åbninger til det fri, med ensformet indetemperatur og med stationære forhold. Der opstilles en basismodel med massefyldedifferensen mellem ude- og indeluften som uafhængig, termisk variabel. Basismodellen omformes til en model med temperatur-differensen som uafhængig variabel og videre til en model med nettovarmestrømmen til rummet som den uafhængige, termiske variable. Modellen opstilles for såvel opvarmning som afkøling af rummet.

Der betragtes det simpleste tilfælde for opdriftventilation. Det optræder i et kasseformet rum med to veldefinerede åbninger til det fri, og hvor de to åbningsflader er lodrette og anbragt i samme ydervæg. Der antages stationære forhold, ensformet indetemperatur og i første omgang en positiv nettovarmestrøm til rummet, så indetemperaturen er højere end udetemperaturen. Endelig antages, at strømningshastighederne i åbningerne og dermed Reynolds' tal er tilstrækkelig store til, at strømningen gennem åbningerne får form af luftstråler.

12.1 Kontrolvolumen

Der vælges et kontrolvolumen med en kontrolflade dannet af rummets begrænsningsflader, de to strålekerners begrænsningsflader fra åbningskant frem til de kontraherede tværsnit samt de to kontraherede tværsnitsflader som vist på figur 12.1. Med den viste strømningretning i de to åbninger er der på forhånd antaget, at nederste åbning er indløb, og øverste åbning er udløb, svarende til at der er et indvendigt undertryk ud for indløbet og et indvendigt overtryk ud for udløbet. De fortegn, der senere fås for trykdifferenserne over åbningerne, vil vise, om disse antagelser holder stik.



Figur 12.1 Kontrolvolumen for kasseformet rum med to åbninger

De statiske tryk over de kontraherede tværsnit antages at være så ensformede, at der kan regnes med ensformede hastighedsprofiler i disse tværsnit, og trykkene, der er lig med omgivelsestryk-
ne, jf. afsnit 11.2.1, sættes lig med det statiske tryk i højde med åbningsmidterne. Der vil da gælde følgende i de kontraherede tværsnit, jf. ligningerne (11.7) og (11.8b):

$$\text{tværsnittets areal} = A_{j,k} = C_{k,j}A_j \quad (12.1a)$$

$$\text{strømningshastigheden} = v_{j,k} = C_{v,j}v_{j,teo} \quad (12.1b)$$

hvor $C_{k,j}$ er åbningens kontraktionskoefficient, $C_{v,j}$ er åbningens hastighedskoefficient, og hvor igen $j = 1$ refererer til forholdene i indløb og $j = 2$ til forholdene i udløb.

Ved opstillingen af massebalance-, bevægelsesmængde-, energi- og entropiligning for det betragtede kontrolvolumen regnes der med, at det strømmende medium er tør luft, således at opdriften alene skyldes massefyldeforskelle forårsaget af temperaturforskelle mellem inde og ude. Men det vil altid være muligt at medtage massefyldeforskelle forårsaget af fugtforskelle, jf. afsnit 7.5.3.

12.2 Massebalanceligning

Med ensformede hastighedsprofiler i de kontraherede tværsnit får massebalanceligningen følgende form, jf. ligning (10.3a):

$$\rho_i v_{2,k} A_{2,k} - \rho_u v_{1,k} A_{1,k} = 0 \quad (12.2)$$

som ved brug af ligningerne (12.1a) og (12.1b) kan omformes til:

$$\rho_i C_{v,2} v_{2,teo} C_{k,2} A_2 - \rho_u C_{v,1} v_{1,teo} C_{k,1} A_1 = 0$$

eller, ved brug af ligning (11.15):

$$\rho_i C_{d,2} v_{2,teo} A_2 - \rho_u C_{d,1} v_{1,teo} A_1 = 0 \quad (12.3)$$

Ved at indføre volumenstrømmen defineret ved:

$$q_{V,j} = v_{j,k} A_{j,k} = C_{v,j} v_{j,teo} C_{k,j} A_j = C_{d,j} v_{j,teo} A_j \quad (12.4)$$

kan massebalanceligningen endelig udtrykkes ved:

$$\rho_i q_{V,2} - \rho_u q_{V,1} = 0 \quad (12.5)$$

12.3 Bevægelsesmængdeligning

Bevægelsesmængdeligningen kan udtrykkes ved ligning (10.12). Der vil ikke optræde mekaniske kræfter, dvs. at $\bar{F}_{mek} = \bar{0}$. Af overfladekræfter vil der optræde trykkræfter vinkelret på alle kontrolvolumenets flader, hvoraf trykkræfterne på de to kontraherede tværsnitsflader allerede er medtaget separat i ligning (10.12). Der vil desuden optræde forskydningskræfter langs alle kontrolvolumenets flader. Heraf vil kun forskydningskræfterne langs de to strålekerners begrænsningsflader have betydning. Forskydningskræfterne langs de øvrige flader kan negligeres, da strømningsha-

stighederne langs de øvrige faste flader vil være meget små og de vil være lig med nul langs de to kontraherede tværsnitsflader. For $\bar{F}_{\text{øfl}}$, hvori trykkkræfterne på de kontraherede tværsnit ikke er medtaget, fås da, jf. ligning (10.8b):

$$\begin{aligned}\bar{F}_{\text{øfl}} &= \iint_{KF, \text{øvrige}} \left(-p \frac{d\bar{A}}{dA} - \tau_f \frac{d\bar{s}}{ds} \right) dA \\ &= \iint_{KF, \text{fast}} \left(-p \frac{d\bar{A}}{dA} \right) dA + \iint_{\text{stråle}} \left(-p \frac{d\bar{A}}{dA} \right) dA + \iint_{\text{stråle}} (-\tau_f \bar{e}_s) dA \\ &= \bar{F}_{\text{tryk, fl}} + \bar{F}_{\text{tryk, stråle}} + \bar{F}_{\text{fsk, stråle}}\end{aligned}\quad (12.6)$$

hvor $\bar{F}_{\text{tryk, fl}}$ er den samlede trykkraft på kontrolfladen fra rummets faste flader, $\bar{F}_{\text{tryk, stråle}}$ er den samlede trykkraft på strålernes begrænsningsflader på strækningen mellem åbningskant og kontraheret tværsnit og $\bar{F}_{\text{fsk, stråle}}$ er den samlede forskydningskraft på strålen på samme strækning.

Det ses, at kun trykkkræfterne på kontrolfladen samt friktions- og hastighedsforholdene i ind- og udløb har betydning i bevægelsesligningen. Derfor er det almindeligvis ikke nødvendigt at kende strømningsforløbet inde i selve rummet i detaljer for at opstille ligningen. Det samme ville gælde for et mere vilkårligt udformet kontrolvolumen. Kun ekstra friktionskræfter virkende i rummet mellem ind- og udløb vil kunne influere på hastighedsforholdene i åbningerne.

Det antages, at strømningen kan betragtes som en plan strømning, således at bevægelsesligningen kan udtrykkes ved de to skalare ligninger udtrykt ved ligningerne (10.13a) og (10.13b).

12.3.1 Lodret bevægelsesligning

Med $\theta_1 = 0$ og $\theta_2 = \pi$ og med brug af ligning (12.6) fås af ligning (10.13b) følgende lodrette bevægelsesligning, idet de lodrette komponenter af tryk- og forskydningskræfterne på de to strålekerneflader kan sættes lig med nul, dvs. $F_{\text{tryk, stråle, y}} = F_{\text{fsk, stråle, y}} = 0$:

$$0 = F_{\text{tryk, fl, y}} + F_{\text{tryk, stråle, y}} + F_{\text{fsk, stråle, y}} - g\rho_i V = F_{\text{tryk, fl, y}} - g\rho_i V \quad (12.7a)$$

For trykbidraget $F_{\text{tryk, fl, y}}$ fås, idet $A_{\text{top}} = A_{\text{bund}}$ i det kasseformede rum:

$$F_{\text{tryk, fl, y}} = -p_{i, \text{bund}} (-A_{\text{bund}}) - p_{i, \text{top}} A_{\text{top}} = (p_{i, \text{bund}} - p_{i, \text{top}}) A_{\text{bund}} \quad (12.7b)$$

Desuden er:

$$V = A_{\text{bund}} H_R \quad (12.7c)$$

hvor H_R er rumhøjden. Ved indsættelse i ligning (12.7a) fås da følgende lodrette bevægelsesligning:

$$0 = A_{\text{bund}} (p_{i, \text{bund}} - p_{i, \text{top}} - \rho_i g H_R) \quad (12.7d)$$

eller

$$p_{i,bund} - p_{i,top} = \rho_i g H_R \quad (12.7e)$$

Ligningen er identisk med den, der fås ved en statisk betragtning af en lodret luftstøje i rummet, og som fører til den hydrostatiske trykfordeling i stillestående luft. Den lodrette bevægelsesmængdeligning fører således alene til, at der i rummet vil være en lodret trykfordeling bestemt ved:

$$p_{i,y} = p_{i,0} - \rho_i g y \quad (12.8)$$

hvor $p_{i,0}$ er det indvendige tryk i et referenceniveau, eksempelvis gulvniveauet eller en plan gennem den nederste åbningsmidte, og y er den lodrette afstand fra referenceniveauet regnet positiv opad. Dette resultat hænger sammen med, at der er set bort fra hastighederne langs de faste flader.

Principielt vil den lineære, lodrette trykfordeling være overlejret af en opadrettet trykgradient i højde med indløbet, der drejer den vandret rettede indstrømmende luft opad, og en nedadrettet trykgradient i højde med øverste åbning, der bremser den opadstigende rumluft. I begge tilfælde er der tale om meget små hastighedsændringer over tid, idet middelhastigheden i den opstigende luft er:

$$v_{y,m} = v_{1,k} \frac{A_{1,k}}{A_{bund}} = v_{2,k} \frac{A_{2,k}}{A_{bund}}$$

hvor $A_{1,k}/A_{bund} \ll 1$. Desuden må hastighedsændringerne antages at ske over en strækning af størrelsesordenen mindst 0,1 m, således at $dv_{y,m}/dt$ bliver meget lille. Der kan derfor ses bort fra disse gradientoverlejringer.

12.3.2 Vandret bevægelsesmængdeligning

Ligning (10.13a) fører ved brug af ligning (12.6) til følgende vandrette bevægelsesmængdeligning, når der betragtes forholdene i de kontraherede tværsnit, således at $v_{j,m} = v_{j,k}$ og når samtidig $\theta_1 = 0$ og $\theta_2 = \pi$, når der regnes med, at $\beta_{B,1} \cong \beta_{B,2} \cong 1,0$ (dvs. meget nær ensformede hastighedsprofiler i de kontraherede tværsnit), og idet $p_1 = p_{i,1}$ og $p_2 = p_{u,2}$:

$$-\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} = p_{i,1} A_{1,k} + p_{u,2} A_{2,k} + F_{tryk,ffl,x} + F_{tryk,stråle,x} + F_{fsk,stråle,x} \quad (12.9)$$

For de to trykbidrag $F_{tryk,ffl,x}$ og $F_{tryk,stråle,x}$ kan der foretages en overslagsmæssig beregning ud fra trykkrafterne skitseret på figur 12.2. På højre kontrolflade er der vist – en del overdrevet – to "pukler", som er resultatet af, at der her optræder vandrette trykgradienter. Ved den nederste pukkel bremses den vandrette indstrømning, og ved den øverste ændres en opadrettet strømning til en vandret. På venstre kontrolflade er der vist – ligeledes noget overdrevet – en "bule" ud for øverste åbning, hvor det vandrette tryk reduceres omkring åbningskanten, så tilstrømningen får retning mod udløbet, og hvor trykket i selve det kontraherede tværsnit reduceres til det udvendige tryk. Ved den nederste åbning er der et spring langs åbningskanten, hvor trykket stiger under påvirkning af ude-trykket ud for åbningen og derefter falder til over det kontraherede tværsnit at blive lig med det indvendige tryk ud for åbningen.

Til brug i de efterfølgende beregninger indføres:

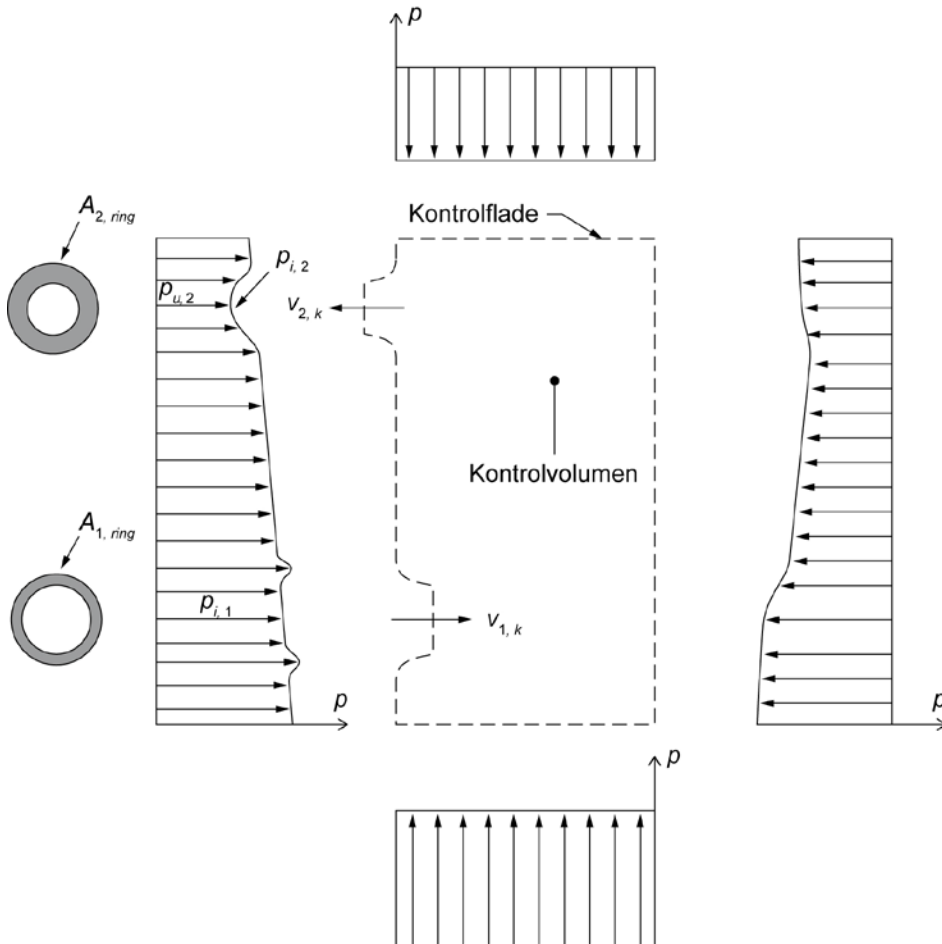
$A_{væg}$ for hver af de to modstående kontrolfladers fladearealer,

$A_{1,ring}$ og $A_{2,ring}$ for projektionerne på lodret af strålefladearealerne mellem åbningskant og kontraheret tværsnit for nederste og øverste åbning,

$p_{1,ring,x}$ og $p_{2,ring,x}$ for de gennemsnitlige, vandrette projektioner af trykkene på de to ringarealer,

Δp_{pukkel} for det gennemsnitlige, overlejlrede "pukkeltryk" på højre kontrolflade,

A_{pukkel} for det samlede areal, det gennemsnitlige pukkeltryk virker på.



Figur 12.2 Trykkræfterne virkende på de lodrette kontrolflader

Der fås da for $F_{tryk,ffl,x}$:

$$\begin{aligned}
 F_{tryk,ffl,x} &= \left[\left(\frac{p_{i,top} + p_{i,bund}}{2} \right) A_{væg} - p_{i,1} (A_{1,k} + A_{1,ring}) - p_{i,2} (A_{2,k} + A_{2,ring}) \right] \\
 &\quad - \left[\left(\frac{p_{i,top} + p_{i,bund}}{2} \right) A_{væg} + \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} \right] \\
 &= -p_{i,1} (A_{1,k} + A_{1,ring}) - p_{i,2} (A_{2,k} + A_{2,ring}) - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel}
 \end{aligned} \tag{12.10a}$$

og for $F_{tryk,stråle,x}$ fås:

$$F_{tryk, str\ddot{a}le, x} = F_{tryk, str\ddot{a}le1, x} + F_{tryk, str\ddot{a}le2, x} = p_{1, ring, x} A_{1, ring} + p_{2, ring, x} A_{2, ring} \quad (12.10b)$$

s\ddot{a}ledes at der for disse to trykbidrag tilsammen f\ddot{a}s:

$$F_{tryk, f\ddot{f}l, x} + F_{tryk, str\ddot{a}le, x} = -p_{i,1} A_{1,k} - p_{i,2} A_{2,k} + (p_{1, ring, x} - p_{i,1}) A_{1, ring} \\ + (p_{2, ring, x} - p_{i,2}) A_{2, ring} - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} \quad (12.10c)$$

For forskydningsbidraget $F_{fsk, str\ddot{a}le, x}$ f\ddot{a}s bidrag fra friktionen virkende p\ddot{a} de to str\ddot{a}lekerners begr\ddot{a}nsningsflader. Med de str\ddot{o}mningsretninger, der er i \ddot{a}bningerne, er $(e_{s,1,x}, e_{s,2,x}) = (-1, 1)$, og der f\ddot{a}s da, jf. ligning (12.6):

$$F_{fsk, str\ddot{a}le, x} = -F_{fsk, str\ddot{a}le1, x} + F_{fsk, str\ddot{a}le2, x} = - \iint_{str\ddot{a}le1} -\tau_{f,1} e_{s,1,x} dA + \iint_{str\ddot{a}le2} -\tau_{f,2} e_{s,2,x} dA \\ = \iint_{str\ddot{a}le1} \tau_{f,1} dA + \iint_{str\ddot{a}le2} \tau_{f,2} dA = F_{fr,1} + F_{fr,2} \quad (12.10d)$$

Ved inds\ddot{a}ttelse f\ddot{a}s da f\ddot{o}lgende vandrette bev\ddot{a}gelsesm\ddot{a}ngdeligning af ligning (12.9):

$$-\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} = (p_{u,2} - p_{i,2}) A_{2,k} + (p_{1, ring, x} - p_{i,1}) A_{1, ring} \\ + (p_{2, ring, x} - p_{i,2}) A_{2, ring} - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} + F_{fr,1} + F_{fr,2} \quad (12.11a)$$

hvor "ringtrykkene" og "pukkeltrykkene" vil v\ddot{a}re afh\ddot{a}ngige af b\ddot{a}de ude- og indetrykforholdene.

Ligning (12.11a) kan ved brug af massebalanceligningen omformes til f\ddot{o}lgende ligning, hvoraf str\ddot{o}mningshastighederne i de kontraherede tv\ddot{a}rsnit kan bestemmes, hvis tryk- og friktionsforholdene kendes:

$$\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} + \rho_u \left(\frac{\rho_i A_{2,k} v_{2,k}}{\rho_u A_{1,k}} \right)^2 A_{1,k} = (p_{i,2} - p_{u,2}) A_{2,k} - (p_{1, ring, x} - p_{i,1}) A_{1, ring} \\ + (p_{i,2} - p_{2, ring, x}) A_{2, ring} + \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} - F_{fr,1} - F_{fr,2} \quad (12.11b)$$

eller:

$$\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} \left(1 + \frac{\rho_i A_{2,k}}{\rho_u A_{1,k}} \right) = (p_{i,2} - p_{u,2}) A_{2,k} + (p_{i,2} - p_{u,2}) A_{tryk} - F_{fr,1} - F_{fr,2} \\ = (p_{i,2} - p_{u,2}) (A_{2,k} + A_{tryk}) - F_{fr,1} - F_{fr,2} \quad (12.11c)$$

hvor:

$$(p_{i,2} - p_{u,2})A_{tryk} = -(p_{1,ring,x} - p_{i,1})A_{1,ring} + (p_{i,2} - p_{2,ring,x})A_{2,ring} + \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} \quad (12.11d)$$

Der fås da:

$$v_{2,k} = \left[\frac{(p_{i,2} - p_{u,2})(A_{2,k} + A_{tryk}) - F_{fr,1} - F_{fr,2}}{\rho_i A_{2,k} \left(1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \frac{A_{2,k}}{A_{1,k}} \right)} \right]^{1/2} \quad (12.11e)$$

Det ses, at en bestemmelse af hastigheden trykmæssigt kræver kendskab til det indvendige tryk ud for udløbet og til arealet A_{tryk} . De i dette areal indgående størrelser kan normalt hverken bestemmes analytisk eller eksperimentelt, hvorfor den vandrette bevægelsesmængdeligning ikke umiddelbart er anvendelig til bestemmelse af åbningshastighederne.

Der er tidligere fundet, at strømningshastigheden i en åbning kunne bestemmes af ligning (11.6) i afhængighed af trykdifferensen over åbningen. Antages $\rho_i/\rho_u \cong 1,0$ og ses der bort fra friktionsforholdene, fås identiske hastigheder med ligningerne (11.6) og (12.11e), når eksempelvis $A_{1,k} = A_{2,k}$ og $A_{tryk} = 3A_{2,k}$, eller når $A_{1,k} = 1/2 A_{2,k}$ og $A_{tryk} = 5A_{2,k}$.

Højresiden i ligning (12.11a) er den resulterende, vandrette kraft på strømmingen, og den giver en reaktion på rummets flader, der søger at skubbe rummet mod højre. Der er tale om en meget beskedne kraft. Er eksempelvis $v_{1,k} = v_{2,k} = 2$ m/s, $A_{1,k} = A_{2,k} = 1$ m² og $\rho_i = 1,2$ kg/m fås af ligning (12.11a):

$$|F_{res,x}| \cong 2\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} = 2 \cdot 1,2 \cdot 2^2 \cdot 1 \approx 10 \text{ N}$$

12.4 Energiligning

Energiligningen kan udtrykkes ved ligning (10.22). Heri er $P = 0$ og Φ_{tot} er differensen mellem tilført varmestrøm og varmetabsstrøm, dvs en nettovarmestrøm $\Phi_{net} = \Phi_{tot}$. Der betragtes forholdene i de kontraherede tværsnit, således at $v_{j,m} = v_{j,k}$. Ved division med massestrømmen $\rho_u v_{1,k} A_{1,k} = \rho_i v_{2,k} A_{2,k}$ fås:

$$(u_2 + 1/2 \beta_{E,2} v_{2,k}^2 + g y_{AMP,2} + p_2 v_{spec,2}) - (u_1 + 1/2 \beta_{E,1} v_{1,k}^2 + g y_{AMP,1} + p_1 v_{spec,1}) = \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} \quad (12.12)$$

Heri er, jf. ligningerne (5.46c) og (5.54b):

$$(u_2 + p_{u,2} v_{spec,2}) - (u_1 + p_{u,1} v_{spec,1}) = c_p (T_2 - T_1) = c_p (T_i - T_u) \quad (12.13)$$

Desuden er $\beta_{E,1} \cong \beta_{E,2} \cong 1,0$, når hastighedsprofilerne i de kontraherede tværsnit er meget nær ensformede. Energiligningen (12.12) kan således omformes til:

$$c_p (T_i - T_u) + (1/2 v_{2,k}^2 - 1/2 v_{1,k}^2) + g (y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) = \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} \quad (12.14)$$

Ligningen kan ved brug af massebalanceligningen omformes til følgende ligning, hvoraf strømningshastighederne i de kontraherede tværsnit kan bestemmes, hvis nettostrøms- og indetemperaturforholdene kendes:

$$c_p(T_i - T_u) + \left(\frac{1}{2}v_{2,k}^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_{2,k}}{A_{1,k}} \cdot v_{2,k} \right)^2 \right) + g(y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) = \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} \quad (12.15)$$

eller:

$$\frac{1}{2}v_{2,k}^2 \left(1 - \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_{2,k}}{A_{1,k}} \right)^2 \right) = \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} - c_p(T_i - T_u) - g(y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) \quad (12.16)$$

Hvis de to åbningsarealer er omtrentlige ens, dvs. hvis $A_{2,k}/A_{1,k} \cong \rho_u/\rho_i$ reduceres ligningen til:

$$0 = \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} - c_p(T_i - T_u) - g(y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) \quad (12.17)$$

Hverken 3.-gradsligningen (12.16) eller 1.-grads ligningen (12.17) er umiddelbart anvendelige til bestemmelse af udløbshastigheden $v_{2,k}$, fordi dette forudsætter kendskab til den temperaturdifferens mellem inde og ude, som bestemmes af vilkårene for opdriftventilationen.

Af ligningerne (12.16) og (12.17) kan principielt bestemmes temperaturdifferensen, og der fås af ligning (12.16):

$$T_i - T_u = \Delta T = \frac{1}{c_p} \left[\frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} - \frac{1}{2}v_{2,k}^2 \left(1 - \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_{2,k}}{A_{1,k}} \right)^2 \right) - g(y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) \right] \quad (12.18)$$

Men både heri og i den temperaturdifferens, der kan fås af ligning (12.17), indgår den udløbshastighed, der er bestemt af opdriftventilationsvilkårene. Denne hastighed har i denne sammenhæng dog ikke den store betydning, som det vil fremgå af det følgende afsnit.

Det ses af ligning (12.16), at kun hastigheds- og åbningsforholdene i ind- og udløb samt åbningsafstanden indgår i energiligningen sammen med nettovarmestrømmen. Dette betyder, at det ved opstillingen af energiligningen som ved bevægelsesmængdeligningen normalt ikke er nødvendigt at kende strømningforløbet inde i selve rummet i detaljer. Kun ekstra friktionskræfter i rummet vil kunne influere.

12.4.1 Reduceret energiligning

Der fås en ide om størrelsesordenen for de i energiligningen indgående led ved at betragte et rum med to ens åbninger à 1 m^2 anbragt med en indbyrdes lodret afstand på 20 m, og hvor forskellen mellem inde- og udetemperaturen er 4 K (svarende til et højt atrium under sommerforhold). Ifølge den almindeligt anvendte neutralplansmodel for opdriftventilation (omtalt i litteraturstudiet) fås da et samlet drivtryk på ca. 4 Pa, hvilket giver en strømningshastighed gennem de to åbninger på $v_{k,1} = v_{k,2} \cong \text{ca. } 1,7 \text{ m/s}$, når modstandstallet i begge åbninger sættes til $\zeta = 0,25$. Dette giver igen følgende værdier for de i ligning (12.15) indgående led:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}v_{2,k}^2 &\approx 1,5 \text{ J/kg} \\ c_p(T_i - T_u) &\approx 4000 \text{ J/kg} \\ g(y_{AMP,2} - y_{AMP,1}) &\approx 200 \text{ J/kg} \\ \frac{\Phi_{net}}{\rho_i v_{2,k} A_{2,k}} &\approx 4200 \text{ J/kg} \end{aligned}$$

Ændres forholdene ved at reducere åbningsafstanden med eksempelvis en faktor fire til 5 m, reduceres hastigheds- og afstandsleddet ligeledes med en faktor 4, medens temperaturleddet og varmestrømsleddet nærmest forbliver uændrede. Hvis alene temperaturdifferensen fordobles til 8 K, fordobles hastighedsleddet, temperaturleddet og varmestrømsleddet, medens afstandsleddet forbliver uændret. Ændres alene arealforholdet $A_{2,k}/A_{1,k}$ til fx 3/1, ændres udløbshastigheden til ca. 0,8 m/s og indløbshastigheden til ca. 2,3 m/s og hastighedsleddet dermed til henholdsvis ca. 0,3 J/kg og ca. 2,6 J/kg, medens de øvrige led forbliver uændrede. I praksis vil temperatur- og varmestrømsleddet således være totalt dominerende, hvorfor energiligningen med god tilnærmelse kan reduceres til:

$$\frac{\Phi_{net}}{\rho_u v_{1,k} A_{1,k}} - c_p(T_i - T_u) = 0 \quad (12.19)$$

I de betragtede tilfælde bliver fejlen ved at anvende den reducerede energiligning under sommerforhold mindre end 1-5 % afhængigt af åbningsafstanden, og den bliver endnu mindre under vinterforhold.

Den reducerede energiligning er heller ikke velegnet til bestemmelse af lufthastighederne i åbningerne, da dette også her forudsætter kendskab til den temperaturdifferens, der fås af opdriftventilationsvilkårene.

For temperaturdifferensen fås af ligning (12.19) og ved brug af ligningerne (12.2) og (12.4):

$$T_i - T_u = \Delta T = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u A_{1,k} v_{1,k}} = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_i A_{2,k} v_{2,k}} = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u q_{V,1}} = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_i q_{V,2}} \quad (12.20)$$

og den kan bestemmes, hvis volumenstrømmen er en kendt størrelse.

12.5 Entropiligning

Entropiligningen får formen, jf. ligning (10.33):

$$s_2 \rho_i v_{2,k} A_{2,k} - s_1 \rho_u v_{1,k} A_{1,k} > \frac{\Phi_{net}}{T_i} \quad (12.21)$$

idet $T = T_i$ ved de stationære forhold. Eftersom strømningens specifikke entropiindhold i udløbet er øget som følge af friktionen, vil entropiligningen være opfyldt.

Entropiligningen er uanvendelig til hastighedsbestemmelser som følge af ulighedstegnet samt vanskeligheder ved at bestemme entropiindholdet i strømningen, når denne passerer udløbet. Men ligningen udsiger, at det antagne strømningsforløb er muligt.

12.6 Analyse af ligningssystem

Af de fem opstillede strømningssligninger kan brugen af entropiligningen på forhånd udelukkes på grund af ulighedstegnet. Der må ligeledes ses bort fra den vandrette bevægelsesligning på grund af usikkerhederne omkring bestemmelsen af trykforholdene på kontrolfladen. I de tre resterende ligninger indgår følgende 12 variable størrelser:

bygningsmæssige: $A_{1,k}, A_{2,k}, H$
 termiske: $\Phi_{net}, T_i, \rho_i, T_u, \rho_u$
 strømningmæssige: $v_{1,k}, v_{2,k}, p_{i,1}, p_{i,2},$

der reduceres til 10, da sammenhængen mellem de to temperaturer og massefylder er givet ved tilstandsligningen.

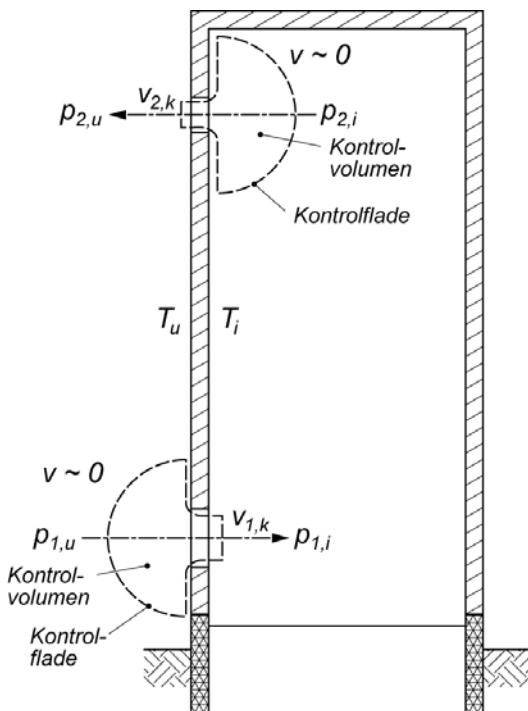
Strømningsforløbet kan, når bygningsgeometri, åbningsstørrelser og – form samt udeklimaforhold kendes, fastlægges ved at bestemme de fem variable $v_{1,k}, v_{2,k}, p_{i,1}, p_{i,2}, T_i$, der bliver ligningssystemets ubekendte.

Med de tre ligninger kan der bestemmes tre ubekendte. Heraf er energiligningen (12.16) som tidligere nævnt lidet anvendelig til bestemmelse af hastigheder. Men i sin reducerede form, dvs. ligning (12.19), kan den med god tilnærmelse anvendes til bestemmelse af indetemperaturen T_i , og dette vil den blive reserveret til i det følgende. Tilbage er der således to ligninger til bestemmelse af fire ubekendte.

For de udvendige trykforhold kan eksempelvis $p_{u,1}$ antages kendt, og $p_{u,2}$ kan da fås ved brug af ligning (4.3).

12.6.1 Supplerende ligninger

Der kan fås to ligninger ved at opstille energiligningerne for strømmingen i de to åbninger frem til det kontraherede tværsnit med kontrolvolumener som vist på figur 12.3, og hvor der ikke finder



Figur 12.3 Kontrolvolumener for ind- og udløb

varmeudveksling sted med omgivelserne. Der antages samme korte åbninger som dem, der er behandlet i kapitel 11, og for indløbet fås af ligning (11.5) sammen med ligningerne (11.11a), (11.11b) og (11.12):

$$p_{u,1} - p_{i,1} = \Delta p_1 = \frac{1}{2} \rho_u v_{1,k}^2 + \frac{1}{2} \zeta_1 \rho_u v_{1,m}^2 = \frac{1}{2} \rho_u v_{1,k}^2 (1 + C_{k,1}^2 \zeta_1) = \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{1,k}}{C_{v,1}} \right)^2 \quad (12.22)$$

For udløbet fås tilsvarende:

$$p_{i,2} - p_{u,2} = \Delta p_2 = \frac{1}{2} \rho_i v_{2,k}^2 + \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,m}^2 = \frac{1}{2} \rho_i v_{2,k}^2 (1 + C_{k,2}^2 \zeta_2) = \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{v_{2,k}}{C_{v,2}} \right)^2 \quad (12.23)$$

De to nye kontrolvolumener er strømningsmæssigt sammenhængende med det hidtil betragtede, men de fører til ligninger, der er uafhængige af de hidtil udledte, således at der med de supplerende ligninger kan bestemmes yderligere to ubekendte. De to udvendige tryk, $p_{u,1}$ og $p_{u,2}$, hænger sammen gennem den hydrostatiske trykligning (4.3).

Et nærliggende alternativ havde været at betragte et kontrolvolumen, der inkluderede det supplerende kontrolvolumen ved indløbet med henblik på at bestemme hastigheden i udløbets kontraherede tværsnit. Men dette havde i den vandrette bevægelsesligning også givet trykbestemmelsesproblemer og i energiligningen krævet kendskab til temperaturdifferensen mellem inde og ude bestemt af opdriftventilationsvilkårene, således at der også i dette tilfælde ville være behov for to supplerende ligninger.

12.6.2 Ligningssystem og løsningsmuligheder

Samlet kan der ved brug af de grundlæggende strømningsligninger opstilles et ligningssystem bestående af følgende fem uafhængige ligninger:

$$\rho_u v_{1,k} A_{1,k} - \rho_i v_{2,k} A_{2,k} = 0 \quad (\text{massebalanceligningen (12.2)})$$

$$p_{i,1} - p_{i,2} = \rho_i g H \quad (\text{den lodrette bevægelsesligning (12.8)})$$

$$p_{u,1} - p_{i,1} = \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{1,k}}{C_{v,1}} \right)^2 \quad (\text{energiligningen for strømmingen gennem indløbet, ligning (12.22)})$$

$$p_{i,2} - p_{u,2} = \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{v_{2,k}}{C_{v,2}} \right)^2 \quad (\text{energiligningen for strømmingen gennem udløbet, ligning (12.23)})$$

$$\Phi_{net} - c_p \rho_u v_{1,k} A_{1,k} (T_i - T_u) = 0 \quad (\text{den reducerede energiligning (12.19)})$$

Med dette ligningssystem kan der bestemmes de tidligere nævnte fem ubekendte, der for overskuelighedens skyld udtrykkes ved:

$$\begin{aligned}
v_{1,k} &= x_1 & v_{2,k} &= x_2 \\
p_{i,1} &= x_3 & p_{i,2} &= x_4 \\
T_i &= x_5
\end{aligned}
\tag{12.24}$$

Ligningssystemet får da formen:

$$\rho_u A_{1,k} x_1 - \rho_i A_{2,k} x_2 = 0 \tag{a}$$

$$x_3 - x_4 = \rho_i g H \tag{b}$$

$$x_3 + \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 = p_{u,1} \tag{c}$$

$$x_4 - \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 = p_{u,2} \tag{d}$$

$$c_p \rho_u A_{1,k} x_1 (x_5 - T_u) = \Phi_{net} \tag{e}$$

Ligningssystemet er, som det ses, ikke lineært, og det ses endvidere, at x_5 kun indgår i ligning (e). Derfor kan de fire første ligninger, dvs. ligningerne (a) – (d), betragtes som et selvstændigt ligningssystem med fire ubekendte med hvilket, der kan fås en basismodeludgave, hvor massefyldedifferensen mellem ude- og indeluften viser sig at blive en hensigtsmæssig, uafhængig, termisk variabel. Basisudgaven kan efterfølgende ved hjælp af tilstandsligningen omformes til en udgave med temperaturdifferensen mellem inde og ude som termisk variabel, der endelig ved brug af ligning (e) kan omformes til en model med nettovarmestrømmen Φ_{net} som termisk variabel.

12.7 Basismodeludgave

Ligningssystemet (a) – (d) løses lettest ved først at bestemme de i ligning (b) indgående trykstørrelser x_3 og x_4 ved hjælp af ligningerne (c) og (d). Af disse to ligninger fås:

$$x_3 = p_{i,1} = p_{u,1} - \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 \tag{12.25}$$

$$x_4 = p_{i,2} = p_{u,2} + \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 \tag{12.26}$$

som indsat i ligning (b) fører til:

$$p_{u,1} - \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 - \left(p_{u,2} + \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 \right) = \rho_i gH$$

eller:

$$\frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 + \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 = -\rho_i gH + (p_{u,1} - p_{u,2}) \quad (12.27)$$

Her gælder, jf. ligning (4.3), at

$$p_{u,1} - p_{u,2} = \rho_u gH \quad (12.28)$$

således at der videre fås:

$$\frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 + \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 = -\rho_i gH + \rho_u gH = (\rho_u - \rho_i)gH = \Delta\rho gH \quad (12.29)$$

Ligningens højre side er opdriftventilationens drivtryk, der holder den stationære luftstrømning i rummet i gang. Dette drivtryk bestemmes, som det ses, af forskellen mellem vægten af en udvendig og en indvendig, lodret luftstøje begge med højden H (= den lodrette åbningsafstand) og et vandret tværsnit på 1 m^2 . Med positiv nettovarmestrøm fås af ligning (12.19), at $T_i > T_u$ og dermed $\rho_u > \rho_i$, således at $\Delta\rho > 0$.

12.7.1 Lufthastigheder

Ligning (12.29) kan løses med hensyn til x_1 ved at indsætte x_2 udtrykt ved, jf. ligning (a):

$$x_2 = \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}} \cdot x_1 \quad (12.30a)$$

Der fås da følgende ligning:

$$\frac{1}{2}x_1^2 \left[\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 + \rho_i \left(\frac{1}{C_{v,2}} \right)^2 \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}} \right)^2 \right] = \Delta\rho gH \quad (12.30b)$$

og heraf fås følgende lufthastighed i indløbsåbningen:

$$\begin{aligned}
v_{1,k} = x_1 = {}_{(\pm)} \left\{ \frac{2\Delta\rho gH}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}}\right)^2 + \rho_i \left(\frac{1}{C_{v,2}} \cdot \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}}\right)^2} \right\}^{1/2} \\
= {}_{(\pm)} \left\{ \frac{2\Delta\rho gH}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}}\right)^2 \left(1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}}\right)^2\right)} \right\}^{1/2} = {}_{(\pm)} C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho gH_1}{\rho_u}\right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{12.31}$$

hvor:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}}\right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{C_{k,1}A_1}{C_{k,2}A_2}\right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2}\right)^2} \tag{12.32}$$

I ligning (12.31) er løsningen med minustegnet en falsk løsning, idet hastighedens fortegn følger trykdifferensens, og dette er positivt eftersom $\Delta\rho > 0$.

Lufthastigheden i udløbet kan fås ved at indsætte ligning (12.31) i ligning (12.30a), og der fås:

$$\begin{aligned}
v_{2,k} = x_2 &= \left\{ \frac{\left(\frac{\rho_u \cdot A_{1,k}}{\rho_i \cdot A_{2,k}} \right)^2 2\Delta\rho g H}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \left(\frac{C_{v,1} A_{1,k}}{C_{v,2} A_{2,k}} \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} \\
&= \left\{ \frac{2\Delta\rho g H}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 \left(\left(\frac{\rho_i \cdot A_{2,k}}{\rho_u \cdot A_{1,k}} \right)^2 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} \\
&= \left\{ \frac{2\Delta\rho g H}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \cdot \frac{\rho_i \cdot A_{2,k}}{\rho_u \cdot A_{1,k}} \right)^2 + \rho_i \left(\frac{1}{C_{v,2}} \right)^2} \right\}^{1/2} \\
&= C_{v,2} \left\{ \frac{2\Delta\rho g H}{\rho_i \left[\frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{v,2} \cdot A_{2,k}}{C_{v,1} \cdot A_{1,k}} \right)^2 + 1 \right]} \right\}^{1/2} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2} \tag{12.33}
\end{aligned}$$

hvor:

$$H_2 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,2} A_{2,k}}{C_{v,1} A_{1,k}} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,2} C_{k,2} A_2}{C_{v,1} C_{k,1} A_1} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \tag{12.34}$$

Ved at indføre i ligningerne (12.32) og (12.34):

$$K_{\rho CA} = \frac{\rho_u}{\rho_i} \cdot \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2 \tag{12.35}$$

fås følgende sum af de to højdestørrelser H_1 og H_2 :

$$H_1 + H_2 = \frac{H}{1 + K_{\rho CA}} + \frac{H}{1 + \frac{1}{K_{\rho CA}}} = \frac{H}{1 + K_{\rho CA}} + \frac{HK_{\rho CA}}{1 + K_{\rho CA}} = \frac{H(1 + K_{\rho CA})}{1 + K_{\rho CA}} = H \quad (12.36)$$

12.7.2 Trykforhold og trykdifferenser

De udvendige trykforhold er fastlagt af ligning (4.3), og der fås, når der som referencetryk anvendes det udvendige tryk $p_{u,1}$ i højde med indløbsåbningens midte:

$$p_{u,y} = p_{u,1} - \rho_u g y \quad (12.37)$$

For det udvendige tryk $p_{u,2}$ i højde med udløbsåbningens midte fås da:

$$p_{u,2} = p_{u,1} - \rho_u g H \quad (12.38)$$

De indvendige trykforhold kan fastlægges ved først at bestemme det indvendige tryk $p_{i,1}$ i højde med indløbsåbningen ved brug af ligningerne (12.22) og (12.31), og der fås:

$$p_{i,1} = p_{u,1} - \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{1,k}}{C_{v,1}} \right)^2 = p_{u,1} - \Delta \rho g H_1 \quad (12.39)$$

Det indvendige trykforløb kan da udtrykkes ved, jf. ligning (12.8):

$$p_{i,y} = p_{i,1} - \rho_i g y = p_{u,1} - \Delta \rho g H_1 - \rho_i g y \quad (12.40)$$

og for trykket ud for udløbsmidten fås:

$$\begin{aligned} p_{i,2} &= p_{u,1} - \Delta \rho g H_1 - \rho_i g H = p_{u,1} - (\rho_u - \rho_i) g H_1 - \rho_i g (H_1 + H_2) \\ &= p_{u,1} - \rho_u g H_1 - \rho_i g H_2 \end{aligned} \quad (12.41)$$

Trykdifferensen mellem ude og inde over rummets lodrette begrænsningsflader bestemmes af:

$$\Delta p_y = p_{u,y} - p_{i,y} = p_{u,1} - \rho_u g y - (p_{u,1} - \Delta \rho g H_1 - \rho_i g y) = \Delta \rho g (H_1 - y) \quad (12.42)$$

og for trykdifferenserne over henholdsvis ind- og udløb fås:

$$\Delta p_1 = p_{u,1} - p_{i,1} = \Delta \rho g H_1 \quad (12.43)$$

$$\Delta p_2 = p_{i,2} - p_{u,2} = \Delta \rho g (H_1 - H) = -\Delta \rho g H_2 \quad (12.44)$$

Det ses, at der er et indvendigt undertryk ud for indløbet og et indvendigt overtryk ud for udløbet.

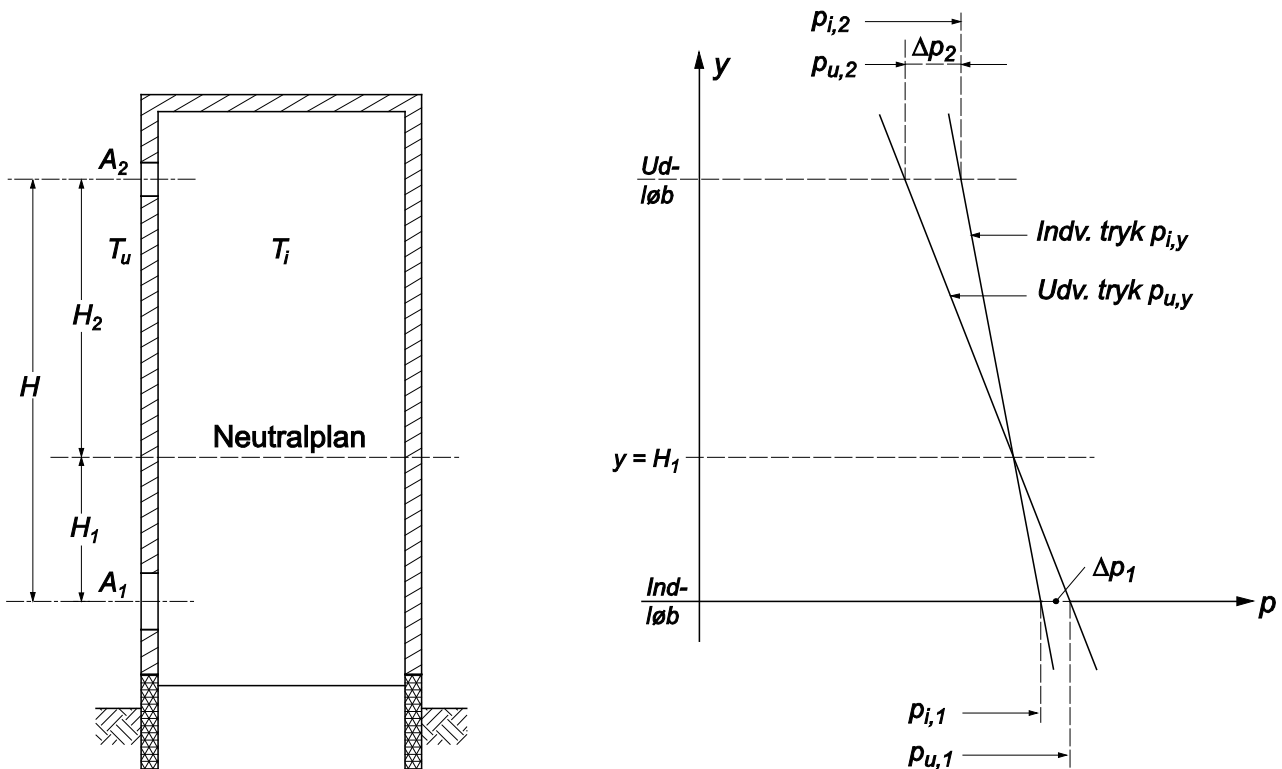
En positiv nettovarmestrøm med dertil svarende $T_i > T_u$ fører således til, at der strømmer luft ind gennem nederste åbning og ud gennem den øverste svarende til antagelsen gjort i afsnit 12.1.

Summen af trykdifferenserne over de to åbninger bliver:

$$\Delta p = \Delta p_1 + |\Delta p_2| = \Delta \rho g (H_1 + H_2) = \Delta \rho g H \quad (12.45)$$

eller det samme, som fås af ligning (12.29) sammen med ligningerne (12.31) og (12.33).

Det udvendige og indvendige trykforløb er vist i figur 12.4.



Figur 12.4 Ud- og indvendige trykforhold ved opdriftventilation

12.7.3 Neutralplan og skorstenshøjder

Trykdifferensen over rummets begrænsningsflader er, som det ses af ligning (12.42), positiv for $y < H_1$, negativ for $y > H_1$ og nul for $y = H_1$. Højden $y = H_1$ bestemmer et plan, hvor ud- og indvendigt tryk er lige store, og dette plan benævnes almindeligvis *neutralplanet*.

I udtrykkene (12.32) og (12.34) for H_1 og H_2 indgår massefyldeforholdet ρ_u/ρ_i , der i praksis vil ligge i området 1,01 - 1,1 med den største værdi under vinterforhold. Disse to udtryk kan derfor med rimelig nøjagtighed reduceres til:

$$H_1 \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{v,1} C_{k,1} A_1}{C_{v,2} C_{k,2} A_2} \right)^2} = \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \quad (12.46a)$$

og

$$H_2 \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{v,2} C_{k,2} A_2}{C_{v,1} C_{k,1} A_1} \right)^2} = \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \quad (12.46b)$$

Hvis ind- og udløb endvidere har omtrentlig samme udformning, så $(C_{v,1} C_{k,1}) / (C_{v,2} / C_{k,2}) \cong 1,0$, kan de to udtryk med god tilnærmelse yderligere reduceres til:

$$H_1 \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (12.47a)$$

$$H_2 \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2} \quad (12.47b)$$

Også for de reducerede højdestørrelser vil der gælde at $H_1 + H_2 = H$.

Ligningsnumre, der udgår (12.48) og (12.49)

Opdriftventilationens samlede drivtryk er, som det ses af ligning (12.45), proportionalt med åbningsafstanden H , og denne afstand benævnes ofte *skorstenshøjden*. Desuden benævnes afstanden H_2 fra neutralplanet op til udløbsåbningen ofte som den *effektive skorstenshøjde*, da den er medbestemmende for drivtrykket over udløbsåbningen og dermed volumenstrømmen.

Det fremgår af ligning (12.32), at neutralplansplaceringen for fastholdte værdier af ρ_u / ρ_i og $C_{d,1} / C_{d,2}$ alene afhænger af åbningsarealforholdet $A_{1,k} / A_{2,k}$ uafhængigt af åbningernes størrelse. Det samme gælder dermed også for trykdifferenserne og lufthastighederne i åbningerne. Denne simple afhængighed forudsætter dog, at åbningshøjderne er tilstrækkelige små til, at der kan regnes med nogenlunde ensformede hastighedsprofiler over åbningerne.

12.7.4 Volumenstrømme

Med de fundne åbningshastigheder kan volumenstrømmene gennem de to åbninger bestemmes. Gennem indløbsåbningen fås ved brug af ligning (12.31) følgende volumenstrøm $q_{V,1}$:

$$q_{V,1} = A_{1,k} v_{1,k} = C_{k,1} A_1 C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (12.50a)$$

og gennem udløbet fås ved brug af ligning (12.33) følgende volumenstrøm $q_{V,2}$:

$$q_{V,2} = A_{2,k} v_{2,k} = C_{k,2} A_2 C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (12.50b)$$

12.7.5 Nødvendige åbningsarealer. Dimensioneringssituationen

Med basisløsningens ligningssystem er foreløbig bestemt lufthastigheder og volumenstrøm i afhængighed af åbningsarealerne, åbningsafstanden og ude- og indelufts massefylder. I praksis ønskes ofte den modsatte opgave løst, nemlig at få bestemt åbningsarealerne, således at der fås en bestemt volumenstrøm bestemt af kravet til det termiske indeklima eller til luftkvaliteten. I denne dimensioneringssituation optræder to nye ubekendte, $A_{1,k}$ og $A_{2,k}$, men volumenstrømkravet giver kun en ekstra ligning. Der er således behov for en ekstra, uafhængig ligning.

Der indføres $A_{1,k} = x_6$ og $A_{2,k} = x_7$, og basisligningssystemet ændres da til:

$$\rho_u x_6 x_1 - \rho_i x_7 x_2 = 0 \quad (\text{a})$$

$$x_3 - x_4 = \rho_i g H \quad (\text{b})$$

$$x_3 + \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 = p_{u,1} \quad (\text{c})$$

$$x_4 - \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 = p_{u,2} \quad (\text{d})$$

Det ses, at ligning (a) altid vil være opfyldt for:

$$\frac{x_6}{x_7} = \frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{x_2}{x_1} = k$$

således at der fås en løsning for et vilkårligt forhold mellem de to åbningsarealer, og at der kun fås en entydig løsning ved på forhånd at fastlægge dette forhold. Dette svarer til følgende uafhængige betingelsesligning:

$$x_6 = k x_7 \quad (\text{e})$$

hvor k er en på forhånd fastlagt størrelse.

Kravet til det termiske indeklima eller til luftkvaliteten kan udtrykkes ved kravet om en nødvendig volumenstrøm $q_{V,nødv}$, hvilket fører til følgende uafhængige betingelsesligning:

$$q_{V,nødv} = q_{V,nødv,1} = \frac{\rho_i}{\rho_u} q_{V,nødv,2} = v_{k,1} A_{k,1} = \frac{\rho_i}{\rho_u} v_{k,2} A_{k,2} = x_1 x_6 = \frac{\rho_i}{\rho_u} x_2 x_7 \quad (\text{f})$$

således at der nu er seks ligninger med seks ubekendte.

Ligningerne (b), (c) og (d) fører uændret til ligning (12.29), og indsættes heri hastigheden $v_{k,2}$ bestemt af ligningerne (a) og (e), fås en ligning analog til ligning (12.30b) blot er $A_{1,k}/A_{2,k}$ erstattet af k . Dette fører igen til følgende udtryk for hastigheden $v_{1,k}$, jf. ligningerne (12.31) og (12.32):

$$v_{k,1} = x_1 = \left\{ \frac{2\Delta\rho g H}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} k \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (12.51a)$$

hvor:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} k \right)^2} \quad (12.51b)$$

Videre fås ved indsættelse af ligning (f) i ligning (a):

$$\rho_u x_6 x_1 - \rho_i \frac{\rho_u}{\rho_i} q_{V,nodv,1} = 0$$

og heraf fås endelig ved samtidig brug af ligning (12.51a):

$$A_{1,k} = x_6 = \frac{q_{V,nodv,1}}{x_1} = \frac{q_{V,nodv,1}}{C_{v,1}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_1} \right)^{1/2} \quad (12.52a)$$

eller

$$A_1 = \frac{A_{1,k}}{C_{k,1}} = \frac{q_{V,nodv,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_1} \right)^{1/2} \quad (12.52b)$$

hvor bestemmelsen af H_1 ved hjælp af ligning (12.51b) forudsætter, at åbningsarealforholdet $A_{1,k}/A_{2,k} = k$ er fastlagt på forhånd. Samme forhold kan anvendes til bestemmelse af det nødvendige udløbsareal $A_{k,2}$, efter at $A_{1,k}$ er blevet bestemt.

Løses ligning (a) alternativt med hensyn til x_7 , fås:

$$A_{2,k} = x_7 = \frac{q_{V,nodv,2}}{x_2} = \frac{q_{V,nodv,2}}{C_{v,2}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_2} \right)^{1/2} \quad (12.52c)$$

eller

$$A_2 = \frac{A_{2,k}}{C_{k,2}} = \frac{q_{V,nodv,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_2} \right)^{1/2} \quad (12.52d)$$

Ligningerne (12.52a) og (12.52c) fås også ved løsning af ligningerne (12.50a) og (12.50b) med hensyn til henholdsvis $A_{1,k}$ og $A_{2,k}$. Men ved at opstille dimensioneringsligningssystemet og løse dette fås belyst nødvendigheden af at fastlægge åbningsarealforholdet $A_{1,k}/A_{2,k}$ på forhånd i dimensioneringssituationen.

12.8 Temperaturdifferensbaseret modeludgave

I ventilationssammenhæng repræsenteres de termiske forhold almindeligvis ved lufttemperaturerne og ikke luftmassefylderne. Massefylderne kan ændres til temperaturerne ved brug af tilstandsligningen. Med tør, atmosfærisk luft gælder for sammenhængen mellem massefyldedifferens og temperaturdifferens, jf. ligning (7.8):

$$\Delta\rho = \rho_i \frac{\Delta T}{T_u} = \rho_u \frac{\Delta T}{T_i} \quad (12.53a)$$

og mellem massefylder og temperaturer gælder, jf. ligning (7.7):

$$\frac{\rho_u}{\rho_i} = \frac{T_i}{T_u} \quad (12.53b)$$

Ved at indsætte ligningerne (12.53a) og (12.53b) i basismodellen fås følgende, temperaturdifferensbaserede modeludgave med temperaturdifferensen som den primære, termiske variable:

$$v_{1,k} = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} \quad (12.54)$$

$$v_{2,k} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} \quad (12.55)$$

$$\Delta p_1 = p_{u,1} - p_{i,1} = \frac{\rho_u \Delta T g H_1}{T_i} = \frac{\rho_i \Delta T g H_1}{T_u} \quad (12.56)$$

$$\Delta p_2 = p_{i,2} - p_{u,2} = \frac{\rho_i \Delta T g H_2}{T_u} = \frac{\rho_u \Delta T g H_2}{T_i} \quad (12.57)$$

$$q_{V,1} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} \quad (12.58)$$

$$q_{V,2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} \quad (12.59)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,nodv,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g H_1} \right)^{1/2} \quad (12.60a)$$

$$A_2 = \frac{q_{V,n\ddot{o}dv,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_2} \right)^{1/2} \quad (12.60b)$$

hvor $A_{2,k}$ alternativt kan bestemmes af et på forhånd fastlagte forhold A_1/A_2 . De i ligningerne indgående H_1 og H_2 fås af, jf. ligningerne (12.32) og (12.34):

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{T_i}{T_u} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \quad (12.61)$$

$$H_2 = \frac{H}{1 + \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \quad (12.62)$$

12.9 Nettovarmestrømbaseret modeludgave. Generelt

Det er nettovarmestrømmen, der sammen med åbningsforhold og -afstand bestemmer den temperaturforskel, der vil optræde mellem inde og ude. Der kan derfor fås en entydig sammenhæng mellem ΔT , T_i og φ_{net} , som indsat i den temperaturdifferensbaserede modeludgave repræsenteret ved ligningerne (12.53a) - (12.62) fører til en nettovarmestrømbaseret modeludgave med nettovarmestrømmen som den primære, termiske variable.

I praksis vil der sammen med nettovarmestrømmen ofte være knyttet et volumenstrømskrav bestemt af en ønsket luftkvalitet eller et indetemperaturkrav bestemt af en ønsket termisk komfort. Med volumenstrømskravet fås ΔT af den reducerede energiligning (12.20) som funktion af φ_{net} til indsættelse i temperaturbaserede modeludgave sammen med $T_i = T_u + \Delta T$. Med indetemperaturkrav er $\Delta T = T_i - T_u$, som kan indsættes direkte sammen med det kendte T_i . I dette tilfælde kan en kendt φ_{net} -værdi derefter anvendes til bestemmelse af den nødvendige volumenstrøm ved hjælp af ligning (12.20), hvorefter de nødvendige åbningsarealer kan bestemmes. Dermed bliver det i begge tilfælde en tilbagevendende til den temperaturdifferensbaserede modeludgave.

En egentlig nettovarmestrømbaseret modeludgave er en udgave, hvor ΔT og T_i alene er bestemt af φ_{net} , uden tilknyttede volumenstrøms- eller indetemperaturkrav. En sådan udgave er anvendelig til fx analyser af nettovarmestrømmens indflydelse på opdriftventilationsforholdene ved fastholdte åbnings- og åbningsafstandsforhold eller af åbningsforholdenes indflydelse ved fastholdt nettovarmestrøm. Endvidere kan den anvendes til fastlæggelse af startdata til CFD-beregninger, hvis kun φ_{net} og de bygningsrelevante data kendes. Sammenhængen mellem temperaturdifferens og nettovarmestrøm er bestemt af ligning (12.20) med den indgående volumenstrøm bestemt af en af ligningerne (12.58) eller (12.59). De to ligninger er uafhængige af hinanden, og med ligning (12.58) indsat i ligning (12.20) fås:

$$T_i - T_u = \Delta T = \frac{\varphi_{net}}{c_p \rho_u q_{V,1}} = \frac{\Phi_{net} T_i^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2(T_i - T_u) g H_1)^{1/2}} \quad (12.63a)$$

Ligningen udtrykker, at nettovarmestrømmen sammen med de bygningsmæssige forhold resulterer i en sådan temperaturdifferens mellem inde og ude, at den deraf følgende volumenstrøm medfører et ventilationsvarmetab, der er lig med nettovarmestrømmen. Ligningen kan omformes til:

$$(T_i - T_u)^{3/2} = \frac{\Phi_{net} T_i^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2gH_1)^{1/2}} \quad (12.63b)$$

eller

$$(T_i - T_u)^3 = \left(\frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \right)^2 \left(\frac{1}{2gH_1} \right) T_i \quad (12.63c)$$

eller

$$T_i - T_u = \Delta T = \left(\frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2gH_1} \right)^{1/3} T_i^{1/3} \quad (12.63d)$$

I praksis er nettovarmestrømmen ofte temperaturnafhængig som omtalt i afsnit 4.2.4. Antages en lineær afhængighed som udtrykt ved ligning (4.11) fås ved indsættelse i ligning (12.63b):

$$(T_i - T_u)^{3/2} = \left(\frac{1}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{1}{2gH_1} \right)^{1/2} [\Phi_0 - K_{tab}(T_i - T_u)] T_i^{1/2} \quad (12.63e)$$

eller

$$(T_i - T_u)^3 = \left(\frac{1}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \right)^2 \frac{1}{2gH_1} [\Phi_0 - K_{tab}(T_i - T_u)]^2 T_i \quad (12.63f)$$

Ligningerne (12.63d) og (12.63f) har udgangspunkt i indløbsforholdene. Med udgangspunkt i udløbsforholdene fås tilsvarende:

$$T_i - T_u = \Delta T = \left(\frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_i C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2gH_2} \right)^{1/3} T_u^{1/3} \quad (12.64a)$$

og:

$$(T_i - T_u)^3 = \left(\frac{1}{c_p \rho_i C_{d,2} A_2} \right)^2 \frac{1}{2gH_2} [\Phi_0 - K_{tab}(T_i - T_u)]^2 T_u \quad (12.64b)$$

ΔT og dermed T_i kan bestemmes af en af ligningerne (12.63d) - (12.64b) svarende til, at det samlede ligningssystem opstillet i afsnit 12.6.2, dvs. ligningerne (a) - (e), dermed bliver løst. Ved indsættelse i den temperaturdifferensbaserede modeludgave fås en nettovarmestrømsbaseret model-

udgave med Φ_{net} som termisk variabel i stil med $\Delta\rho$ og ΔT i henholdsvis basismodeludgaven og den temperaturdifferensbaserede udgave. Dette behandles i det følgende henholdsvis for konstant og for lineært, temperaturafhængig nettovarmestrøm.

12.10 Nettovarmestrømbaseret modeludgave. Konstant nettovarmestrøm

Til bestemmelse af T_i og ΔT til indsættelse i temperaturdifferensudgavens indløbsudtryk anvendes ligning (12.63d), og til indsættelse i dens udløbsudtryk anvendes ligning (12.64a).

12.10.1 Temperaturdifferenser for indløbsudtryk

For at eliminere massefylden i ligning (12.63d) indsættes $\rho_u = p_u/(RT_u)$, og der fås:

$$T_i - T_u = \Delta T = \left(\frac{\Phi_{net} RT_u}{c_p p_u C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2gH_1} \right)^{1/3} T_i^{1/3} \quad (12.65a)$$

Heri erstattes $T_i^{1/3}$ med $T_i T_i^{-2/3}$ for at isolere T_i , så denne kommer til at indgå i 1. potens, idet det er $\Delta T/T_i$, der skal erstattes i temperaturdifferensudgaven. Yderligere omformes ligningen for at få en mere hensigtsmæssig gruppering af de indgående konstanter, og der fås da:

$$\Delta T = \left(\frac{R}{c_p p_u} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{2/3} T_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} \quad (12.65b)$$

Gaskonstantens og varmekapacitetens temperaturafhængighed er betydningsløs i det aktuelle temperaturområde, men de er en smule fugtafhængige. Med et udefugtindhold i området 2-16 g/kg og et indefugtindhold i området 5-18 g/kg vil gaskonstanten R ligge i området 287 - 290 J/kgK, og varmekapaciteten c_p i området 1006 - 1018 J/kgK, jf. ligningerne (7.40) og (7.43). Forholdet R/c_p bliver da lig med 0,285 med en fejl på under 0,1 %, og det kan derfor under normale forhold betragtes som værende uafhængigt af temperatur og fugtindhold. Der kan endvidere regnes med, at $p_u = 101.300$ Pa, og med ΔT i området 3 - 30 K får forholdet $T_u/T_i = 1 - \Delta T/T_i$ størrelsen 0,990 - 0,898 eller 0,944 med en fejl på under 5 %. Da er $(T_u/T_i)^{2/3} = 0,962$ med en fejl mindre end 4 %, således at der med en fejl mindre end 4 % fås:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{0,285}{101300} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 9,82} \right)^{1/3} \cdot 0,944^{2/3} T_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} \\ &= 7,085 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} T_i \end{aligned} \quad (12.66a)$$

med H_1 bestemt af ligning (12.61). Heraf fås videre, idet $\Delta T = T_i - T_u = KT_i$:

$$T_i = \frac{T_u}{1-K} \quad \text{og} \quad \Delta T = \left(\frac{1}{1-K} - 1 \right) T_u = \frac{K}{1-K} T_u \quad (12.66b)$$

Udetemperaturen kan bringes til at indgå i ligning (12.66a) i stedet for indetemperaturen ved i ligning (12.65b) at foretage følgende erstatning:

$$\left(\frac{T_u}{T_i}\right)^{2/3} T_i = \left(\frac{T_u}{T_i}\right)^{2/3} \frac{T_i}{T_u} T_u = \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} T_u \quad (12.67a)$$

Heri er $(T_i/T_u)^{1/3} = (1/0,944)^{1/3} = 1,019$ med en fejl mindre end 2 %, således at dermed en fejl mindre end 2 % fås:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{R}{c_p p_u}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g}\right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{0,285}{101300}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 9,82}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{0,944}\right)^{1/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} \\ &= 7,505 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} T_u \end{aligned} \quad (12.67b)$$

Der fås ens temperaturdifferenser af ligningerne (12.66a) og (12.67b), hvilket bekræftes af, at forholdet mellem første og anden lignings talkonstanter er lig med $T_u/T_i = 0,944$ svarende til at erstatningen udtrykt ved ligning (12.67a) ikke ændrer på resultaterne.

12.10.2 Temperaturdifferenser for udløbsudtryk

Til indsættelse i den temperaturdifferensbaserede modeludgaves udløbsudtryk fås følgende temperaturdifferens af ligning (12.64a), når der både indsættes $\rho_i = p_i/(RT_i)$ og foretages en hensigtsmæssig omrokering af konstanterne:

$$\Delta T = \left(\frac{R}{c_p p_i}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g}\right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{2/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2}\right)^{1/3} \quad (12.68a)$$

Heri er $(T_i/T_u)^{2/3} = 1/0,962$ med en fejl mindre end 4 %, således at der fås følgende temperaturdifferensen med en fejl mindre end 4 %:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{0,285}{101300}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 9,82}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{0,944}\right)^{2/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2}\right)^{1/3} \\ &= 7,653 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2}\right)^{1/3} T_u \end{aligned} \quad (12.68b)$$

med H_2 bestemt af ligning (12.62).

Der fås ens temperaturdifferenser for ind- og udløbsudtrykkene af ligningerne (12.66a) og (12.68b) med de analoge tilnærmelser. Dette fremgår også af følgende kontrol:

$$\frac{\Delta T_{udløbsforhold}}{\Delta T_{indløbsforhold}} = \frac{\left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{2/3} T_u}{\left(\frac{T_u}{T_i}\right)^{2/3} T_i} \cdot \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{H_1}{H_2}\right)^{1/3} = \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{1 + \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{C_{d,2}A_2}{C_{d,1}A_1}\right)^2}{1 + \frac{T_i}{T_u} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2}\right)^2}\right)^{1/3}$$

$$= \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{T_u (C_{d,2}A_2)^2}{T_i (C_{d,1}A_1)^2}\right)^{1/3} = 1,0 \quad \text{q.e.d.}$$

12.10.3 Lufthastigheder, trykdifferenser og volumenstrømme

I indløbet fås følgende lufthastighed, trykdifferens og volumenstrøm ved at indsætte ligning (12.66a) i ligningerne (12.54), (12.56) og (12.58):

$$v_{k,1} = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i}\right)^{1/2} = C_{v,1} \left[2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1}A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} H_1 \right]^{1/2}$$

(12.69)

$$= 0,0373 \cdot C_{v,1} \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1}A_1}\right)^{1/3}$$

og:

$$\Delta p_1 = \frac{\rho_u \Delta T g H_1}{T_i} = \rho_u 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1}A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} H_1$$

(12.70)

$$= 6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1}A_1}\right)^{2/3}$$

og:

$$q_{V,1} = C_{d,1}A_1 \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i}\right)^{1/2} = C_{d,1}A_1 \left[2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1}A_1}\right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1}\right)^{1/3} H_1 \right]^{1/2}$$

(12.71)

$$= 0,0373 C_{d,1}A_1 \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1}A_1}\right)^{1/3} = 0,0373 (C_{d,1}A_1)^{2/3} (\Phi_{net} H_1)^{1/3}$$

I udløbet fås ved at indsætte ligning (12.68b) i ligningerne (12.55), (12.57) og (12.59):

$$\begin{aligned}
 v_{k,2} &= C_{v,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = C_{v,2} \left[2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_u}{T_u} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} H_2 \right]^{1/2} \\
 &= 0,0388 \cdot C_{v,2} \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3}
 \end{aligned}
 \tag{12.72}$$

og:

$$\begin{aligned}
 \Delta p_2 &= \frac{\rho_i \Delta T g H_2}{T_u} = \rho_i \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_u}{T_u} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} H_2 = \\
 &= 7,52 \cdot 10^{-4} \rho_i \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3}
 \end{aligned}
 \tag{12.73a}$$

og:

$$\begin{aligned}
 q_{V,2} &= C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2} = C_{d,2} A_2 \left[2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82 \frac{T_u}{T_u} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} H_2 \right]^{1/2} \\
 &= 0,0388 C_{d,2} A_2 \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3} = 0,0388 (C_{d,2} A_2)^{2/3} (\Phi_{net} H_2)^{1/3}
 \end{aligned}
 \tag{12.73b}$$

Ligningsnumre, der udgår

(12.74) og (12.75)

12.10.4 Nødvendige åbningsarealer

De nødvendige åbningsarealer fås ved at indsætte de fundne temperaturdifferenser i afhængighed af nettovarmestrømmen i en af ligningerne (12.60a) eller (12.60b).

Det nødvendige indløbsareal fås ved at indsætte ΔT udtrykt ved ligningerne (12.65b) og (12.66a) i ligning (12.60a), og der fås:

$$\begin{aligned}
A_1 &= \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g H_1} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2 \left(\frac{R}{c_p p_u} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{2/3} T_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} g H_1} \right)^{1/2} \\
&= \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} g H_1} \right)^{1/2} \\
&= \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{12.76}$$

Heraf fås:

$$A_1^{2/3} = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}^{2/3}} \left(\frac{1}{\Phi_{net} H_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{1/2}$$

eller

$$A_1 = \frac{q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{\Phi_{net} H_1} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,085 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{3/4} = 138,8 \frac{q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{\Phi_{net} H_1} \right)^{1/2} \tag{12.77}$$

Det nødvendige udløbsareal fås ved at indsætte ΔT udtrykt ved ligningerne 12.68a) og (12.68b) i ligning (12.60b), og der fås:

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_2} \right)^{1/2} \\
&= \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2 \left(\frac{R}{c_p p_i} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{2/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} g H_2} \right)^{1/2} \\
&= \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} g H_2} \right)^{1/2} \\
&= \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{1/2} \tag{12.78}
\end{aligned}$$

Heraf fås

$$A_2^{2/3} = \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{\Phi_{net} H_2} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{1/2}$$

eller

$$A_2 = \left(\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \right)^{3/2} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{\Phi_{net} H_2} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2 \cdot 7,653 \cdot 10^{-5} \cdot 9,82} \right)^{3/4} = 131,0 \left(\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \right)^{3/2} \left(\frac{1}{\Phi_{net} H_2} \right)^{1/2} \tag{12.79}$$

Samme udtryk kan også fås ved at løse ligningerne (12.71) og (12.73b) med hensyn til henholdsvis A_1 og A_2 . Desuden kan, når et af åbningsarealerne er blevet bestemt, det andet bestemmes af det på forhånd fastlagte åbningsarealforhold A_1/A_2 . Som kontrol af dette og som en kontrol af de anvendte udtryk beregnes arealforholdet A_1/A_2 af ligningerne (12.77) og (12.79), og der fås ved brug af de rent bogstavbaserede udtryk og ved brug af ligning (12.75) samt at $q_{V,1}/q_{V,2} = \rho_i/\rho_u = T_u/T_i$:

$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A_2} &= \frac{q_{V,1}}{q_{V,2}} \cdot \frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} \cdot \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} \cdot \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}}\right)^{1/3} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1/3} \left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{1/3} \\ &= \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{C_{d,2}}{C_{d,1}}\right)^{2/3} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{2/3} \left(\frac{T_i}{T_u}\right)^{1/3} \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}}\right)^{2/3} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{2/3} = \frac{A_1}{A_2} \quad \text{q.e.d.} \end{aligned}$$

12.11 Varmestrømbaseret modeludgave. Temperaturafhængig nettovarmestrøm.

Der betragtes forholdene med en nettovarmestrøm, der er lineært afhængig af temperaturforskellen, og hvor energiligningen, når der tages udgangspunkt i indløbsforholdene, er udtrykt ved ligning (12.63f). Denne ligning kan lidt mere overskueligt udtrykkes ved:

$$\Delta T^3 - \frac{1}{(c_p \rho_u C_{d,1} A_1)^2 2gH_1} (\Phi_0 - K_{tab} \Delta T)^2 T_i = 0 \quad (12.80)$$

Der kan i ligning (12.63e) alternativt indsættes ΔT udtrykt ved $q_{V,1}$ bestemt af ligning (12.58). Af denne ligning fås:

$$\Delta T = \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1}\right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} \quad (12.81)$$

som indsat i ligning (12.63e) fører til:

$$\left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1}\right)^3 \left(\frac{T_i}{2gH_1}\right)^{3/2} = \frac{1}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1} \left(\frac{T_i}{2gH_1}\right)^{1/2} \left[\Phi_0 - K_{tab} \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1}\right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} \right] \quad (12.82)$$

eller:

$$\begin{aligned} q_{V,1}^3 &= \frac{T_i^{1/2} (C_{d,1} A_1)^3 (2gH_1)^{3/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2gH_1)^{1/2} T_i^{3/2}} \left[\Phi_0 - K_{tab} \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1}\right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} \right] \\ &= \frac{(C_{d,1} A_1)^2 2gH_1}{c_p \rho_u T_i} \left[\Phi_0 - K_{tab} \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1}\right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} \right] \end{aligned}$$

og heraf:

$$q_{V,1}^3 + \frac{K_{tab}}{c_p \rho_u} q_{V,1}^2 - \frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 2gH_1}{c_p \rho_u T_i} = 0 \quad (12.83)$$

I ligningerne (12.80) og (12.83) er T_i afhængig af henholdsvis ΔT og $q_{V,1}$, men med $\Delta T \ll T_i$ kan T_i i dette sammenhæng ofte med god tilnærmelse opfattes som konstant. Når $q_{V,1}$ er bestemt, kan ΔT bestemmes af ligning (12.81) og heraf videre $T_i = T_u + \Delta T$. De to ligninger er 3. grads ligninger, der lettest løses iterativt. Men de kan også løses analytisk, og her er ligning (12.83) den simpleste ved ikke at indeholde et 1. grads led, hvorfor der fortsættes med denne ligning i det følgende.

12.11.1 Fuldstændig løsning. Volumenstrømforhold

Løsningen af ligning (12.83) kan, som gjort af Li & Delsante (2001), simplificeres ved at omforme ligningen til:

$$q_{V,1}^3 + 3\beta q_{V,1}^2 - 2\alpha^3 = 0 \quad (12.84)$$

hvor β er en varmetabsparameter defineret ved:

$$3\beta = \frac{K_{tab}}{c_p \rho_u} \quad \text{eller} \quad \beta = \frac{K_{tab}}{3c_p \rho_u} \quad (12.85)$$

og α er en varmestrømsparameter defineret ved:

$$2\alpha^3 = \frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 2gH_1}{c_p \rho_u T_i} \quad \text{eller} \quad \alpha = \left(\frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 gH_1}{c_p \rho_u T_i} \right)^{1/3} \quad (12.86)$$

hvor det antages, at T_i holdes inden for så snævre grænser, at den med god tilnærmelse kan betragtes som en konstant. Med $15 < t_i < 35^\circ\text{C}$ eller T_i i området $297 \text{ K} \pm 10 \text{ K}$ fås $T_i \cong 297 \text{ K}$ med fejl mindre end 3 %.

For en given bygning er β konstant og derfor søges volumenstrømmen bestemt som funktion af α og med β som parameter. Ligning (12.84) kan iflg. Hütte (1955) løses ved at indføre $q_{V,1} = x - \beta$, hvorved den omformes til:

$$x^3 + 3px + 2r = 0 \quad (12.87)$$

hvor :

$$p = -\beta^2 \quad \text{og} \quad r = \beta^3 - \alpha^3 \quad (12.88)$$

Ligning (12.87) har tre rødder, hvis fordeling mellem reelle og komplekse rødder bestemmes af følgende determinant:

$$D = p^3 + r^2 = -\beta^6 + \beta^6 + \alpha^6 - 2\beta^3\alpha^3 = \alpha^6 - 2\beta^3\alpha^3 = \alpha^3(\alpha^3 - 2\beta^3) \quad (12.89)$$

Der er følgende sammenhæng mellem determinant og rødder:

- $D > 0$: Een reel og to konjugerede, komplekse rødder
 $D = 0$: Tre reelle rødder, hvoraf mindst to er ens (dobbeltrød)
 $D < 0$: Tre reelle, forskellige rødder

Det ses af ligning (12.89), at:

$$\begin{aligned}
 D > 0 & \quad \text{for} \quad \alpha < 0 \quad \text{og} \quad \alpha > 2^{1/3} \beta \\
 D = 0 & \quad \text{for} \quad \alpha = 0 \quad \text{og} \quad \alpha = 2^{1/3} \beta \\
 D < 0 & \quad \text{for} \quad 0 < \alpha < 2^{1/3} \beta
 \end{aligned} \tag{12.90}$$

således at der fås følgende sammenhæng mellem α og antallet af rødder:

- $\alpha < 0$: en reel og to konjugerede, komplekse rødder.
 $\alpha = 0$: tre reelle rødder, hvoraf mindst to er ens
 $0 < \alpha < 2^{1/3} \beta$: tre reelle rødder
 $\alpha = 2^{1/3} \beta$: tre reelle rødder, hvoraf mindst to er ens
 $\alpha > 2^{1/3} \beta$: en reel og to konjugerede, komplekse rødder.

Den enlige eller den ene af de reelle rødder er bestemt ved:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= (-r + D^{1/2})^{1/3} + (-r - D^{1/2})^{1/3} \\
 &= \left[\alpha^3 - \beta^3 + (\alpha^6 - 2\alpha^3\beta^3)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[\alpha^3 - \beta^3 - (\alpha^6 - 2\alpha^3\beta^3)^{1/2} \right]^{1/3}
 \end{aligned} \tag{12.91}$$

og heraf:

$$\begin{aligned}
 (q_{V,1})_1 &= x_1 - \beta = \\
 &= -\beta + \left[\alpha^3 - \beta^3 + (\alpha^6 - 2\alpha^3\beta^3)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[\alpha^3 - \beta^3 - (\alpha^6 - 2\alpha^3\beta^3)^{1/2} \right]^{1/3}
 \end{aligned} \tag{12.92}$$

Udtrykkene for de to andre, reelle rødder er mere komplicerede, men de kan også bestemmes ved at løse den 2. grads ligning, der fås, når ligning (12.84) divideres med $(q_{V,1} - ((q_{V,1})_1))$. Et alternativ til ligning (12.92) er at løse ligning (12.84) iterativt, og hvor man i området $0 < \alpha < 2^{1/3} \beta$ kan gøre brug af, at der for den ene af rødderne gælder at $0 < (q_{v,1})_1 < \beta$.

For $\alpha = 0$ kan ligning (12.84) omformes til

$$q_{V,1}^3 + 3\beta q_{V,1}^2 = q_{V,1}^2 (q_{V,1} + 3\beta) = 0 \tag{12.93}$$

hvoraf direkte fås de tre rødder $(q_{V,1})_1$ og $2 = 0$ (dobbeltrød) og $(q_{V,1})_3 = -3\beta$

For $\alpha = \beta$ fås af ligning (12.92):

$$\begin{aligned}
(q_{V,1})_1 &= -\beta + \left[\beta^3 - \beta^3 + (\beta^6 - 2\beta^6)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[\beta^3 - \beta^3 - (\beta^6 - 2\beta^6)^{1/2} \right]^{1/3} \\
&= -\beta + \left[(-\beta)^{1/2} \right]^{1/3} - \left[(-\beta)^{1/2} \right]^{1/3} = -\beta
\end{aligned} \tag{12.94}$$

og ved division af ligning (12.84) med $(q_{V,1} + \beta)$ fås, idet $\alpha = \beta$:

$$(q_{V,1}^3 + 3\beta q_{V,1}^2 - 4\beta^3) : (q_{V,1} + \beta) = q_{V,1}^2 + 2\beta q_{V,1} - 2\beta^2 \tag{12.95}$$

der sat lig med nul har rødderne $(q_{V,1})_1$ og $2 = \beta(-1 \pm 3^{1/2})$

For $\alpha = 2^{1/3}\beta$ fås af ligning (12.92):

$$\begin{aligned}
(q_{V,1})_1 &= -\beta + \left[2\beta^3 - \beta^3 + (4\beta^6 - 4\beta^6)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[2\beta^3 - \beta^3 - (4\beta^6 - 4\beta^6)^{1/2} \right]^{1/3} \\
&= -\beta + \beta + \beta = \beta
\end{aligned} \tag{12.96}$$

og ved division af ligning (12.84) med $(q_{V,1} - \beta)$ fås, idet $\alpha = 2^{1/3}\beta$:

$$(q_{V,1}^3 + 3\beta q_{V,1}^2 - 4\beta^3) : (q_{V,1} - \beta) = q_{V,1}^2 + 4\beta q_{V,1} + 4\beta^2 = (q_{V,1} + 2\beta)^2 \tag{12.97}$$

der sat lig med nul direkte ses at have dobbeltroden $(q_{V,1})_1$ og $2 = -2\beta$

For $\alpha = 2\beta$ og for $\alpha = -\beta$ fås af ligning (12.92) henholdsvis $(q_{V,1})_1 = 1,82\beta$ og $(q_{V,1})_1 = -3,19\beta$, og da fås ved division af ligning (12.84) med $(q_{V,1} - ((q_{V,1})_1))$ to 2. grads ligninger, der hver har to komplekse rødder.

Tangentforholdene for kurveforløbene for $q_{V,1}$ for forskellige β -værdier kan bestemmes ved at differentiere ligning (12.84) med hensyn til α . Der fås:

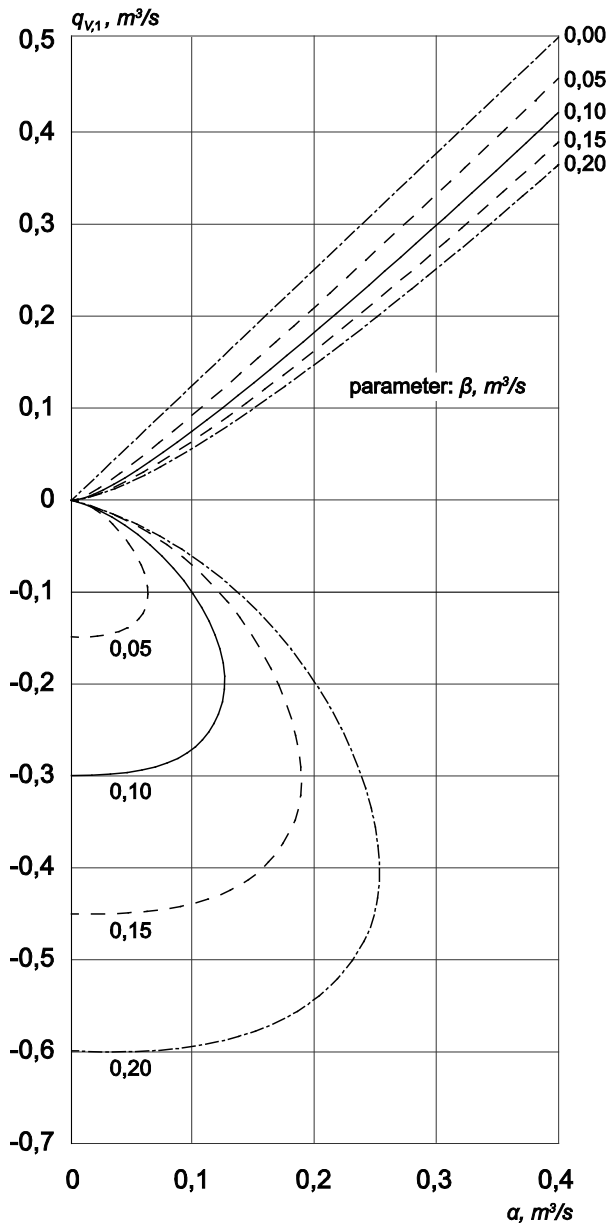
$$3q_{V,1}^2 \frac{dq_{V,1}}{d\alpha} + 6\beta q_{V,1} \frac{dq_{V,1}}{d\alpha} - 6\alpha^2 = 3 \frac{dq_{V,1}}{d\alpha} (q_{V,1}^2 + 2\beta q_{V,1}) - 6\alpha^2 = 0 \tag{12.98}$$

og heraf:

$$\frac{dq_{V,1}}{d\alpha} = \frac{2\alpha^2}{(q_{V,1}^2 + 2\beta q_{V,1})} \tag{12.99}$$

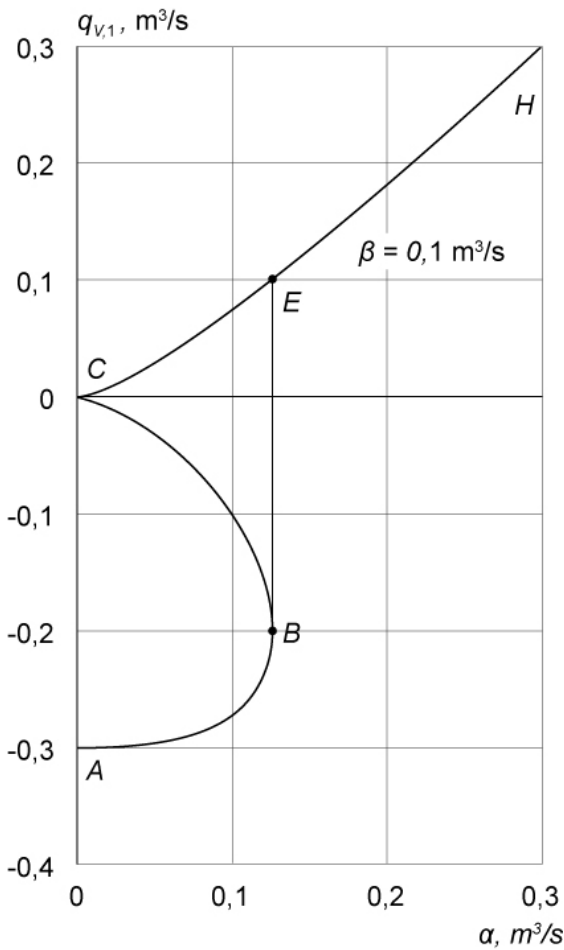
Heri er $dq_{V,1}/d\alpha = 0$ for $\alpha = 0$, således at der, når det forudsættes at $\beta \neq 0$, er vandret tangent for $(\alpha, q_{V,1}) = (0, 0)$ og $(0, -3\beta)$. Det ses desuden, at med $\beta \neq 0$ og $\alpha \neq 0$ fås $dq_{V,1}/d\alpha \rightarrow \infty$ for $q_{V,1} \rightarrow -2\beta$ svarende til, at der er lodret tangent for $(\alpha, q_{V,1}) = (2^{1/3}\beta, -2\beta)$.

Den fuldstændige, reelle løsning til ligning (12.84) er afbildet i figur 12.5 som funktion af α og med β som parameter. Der optræder både positive og negative volumenstrømme. Med $\Delta T > 0$ er $\alpha > 0$, og i praksis optræder der da kun positive volumenstrømme. De negative volumenstrømme er



Figur 12.5 Volumenstrømmen som funktion af varmemestrømparameteren α og med varmetabsparameteren β som parameter ved temperaturafhængig nettovarmestrøm

matematisk set mulige og kan også gives en fysisk tolkning, hvilket behandles nærmere i det senere afsnit 12.11.4. I figur 12.6 er afbildet den reelle løsning for $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$.



Figur 12.6 Volumenstrømmen som funktion af varmestrømparameteren α , når varmetabsparameteren $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$

For $\beta = 0$ svarende til, at der ikke optræder transmissions- eller ventilationsvarmetab, omformes ligning (12.84) til:

$$q_{V,1}^3 - 2\alpha^3 = 0 \quad (12.100a)$$

hvis løsning har den tredobbelte rod:

$$q_{V,1} = 2^{1/3} \alpha = 2^{1/3} \left(\frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 g H_1}{c_p \rho_u T_i} \right)^{1/3} = (C_{d,1} A_1)^{2/3} \left(\frac{2 \Phi_0 g H_1}{c_p \rho_u T_i} \right)^{1/3} \quad (12.100b)$$

Dette er i figur 12.5 afbildet som den rette linie med hældningen $dq_{V,1}/d\alpha = 2^{1/3}$ i overensstemmelse med ligning (12.99), når $\beta = 0$ og $q_{V,1} = 2^{1/3} \alpha$. Desuden er ligning (12.100b) identisk med det, der fås af ligning (12.71) for konstant nettovarmestrøm, når der i ligningens første udtryk efter lighedstegnet indsættes ΔT bestemt af ligning (12.20).

I området $0 < \alpha < 2^{1/3} \beta$ har ligning (12.84) tre rødder, der for $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ svarer til de tre kurvestykker AB, BC og CE vist på figur 12.6. Den ene rod kan bestemmes af ligning (12.92), og heraf fås for $\alpha = 0$, β og $2^{1/3} \beta$ henholdsvis $q_{V,1} = -3\beta$, $-\beta$ og β . De hertil svarende tre punkter ligger på

hver sin af de ovennævnte kurver AB, BC og CE og altså ikke på samme kurvestykke. Den positive volumenstrøm repræsenteret ved kurve CE kan derfor ikke udtrykkes ved ligning (12.92).

Grænseværdien $\alpha = 2^{1/3}\beta$ svarer til følgende sammenhæng mellem tabskoefficienten K_{tab} og det konstante varmestrømsled Φ_0 :

$$\left(\frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 g H_1}{c_p \rho_u T_i} \right)^{1/3} = 2^{1/3} \frac{K_{tab}}{3 c_p \rho_u} \quad (12.100c)$$

eller, hvis $T_i = 295$ K og $\rho_u = 1,28$ kg/m³ (for $T_u = 273$ K og $x = 10$ g/kg):

$$\begin{aligned} K_{tab} &= 3 \left(\frac{g (c_p \rho_u)^2}{2 T_i} \right)^{1/3} (\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 H_1)^{1/3} = 3 \left(\frac{9,82 (1010 \cdot 1,28)^2}{2 \cdot 295} \right)^{1/3} (\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 H_1)^{1/3} \\ &= 90,6 (\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 H_1)^{1/3} \end{aligned} \quad (12.101)$$

12.11.2 Temperaturdifferenser

Temperaturdifferenserne kan bestemmes ved løsning af ligning (12.80). Ved indførelse af K_{tab} udtrykt ved β og af Φ_0 udtrykt ved α (jf. ligningerne (12.85) og (12.86)) omformes ligningen til:

$$\Delta T^3 - \frac{1}{(c_p \rho_u C_{d,1} A_1)^2 2 g H_1} \left(\frac{\alpha^3 c_p \rho_u T_i}{(C_{d,1} A_1)^2 g H_1} - 3 \beta c_p \rho_u \Delta T \right)^2 T_i = 0 \quad (12.102a)$$

eller:

$$\Delta T^3 - \left(\frac{T_i^{3/2}}{2^{1/2} (C_{d,1} A_1)^3 (g H_1)^{3/2}} \alpha^3 - \frac{3 T_i^{1/2} \beta}{C_{d,1} A_1 (2 g H_1)^{1/2}} \Delta T \right)^2 = 0 \quad (12.102b)$$

eller :

$$\Delta T^3 - (A \alpha^3 - B \beta \Delta T)^2 = 0 \quad (12.102c)$$

eller:

$$\Delta T^3 - B^2 \beta^2 \Delta T^2 + 2 A B \alpha^3 \beta \Delta T - A^2 \alpha^6 = 0 \quad (12.102d)$$

hvor A og B er to parametre bestemt ved:

$$A = \frac{T_i^{3/2}}{2^{1/2} (C_{d,1} A_1)^3 (g H_1)^{3/2}} \quad \text{og} \quad B = \frac{3 T_i^{1/2}}{C_{d,1} A_1 (2 g H_1)^{1/2}} \quad (12.102e)$$

De er begge ud over af T_i bestemt alene af de bygningsmæssige forhold. Betragtes et rum med $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$, $C_{a,1} = 0,7$, $H_1 = 2 \text{ m}$ og $T_i = 295 \text{ K}$ fås:

$$A = \frac{295^{3/2}}{2^{1/2}(0,7 \cdot 0,1)^3(9,82 \cdot 2)^{3/2}} = 120,0 \cdot 10^3 \frac{\text{K}^{3/2} \text{s}^3}{\text{m}^9} \quad \text{og} \quad B = \frac{3 \cdot 295^{1/2}}{0,7 \cdot 0,1(2 \cdot 9,82 \cdot 2)^{1/2}} = 117,4 \frac{\text{K}^{1/2} \text{s}}{\text{m}^3}$$

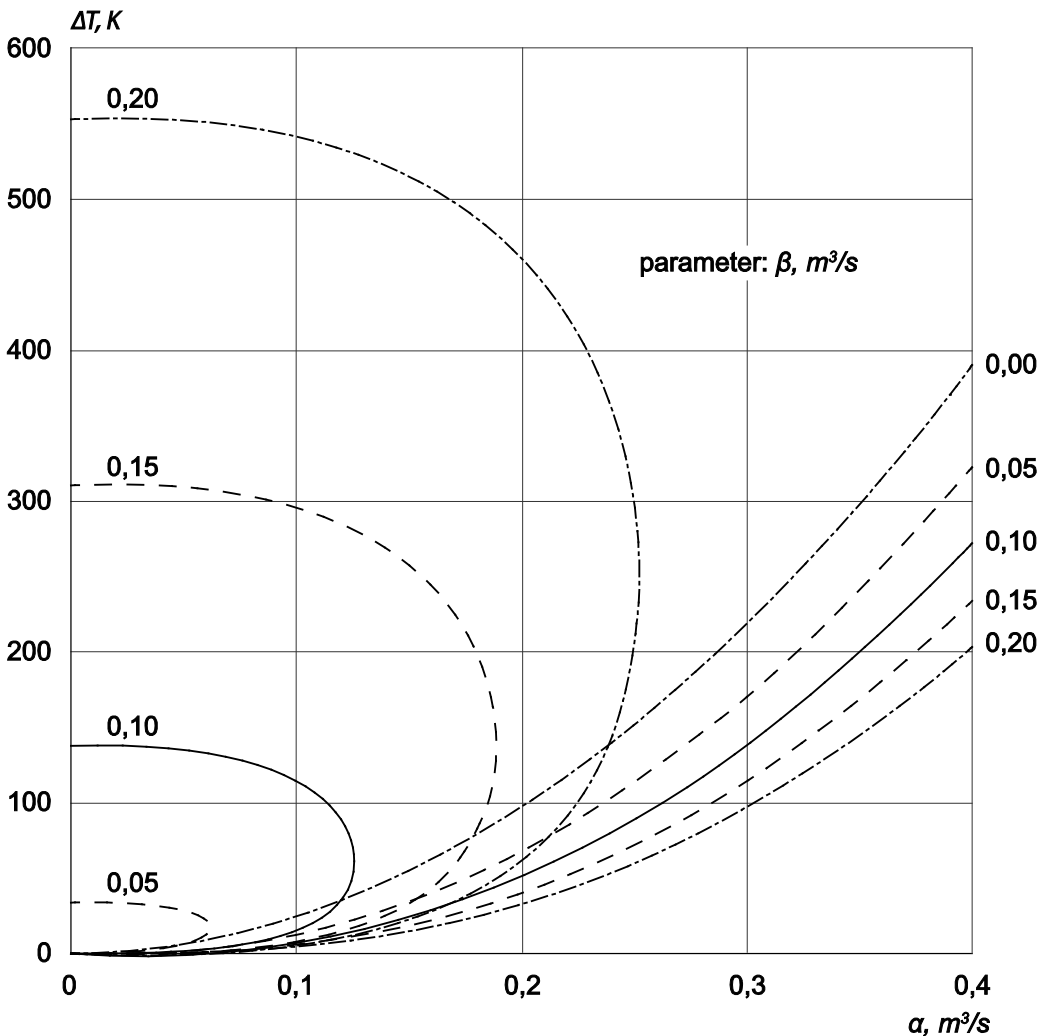
som indsat i ligning (12.102d) fører til:

$$\Delta T^3 - 13,78 \cdot 10^3 \beta^2 \Delta T^2 + 28,18 \cdot 10^6 \alpha^3 \beta \Delta T - 1,44 \cdot 10^{10} \alpha^6 = 0 \quad (12.103a)$$

Videre fås med eksempelvis $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ indsat i ligning (12.103a):

$$\Delta T^3 - 137,8 \Delta T^2 + 28,18 \cdot 10^5 \alpha^3 \Delta T - 1,44 \cdot 10^{10} \alpha^6 = 0 \quad (12.103b)$$

De to ligninger kan løses analytisk på samme måde som ligning (12.84) for $q_{V,1}$, men det er mere omstændeligt som følge af 1. grads leddet. Løsningerne kan med brug af matematikprogrammet MATLAB optegnes i afhængighed af α og med β som parameter. Ligning (12.103a) er optegnet i figur 12.7 og ligning (12.103b) i figur 12.8.



Figur 12.7 Temperaturdifferensen som funktion af varmestrømparameteren α og med varmetabsparameteren β som parameter ved temperaturafhængig nettovarmestrøm for et rum med $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$, $C_{d,1} = 0,7$ og $H_1 = 2,0 \text{ m}$

For det varmetabsfri tilfælde, dvs. for $\beta = 0$, fås $\Delta T = 2414,0\alpha^2$ og heraf, idet der i dette tilfælde iflg. ligning (12.100a) gælder at $\alpha = (1/2)^{1/3} q_{V,1}$:

$$\Delta T = 2414,0\alpha^2 = 1520,4q_{V,1}^2 \quad (12.103c)$$

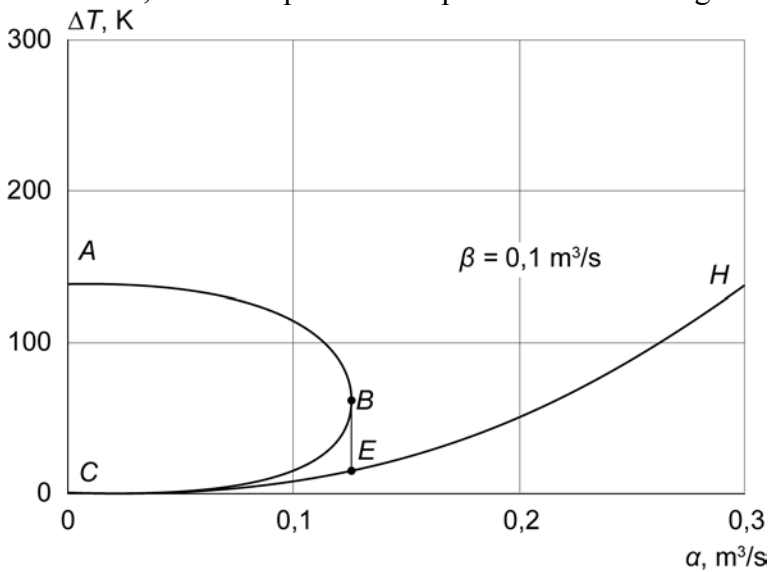
Temperaturdifferensen kan alternativt bestemmes af ligning (12.81) ved heri at indsætte $q_{V,1}$ -værdierne bestemt af ligning (12.84). Der fås først:

$$\Delta T = \frac{T_i}{2gH_1(C_{d,1}A_1)^2} q_{V,1}^2 = K_{qV} q_{V,1}^2 \quad (12.104a)$$

hvor:

$$K_{qV} = \frac{T_i}{2gH_1(C_{d,1}A_1)^2} \quad (12.104b)$$

der tilnærmelsesvis er en konstant, når det antages, at T_i bevæger sig inden for snævre grænser. Det ses direkte, at der fås positive temperaturdifferenser også for negative volumenstrømme.



Figur 12.8 Temperaturdifferensen som funktion af varmestrømparameteren α , når varmetabsparameteren $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ for et rum med $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$, $C_{d,1} = 0,7$ og $H_1 = 2,0 \text{ m}$.

Ved at differentiere ligning (12.104a) med hensyn til α og efterfølgende anvende ligning (12.99) fås:

$$\frac{d(\Delta T)}{d\alpha} = \frac{d(\Delta T)}{dq_{V,1}} \frac{dq_{V,1}}{d\alpha} = 2K_{qV} q_{V,1} \frac{2\alpha^2}{(q_{V,1}^2 + 2\beta q_{V,1})} = 4K_{qV} \frac{\alpha^2}{q_{V,1} + 2\beta} \quad (12.105)$$

Det ses at $d(\Delta T)/d\alpha = 0$ for $\alpha = 0$ og at $d(\Delta T)/d\alpha \rightarrow \infty$ for $q_{V,1} \rightarrow -2\beta$ når samtidig $\beta \neq 0$. Der er således vandret tangent for $(\alpha, q_{V,1}) = (0, 0)$ og $(0, -3\beta)$ og lodret tangent for $(\alpha, q_{V,1}) = (2^{1/3}\beta, -2\beta)$.

Betragtes på ny et rum med $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$, $C_{d,1} = 0,7$, $H_1 = 2 \text{ m}$ og $T_i = 295 \text{ K}$ fås $K_{qV} = 1532,7 \text{ K s}^2/\text{m}^6$, og temperaturdifferensen bestemmes da af:

$$\Delta T = 1532,7 q_{V,1}^2 \quad (12.106)$$

Indsættes heri $q_{V,1}$ -værdierne bestemt af ligning (12.84) og vist i figur 12.5, fås for det betragtede rum de temperaturdifferenser, der er vist på figur 12.7.

Er specielt $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ fås de temperaturdifferenser, der er vist i figur 12.8. I punkt E, hvor $\alpha = 2^{1/3}$, $\beta = 0,126 \text{ m}^3/\text{s}$ og $q_{V,1} = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$, jf. figur 12.6, fås af ligning (12.106), at $\Delta T = 15,3 \text{ K}$ svarende til, hvad der kan aflæses af figur 12.8.

Det er kun temperaturdifferenserne svarende til kurvestykket CEH, og som igen svarer til de positive volumenstrømme på figur 12.6, der har praktisk interesse.

12.11.3 Tilnærmede løsninger. Parameterværdier

Det er kun de positive volumenstrømme, der har praktisk interesse. Det vil eksempelvis for $\beta = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ sige volumenstrømmene vist ved kurvestykket CH i figur 12.6. De positive volumenstrømme kan bestemmes af ligning (12.92) for $\alpha > 2^{1/3}\beta$ som tidligere anført i afsnit 12.11.3. Punktet $\alpha = 2^{1/3}\beta$ kan dog medtages, idet de to andre, reelle rødder for denne α -værdi er dobbeltroden $q_{V,1} = -2\beta$.

For $\alpha < 2^{1/3}\beta$ bestemmes den positive volumenstrøm lettest ved iterativ løsning af ligning (12.84), hvor der til det første gæt kan gøres brug af, at volumenstrømmen ligger i området $0 < q_{V,1} < \beta$.

For $\alpha \geq 2^{1/3}\beta$ kan der udledes følgende tilnærmede udtryk ved successive reduktioner af ligning (12.92), og som kan anvendes til overslagsberegninger. Ligningen kan omformes til:

$$q_{V,1} = -\beta + \alpha \left[1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} + \left(1 - 2\frac{\beta^3}{\alpha^3} \right)^{1/2} \right]^{1/3} + \alpha \left[1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} - \left(1 - 2\frac{\beta^3}{\alpha^3} \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$

For $\alpha > 4\beta$ kan ligningen med en fejl mindre end 5 % reduceres til:

$$\begin{aligned} q_{V,1} &\cong -\beta + \alpha \left[1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} + 1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right]^{1/3} + \alpha \left[1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} - 1 + \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right]^{1/3} = -\beta + \alpha \left[2 - 2\frac{\beta^3}{\alpha^3} \right]^{1/3} \\ &= -\beta + 2^{1/3} \alpha \left[1 - \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right]^{1/3} \end{aligned}$$

som med en fejl mindre end 1 % kan reduceres yderligere til

$$q_{V,1} \cong -\beta + 2^{1/3} \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{\beta^3}{\alpha^3} \right) \cong -\beta + 2^{1/3} \alpha \quad (12.107)$$

Dette udtryk kan endelig for små β -værdier reduceres til

$$q_{V,1} \approx 2^{1/3} \alpha \quad (12.108)$$

hvilket svarer til, at der ses bort fra transmissions- og infiltrationstabene, jf. ligning (12.100a).

For $\alpha/\beta < 1,0$ fås følgende tilnærmede udtryk for volumenstrømmen ved at udelade 3. grads leddet i ligning (12.84):

$$q_{V,1} \approx \left(\frac{2\alpha^3}{3\beta} \right)^{1/2} = \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} \beta \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{3/2} \quad (12.109)$$

De tilnærmede løsninger sammenholdes i tabel 12.1 med de positive, reelle rødder bestemt iterativt af ligning (12.84) for forskellige α/β -værdier. I tabel 12.2 er parametrene α og β samt kvotienten α/β beregnet for forskellige rum under vinterforhold, og som giver et indtryk af deres størrelse i praksis. Det ses af tabel 12.1, at volumenstrømmen kan bestemmes med en fejl mindre end 10 % af ligning (12.107) for $\alpha/\beta > \text{ca. } 2,5$ og af ligning (12.108) for $\alpha/\beta > 8,0$. Det svarer til forholdet mellem varmebehovet og varmetabet i henholdsvis tabel 12.2's 2-personers kontor og kontorlandskab.

Volumenstrømmen kan endvidere med en fejl mindre end 12 % bestemmes af ligning (12.109) for $\alpha/\beta < 1,0$ svarende til forholdet mellem varmebehov og -tab i tabellens parcelhus. Ved grove overslagsberegninger, hvor fejl på op mod 25 % kan accepteres, kan volumenstrømmen for hele området $\alpha > 0$ bestemmes af ligningerne (12.107) og (12.109) for henholdsvis $\alpha/\beta \geq 1,75$ og $\alpha/\beta < 1,75$. Ligning (12.107) bestemmer den næsten lineære sammenhæng mellem α og $q_{V,1}$ for store α/β -værdier og ligning (12.109) den næsten paraboliske sammenhæng for små α/β -værdier.

Med de tilnærmede volumenstrømme kan endelig bestemmes tilnærmede temperaturdifferenser af ligning (12.104a), men fejlene fordobles, da volumenstrømme indgår i 2. potens.

Tabel 12.1 Tilnærmede volumenstrømme sammenholdt med den positive løsning til ligning (12.84)

Parameterforhold	Volumenstrøm ¹⁾ m ³ /s	Tilnærmede løsninger			Afvigelse Tilnærmet løsning/ $q_{V,1}$		
		m ³ /s					
α/β	$q_{V,1}$	$2^{1/3}\alpha-\beta$	$2^{1/3}\alpha$	$(2\alpha^3/\beta)^{1/2}$	$(2^{1/3}\alpha-\beta)/q_{V,1}$	$2^{1/3}\alpha/q_{V,1}$	$(2\alpha^3/3\beta)^{1/2}/q_{V,1}$
20,0	24,24 β	24,2 β	25,2 β	73,0 β	1,00	1,04	3,01
10,0	11,67 -	11,6 -	12,6 -	25,8 -	0,99	1,08	2,21
8,0	9,16 -	9,07 -	10,1	18,5 -	0,99	1,10	2,02
6,0	6,68 -	6,56 -	7,56 -	12,0 -	0,98	1,13	1,80
4,0	4,21 -	4,04 -	5,04 -	6,53 -	0,96	1,20	1,55
3,0	3,00 -	2,78 -	3,78 -	4,24 -	0,93	1,26	1,41
2,5	2,40 -	2,15 -	3,15 -	3,23 -	0,90	1,31	1,35
2,0	1,82 -	1,52 -	2,52 -	2,31 -	0,84	1,38	1,27
$2^{1/3}$	1,00 -	0,59 -	1,59 -	1,16 -	0,59	1,59	1,16
1,0	0,73 -	0,26 -	1,26 -	0,82 -	0,36	1,72	1,12
0,75	0,49 -	negativ	0,95 -	0,53 -	negativ	1,94	1,08
0,5	0,28 -	negativ	0,63 -	0,29 -	negativ	2,25	1,04

¹⁾ reelle, positive rod til ligning (12.84)

Tabel 12.2 Beregnede parameterværdier samt analytiske og tilnærmede løsninger for volumenstrøm og temperaturdifferens i forskellige rumtyper, når nettovarmestrømmen er afhængig af indetemperaturen.

Rum	Bygningsdata			Termiske data			Parameterværdier			Analytisk løsning til (12.84)		Tilnærmede løsninger		
	$C_{d,1}$	A_1	H_1	K_{tab}	Φ_0	T_i	β	α	α/β	$q_{v,1}$	ΔT	$2^{1/3}\alpha$	$2^{1/3}\alpha-\beta$	$(2\alpha^3/3\beta)^{1/2}$
		m ²	m	W/K	W	K	m ³ /s	m ³ /s		m ³ /s	K	m ³ /s	m ³ /s	m ³ /s
Kontorlandskab ¹⁾³⁾ (5. etage)	0,7	0,22	2,2	91	10600	295	0,023	0,242	10,5	0,283	23,1	0,305	0,282	0,636
Børnehave ¹⁾⁴⁾ (Grupperum)	0,23	0,23	3,3	63	4800	295	0,0162	0,105	6,47	0,118	22,7	0,132	0,116	0,216
Kontor ²⁾³⁾ 2-personers	0,7	0,030	1,3	42	2000	295	0,0108	0,031	2,87	0,0303	24,1	0,0391	0,0286	0,049
Atrium ²⁾³⁾	0,7	0,130	4,0	435	17000	295	0,112	0,244	2,18	0,227	23,4	0,307	0,195	0,293
Parcelhus ⁴⁾⁵⁾	0,7	0,028	1,1	140	4000	295	0,036	0,035	0,98	0,0254	22,9	0,044	0,0081	0,0283

1) Andersen, K.T. et al. (2002)

2) Andersen, A. & Bjerre, M. (2000)

3) Infiltrationsvarmetab baseret på et luftskifte på $n = 0,1 \text{ h}^{-1}$

4) Infiltrationsvarmetab baseret på et luftskifte på $n = 0,2 \text{ h}^{-1}$

5) 130 m², 1 etage, gennemsnitlig U-værdi på $U = 0,3 \text{ W/m}^2\text{K}$, infiltration med et luftskifte på $n = 0,2 \text{ h}^{-1}$ og naturlig ventilation på $n = 0,3 \text{ h}^{-1}$

I tabel 12.2 har alle rum på nær parcelhuset $\alpha/\beta > 2^{1/3}$, hvorfor disse rums volumenstrømme kan bestemmes analytisk af ligning (12.92). Grænseværdien $\alpha/\beta = 2^{1/3}$ ville med parcelhusets bygningsdata være opfyldt, hvis forholdet mellem tabskoefficienten K_{tab} og den konstante varme-strøm Φ_0 var bestemt af, jf. ligning (12.101):

$$K_{tab} = 90,6 \left[\Phi_0 (0,7 \cdot 0,028)^2 1,1 \right]^{1/3} = 6,82 \Phi_0^{1/3}$$

eller:

$$\frac{K_{tab}^3}{\Phi_0} = 316,7 \text{ W}^2 / \text{K}^3$$

Med de aktuelle forhold for parcelhuset er:

$$\frac{K_{tab}^3}{\Phi_0} = \frac{140^3}{4000} = 686,0 \text{ W}^2 / \text{K}^3$$

i overensstemmelse med at $\alpha/\beta < 2^{1/3}$, som det fremgår af tabel 12.2.

12.11.4 Negative volumenstrømme.

At energiligningen udtrykt ved tredjegrads-ligningen (12.84) også opfyldes for negative volumenstrømme, skyldes ligningens positive 2. grads led. Forholdene træder tydeligere frem ved at betragte ligning (12.82) udtrykt på formen:

$$c_p \rho_u q_{V,1} \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} = \Phi_0 - K_{tab} \Delta T = \Phi_0 - K_{tab} \left(\frac{q_{V,1}}{C_{d,1} A_1} \right)^2 \frac{T_i}{2gH_1} \quad (12.110)$$

Der er ved opstillingen af både ligning (12.84) og ligning (12.110) forudsat, at ΔT og Φ_0 er positive, og at K_{tab} er en positiv konstant. Det ses, at ligningens venstre side bliver negativ, når $K_{tab} \Delta T > \Phi_0$, svarende til at volumenstrømmen skal være negativ for at opfylde ligningen. For $q_{V,1}$ som funktion af Φ_0 fås følgende rødder, jf. fx figur 12.5 med Φ_0 som funktion af α iflg. ligning (12.86):

$$\begin{aligned} \Phi_0 = 0: & (q_{V,1})_1 \text{ og } 2 = 0 \text{ (dobbeltrod) og } (q_{V,1})_3 < 0 \\ 0 < \Phi_0 < \Phi_{gr\ddot{a}ns}: & (q_{V,1})_1 > 0, (q_{V,1})_2 < 0 \text{ og } (q_{V,1})_3 < 0 \\ \Phi_0 = \Phi_{gr\ddot{a}ns}: & (q_{V,1})_1 > 0 \text{ og } (q_{V,1})_2 \text{ og } 3 < 0 \text{ (dobbeltrod)} \\ \Phi_{gr\ddot{a}ns} < \Phi_0: & (q_{V,1})_1 > 0 \end{aligned}$$

Grænseværdien $\Phi_{gr\ddot{a}ns}$ er bestemt af $\alpha = 2^{1/3} \beta$, eller, jf. ligning (12.100c):

$$\left(\frac{\Phi_{gr\ddot{a}ns} (C_{d,1} A_1)^2 g H_1}{c_p \rho_u T_i} \right)^{1/3} = 2^{1/3} \frac{K_{tab}}{3c_p \rho_u}$$

eller, når $T_i = 295 \text{ K}$ og $\rho_u = 1,28 \text{ kg/m}^3$, jf. ligning (12.101):

$$\Phi_{græns} = 1,345 \cdot 10^{-6} \frac{K_{tab}^3}{H_1 (C_{d,1} A_1)^2} \quad (12.111a)$$

Den negative volumenstrøm betyder ikke, at volumenstrømmen ændrer retning til at være nedadrettet med nederste åbning som udløb. Den betyder heller ikke, at ventilationsvarmetabet erstattes af et varmetilskud. Med $\Delta T > 0$ vil der med den anvendte fortegnsregning altid gælde, at der inde i rummet fortsat vil være en opadrettet luftstrømning og en ventilationsvarmetabsstrøm Φ_{vent} , der med $q_{V,1} < 0$ er bestemt af:

$$\Phi_{vent} = c_p \rho_u |q_{V,1}| \Delta T = -c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T \quad (12.111b)$$

Negative volumenstrømme er således fysisk set falske løsninger. At de optræder, hænger sammen med de falske løsninger, der også optræder i forbindelse med åbningshastighederne i afhængighed af trykdifferenserne over åbningerne, jf. ligning (12.31), og hertil svarer

$$q_{V,1} = C_{d,1} A_1 \left((\pm) \left(\frac{2\Delta p_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \right) = C_{d,1} A_1 \left((\pm) \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2} \right)$$

Med negative volumenstrømme udtrykker ligning (12.110) ikke energibalancen i opdriftventilationen. For at opnå balance er det nødvendigt at tilføre en supplerende varmemstrøm Φ_{sup} , der dækker ventilationsvarmetabsstrømmen Φ_{vent} samt den del af varmetabsstrømmen $K_{tab} \Delta T$, der ikke dækkes af den konstant tilførte varmemstrøm Φ_0 , således at den supplerende varmemstrøm bestemmes af følgende balanceligning:

$$\Phi_{sup} + \Phi_0 = \Phi_{vent} + K_{tab} \Delta T \quad (12.112a)$$

hvoraf fås, når der gøres brug af ligning (12.110):

$$\Phi_{sup} = \Phi_{vent} + K_{tab} \Delta T - \Phi_0 = -c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T - c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T = -2c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T \quad (12.112b)$$

Den supplerende varmemstrøm er, som det ses afhængig af volumenstrøm og temperaturdifferens og skal tilføres i overensstemmelse hermed. Med den fundne Φ_{sup} fås da følgende energiligning:

$$\Phi_0 + \Phi_{sup} = \Phi_{vent} + K_{tab} \Delta T \quad (12.113)$$

eller

$$\Phi_0 - 2c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T = -c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T + K_{tab} \Delta T$$

eller

$$c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T = \Phi_0 - K_{tab} \Delta T$$

eller samme ligning som ligning (12.110). Negative volumenstrømme er således rent matematiske løsninger til energiligningen, dvs. rødder til ligning (12.84). De kan gives den fysiske tolkning, at

de numerisk er de volumenstrømme, der fås, når der tilføres en supplerende varmemstrøm lig med det dobbelte af varmetabsstrømmen.

De tre kurveforløb, der optræder i området $0 < \alpha < 2^{1/3}\beta$ i figurerne 12.5 og 12.6 for en given β -værdi er hver for sig stabile løsninger til ligning (12.84), hvis $q_{v,1}$ i et punkt, når der i punktet foretages en infinitesimal ændring af α , fortsat følger kurven. Punktet er da et minimumspunkt for energistrømforholdene omkring punktet forstået på den måde, at punktet ved en infinitesimal flytning bort fra kurven "trækkes tilbage" til kurven. Omvendt er et punkt et maksimumspunkt, hvis en infinitesimal flytning væk fra kurven bevirker, at punktet "frastødes" yderligere, og kurven repræsenterer da en ustabil løsning.

En stabilitetsanalyse kan foretages rent matematisk ud fra potentialbetragtninger som gjort hos Li & Delsante (2001) eller ved nogle mere primitive energibetragtninger som gjort hos Andersen (2007). Der fås, at kurverne i figur 12.5 svarende til kurverne EH og AB i figur 12.6 repræsenterer stabile løsninger og at kurverne svarende til kurve BC repræsenterer ustabile løsninger. I praksis har kun de stabile, positive løsninger svarende til kurve CH interesse. De stabile, negative løsninger svarende til kurve AB er uden interesse, da det ikke har noget formål at skulle tilføre en styret, supplerende varmemstrøm.

12.12 Negativ nettovarmemstrøm. Afkøling

Ved afkøling af et rum er nettovarmemstrømmen negativ og $T_i < T_u$. Med to åbninger til det fri anbragt i forskellige højder fås en slags "omvendt opdriftventilation" (eller "neddriftventilation") idet der i overensstemmelse med det, der hidtil er udledt for opdriftventilation (med positiv nettovarmemstrøm), altid vil strømme luft fra det kolde til det varme område gennem den nederste åbning, det vil her sige indefra og ud, og luft fra det varme til det kolde område gennem den øverste åbning, dvs. udefra og ind.

Til bestemmelse af ventilationsforholdene ved afkøling opstilles ligningssystemet for kontrolvolumenet vist på figur 12.9. Der indføres størrelsen $\Phi_{net} = \Phi_{net,køl}$, der er differensen mellem den varmemstrøm, der fjernes fra rummet, og den varmemstrøm, der tilføres rummet ved varmetransmission og infiltration. Størrelsen er positiv og regnes i første omgang for at være konstant. Der fås da følgende ligningssystem, der - på nær nogle fortegnsskift samt en ombytning af massefylder - er analogt til ligningerne udledt i afsnit 12.6.2:

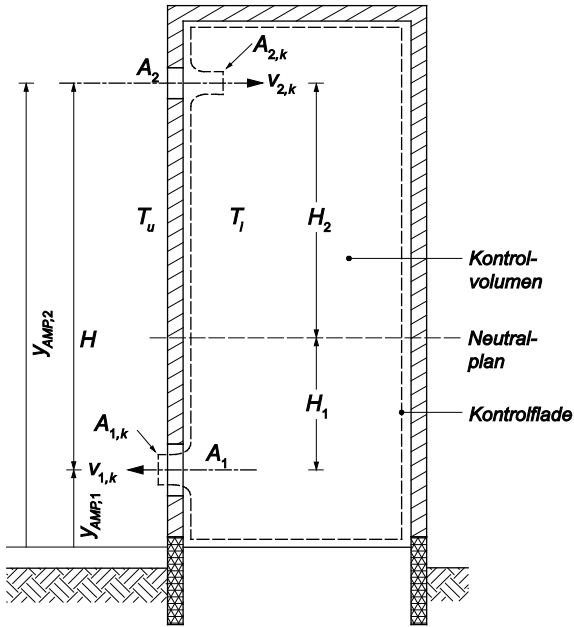
$$-\rho_i v_{1,k} A_{1,k} + \rho_u v_{2,k} A_{2,k} = 0 \quad (\text{massebalanceligningen})$$

$$p_{i,1} - p_{i,2} = \rho_i g H \quad (\text{lodrette bevægelsesmængdeligning})$$

$$p_{i,1} - p_{u,1} = \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{v_{1,k}}{C_{v,1}} \right)^2 \quad (\text{energiligningen for indløb})$$

$$p_{u,2} - p_{i,2} = \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{2,k}}{C_{v,2}} \right)^2 \quad (\text{energiligningen for udløb})$$

$$\Phi_{net,køl} - c_p \rho_i v_{k,1} A_{k,1} (T_u - T_i) = 0 \quad (\text{reducerede energiligning})$$



Figur 12.9 Kontrolvolumenet for et kasseformet rum, der afkøles

der, med:

$$\begin{aligned} v_{1,k} &= x_1 & v_{2,k} &= x_2 \\ p_{i,1} &= x_3 & p_{i,2} &= x_4 \\ T_i &= x_5 \end{aligned}$$

omformes til, jf. ligningerne (a) - (e) i afsnit 12.6.2:

$$-\rho_i A_{1,k} x_1 + \rho_u A_{2,k} x_2 = 0 \quad (\text{aa})$$

$$x_3 - x_4 = \rho_i g H \quad (\text{bb})$$

$$x_3 - \frac{1}{2} \rho_i \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 = p_{u,1} \quad (\text{cc})$$

$$x_4 + \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 = p_{u,2} \quad (\text{dd})$$

$$c_p \rho_i A_{k,1} x_1 (T_u - x_5) = \Phi_{net,kol} \quad (\text{ee})$$

Idet x_5 kun indgår i ligning (ee), kan ligningerne (aa) - (dd) analogt til opvarmningstilfældet betragtes som et selvstændigt ligningssystem, hvoraf der kan udledes en basismodeludgave og heraf videre en temperaturdifferens- og en nettovarmestrømbaseret modeludgave.

12.12.1 Basisafkølingsmodeludgave

Basismodeludgaven fås ved – analogt til opvarmningstilfældet – at løse ligningerne (cc) og (dd) med hensyn til x_3 og x_4 og indsætte disse to størrelser i ligning (bb). Der fås da:

$$p_{u,1} + \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 - \left(p_{u,2} - \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 \right) = \rho_i gH$$

og videre ved brug af ligning (12.38):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\rho_i \left(\frac{x_1}{C_{v,1}} \right)^2 + \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{x_2}{C_{v,2}} \right)^2 &= \rho_i gH - p_{u,1} + p_{u,2} \\ &= \rho_i gH - (p_{u,1} - p_{u,2}) = \rho_i gH - \rho_u gH = (\rho_i - \rho_u)gH = \Delta\rho gH \end{aligned} \quad (12.114)$$

hvor $\Delta\rho = \rho_i - \rho_u > 0$. Ved brug af ligning (aa) fås følgende ligning til bestemmelse af lufthastigheden $x_1 = v_{k,1}$ i nederste åbning:

$$\frac{1}{2}x_1^2 \left[\rho_i \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 + \rho_u \left(\frac{1}{C_{v,2}} \right)^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}} \right)^2 \right] = \Delta\rho gH \quad (12.115)$$

og heraf:

$$v_{1,k} = x_1 = (\pm) \left\{ \frac{2\Delta\rho gH}{\rho_i \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}} \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} = (\pm) C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho gH_1}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (12.116)$$

hvor:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{1,k}}{A_{2,k}} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,2}A_2} \right)^2} \quad (12.117)$$

Ligningsnumre, der udgår (12.118) - (12.128)

Ligningerne (12.116) og (12.117) er analoge til de tilsvarende ligninger (12.31) og (12.32) for opvarmningstilfældet bortset fra ombytningen af massefylderne. Dette er i overensstemmelse med, at afkølingstilfældet bliver identisk med det opvarmningstilfælde der fås, når der byttes om på temperaturerne og når samtidig $T_u > T_i$.

Der fås med $\Delta\rho = \rho_i - \rho_u$ følgende samlede basisafkølingsmodeludgave, jf. ligningerne (12.31), (12.33), (12.43), (12.44), (12.50a), (12.50b), (12.52a) og (12.52b):

$$v_{1,k} = x_1 = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (12.129)$$

$$v_{2,k} = x_2 = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (12.130)$$

$$\Delta p_1 = \Delta\rho g H_1 \quad (12.131)$$

$$\Delta p_2 = \Delta\rho g H_2 \quad (12.132)$$

$$q_{V,1} = C_{d,1} A_1 \left\{ \frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_i} \right\}^{1/2} \quad (12.133)$$

$$q_{V,2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta\rho g H_2}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (12.134)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,nodv,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_1} \right)^{1/2} \quad (12.135)$$

$$A_2 = \frac{q_{V,nodv,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_2} \right)^{1/2} \quad (12.136)$$

hvor de indgående H_1 og H_2 bestemmes af, jf. ligningerne (12.32) og (12.34):

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_i}{\rho_u} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \quad (12.137)$$

$$H_2 = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \quad (12.138)$$

Det ses bl.a., at der fås samme samlede drivtryk som i opvarmningstilfældet, medens neutralplansplaceringen forskydes en smule som følge af massefyldeombygningen, og dette influerer igen en smule på fordelingen af drivtrykket over henholdsvis nederste og øverste åbning.

12.12.2 Temperaturbaseret afkølingsmodeludgave

Den temperaturbaserede modeludgave fås af basisudgaven ved at indsætte:

$$\Delta\rho = \rho_i - \rho_u = \rho_i \left(1 - \frac{\rho_u}{\rho_i}\right) = \rho_i \left(1 - \frac{T_i}{T_u}\right) = \rho_i \frac{T_u - T_i}{T_u} = \rho_i \frac{\Delta T}{T_u} = \rho_u \frac{\Delta T}{T_i} \quad (12.139)$$

og:

$$\frac{\rho_u}{\rho_i} = \frac{T_i}{T_u} \quad (12.140)$$

Dette er med $\Delta T = T_u - T_i$ uændret i forhold til det, der blev indsat i basisløsningen i opvarmnings-tilfældet for at få den temperaturbaserede løsning, jf. ligningerne (12.53a) og (12.53b). Der fås følgende temperaturbaserede afkølingsmodeludgave, jf. ligningerne (12.54)-(12.62):

$$v_{1,k} = C_{v,1} \left(\frac{2\Delta T g H_1}{T_u} \right)^{1/2} \quad (12.141)$$

$$v_{2,k} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_i} \right)^{1/2} \quad (12.142)$$

$$\Delta p_1 = p_{i,1} - p_{u,1} = \frac{\rho_i \Delta T g H_1}{T_u} = \frac{\rho_u \Delta T g H_1}{T_i} \quad (12.143)$$

$$\Delta p_2 = p_{u,2} - p_{i,2} = \frac{\rho_u \Delta T g H_2}{T_i} = \frac{\rho_i \Delta T g H_2}{T_u} \quad (12.144)$$

$$q_{V,1} = C_{d,1} A_1 \left\{ \frac{2\Delta T g H_1}{T_u} \right\}^{1/2} \quad (12.145)$$

$$q_{V,2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_2}{T_i} \right)^{1/2} \quad (12.146)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_1} \right)^{1/2} \quad (12.147)$$

$$A_2 = \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g H_2} \right)^{1/2} \quad (12.148)$$

hvor de indgående H_1 og H_2 bestemmes af, jf. ligningerne (12.61) og (12.62):

$$H_1 = \frac{H}{1 + \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \quad (12.149)$$

$$H_2 = \frac{H}{1 + \frac{T_i}{T_u} \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \cong \frac{H}{1 + \left(\frac{C_{d,2} A_2}{C_{d,1} A_1} \right)^2} \quad (12.150)$$

12.12.3 Varmestrømsbaseret afkølingsmodeludgave. Konstant nettovarmestrøm
Temperaturdifferensen til indsættelse i den temperaturbaserede afkølingsmodeludgave kan fås af ligning (ee), og der fås med anvendelse af volumenstrømmen $q_{V,1}$ i nederste åbning bestemt af ligning (12.145):

$$\Delta T = T_u - T_i = \frac{\Phi_{net,køl}}{c_p \rho_i q_{V,1}} = \frac{\Phi_{net,køl} T_u^{1/2}}{c_p \rho_i C_{d,1} A_1 (2\Delta T g H_1)^{1/2}} \quad (12.151)$$

Af ligningen fås videre med $\rho_i = p_i / (R_i T_i)$:

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{\Phi_{net,køl} T_u^{1/2}}{c_p \rho_i C_{d,1} A_1 (2gH_1)^{1/2}} \right)^{2/3} = \left(\frac{\Phi_{net,køl} T_u^{1/2} R T_i}{c_p p_i C_{d,1} A_1 (2gH_1)^{1/2}} \right)^{2/3} \\ &= \left(\frac{R}{c_p p_i} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{2/3} T_u \left(\frac{\Phi_{net,køl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (12.152)$$

Det antages, at temperatur- og fugtområderne er meget nær uændrede i forhold til opvarmningstilfældet selv med ombyttede inde- og udeforhold, og der regnes derfor med $R/c_p = 0,285$ med en fejl på under 0,1 %, med $T_i/T_u = 0,944$ med en fejl på under 5 % og med $(T_i/T_u)^{2/3} = 0,962$ med en fejl på under 4 %. Der fås da med en fejl mindre end 4 %, jf. ligning (12.66a):

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{0,285}{101300} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2 \cdot 9,82} \right)^{1/3} \cdot 0,962 \cdot T_u \left(\frac{\Phi_{net,køl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} \\ &= 7,08 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net,køl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3} T_u \end{aligned} \quad (12.153)$$

For temperaturdifferensen udtrykt ved forholdene i øverste åbning (dvs. ved indløbsforholdene) fås tilsvarende, jf. ligning (12.54):

$$\Delta T = 7,65 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net,køl}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3} T_i \quad (12.154)$$

Med disse temperaturdifferenser indsat i den temperaturbaserede modeludgave fås følgende udtryk for de øvrige størrelser i den varmestrømsbaserede afkølingsudgave:

$$\Delta p_1 = 6,96 \cdot 10^{-4} \rho_i \left(\frac{\Phi_{net,køl} H_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \quad (12.155)$$

$$\Delta p_2 = 7,52 \cdot 10^{-4} \cdot \rho_u \left(\frac{\Phi_{net,køl} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \quad (12.156)$$

$$v_{k,1} = 0,0373 \cdot C_{v,1} \left(\frac{\Phi_{net,køl} H_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \quad (12.157)$$

$$v_{k,2} = 0,0388 \cdot C_{v,2} \left(\frac{\Phi_{net,køl} H_2}{C_{d,1} A_2} \right)^{1/3} \quad (12.158)$$

$$q_{v,1} = 0,0373 (\Phi_{net,køl} H_1)^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3} \quad (12.159)$$

$$q_{v,2} = 0,0388 (\Phi_{net,køl} H_2)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3} \quad (12.160)$$

$$A_1 = 138,8 \frac{q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}} \left(\frac{1}{\Phi_{net,køl} H_1} \right)^{1/2} \quad (12.161)$$

$$A_2 = 131,0 \frac{q_{V,2}^{3/2}}{C_{d,2}} \left(\frac{1}{\Phi_{net,køl} H_2} \right)^{1/2} \quad (12.162)$$

Ligningsnumre, der udgår (12.163) og (12.164)

Ligningerne (12.155) – (12.162) er identiske med de tilsvarende ligninger for opvarmningstilfældet. Dette skyldes, at det samlede drivtryk er identisk i de to tilfælde, og at fordelingen af dette tryk på de to åbninger bestemmes alene af neutralplansafstandene H_1 og H_2 . Det skal til gengæld bemærkes, at disse to afstandsstørrelser ikke er helt identiske i de to tilfælde som allerede nævnt i forbindelse med ligningerne (12.137) og (12.138). Ligningerne (12.153) og (12.154) er analoge til de tilsvarende ligninger for opvarmningstilfældet på nær ombytningen af temperaturerne T_i og T_u , dvs. samme ombytning, som optræder i forbindelse med H_1 og H_2 .

12.12.4 Varmestrømsbaseret afkølingsmodeludgave. Temperaturafhængig nettovarmestrøm

Er nettovarmestrømmen temperaturafhængig, antages den at være lineært afhængig af temperaturdifferensen analogt til opvarmningstilfældet. Med en fast, positiv varmestrøm $\Phi_{0,køl}$, der fjernes fra rummet og med $\Delta T = T_u - T_i$ kan nettovarmestrømmen udtrykkes ved:

$$\Phi_{net,kol} = \Phi_{0,kol} - K_{tab} \Delta T \quad (12.165)$$

Ventilationsvarmestrømmen udtrykt ved $c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T$ bliver da en til rummet tilført varme, og energiligningen får formen:

$$c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T = \Phi_{0,kol} - K_{tab} \Delta T \quad (12.166)$$

Ligningen fører til en ligning identisk med ligning (12.80) for opvarmningstilfældet og dermed også til ligning (12.84). Dermed fås også samme fuldstændige løsning som vist i figur 12.5, og negative volumenstrømme kan tolkes som de volumenstrømme, der fås numerisk, når der fjernes en supplerende varmestrøm $\Phi_{sup,kol}$ bestemt af ligning (12.118). Opstillingen af tilnærmede løsninger og analyser af stabilitetsforholdene fører dermed også til resultater analoge til dem, der blev fundet i forbindelse med opvarmningstilfældet.

12.13 Kapitelsammenfatning

Der er opstillet en model for opdriftventilation ved brug af de grundlæggende ligninger for strømmingen i et kasseformet rum med to åbninger til det fri i hver sin højde, med ensformet indetemperatur, med forskellig temperatur inde og ude, og hvor der antages stationære forhold. Der fås i rummet sådanne trykforhold, at der altid vil strømme luft fra det kolde område ind i det varme område gennem nederste åbning og luft fra det varme område til det kolde gennem øverste åbning.

Med positiv nettovarmestrøm til et rum, bliver rummet det varme område, og der vil derfor i dette tilfælde altid strømme luft udefra og ind gennem nederst åbning og indefra og ud gennem øverst åbning. Ved afkøling (negativ nettovarmestrøm) skifter strømningsretningerne.

Modellen er opstillet i følgende tre udgaver, der er sammenfattet i tabel 12.4:

- en basisudgave med massefyldedifferensen som uafhængig, termisk variabel.
 - en temperaturdifferensbaseret udgave med temperaturdifferensen som uafhængig, termisk variabel,
 - en nettovarmestrømsbaseret udgave med nettovarmestrømmen som uafhængig, termisk variabel.
- Hver modeludgave består af udtryk for neutralplanplacering, trykdifferenser, åbningshastigheder, volumenstrømme samt nødvendige åbningsarealer for at opnå en ønsket termisk komfort.

Den nettovarmestrømsbaserede udgave er opstillet både for det tilfælde, hvor nettovarmestrømmen holdes konstant og for det tilfælde, hvor den er temperaturafhængig, og hvor den antages at være lineært afhængig af temperaturdifferensen.

Med den temperaturafhængige nettovarmestrøm fås under visse forhold både positive og negative volumenstrømløsninger. Disse er analyseret for at få bestemt den i praksis relevante løsning, og for denne er der opstillet tilnærmede udtryk.

Tabel 12.4 Modeludgaver for strømningmodel til rum med åbninger i to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur

	Massefyldebaseret udgave	Temperaturdifferensbaseret udgave	Nettovarmestrømbaseret udgave (konstant Φ_{net})
Temperaturdifferens ΔT , K			$7,08 \cdot 10^{-5} T_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1} \right)^{1/3}$ eller $7,65 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_2} \right)^{1/3}$
Indløb Trykdifferens Δp_1 , Pa	$\Delta \rho g H_1$	$\frac{\rho_u \Delta T g H_1}{T_i}$	$6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3}$
Lufthastighed $v_{1,k}$, m/s	$C_{v,1} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{v,1} \left(\frac{2 \Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,1} \left(\frac{\Phi_{net} H_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3}$
Volumenstrøm $q_{V,1}$, m ³ /s	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta \rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T g H_1}{T_i} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,1} (\Phi_{net} H_1)^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3}$
Åbningsareal A_1 , m ²	$\frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2 \Delta \rho g H_1} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2 \Delta T g H_1} \right)^{1/2}$	$138,8 \frac{q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1} (\Phi_{net} H_1)^{1/2}}$
Udløb Trykdifferens Δp_2 , Pa	$\Delta \rho g H_2$	$\frac{\rho_i \Delta T g H_2}{T_u}$	$7,52 \cdot 10^{-4} \rho_i \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3}$
Lufthastighed $v_{2,k}$, m/s	$C_{v,2} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2}$	$C_{v,2} \left(\frac{2 \Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,2} \left(\frac{\Phi_{net} H_2}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3}$
Volumenstrøm $q_{V,2}$, m ³ /s	$C_{d,2} A_2 \left(\frac{2 \Delta \rho g H_2}{\rho_i} \right)^{1/2}$	$C_{d,2} A_2 \left(\frac{2 \Delta T g H_2}{T_u} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,2} (\Phi_{net} H_2)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3}$
Åbningsareal A_2 , m ²	$\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{\rho_i}{2 \Delta \rho g H_2} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2 \Delta T g H_2} \right)^{1/2}$	$131,0 \frac{q_{V,2}^{3/2}}{C_{d,2} (\Phi_{net} H_2)^{1/2}}$

Der er opstillet modeludgaver for såvel positiv nettovarmestrøm (opvarmning) som negativ nettovarmestrøm (afkøling). Afkølingsudgaverne bliver ved en passende ombytning af massefylderne eller temperaturerne analoge til opvarmningsudgaverne. I praksis kan opvarmningsudgaverne anvendes direkte på afkølingstilfældene med en fejl i størrelsesordenen $(T_i/T_u)^{1/2}$, hvortil kommer en ubetydelig fejl som følge af en beskeden ændring af neutralplanplaceringen.

12.14 Kapitellitteratur

Andersen, K.T. (2007). Airflow rates by combined natural ventilation with opposing wind - unambiguous solutions for practical use. *Building and Environment*, 42, 534-542.

Andersen, K. T. , Heiselberg, P., & Aggerholm, S. (2002). *Naturlig ventilation i erhvervsbygninger* (By og Byg Anvisning 202). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.

Hütte (1955). *Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch. Theoretische Grundlagen*. Berlin. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Andersen A & Bjerre M. (2000). *Natural Ventilation – Induced by Combined Wind and Thermal Forces* (Master Thesis). Aalborg: Aalborg Universitet, Afdeling for Indeklima.

Li, Y., & Delsante, A. (2001). Natural ventilation induced by combined wind and thermal forces. *Building and Environment*, 36, 59-71.

13 Simple strømningensmodels gyldighedsområde

I dette kapitel behandles gyldighedsområdet for den simple strømningensmodel opstillet i kapitel 12. Det belyses, om der kan regnes med ensartede hastighedsprofiler i åbningernes kontraherede tværsnit og om, hvorvidt åbningsfladernes orientering og placering samt rummets udformning og indretning har betydning. Endelig udledes tilnærmede relationer mellem åbningshøjde, -afstand, åbningsarealer og udstrømningskoefficienter til bestemmelse af, hvornår neutralplanet skærer en åbningsflade.

Strømningensmodellen i kapitel 12 er opstillet under antagelse af:

- ensformet lufthastighed i åbningernes kontraherede tværsnit,
- lodretstillede åbninger,
- åbningerne placeret i samme bygningsflade,
- et kasseformet rum.

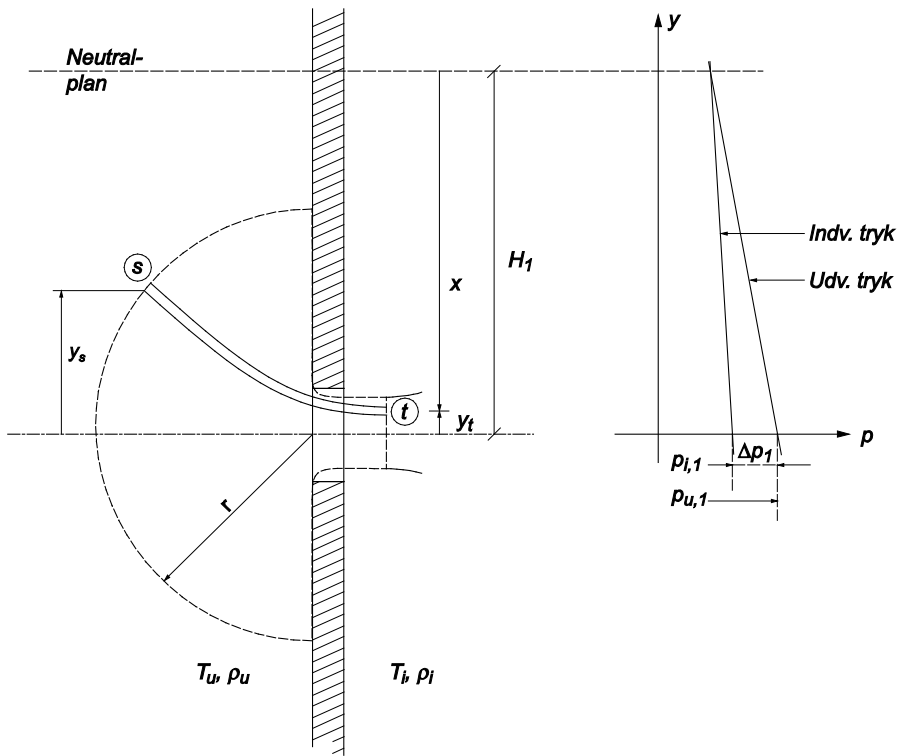
Med modellen fås trykdifferenser over de to åbninger, der varierer lineært med afstanden fra neutralplanet, og dette giver ikke ensformede lufthastigheder i åbningernes kontraherede tværsnit. Desuden kan åbningerne i praksis være placeret i både skrå og vandrette flader, og de er ikke nødvendigvis placeret i samme bygningsflade. Rummets begrænsningsflader er heller ikke altid lodrette og vandrette eller danner et kasseformet rum. Endelig kan forholdet mellem åbningsarealerne være sådant, at neutralplanet skærer en af åbningsfladerne, således at der kan optræde både en indad- og en udadrettet luftstrømning i åbningen, og da har hverken massebalance- eller energiligning den form, der er forudsætningen for modellen.

13.1 Hastighedsforhold

Lufthastighedsforholdene i de kontraherede tværsnit kan belyses ved at betragte strømmingen gennem en skarpkantet indløbsåbning som vist på figur 13.1, hvor $T_i > T_u$. Luften antages at være stillestående undtagen umiddelbart før åbningen og i luftstrålen efter åbningen. Trykket i den stillestående luft varierer hydrostatisk med trykdifferenser mellem ude og inde bestemt af ligning (12.42).

Strømningen kan, når den som nævnt i kapitel 11 er laminar og rotationsfri, beskrives som strømmingen i et bundt tynde strømrør, der starter på en halvkugleflade med radius r og centrum i åbningsmidten og slutter på åbningens kontraherede tværsnit. Strømningen i de enkelte strømrør vil opfylde betingelserne for brug af den modificerede Bernoullis ligning (10.30). For et strømrør, der starter i et punkt s på halvkuglefladen og slutter i et punkt t på det kontraherede tværsnit vil der i punkt s gælde:

$$v_s \cong 0, \quad p_s = p_{u,1} - \rho_u g y_s, \quad \beta_{E,s} = 1,0$$



Figur 13.1 Hastigheds- og trykforhold i og omkring indløbsåbning

og i punkt t vil der gælde:

$$p_t = p_{i,1} - \rho_i g y_t, \quad \beta_{E,t} = 1,0, \quad \rho_t = \rho_s = \rho_u$$

Indsat i ligning (10.30) fås:

$$g y_s + \frac{p_{u,1} - \rho_{u,1} g y_s}{\rho_u} = \frac{1}{2} v_t^2 + g y_t + \frac{p_{i,1} - \rho_i g y_t}{\rho_u} + \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_u}$$

som løst med hensyn til v_t fører til:

$$\frac{1}{2} v_t^2 = \frac{p_{u,1} - p_{i,1}}{\rho_u} + g y_t \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} - 1 \right) - \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_u} \quad (13.1)$$

eller:

$$v_t = (\pm) \left[2 \left(\frac{p_{u,1} - p_{i,1}}{\rho_u} + g y_t \left(\frac{\rho_i - \rho_u}{\rho_u} \right) - \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_u} \right) \right]^{1/2} \quad (13.2)$$

Heri indføres, jf. ligning (12.43):

$$p_{u,1} - p_{i,1} = \Delta \rho g H_1 = (\rho_u - \rho_i) g H_1$$

således at der fås:

$$v_t =_{(\pm)} \left[2 \left(\frac{(\rho_u - \rho_i)g}{\rho_u} (H_1 - y_t) - \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_u} \right) \right]^{1/2} =_{(\pm)} \left[2 \left(\frac{\Delta \rho g}{\rho_u} (H_1 - y_t) - \frac{\Delta p_{fr}}{\rho_u} \right) \right]^{1/2} \quad (13.3a)$$

Løsningen med minustegnet foran den kantede parentes er en falsk løsning, da hastighedens fortegn følger trykdifferensens, og dette fortegn er positivt, idet $\Delta \rho > 0$. Friktionsbidraget i ligningen er betydningsløst på nær i de strømrør, der danner strømningens grænseflade til den omgivende luft. Derfor kan der over det kontraherede tværsnit undtagen langs grænsefladen regnes med et hastighedsprofil bestemt ved:

$$v_t \cong \left(2 \frac{\Delta \rho g}{\rho_u} (H_1 - y_t) \right)^{1/2} = \left(2 \frac{\Delta \rho g}{\rho_u} x \right)^{1/2} \quad (13.3b)$$

hvor x er afstanden fra neutralplanet. Hastighedsprofilen i det kontraherede tværsnit får således form af et stykke af en parabelflade. Langs det kontraherede tværsnits kant giver friktionen en afrunding af hastighedsprofilen med en reduktion af middelhastigheden til følge.

For små åbninger, dvs. hvor y_t er væsentlig mindre end H_1 , svarende til at $h_1/2 \ll H_1$, hvor h_1 er åbningens åbningshøjde, vil afvigelsen mellem hastigheden i tværsnittets over- eller underkant i forhold til middelhastigheden (dvs. i åbningens midterplan) være af størrelsesordenen:

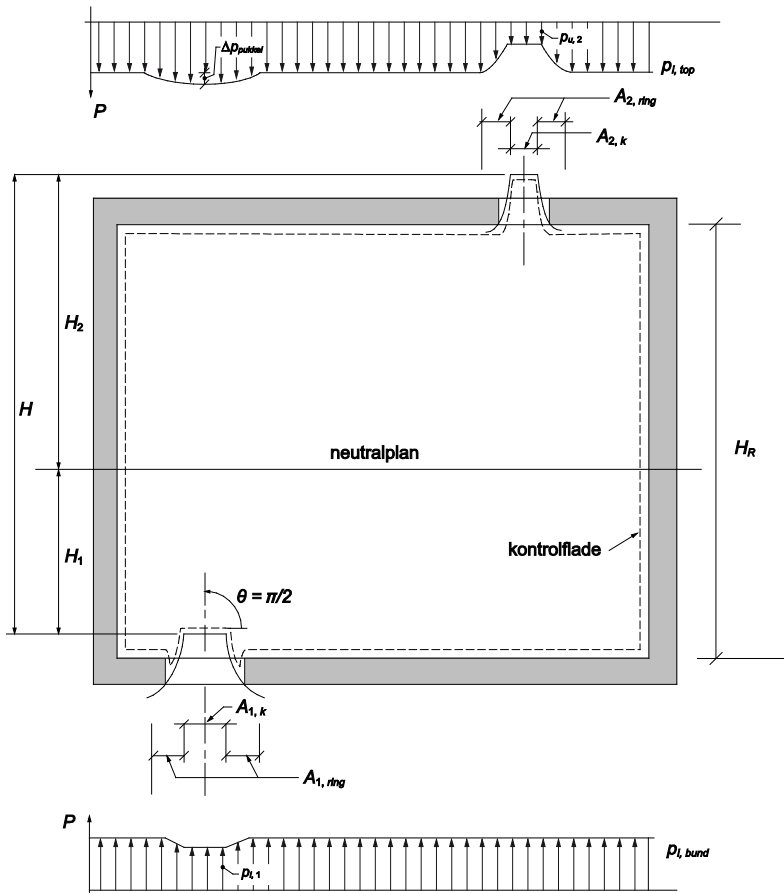
$$\frac{\left(H_1 + \frac{h_1}{2} \right)^{1/2} - H_1^{1/2}}{H_1^{1/2}} = \left(1 + \frac{h_1}{2H_1} \right)^{1/2} - 1 \cong 1 + \frac{h_1}{4H_1} - 1 = \frac{h_1}{4H_1} \quad (13.4)$$

I praksis kan der regnes med, at $H_1 > 0,2 H$ og $h_1 < 0,1 H$, således at $h_1/(4H_1) < 1/8$. I små åbninger kan der således med god tilnærmelse regnes med ensformede hastighedsprofiler, når $h_1/2 \ll H_1$ svarende til, at neutralplanet ikke ligger tæt på en af åbningerne.

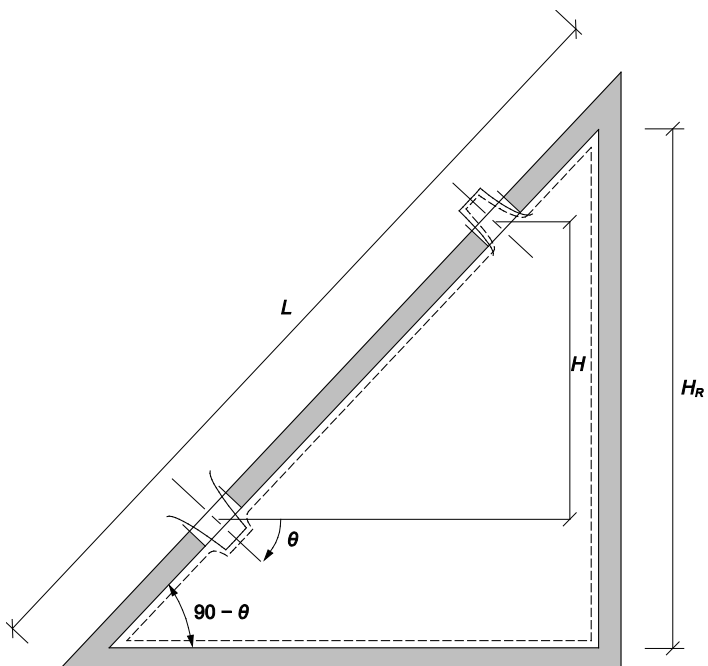
13.2 Åbningsorientering

Med åbningerne placeret i vandrette eller skrå flader som vist på figurerne 13.2 og 13.3 kan der opstilles grundlæggende og supplerende ligninger for kontrolvolumener, der er afgrænset af rummets begrænsningsflader, de to strålekerners begrænsningsflader samt de to kontraherede tværsnitflader. Der regnes med ensformede hastighedsprofiler over de to kontraherede tværsnit og med en luftstrømning ind gennem nederste og ud gennem øverste åbning.

Åbningsorienteringen ændrer ikke de fire skalarligninger, massebalanceligningen (12.2) og energiligningen (12.19) og de to supplerende energiligninger (12.22) og (12.23) for strømningen i henholdsvis ind- og udløb. Kun bevægelsesmængdeligningen udtrykt ved de to skalarligninger (10.13a) og (10.13b) ændres som følge af den ændrede åbningsorientering. Heri er de mekaniske kræfter lig med nul, og komponenterne $F_{øfl,x}$ og $F_{øfl,y}$ for de optrædende tryk- og forskydningskræfter på kontrolfladen fås af ligning (12.6).



Figur 13.2 Lodret snit i kontrolvolumen med vandrette åbninger



Figur 13.3 Lodret snit i kontrolvolumen med skråstillede åbninger

13.2.1 Vandrette åbninger

De vandrette åbninger behandles ved at betragte rummet med kontrolvolumenet vist på figur 13.2 med tryk virkende på kontrolfladen som skitseret. Den vandrette bevægelsesmængdeligning udtrykt ved ligning (10.13a) fører alene til, at den resulterende vandrette kraft på kontrolvolumenet, som er ligningens højre side, er lig med nul. Den lodrette bevægelsesmængdeligning udtrykt ved ligning (10.13b) får følgende form, idet $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ og $\beta_{B,1} \cong \beta_{B,2} \cong 1,0$:

$$\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} = p_{i,1} A_{1,k} - p_{u,2} A_{2,k} + F_{tryk,ffl,y} + F_{tryk,stråle,y} + F_{fsk,stråle,y} - \rho_i g V \quad (13.5a)$$

Heri er:

$$\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} = \rho_i v_{2,k} A_{2,k} v_{2,k} - \rho_u v_{1,k} A_{1,k} v_{1,k} = q_M (v_{2,k} - v_{1,k})$$

$$F_{tryk,ffl,y} = p_{i,bund} (A_{bund} - A_{1,k} - A_{1,ring}) - [p_{i,top} (A_{top} - A_{2,k} - A_{2,ring}) + \Delta p_{pukkel} A_{pukkel}]$$

$$F_{tryk,stråle,y} = p_{1,ring,y} A_{1,ring} - p_{2,ring,y} A_{2,ring}$$

$$F_{fsk,stråle,y} = -\frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k}$$

$$V = A_{bund} H_R$$

hvor:

- $\Delta p_{pukkel} A_{pukkel}$ hidrører fra den minimale trykstigning, der optræder i toppen på grund af afbøjningen af luftstrømningen
- $A_{1,ring}$ og $A_{2,ring}$ er de vandrette projektioner af ringarealerne omkring de to åbningers kontraheerede tværsnit, der knytter sig til stråletrykkene på kontrolfladen
- $p_{1,ring,y}$ og $p_{2,ring,y}$ er de gennemsnitlige, lodrette projektioner af stråletrykkene.

Indsat i ligning (13.5a) fås, idet $A_{top} = A_{bund}$:

$$\begin{aligned} q_M (v_{2,k} - v_{1,k}) &= p_{i,1} A_{1,k} - p_{u,2} A_{2,k} + p_{i,bund} A_{bund} - p_{i,bund} A_{1,k} - p_{i,bund} A_{1,ring,y} \\ &\quad - p_{i,top} A_{top} + p_{i,top} A_{2,k} + p_{i,top} A_{2,ring,y} - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} \\ &\quad + p_{1,ring,y} A_{1,ring,y} - p_{2,ring,y} A_{2,ring,y} - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_i g A_{bund} H_R \\ &= (p_{i,bund} - p_{i,top}) A_{bund} + (p_{i,1} - p_{i,bund}) A_{1,k} - (p_{u,2} - p_{i,top}) A_{2,k} \\ &\quad + (p_{1,ring,y} - p_{i,bund}) A_{1,ring,y} - (p_{2,ring,y} - p_{i,top}) A_{2,ring,y} \\ &\quad - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} - \frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} - \rho_i g A_{bund} H_R \end{aligned} \quad (13.5b)$$

Heraf bestemmes trykforskellen ($p_{i,bund} - p_{i,top}$) for at kunne sammenholde ligningen med den lodrette bevægelsesmængdeligning opstillet i kapitel 12, og der fås efter division med A_{bund} :

$$\begin{aligned}
 p_{i,bund} - p_{i,top} = & \rho_i g H_R + \frac{q_M (v_{2,k} - v_{1,k})}{A_{bund}} - \frac{(p_{i,1} - p_{i,bund}) A_{1,k}}{A_{bund}} + \frac{(p_{u,2} - p_{i,top}) A_{2,k}}{A_{bund}} \\
 & - \frac{(p_{1,ring,y} - p_{i,bund}) A_{1,ring,y}}{A_{bund}} + \frac{(p_{2,ring,y} - p_{i,top}) A_{2,ring,y}}{A_{bund}} \\
 & + \frac{\Delta p_{pukkel} A_{pukkel}}{A_{bund}} + \frac{\frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k}}{A_{bund}}
 \end{aligned} \tag{13.5c}$$

For at få en ide om størrelsesordenen af ligningens enkelte led betragtes et rum med:

$$A_{bund} = 20 \text{ m}^2, \quad H \cong H_R \cong 3 \text{ m}, \quad \Delta T = 30 \text{ K}, \quad A_1 = 0,1 \text{ m}^2 \quad \text{og} \quad A_2 = 0,05 \text{ m}^2$$

Hertil svarer i runde tal:

$$v_1 = 1 \text{ m/s}, \quad v_2 = 2 \text{ m/s} \quad q_M = 0,1 \text{ kg/s} \quad (\text{svarende til } q_V = 360 \text{ m}^3/\text{s} = 6 \text{ h}^{-1})$$

$$\Delta p = 1,2 \cdot 9,81 \cdot 3 / 290 = 4 \text{ Pa}, \quad \Delta p_1 = 1 \text{ Pa} \quad \text{og} \quad \Delta p_2 = 3 \text{ Pa}$$

For højresidens led fås da:

$$\rho_i g H = 1,2 \cdot 9,81 \cdot 3 = 35 \text{ Pa}$$

$$\frac{q_M (v_{2,k} - v_{1,k})}{A_{bund}} = \frac{0,1 \cdot 1,0}{20} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{(p_{i,1} - p_{i,bund}) A_{1,k}}{A_{bund}} < \frac{\Delta p_1 A_{1,k}}{A_{bund}} = \frac{1,0 \cdot 0,1}{20} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{(p_{u,2} - p_{i,top}) A_{2,k}}{A_{bund}} \approx \frac{\Delta p_2 A_{2,k}}{A_{bund}} = \frac{3,0 \cdot 0,05}{20} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{(p_{1,ring,y} - p_{i,bund}) A_{1,ring,y}}{A_{bund}} \approx \frac{\Delta p_1 A_{1,k}}{A_{bund}} = \frac{1,0 \cdot 0,1}{20} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{(p_{2,ring,y} - p_{i,top}) A_{2,ring,y}}{A_{bund}} \approx \frac{\Delta p_2 A_{2,k}}{A_{bund}} = \frac{3,0 \cdot 0,05}{20} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

$$\frac{\Delta p_{pukkel} A_{pukkel}}{A_{bund}} \approx 0$$

$$\frac{1/2 \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k}}{A_{bund}} = \frac{1/2 \cdot 0,1 \cdot 1,2 \cdot 2^2 \cdot 0,05}{20} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ pa}$$

Det ses, at kun volumenkraftleddet har betydning, således at ligningen i dette tilfælde med en fejl på under 0,1 % kan reduceres til en ligning analog til den lodrette bevægelsesmængdeligning (12.7e) og den dertil svarende ligning (12.8) for hydrostatisk trykfordeling for stillestående luft.

Samlet fås således et ligningssystem, der er identisk med det, der er udledt for rum med to lodrette åbninger, og som dermed også fører til samme strømningsmodel som udledt i kapitel 12. Samme resultat fås i alle andre tilfælde, hvor der indgår vandrette åbninger

13.2.2 Skråstillede åbninger

De skråstillede åbninger behandles ved at betragte rummet med kontrolvolumenet vist på figur 13.3. Den vandrette bevægelsesmængdeligning kan udtrykkes ved ligning (10.13a), og der fås en ligning, der er analog til ligning (12.9) og den deraf afledte ligning (12.11b), blot skal tryk- og forskydningsleddene hørende til den skrå flade multipliceres med $\cos \theta$. Der fås hastighedsudtryk analoge til ligningerne (12.11e), og dette fører til samme konklusion, som blev draget ved de lodret stillede åbninger i kapitel 12, nemlig at der må ses bort fra den vandrette bevægelsesmængdeligning på grund af, at usikkerhederne omkring trykforholdene på kontrolfladen giver for store usikkerheder på bestemmelsen af de ønskede hastigheder.

Den lodrette bevægelsesmængdeligning kan udtrykkes ved ligning (10.13b), og den får følgende form, når $\beta_{B,1} \cong \beta_{B,2} \cong 1,0$:

$$\begin{aligned} \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} \sin \theta - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} \sin \theta = p_{i,1} A_{k,2} \sin \theta - p_{u,2} A_{2,k} \sin \theta \\ + F_{tryk,ffl,y} + F_{tryk,stråle,y} + F_{fsk,stråle,y} - \rho_i gV \end{aligned} \quad (13.5d)$$

Heri optræder en række små led som det var tilfældet med vandrette åbninger, og der fås:

$$\rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} \sin \theta - \rho_u v_{1,k}^2 A_{1,k} \sin \theta = q_M (v_{2,k} - v_{1,k}) \sin \theta \cong 0$$

$$\begin{aligned} F_{tryk,ffl,y} = p_{i,bund} A_{bund} - \left(\frac{p_{i,bund} + p_{i,top}}{2} \right) \left(\frac{A_{bund}}{\cos \theta} - A_{1,k} - A_{1,ring} - A_{2,k} - A_{2,ring} \right) \cos \theta - \Delta p_{pukkel} A_{pukkel} \\ \cong p_{i,bund} A_{bund} - \left(\frac{p_{i,bund} + p_{i,top}}{2} \right) A_{bund} \end{aligned}$$

$$F_{tryk,stråle,y} = (p_{1,ring,y} A_{1,ring} - p_{2,ring,y} A_{2,ring}) \cos \theta \cong 0$$

$$F_{fsk, str\ddot{a}le, y} = -\frac{1}{2} \zeta_2 \rho_i v_{2,k}^2 A_{2,k} \cos \theta \cong 0$$

$$V = 0,5 H_R A_{bund} = 0,5 L \sin \theta A_{bund}$$

som indsat i ligning (13.5d) fører til:

$$0 \cong p_{i,bund} A_{bund} - \left(\frac{p_{i,bund} + p_{i,top}}{2} \right) A_{bund} - 0,5 \rho_i g L \sin \theta A_{bund}$$

eller med $L \sin \theta = H_R$:

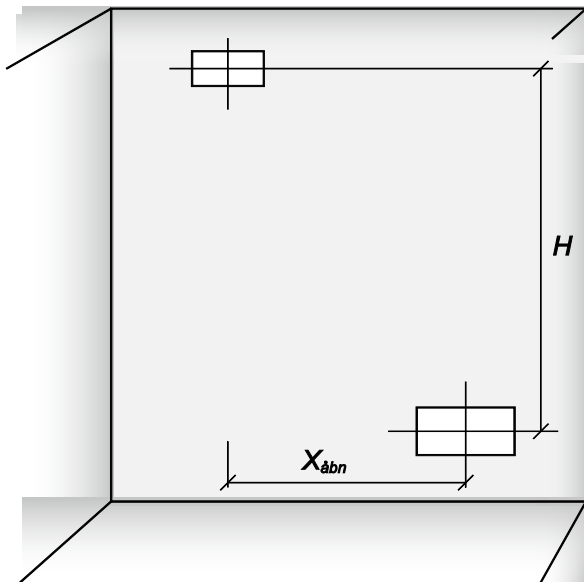
$$p_{i,bund} - p_{i,top} \cong \rho_i g H_R$$

hvilket svarer til ligningen for indvendig, hydrostatisk trykfordeling.

Samlet fås således også for skråstillede åbninger et ligningssystem, der er identisk med det, der er udledt for rum med to lodrette åbninger i kapitel 12, og dermed også samme strømningssystem.

13.3 Åbningsplacering

De fire skalarligninger i opdriftventilationens ligningssystem er uafhængige af åbningernes indbyrdes vandrette placering, ligesom de er uafhængige af, om åbningerne er anbragt på samme eller på hver sin bygningsflade. De fire ligninger er således uafhængige af, om åbningerne ligger lodret under hinanden, eller om de er forskudt vandret i forhold til hinanden som vist på figur 13.4, eller om



Figur 13.4 Vandret forskudte åbninger

de ligger på samme bygningsflade, som vist på figurene 13.3, eller på hver sin flade, som vist på figur 13.2. Den vektorielle bevægelsesligning influeres af åbningsorienteringen i forhold til vandret og lodret. Af den vandrette bevægelsesligning fås en meget lille, resulterende, vandret tryk-

kraft, der er meget nær lig med nul, og samtidig er ligningen ikke anvendelig til bestemmelse af hastigheder på grund af usikkerheder vedrørende trykforholdene på kontrolfladen omkring åbningerne. Den lodrette bevægelsesmængdeligning fører til en ligning svarende til indvendig, hydrostatisk trykfordeling, da de led, hvor fladenormalens retning har betydning, er så små, at de kan udelades.

Der er i ovenstående antaget ensformet hastighedsprofil over åbningernes kontraherede tværsnit. Dette vil være opfyldt, når tilstrømningsforholdene til åbningerne er symmetriske. Tilstrømningsforholdene ændres, hvis åbningerne placeres så tæt på tilstødende flader, at den frie tilstrømning hæmmes. Dette vil influere på korrektionsfaktorerne β_B og β_E , der indgår i henholdsvis bevægelsesmængde- og energiligningerne og ligeledes på de faktorer, der beskriver forskydningskræfterne og friktionsforholdene i åbningerne. Hastighedsprofilerne i de kontraherede tværsnit vil dog normalt være så ensformede at $\beta_B \cong 1,0$ og $\beta_E \cong 1,0$ samt at modstandstallet forbliver uændret og at friktionens bidrag i bevægelsesmængdeligningerne er så lille, at det kan udelades. Samlet fås derfor et ligningssystem, der uanset åbningsplacering er identisk med ligningssystemet opstillet i kapitel 12 og dermed også samme strømningsmodel.

13.4 Rumudformning

Det er hidtil antaget, at de betragtede rum og de dertil hørende kontrolvolumener har haft ubrudte, lodrette, vandrette og skrå flader som begrænsningsflader. Men en mere generel rumudformning med knæk og niveauspring i bygningsfladerne vil ikke ændre det betragtede ligningssystem. De fire skalarligninger vil være uændrede, den vandrette bevægelsesmængdeligning vil uændret føre til en ubetydelig, resulterende vandret kraft, og den lodrette bevægelsesmængdeligning vil uændret føre til ligningen for indvendig hydrostatisk trykfordeling. Desuden indgår strømningsforholdene mellem ind- og udløb ikke i detaljer i nogen af ligningssystemets ligninger. Dette betyder, at rumindretningen i form af inventar og lignende kun vil influere i det omfang, den øger friktionstab ved strømningen mellem ind- og udløb. Men dette friktionstab er uden betydning med de små strømningshastigheder, der normalt optræder i et rum ved opdriftventilation.

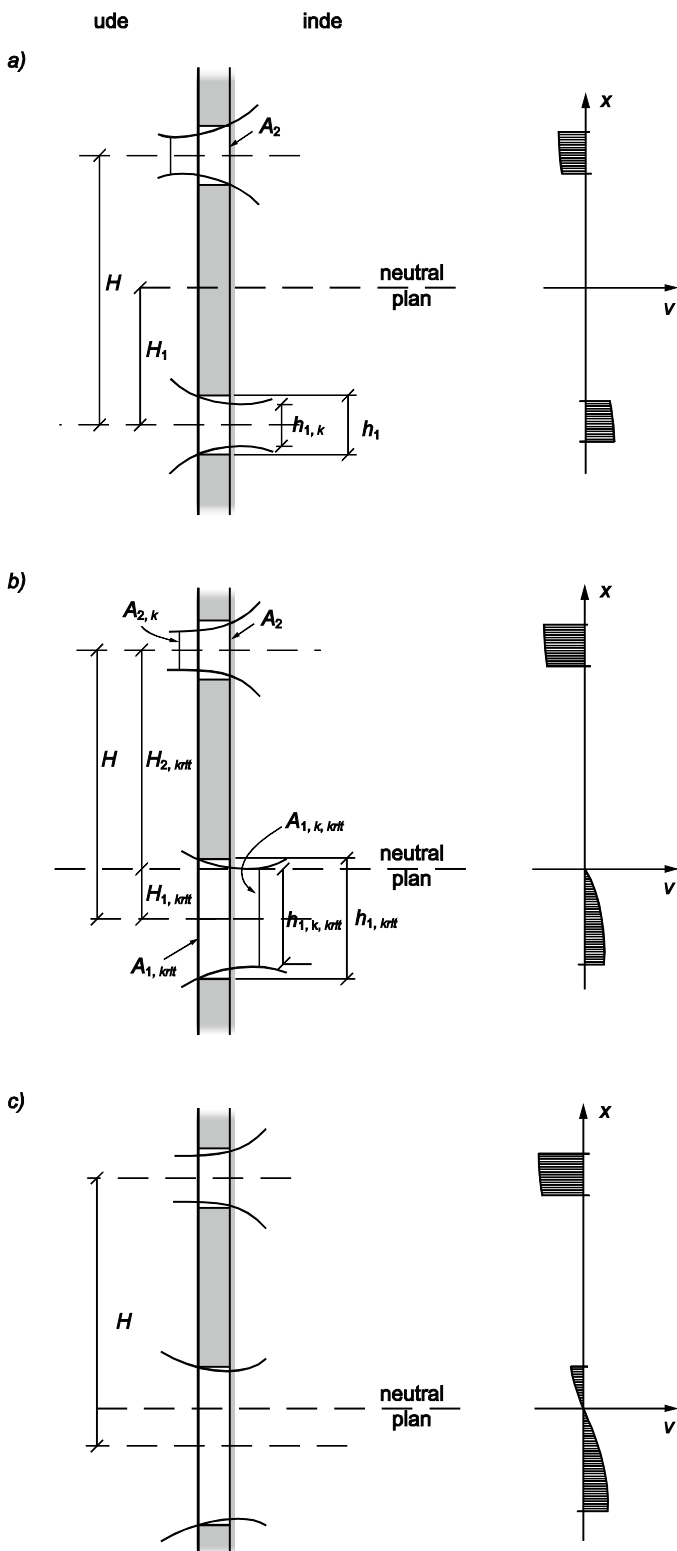
Uanset rumudformning og almindeligvis også uanset rumindretning bliver ligningssystemet derfor identisk med det i kapitel 12 opstillede og dermed samme strømningsmodel som resultat.

13.5 Grænseforhold for lodretstillede åbningsarealer

Med lige store ind- og udløbsåbninger og med nogenlunde ens udstrømningskoefficienter vil neutralplanet ligge omtrentlig midt mellem de to åbninger, som det fremgår af ligningerne (12.46a) og (12.46b). Af samme ligninger fremgår også, at hvis det ene åbningsareal øges i forhold til det andet, vil neutralplanet nærme sig det største af de to åbningsarealer. En ændring af åbningsarealernes form vil normalt ikke bevirke væsentlige ændringer af åbningsafstanden H , og det ses af de to ligninger, at neutralplansplaceringen ved konstant H alene afhænger af åbningsarealforholdet A_1/A_2 .

For store eller små værdier af A_1/A_2 er der risiko for, når åbningerne er lodrette eller skråtstillede, at neutralplanet skærer en af åbningsfladerne, så der fås en to-vejs strømning i den pågældende åbning, dvs. både en ind- og udadrettet strømning i åbningen. Forholdene er for lodretstillede åbninger skitseret i figur 13.5, hvor udløbsarealet holdes konstant, medens indløbsarealet varierer. I figurens situation *b*) er indløbsarealet så meget større end udløbsarealet, at neutralplanet kommer til at ligge i højde med indløbets kontraherede tværsnits øverste kant, og i situation *c*) er indløbsarealet så stort i forhold til udløbsarealet, at der fås den viste to-vejs strømning, og denne strømning er ikke i overensstemmelse med forudsætningerne for strømningsmodellen i kapitel 12. Samme to-

vejsstrømning kan optræde, når det er indløbsarealet, der holdes konstant, medens udløbsarealet gøres mindre end indløbsarealet.



Figur 13.5 Neutralplanets placering ved forskellige åbningsarealforhold med deraf følgende lufthastighedsforløb i åbningerne

Der fås tilsvarende forhold omkring udløbet, når udløbsarealet gøres tilstrækkeligt stort i forhold til indløbsarealet med en grænsesituation, hvor neutralplanet ligger i højde med udløbets kontraherede tværsnits underkant.

Ved dimensionering af opdriftventilation tilstræbes almindeligvis nogenlunde ens ind- og udløbsarealer, men bygningsmæssige forhold kan gøre det nødvendigt at acceptere åbningsarealer af uens størrelse. Det bør da efterfølgende kontrolleres, om neutralplanet vil skære en af åbningsfladerne. Alternativt kan der på forhånd fastlægges de grænser, åbningsarealerne eller åbningsarealforholdet skal ligge indenfor for at undgå to-vejs strømning i en af åbningerne. Uens store åbninger kan også optræde i forbindelse med regulering af åbningerne, hvor det da skal sikres, at reguleringen ikke kan medføre risiko for to-vejs strømning i en af åbningerne.

13.5.1 Grænsesituationens åbningshastigheder

Til belysning af grænsesituationen anvendes massebalanceligningen på formen:

$$\rho_u v_{1,k,m} A_{1,k} = \rho_i v_{2,k,m} A_{2,k} \quad (13.6)$$

hvor $v_{1,k,m}$ og $v_{2,k,m}$ er middelhastighederne over henholdsvis ind- og udløbets kontraherede tværsnit, der har tværsnitsarealerne $A_{1,k}$ og $A_{2,k}$. I grænsesituationen ligger neutralplanet i højde med øverste kant af største åbnings kontraherede tværsnit, hvis indløbet er største åbning, eller i højde med nederste kant af største åbnings kontraherede tværsnits, hvis udløbet er største åbning. I begge tilfælde fås et parabolisk hastighedsprofil over største åbnings kontraherede tværsnit, jf. ligning (13.3b) med $x = 0$ i højde med neutralplanet. Over mindste åbnings kontraherede tværsnit fås meget nær et ensformet hastighedsprofil.

Betragtes eksempelvis grænsesituationen i figur 13.5b, hvor indløbet er største åbning, fås med det paraboliske hastighedsprofil en middelhastighed over indløbet, der kan udtrykkes ved:

$$v_{1,k,m} = C_{v,1} k_m v_{1,teo,maks} \quad (13.7a)$$

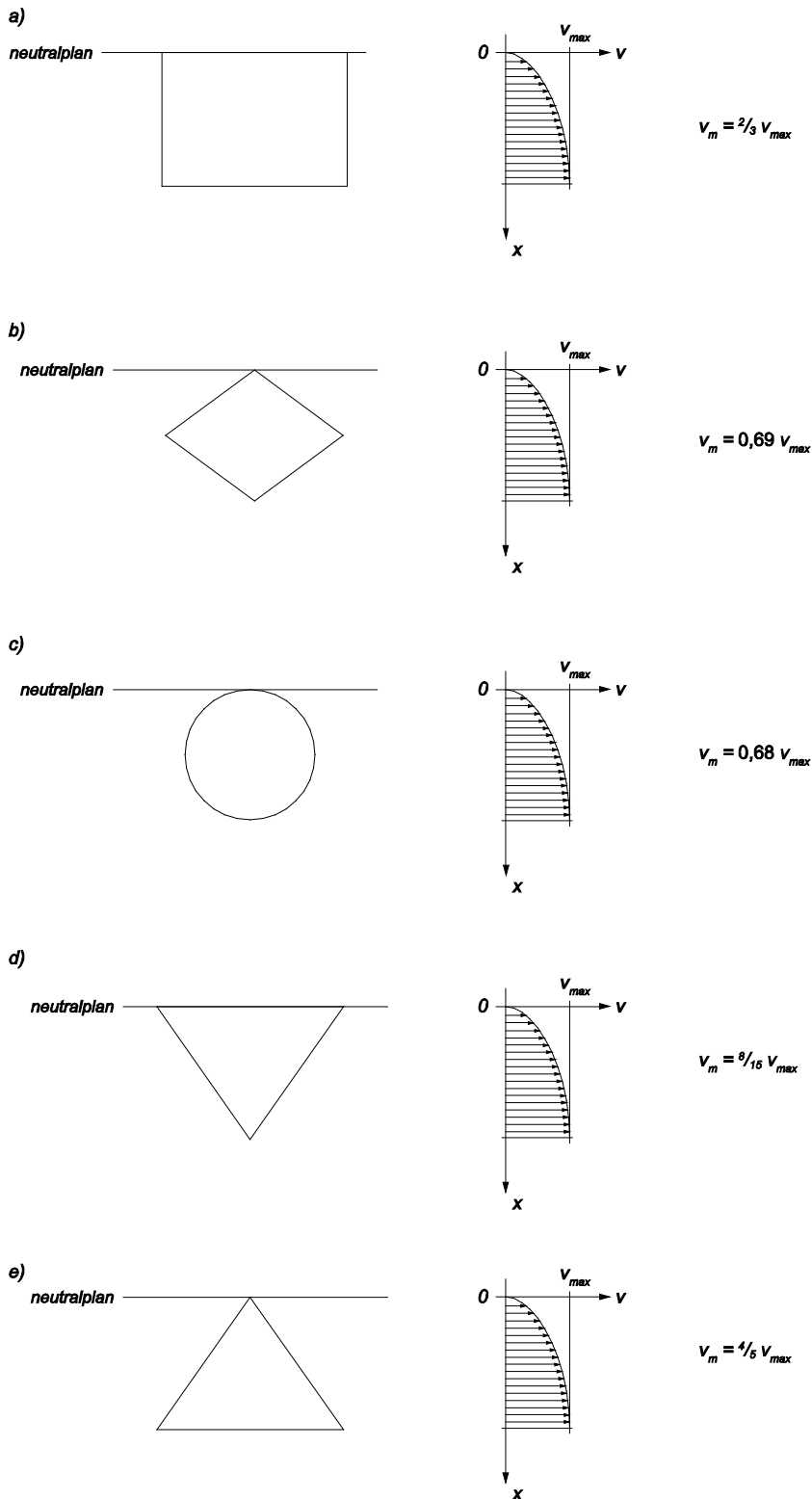
hvor k_m er en konstant, der er afhængig af åbningens form, og $v_{1,teo,maks}$ er den teoretisk mulige strømningshastighed i åbningens modsatte kant dvs. for $x = h_{1,k,krit}$, hvor igen $h_{1,k,krit}$ er største, kontraherede tværsnitshøjde. Antages det kontraherede tværsnit for en rektangulær åbning ligeledes at være nogenlunde rektangulært kan konstanten sættes lig med 2/3, og for en række andre tværsnitsformer er konstanten anført i figur 13.6. Hastigheden $v_{1,teo,maks}$ kan udtrykkes ved, jf. ligning (13.3b):

$$v_{1,teo,maks} = \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit}}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (13.7b)$$

Middelhastigheden over udløbet kan med det ensformede hastighedsprofil udtrykkes ved, jf. ligning (12.33):

$$v_{2,k,m} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{2,krit}}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (13.8)$$

hvor $H_{2,krit}$ er afstanden mellem neutralplanet og udløbsåbningens midte. Denne afstand er, som det ses af figur 13.5b, bestemt af åbningsafstanden H og den kritiske tværsnitshøjde $h_{1,k,krit}$, og disse to størrelser er igen afhængige af, om åbningsarealerne reguleres og i givet fald hvordan.

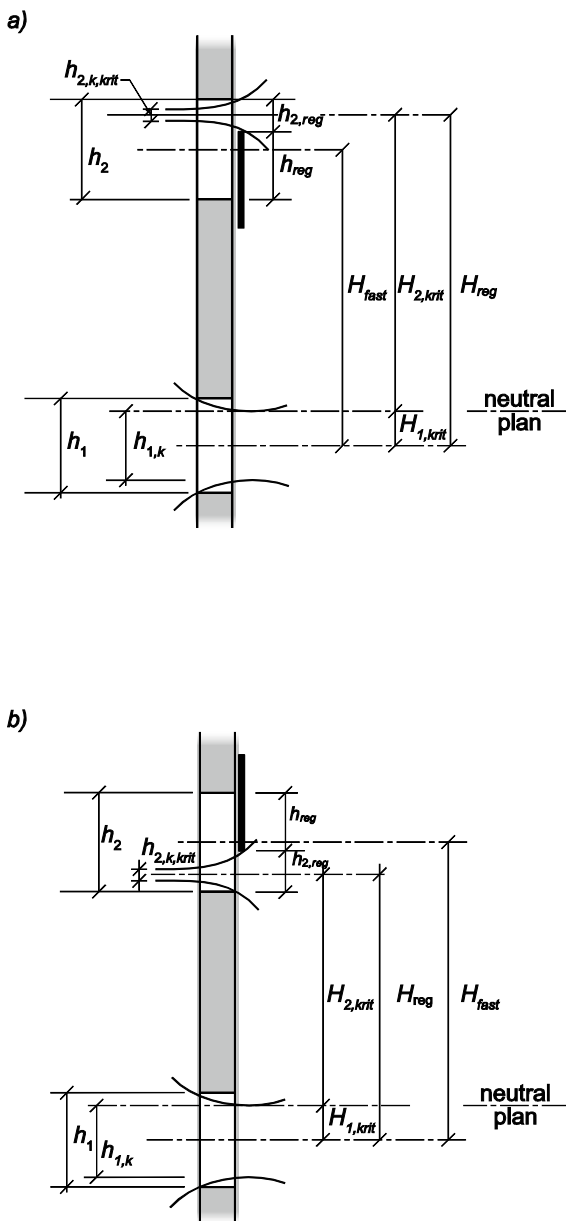


Figur 13.6 Konstanten k_m for forskellige åbningsformer

13.5.2 Reguleringsudformningens betydning

Afstanden mellem de to åbningsmidter forbliver konstant, hvis åbningerne reguleres omkring åbningsmidterne svarende til, at der reguleres med en slags irisblænde. Afstanden holder sig tilnærmelsesvis konstant, hvis der reguleres med et midterplaceret spjæld, og den varierer, hvis reguleringen sker med fx bund- eller topplacerede skydespjæld. Reguleres eksempelvis et udløb med et bundplaceret skydespjæld som vist i figur 13.7 situation *a*, fås:

$$H_{reg} = H_{fast} + \frac{h_2}{2} - \frac{h_{2,reg}}{2} = H_{fast} + \frac{h_2 - h_{2,reg}}{2} = H_{fast} + \frac{h_{reg}}{2} \quad (13.9a)$$



Figur 13.7 Åbningsafstandenes afhængighed af reguleringen af udløbsåbning med henholdsvis bund- og tophængt skydespjæld

hvor H_{fast} og H_{reg} er åbningsafstanden uden og med regulering, og hvor h_{reg} er højden af den del af spjældet, der dækker åbningen. Med et topplaceret skydespjæld i stedet for som vist i figur 13.7 situation *b* fås:

$$H_{reg} = H_{fast} - \frac{h_2}{2} + \frac{h_{reg}}{2} = H_{fast} - \frac{h_2}{2} + \frac{h_2 - h_{reg}}{2} = H_{fast} - \frac{h_{reg}}{2} \quad (13.9b)$$

Svarende hertil ændres afstanden $H_{2,krit}$ mellem neutralplan og udløbets åbningsmidte. I den betragtede situation, hvor indløbsarealet er fastholdt, dvs. $H_{1,krit} = h_{1,k}/2$, fås med bundplaceret skydespjæld:

$$H_{2,krit} = H_{reg} - \frac{h_{1,k}}{2} = H_{fast} + \frac{h_{reg}}{2} - \frac{h_{1,k}}{2} \quad (13.9c)$$

og med et topplaceret skydespjæld fås:

$$H_{2,krit} = H_{reg} - \frac{h_{1,k}}{2} = H_{fast} - \frac{h_{reg}}{2} - \frac{h_{1,k}}{2} \quad (13.9d)$$

En regulering kan således influere på både åbningsafstanden og afstanden mellem neutralplanet og den regulerede åbnings midte.

13.5.3 Grænsesituationens massebalanceligning

Massebalanceligningens form vil i grænsesituationen afhænge af, om ind- eller udløbsarealet er størst, og af, hvilket af de to åbningsarealer, der fastholdes, samt af åbningernes form. Er eksempelvis indløbsarealet størst, fås følgende massebalanceligning ved indsættelse af hastighederne udtrykt ved ligningerne (13.7a) og (13.8) i ligning (13.6):

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit}}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k} = \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{2,krit}}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k} \quad (13.10)$$

Hvis endvidere udløbstværsnitsarealet $A_{2,k}$ fastholdes i denne situation, er $A_{1,k} = A_{1,k,krit}$ det søgte, kritiske indløbstværsnitsareal, der ikke må overskrides, og $h_{1,k} = h_{1,k,krit}$ er samme indløbstværsnits største højde. I ligningen er $H_{2,krit} = H - h_{1,k,krit}/2$, hvor igen $H = H_{reg}$ eller $H = H_{fast}$ afhængigt af om indløbet reguleres med spjæld eller ej. Der optræder to ubekendte, $h_{1,k,krit}$ og $A_{1,k,krit}$, således at der kræves en ekstra, uafhængig ligning, og denne kan fås ud fra den sammenhæng, der er mellem tværsnitsareal og tværsnitsdimensioner for det på forhånd valgte indløbsareal.

Fastholdes i stedet indløbstværsnitsarealet $A_{1,k}$, indtræffer grænsesituationen ved et tilstrækkeligt lille udløbsareal i forhold til indløbsarealet, og da er $A_{2,k} = A_{2,k,krit}$ det søgte, kritiske udløbstværsnitsareal. I ligningen er nu $H_{2,krit} = H - h_{1,k}/2$ med $H = H_{reg}$ eller $H = H_{fast}$ afhængigt af, om udløbet reguleres med spjæld eller ej. Der optræder i dette tilfælde kun én ubekendt $A_{2,k,krit}$, hvilket er en følge af, at med ensformet hastighedsprofil over udløbet har kun størrelsen af udløbsarealet betydning. Tværsnitshøjde og udformning er uden betydning.

For grænsesituationerne ønskes bestemt de kritiske åbningsdimensioner, og dette belyses ved at behandle forholdene, når:

- indløbsarealet er størst og har vilkårlig form, og udløbsarealet er fastholdt,
- indløbsarealet er størst og rektangulært, og udløbsarealet er fastholdt
- indløbsarealet er størst og cirkulært, og udløbsarealet er fastholdt
- indløbsarealet er størst og er fastholdt
- udløbsarealet er størst

13.5.4 Grænseforhold ved størst indløb, vilkårlig indløbsform og fastholdt udløb

I grænseituationen med størst indløbsareal og konstant holdt udløbsareal kan det kritiske indløbstværsningsareal $A_{1,k,krit}$ og den hertil hørende kritiske tværsnitshøjde $h_{1,k,krit}$ bestemmes af ligning (13.10), som med $H_{2,krit} = H - h_{1,k,krit}/2$ får formen:

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit}}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k,krit} = \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{1,k,krit}}{2} \right)}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k} \quad (13.11)$$

Ved kvadrering og efterfølgende division med $2\Delta\rho g$ fås:

$$\rho_u^2 k_m^2 \frac{h_{1,k,krit}}{\rho_u} C_{v,1}^2 A_{1,k,krit}^2 = \rho_i^2 \frac{H - \frac{h_{1,k,krit}}{2}}{\rho_i} C_{v,2}^2 A_{2,k}^2 \quad (13.12a)$$

og heraf:

$$h_{1,k,krit} \left(k_m^2 \rho_u C_{v,1}^2 A_{1,k,krit}^2 + \frac{1}{2} \rho_i C_{v,2}^2 A_{2,k}^2 \right) = \rho_i C_{v,2}^2 A_{2,k}^2 H \quad (13.12b)$$

eller:

$$\begin{aligned} h_{1,k,krit} &= \frac{\rho_i C_{v,2}^2 A_{2,k}^2 H}{k_m^2 \rho_u C_{v,1}^2 A_{1,k,krit}^2 + \frac{1}{2} \rho_i C_{v,2}^2 A_{2,k}^2} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1} A_{1,k,krit}}{C_{v,2} A_{2,k}} \right)^2} \\ &= \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_{1,k,krit}}{C_{d,2} A_2} \right)^2} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{A_{1,k,krit}}{A_2} \right)^2} \end{aligned} \quad (13.13a)$$

hvor der er indført $C_v A_k = C_v C_k A = C_d A$, og hvor desuden:

$$K_{\rho C} = \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} = \left(\frac{T_i}{T_u} \right)^{1/2} \frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \quad (13.13b)$$

De kritiske åbningsdimensioner kan bestemmes af ligning (13.13a), hvis sammenhængen mellem åbningsareal og åbningshøjde kendes.

For volumenstrømmene fås i indløbet:

$$q_{V,1,krit} = v_{1,k,m} A_{1,k,krit} = C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit}}{\rho_u} \right)^{1/2} C_{k,1} A_{1,krit} = k_m C_{d,1} A_{1,krit} \left(\frac{2\Delta T g h_{1,k,krit}}{T_i} \right)^{1/2} \quad (13.14a)$$

og i udløbet fås:

$$q_{V,2} = v_{2,k,m} A_{2,k} = C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{2,krit}}{\rho_i} \right)^{1/2} C_{k,2} A_2 = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T g H_{2,krit}}{T_u} \right)^{1/2} \quad (13.14b)$$

og der vil gælde, at $q_{V,1,krit}/q_{V,2} = \rho_i/\rho_u = T_i/T_u$.

13.5.5 Grænseforhold ved størst indløb, rektangulært indløbsareal og med fastholdt udløb

Med rektangulært indløb kan der optræde følgende to sammenhænge mellem åbningsareal og åbningshøjde:

I. $A_{1,krit} = b_1 h_{1,krit}$, hvor bredden b_1 holdes konstant.

II. $A_{1,krit} = k_1 h_{1,krit} h_{1,krit} = k_1 h_{1,krit}^2$, hvor der er indført et fast bredde-højde-forhold $k_1 = b_1/h_{1,krit}$.

Endvidere regnes der for simpelhedens skyld med, at $h_{1,k,krit} = C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}$

I tilfælde I med $A_{1,krit} = b_1 h_{1,krit}$ fås ved indsættelse i ligning (13.13a):

$$C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{h_{1,krit} b_1}{A_2} \right)^2} \quad (13.15a)$$

eller:

$$\frac{1}{2} C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{b_1}{A_2} \right)^2 C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}^3 = H$$

eller:

$$h_{1,krit}^3 + \frac{1}{2k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 h_{1,krit} - \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} = 0 \quad (13.15b)$$

En tilnærmet løsning kan fås af følgende omskrivning af ligningen:

$$h_{1,krit}^3 = \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \left(\frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} - \frac{h_{1,krit}}{2} \right) = \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2H} \right) \quad (13.16a)$$

og heraf, når $C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} \ll 2H$:

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{6H} \right) \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} \quad (13.16b)$$

svarende til det, der fås af ligning (13.15b), når 1. grads leddet udelades. Med $k_m = 2/3$ og med $C_{k,1}^{1/6} \cong 1,0$ fås videre:

$$h_{1,krit} \approx \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} H^{1/3} \quad (13.16c)$$

Med denne tilnærmede løsninger begås en relativ fejl i størrelsen $(1/6) \cdot (C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}/H) \cong (1/6) \cdot (h_{1,krit}/H)$.

Den fuldstændige løsning til ligning (13.15b) fås lettest ved at betragte ligningen på formen (Selby, 1967):

$$h_{1,krit}^3 + ah_{1,krit} + b = 0 \quad (13.17a)$$

hvor:

$$a = \frac{1}{2k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \quad \text{og} \quad b = -\frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \frac{1}{C_{k,1}^{1/2}} H = -2aH \frac{1}{C_{k,1}^{1/2}} \quad (13.17b)$$

Ligningens determinant D er bestemt af:

$$D = \frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27} = \frac{4a^2 H^2}{4C_{k,1}} + \frac{a^3}{27} = a^2 \left(\frac{H^2}{C_{k,1}} + \frac{a}{27} \right) > 0 \quad (13.17c)$$

Med $D > 0$ har ligningen én reel og to konjugerede, komplekse rødder med den reelle rod bestemt af:

$$h_{1,krit} = \left(-\frac{b}{2} + D^{1/2} \right)^{1/3} + \left(-\frac{b}{2} - D^{1/2} \right)^{1/3} \quad (13.17d)$$

$$= \left[\frac{aH}{C_{k,1}^{1/2}} + a \left(\frac{H^2}{C_{k,1}} + \frac{a}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3} + \left[\frac{aH}{C_{k,1}^{1/2}} - a \left(\frac{H^2}{C_{k,1}} + \frac{a}{27} \right)^{1/2} \right]^{1/3}$$

Hvis $a/27 \ll H^2/C_{k,1}$ - hvilket vil være opfyldt, jf. ligning (13.17b), hvis det kan antages, at $A_2 = b_2 h_2$ samtidig med, at $b_2 \leq b_1$ og $K_{\rho C} \cong 1,0$, således at $a \sim h_2^2 < h_{1,krit}^2$ - da kan ligning (13.17d) med god tilnærmelse reduceres til:

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{2aH}{C_{k,1}^{1/2}} \right)^{1/3} = \left(\frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} \right)^{1/3} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} \quad (13.17e)$$

eller det samme som den tilnærmede ligning (13.16b) med $k_m = 2/3$. Med denne tilnærmede, kritiske indløbshøjde fås det tilnærmede, kritiske indløbsareal:

$$A_{1,krit} = b_1 h_{1,krit} = b_1 \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{2/3} \frac{(b_1 H)^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} \quad (13.17f)$$

og det tilnærmede, kritiske åbningsarealforhold:

$$n_{krit} = n_{krit,A1,A2} = \frac{A_{1,krit}}{A_2} = \frac{1}{A_2} \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{2/3} \frac{(b_1 H)^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{2/3} \left(\frac{b_1 H}{A_2} \right)^{1/3} \frac{1}{C_{k,1}^{1/6}} \quad (13.17g)$$

hvor n 's indeks "A1" efter "krit" betegner hvilket åbningsareal, der er størst (i dette tilfælde indløbsarealet A_1), og det efterfølgende indeks "A2" betegner hvilket åbningsareal, der holdes konstant (i dette tilfælde udløbsarealet A_2).

Den begåede, relative fejl ved at anvende den tilnærmede løsning er for alle tre størrelser af samme størrelse, dvs. $(1/6) \cdot (C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}/H)$, som blev bestemt i forbindelse med ligning (13.16b).

I tilfælde II med $A_{1,krit} = k_1 h_{1,krit}^2$ fås af ligning (13.13a):

$$C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{k_1 h_{1,krit}^2}{A_2} \right)^2} \quad (13.18a)$$

eller:

$$\frac{1}{2} C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{k_1}{A_2} \right)^2 C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}^5 = H$$

eller:

$$h_{1,krit}^5 + \frac{1}{2k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^2 h_{1,krit} - \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} = 0 \quad (13.18b)$$

Ligningen kan løses iterativt. En tilnærmet løsning kan fås ved følgende omskrivning:

$$h_{1,krit}^5 = \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^2 \left(\frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} - \frac{h_{1,krit}}{2} \right) = \frac{1}{k_m^2} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2H} \right) \quad (13.18c)$$

og heraf, når $C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit} \ll 2H$:

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{10H} \right) \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \quad (13.18d)$$

og videre, når $k_m = 2/3$ og $C_{k,1}^{1/10} \cong 1,0$:

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^{2/5} H^{1/5} \quad (13.18e)$$

Her begås en relativ fejl af størrelsen $0,1(C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}/H) \cong 0,1(h_{1,krit}/H)$. Videre fås følgende, tilnærmede, kritiske indløbsareal og kritiske åbningsarealforhold:

$$A_{1,krit} = k_1 h_{1,krit}^2 \cong k_1 \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^{4/5} \frac{H^{2/5}}{C_{k,1}^{1/5}} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} (k_1 H^2)^{1/5} \quad (13.19)$$

$$n_{krit} = n_{krit,A1,A2} = \frac{A_{1,krit}}{A_2} = \frac{1}{A_2} \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \frac{(k_1 H^2)^{1/5}}{C_{k,1}^{1/5}} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \left(\frac{k_1 H^2}{A_2} \right)^{1/5} \quad (13.20)$$

På disse to størrelser er den relative fejl i størrelsen $0,2(h_{1,krit}/H)$, da $h_{1,krit}$ indgår i 2. potens.

13.5.5.1 Forenklet grænsesituation

Der fås en forenklet grænsesituation ved at antage ensformede hastighedsprofiler i begge åbninger. Idet $h_{1,k,krit} = 2H_{1,krit}$ og idet neutralplansplaceringen kan bestemmes af ligning (12.32) fås følgende ligning til bestemmelse af den kritiske tværsnithøjde, hvor der med et ekstra indeks "ens" markeres, at der regnes med ensformet hastighedsprofil over begge åbninger:

$$h_{1,k,krit,ens} = 2 \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_{1,krit,ens}}{C_{d,2} A_2} \right)^2} \cong \frac{2H}{1 + \left(K_{\rho C} \frac{A_{1,krit,ens}}{A_2} \right)^2} \quad (13.21)$$

hvor $K_{\rho C}$ uændret er bestemt af ligning (13.13b). Der betragtes de to tilfælde I og II, hvor åbningsbredden b_1 enten holdes konstant eller varierer proportionalt med åbningshøjden.

I tilfælde I fås af ligning (13.21) med $A_{1,krit,ens} = b_1 h_{1,krit,ens}$ og med $h_{1,k,krit} = C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}$ følgende ligning til bestemmelse af $h_{1,krit,ens}$:

$$C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit,ens} + C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit,ens} \left(K_{\rho C} \frac{b_1 h_{1,krit,ens}}{A_2} \right)^2 = 2H \quad (13.22)$$

eller:

$$h_{1,krit,ens}^3 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \frac{A_2}{b_1} \right)^2 h_{1,krit,ens} - 2 \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \frac{A_2}{b_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} = 0 \quad (13.23)$$

Heraf fås tilnærmet, når 1. grads leddet udelades (idet $h_{1,k,krit} \ll H/C_{k,1}$):

$$h_{1,krit,ens} \cong 2^{1/3} \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \frac{A_2}{b_1} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,1}^{1/6}} \quad (13.24)$$

Sammenholdes denne højde med den tilnærmede, kritiske åbningshøjde, der fås med parabolisk hastighedsprofil i indløbet udtrykt ved ligning (13.16b) med $k_m = 2/3$, fås følgende forhold mellem de to størrelser, når det antages, at $K_{\rho C,par} \cong K_{\rho C,ens}$:

$$\frac{h_{1,krit,ens}}{h_{1,krit,par}} \cong \frac{2^{1/3}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{2/3}} \left(\frac{K_{\rho C,par}}{K_{\rho C,ens}} \right)^{2/3} \cong 0,96 \quad (13.25)$$

Forskellen i volumenstrømmene med henholdsvis ensformet og parabolisk hastighedsprofil i indløbet kan fås ved at sammenholde volumenstrømmene i udløbet, der bestemmes af ligning (13.14b) uanset hastighedsprofilen i indløbet. Der fås:

$$\begin{aligned} \frac{q_{V,2,ens}}{q_{V,2,par}} &= \left(\frac{H - \frac{h_{1,krit,ens}}{2}}{H - \frac{h_{1,krit,par}}{2}} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 - \frac{h_{1,krit,ens}}{2H}}{1 - \frac{h_{1,krit,par}}{2H}} \right)^{1/2} \cong \frac{1 - \frac{h_{1,krit,ens}}{4H}}{1 - \frac{h_{1,krit,par}}{4H}} \\ &\cong \left(1 - \frac{h_{1,krit,ens}}{4H} \right) \cdot \left(1 + \frac{h_{1,krit,par}}{4H} \right) \\ &= 1 - \frac{h_{1,krit,ens}}{4H} \cdot \frac{h_{1,krit,par}}{4H} + \frac{1}{4H} (h_{1,krit,par} - h_{1,krit,ens}) \end{aligned} \quad (13.26)$$

og videre ved brug af ligning (13.24):

$$\frac{q_{V,2,ens}}{q_{V,2,par}} \cong 1 - \frac{0,96 h_{1,krit,par}^2}{16H^2} + \frac{0,04 h_{1,krit,par}}{4H} \quad (13.27)$$

Med eksempelvis $h_{1,krit,par} \approx (1/5)H$ fås:

$$\frac{q_{V,2,ens}}{q_{V,2,par}} \approx 1 - 0,96 \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{25} + \frac{1}{500} = 1 - 4 \cdot 10^{-4} \quad (13.28)$$

dvs. en forskel på ca. 0,04 %.

I tilfælde II fås af ligning (13.21) med $A_{1,krit,ens} = k_1 h_{1,krit,ens}^2$ følgende ligning til bestemmelse af $h_{1,krit,ens}$, jf. ligning (13.22)

$$C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit,ens} + C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit,ens} \left(K_{\rho C} \frac{k_1 h_{1,krit,ens}^2}{A_2} \right)^2 = 2H$$

eller

$$h_{1,krit,ens}^5 + \left(\frac{1}{K_{\rho C,ens}} \frac{A_2}{k_1} \right)^2 h_{1,krit,ens}^2 - 2 \left(\frac{1}{K_{\rho C,ens}} \frac{A_2}{k_1} \right)^2 \frac{H}{C_{k,1}^{1/2}} \cong 0 \quad (13.29)$$

hvilket fører til følgende tilnærmede løsning, når 1. grads leddet udelades:

$$h_{1,krit,ens} \cong 2^{1/5} \left(\frac{1}{K_{\rho C,ens}} \frac{A_2}{k_1} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \quad (13.30)$$

I dette tilfælde fås følgende forhold mellem de to åbningshøjder med henholdsvis ensformet og parabolisk hastighedsprofil i indløbet med sidstnævnte åbningshøjde bestemt af ligning (13.18e), og når det antages at $K_{\rho C,par} \cong K_{\rho C,ens}$:

$$\frac{h_{1,krit,ens}}{h_{1,krit,par}} \cong \frac{2^{1/5}}{\left(\frac{3}{2} \right)^{2/5}} \cdot \left(\frac{K_{\rho C,par}}{K_{\rho C,ens}} \right)^{2/5} \cong 0,98 \quad (13.31)$$

Forholdet mellem de to volumenstrømme bliver af samme størrelsesorden som for tilfælde I

Med $C_{d,1,ens} \cong C_{d,2,par}$ og $K_{\rho C,ens} \cong K_{\rho C,par}$ fås således meget nær ens volumenstrømme, uanset om der regnes med parabolisk eller med ensformet hastighedsprofil i indløbet, og den kritiske åbningshøjde med ensartet hastighedsprofil bliver ca. 4 % mindre i tilfælde I og ca. 2% mindre i tilfælde II end med parabolisk hastighedsprofil.

Eksempel

Der betragtes et rum med to kvadratiske, ensformede, lodretstående åbninger, og hvor bredde og højde er proportionale svarende til tilfælde II i afsnit 13.5.5 dvs. at $K_{\rho C} = 1,0$ og $k_1 = 1,0$. Der regnes med, at indløbet er størst. Desuden er $H = 3$ m, og udløbsarealet holdes konstant og er $A_2 = 0,2$ m². Indløbsåbningernes kritiske højde ønskes bestemt.

Ved iterativ løsning af ligning (13.18b) fås $h_{1,krit} = 0,760$ m. En tilnærmet løsning kan fås af ligning (13.18e), idet betingelsen at $0,5 h_{1,krit} \ll H$ kan betragtes som opfyldt, og der fås $h_{1,krit} =$

0,770 m. Denne løsnings afvigelse fra den iterativt fundne svarer til fejlen anført i tilknytning til ligning (13.18e).

I den forenkede grænsesituation med ensformet hastighedsprofil i indløbet fås $h_{1,krit} = 0,732$ m ved iterativ løsning af ligning (13.29). Af den tilnærmede løsning udtrykt ved ligning (13.30) fås $h_{1,krit} \cong 0,752$ m i god overensstemmelse med at denne højde iflg. ligning (13.31) skal være ca. 2 % mindre end den tilnærmede højde på 0,770 m fundet ved hjælp af ligning (13.18e) med parabolisk hastighedsprofil i indløbet.

Situationen ved den iterative løsning af ligning (13.29) svarer til den, der haves ved bestemmelsen af H_1 af ligning (12.32) med kendte åbningsarealer. Med $A_2 = 0,20 \text{ m}^2$ og $A_1 = 0,732^2 = 0,536 \text{ m}^2$ fås:

$$H_1 = \frac{3,0}{1 + \left(\frac{0,536}{0,20}\right)^2} = 0,367 \text{ m}$$

svarende til $h_{1,krit} = 2H_1 = 0,734$ m. Det ses, at med ensformet hastighedsprofil i indløbet fås i dette tilfælde en kritisk højde, der er ca. 4 % mindre end med det mere korrekte, paraboliske profil, og fejlen er på den sikre side.

13.5.6 Grænseforhold ved størst indløb, cirkulært indløbsareal og med fastholdt udløb

Med cirkulært indløb er $A_{1,krit} = (\pi/4)d_{1,krit}^2$ og $h_{1,krit} = d_{1,krit}$. Desuden antages, at $d_{k,1} = C_{k,1}^{1/2} d_1$. Dette indsat i ligning (13.13a) fører til:

$$C_{k,1}^{1/2} d_{1,krit} \cong \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \left(K_{\rho C} \frac{\pi}{4} \frac{d_{1,krit}^2}{A_2} \right)^2} \quad (13.32)$$

hvilket er analogt til ligning (13.18a) for det rektangulære indløbs tilfælde II på nær proportionalitetsfaktoren k_1 , der er erstattet af $\pi/4$. Med $k_m = 0,68$ fås følgende tilnærmede løsning for $d_{1,krit}$, jf. ligning (13.18d):

$$d_{1,krit} \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{\pi/4} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} d_{1,krit}}{10H} \right) \quad (13.33)$$

$$\cong \left(\frac{1}{0,68} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{\pi/4} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \cong 1,28 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \approx 1,28 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{2/5} H^{1/5}$$

Der begås en relativ fejl af størrelsen $0,1(C_{k,1}^{1/2} d_{1,krit}/H)$. Der fås endvidere følgende, tilnærmede, kritiske indløbsareal og åbningsarealforhold:

$$A_{1,krit} = \frac{\pi}{4} d_{1,krit}^2 \cong \frac{\pi}{4} 1,28^2 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \frac{H^{2/5}}{C_{k,1}^{1/5}} = 1,30 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \frac{H^{2/5}}{C_{k,1}^{1/5}} \cong 1,30 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} H^{2/5} \quad (13.34)$$

$$n_{krit} = n_{krit,A1,A2} \cong \left(\frac{A_{1,krit}}{A_2} \right) = 1,30 \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \left(\frac{H^2}{A_2} \right)^{1/5} \frac{1}{C_{k,1}^{1/5}} \cong 1,30 \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{4/5} \left(\frac{H^2}{A_2} \right)^{1/5} \quad (13.35)$$

Den relative fejl på disse to størrelser er af størrelsen $0,2(C_{k,1}^{1/2} d_{1,krit}/H)$, da $d_{1,krit}$ indgår i 2. potens.

13.5.7 Grænseforhold ved størst indløb og med fastholdt indløbsareal

I dette tilfælde holdes indløbets kontraherede tværsnitareal $A_{1,k}$ og dermed også tværsnitshøjden $h_{1,k}$ konstant, medens udløbstværsnitsarealet $A_{2,k}$ gøres så meget mindre end indløbstværsnittet, at neutralplanet på ny kommer til at ligge i højde med indløbstværsnittets overkant. Neutralplansplaceringen i grænsesituationen er da fastlagt på forhånd med $H_{1,krit} = h_{1,k}/2$, og massebalanceligningen til bestemmelse af det kritiske udløbsareal kan fås af ligning (13.10) med $h_{1,k,krit} = h_{1,k}$, $H_{2,krit} = H - h_{1,k}/2$ og $A_{2,k} = A_{2,k,krit}$. den får da formen:

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k}}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k} = \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{1,k}}{2} \right)}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k,krit} \quad (13.36a)$$

hvor $A_{2,k,krit}$ er eneste ubekendte, for hvilken der fås:

$$A_{2,k,krit} = k_m \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \frac{C_{v,1} A_{1,k}}{C_{v,2}} \left(\frac{h_{1,k}}{H - \frac{h_{1,k}}{2}} \right)^{1/2} \quad (13.36b)$$

og heraf fås videre:

$$\begin{aligned}
A_{2,krit} &= \frac{A_{2,k,krit}}{C_{k,2}} = k_m \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \frac{C_{v,1} C_{k,1} A_1}{C_{v,2} C_{k,2}} \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{2}} \right)^{1/2} A_1 \\
&= k_m \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{2H}} \right)^{1/2} \\
&= k_m K_{\rho C} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{2H} \right)^{-1/2} \\
&\cong k_m K_{\rho C} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{4H} \right)
\end{aligned} \tag{13.37a}$$

hvor $K_{\rho C}$ uændret bestemmes af ligning (13.13b). For $C_{k,1}^{1/2} h_1 \ll 4H$ fås endelig:

$$A_{2,krit} \cong k_m K_{\rho C} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H} \right)^{1/2} \tag{13.37b}$$

og

$$\begin{aligned}
n_{krit} = n_{krit,A1,A1} &= \frac{A_1}{A_{2,krit}} = \frac{1}{k_m K_{\rho C}} \left(\frac{H}{C_{k,1}^{1/2} h_1} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{2H} \right)^{1/2} \\
&\cong \frac{1}{k_m K_{\rho C}} \left(\frac{H}{C_{k,1}^{1/2} h_1} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{4H} \right) \approx \frac{1}{k_m K_{\rho C}} \left(\frac{H}{C_{k,1}^{1/2} h_1} \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{13.37c}$$

med en relativ fejl af størrelsen $(1/4)(C_{k,1}^{1/2} h_1/H)$ for begge størrelser.

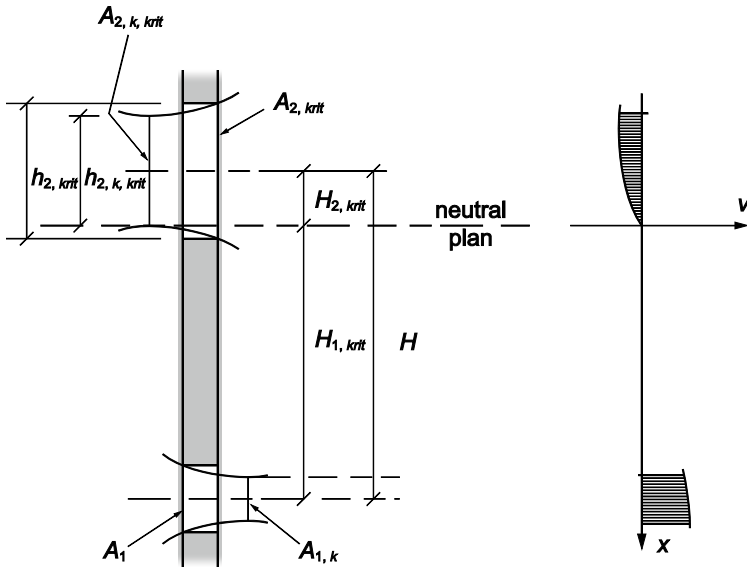
13.5.8 Grænseforhold med størst udløb

Med størst udløb kommer neutralplanet i grænsesituationen til at ligge i højde med det kontraherede udløbstværsnits underkant som vist på figur 13.8.

Med vilkårlig udløbsform og med konstant holdt indløbsareal bliver $A_{2,k} = A_{2,k,krit}$ det søgte, kritiske udløbstværsnitsareal, der ikke må overskrides, hvis to-vejs strømning i udløbet skal undgås, og der fås følgende massebalanceligning, jf. ligning (13.11):

$$\rho_i C_{v,2} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{2,k,krit}}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k,krit} = \rho_u C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{2,k,krit}}{2} \right)}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k} \quad (13.38)$$

hvor k_m uændret er konstanten bestemt af den største åbnings form jf. ligning (13,7). Ved kvadre-



Figur 13.8 Grænsesituationen, når udløbsarealet er størst

ring og efterfølgende division med $2\Delta\rho g$ fås følgende ligning til bestemmelse af $h_{2,k,krit}$, jf. ligning (13.13a):

$$h_{2,k,krit} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \left(K_{\rho C,2} \frac{A_{2,krit}}{A_1} \right)^2} \quad (13.39a)$$

hvor:

$$K_{\rho C,2} = \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{1/2} \frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} = \left(\frac{T_u}{T_i} \right)^{1/2} \frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} = \frac{1}{K_{\rho C}} \quad (13.39b)$$

hvor igen $K_{\rho C}$ er bestemt af ligning (13.13b).

Det fundne udtryk for $h_{2,k,krit}$ er analogt til ligning (13.13a) for $h_{1,k,krit}$ på nær relevante indeksombytninger. De kritiske åbningsdimensioner kan bestemmes af ligning (13.38), når sammenhængen mellem åbningshøjde og -areal kendes. Der fås udtryk analoge til i udtrykkene gældende for størst indløb, og de kan fås af disse ved indeksombytninger herunder ændring af $K_{\rho C}$ til $K_{\rho C,2}$ bestemt af ligning (13.39b).

Med rektangulært udløb og med konstant holdt indløb fås i tilfælde I, dvs. med $A_{2,krit} = b_2 h_{2,krit}$, følgende tilnærmede udtryk, jf. ligningerne (13.16b) og (13.17f):

$$h_{2,krit} \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C,2}} \cdot \frac{A_1}{b_2} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,2}^{1/6}} \left(1 - \frac{C_{k,2}^{1/2} h_{2,krit}}{6H} \right) \cong \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C,2}} \cdot \frac{A_1}{b_2} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,2}^{1/6}} \quad (13.40a)$$

og:

$$A_{2,krit} = b_2 h_{2,krit} \cong b_2 \left(\frac{1}{k_m} \cdot \frac{1}{K_{\rho C,2}} \cdot \frac{A_1}{b_2} \right)^{2/3} \frac{H^{1/3}}{C_{k,2}^{1/6}} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_1}{K_{\rho C,2}} \right)^{2/3} \frac{(b_2 H)^{1/3}}{C_{k,2}^{1/6}} \quad (13.40b)$$

medens der for det kritiske åbningsarealforhold som følge af uændret definition fås:

$$n_{krit} = n_{krit,A2,A1} = \frac{A_1}{A_{2,krit}} = \frac{A_1}{\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_1}{K_{\rho C,2}} \right)^{2/3} \frac{(b_2 H)^{1/3}}{C_{k,2}^{1/6}}} = \left(\frac{2}{3} K_{\rho C,2} \right)^{2/3} \left(\frac{A_1}{b_2 H} \right)^{1/3} C_{k,2}^{1/6} \quad (13.40c)$$

med en relativ fejl i størrelsen $(1/6)(C_{k,2}^{1/2} h_{2,krit}/H)$ for alle tre størrelser.

I tilfælde II, dvs. med $A_{2,krit} = k_2 h_{2,krit}^2$, fås følgende tilnærmede udtryk, jf. ligningerne (13.18d) og (13.19):

$$h_{2,krit} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C,2}} \cdot \frac{A_1}{k_2} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,2}^{1/10}} \quad (13.40d)$$

$$A_{2,krit} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_1}{K_{\rho C,2}} \right)^{4/5} (k_2 H^2)^{1/5} \frac{1}{C_{k,2}^{1/5}} \quad (13.40e)$$

medens der for det kritiske åbningsarealforhold fås:

$$n_{krit} = n_{krit,A2,A1} = \frac{A_1}{A_{2,krit}} \cong \left(\frac{2}{3} K_{\rho C,2} \right)^{4/5} \left(\frac{A_1}{k_2 H^2} \right)^{1/5} C_{k,2}^{1/5} \quad (13.40f)$$

Der begås en relativ fejl i størrelsen $0,1(C_{k,2}^{1/2} h_{2,krit}/H)$ for $h_{2,krit}$ og det dobbelte for $A_{2,krit}$ og n_{krit} , da $h_{2,krit}$ indgår heri i 2. potens

Med cirkulært udløb og konstant holdt indløb fås følgende tilnærmede udtryk, jf. ligningerne (13.33) og (13.34):

$$d_{2,krit} \cong 1,28 \left(\frac{A_1}{K_{\rho C,2}} \right)^{2/5} \frac{H^{1/5}}{C_{k,1}^{1/10}} \quad (13.41a)$$

$$A_{2,krit} \cong 1,30 \left(\frac{A_2}{K_{\rho C,2}} \right)^{4/5} \frac{H^{2/5}}{C_{k,2}^{1/5}} \quad (13.41b)$$

medens der for det kritiske arealforhold fås:

$$n_{krit} = n_{krit,A2,A1} \cong \frac{A_1}{A_{2,krit}} = 0,77K_{\rho C,2}^{4/5} \left(\frac{A_1}{H^2} \right)^{1/5} C_{k,2}^{1/5} \quad (13.41c)$$

Der begås en relative fejl i størrelsen $0,1(C_{k,1}^{1/2} d_{2,krit}/H)$ for $d_{2,krit}$ og det dobbelte for $A_{2,krit}$ og n_{krit} da $d_{2,krit}$ indgår heri i 2. potens.

Med konstant holdt udløbsareal, hvor indløbstværsnitsarealet $A_{1,k}$ gøres mindre indtil neutralplanet ligger i højde med det kontraherede udløbstværsnits underkant, bliver $A_{1,k} = A_{1,k,krit}$ det søgte, kritiske indløbstværsnitsareal, og der fås da følgende massebalanceligning, jf. ligning (13.36a):

$$\rho_i C_{v,2} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{2,k}}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k} = \rho_u C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{2,k}}{2} \right)}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k,krit} \quad (13.42a)$$

Ligningen fører til følgende kritiske indløbsareal $A_{1,krit}$, jf. ligning (13.37a):

$$A_{1,krit} = \frac{A_{1,k,krit}}{C_{k,1}} \cong k_m K_{\rho C,2} A_2 \left(\frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{H} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{2H} \right)^{-1/2} \quad (13.42b)$$

$$\cong k_m K_{\rho C,2} A_2 \left(\frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{H} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{4H} \right) \cong k_m K_{\rho C,2} A_2 \left(\frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{H} \right)^{1/2}$$

medens der for det kritiske arealforhold fås:

$$n_{krit} = n_{krit,A2,A2} = \frac{A_{1,krit}}{A_2} \cong k_m K_{\rho C,2} \left(\frac{C_{k,2}^{1/2} h_2}{H} \right)^{1/2} \quad (13.42c)$$

For begge størrelser begås en relativ fejl i størrelsen $(1/4)(C_{k,2}^{1/2} h_2/H)$.

13.5.9 Grænseforhold ved åbningsregulering

Regulering af en åbning kan som nævnt i afsnit 13.5.2 influere på åbningsafstandene. Betragtes eksempelvis situationen med størst indløb og fastholdt indløbsareal, medens udløbsarealet reguleres som vist på figur 13.7, er det kritiske udløbsareal $A_{2,krit}$ den ubekendte. Dette areal kan bestemmes af ligning (13.37a) med $H = H_{reg}$, og der fås:

$$A_{2,krit} \cong k_m K_{\rho C} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H_{reg}} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{4H_{reg}} \right) \approx k_m K_{\rho C} A_1 \left(\frac{C_{k,1}^{1/2} h_1}{H_{reg}} \right)^{1/2} \quad (13.43)$$

hvor H_{reg} er bestemt af ligning (13.9a) for bundplaceret skydespjæld og af ligning (13.9b) for topplaceret skydespjæld.

13.6 Grænseforhold for skråtstillede og vandrette åbninger

For rum, hvor største åbning er skråtstillet med en åbningsnormal, der danner vinklen θ med vandret, fås $v_{1,teo,maks}$ i ligning (13.7a) af ligning (13.3b) med $x = h_{1,k,krit} \cos \theta$. Massebalanceligningen til bestemmelse af grænsesituationen får da følgende form, når indløbet er størst, jf. ligning (13.12a):

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit} \cos \theta}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k,krit} = \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{1,k,krit} \cos \theta}{2} \right)}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k} \quad (13.44)$$

og heraf fås følgende ligning til bestemmelse af $h_{1,k,krit}$, jf. ligning (13.12d):

$$h_{1,k,krit} \cos \theta = \frac{\rho_i C_{v,2}^2 A_2^2 H}{k_m^2 \rho_u C_{v,1}^2 A_{1,k,krit}^2 + \frac{1}{2} \rho_i C_{v,2}^2 A_2^2} = \frac{H}{\frac{1}{2} + k_m^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1} A_{1,k,krit}}{C_{v,2} A_{2,k}} \right)^2}$$

eller

$$h_{1,k,krit} = \frac{\frac{H}{\cos \theta}}{\frac{1}{2} + k_m^2 \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{v,1} A_{1,k,krit}}{C_{v,2} A_{2,k}} \right)^2} \quad (13.45)$$

Idet åbningshældningen ikke influerer på de i ligningen indgående åbningsarealer, vil $\cos \theta$ kun indgå sammen med H , således at de kritiske åbningsdimensioner fås af udtrykkene for lodretstillede åbninger ved at erstatte H med $H/\cos \theta$, også når udløbet er størst. Der fås eksempelvis følgende tilnærmede, kritiske indløbsåbningshøjde, når indløbet er størst og rektangulært med $A_{1,krit} = k_1 h_{1,krit}^2$, jf. ligning (13.18e):

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{A_2}{k_1} \right)^{2/5} \left(\frac{H}{\cos \theta} \right)^{1/5} \quad (13.46)$$

For rum, hvor største åbning er vandret, vil neutralplanet ikke kunne skære største åbning, og derfor bliver der ikke tale om kritiske åbningsdimensioner i disse tilfælde.

13.7 Grænseforhold og volumenstrømme

Med rektangulære åbninger fås i grænsesituationen meget nær samme volumenstrøm i den største åbning, uanset om der i åbningen regnes med parabolisk eller ensformet hastighedsprofil, jf. ligning (13.28). Dette skyldes, som det fremgår af udledelsen af ligning (13.28), at volumenstrømmen i mindste åbning, som er lig med største åbnings volumenstrøm på nær massefyldeforholdet ρ_u/ρ_i ,

bestemmes af en hastighed med ensformet hastighedsprofil, og som igen er bestemt af åbningsafstanden $H_j = H - h_{krit}/2$ mellem åbningsmidten og neutralplanet og hvor h_{krit} er største åbnings kritiske åbningshøjde. Denne højde ændrer sig med rektangulære åbninger meget lidt ved en ændring af største åbnings hastighedsprofil fra parabolisk til rektangulært, som det fremgår af ligningerne (13.25) og (13.31), således at H_j og dermed også mindste åbnings volumenstrøm holder sig meget nær konstant. Det samme vil være tilfældet, når største åbning har en mere vilkårlig form. Sammenfattende vil der derfor gælde, at strømningsmodellen udledt i kapitel 12 gældende for ensformede hastighedsprofiler i begge åbninger med meget god tilnærmelse vil gælde uanset åbningsform, så længe neutralplanet ikke skærer en af åbningsfladerne.

13.8 Kritiske åbningsarealforholdsintervaller

Når indløbet er største åbning er åbningsarealforholdet $n > 1,0$, og er indløbet samtidigt vandretliggende, fås et uendeligt stort, kritiske åbningsarealarealforhold n_{krit} , da neutralplanet ikke kan skære indløbsfladen. Er indløbet lodret- eller skråtstillet kan to-vejsstrømning i indløbet undgås, når:

$$n \leq n_{krit} = \frac{A_{1,krit}}{A_2} = n_{krit,A1,A2} \quad \text{for konstant holdt udløbsareal} \quad (13.47)$$

$$n \leq n_{krit} = \frac{A_1}{A_{2,krit}} = n_{krit,A1,A1} \quad \text{for konstant holdt indløbsareal}$$

hvor $n_{krit,A1,A2}$ er afhængig af åbningsformen, som det fremgår af afsnittene 13.7 og 13.8, medens $n_{krit,A1,A1}$ kan bestemmes af ligning (13.37c).

Når udløbet er største åbning, dvs. når $n < 1,0$, og er udløbet samtidigt vandretliggende, er $n_{krit} > 0$. Arealforholdet $n = 0$ falder uden for definitionsområdet, da det forudsætter $A_1 = 0$. Er udløbet lodret- eller skråtstillet kan to-vejs strømning i udløbet undgås, når:

$$n \geq n_{krit} = \frac{A_1}{A_{2,krit}} = n_{krit,A2,A1} \quad \text{for konstant holdt indløbsareal} \quad (13.48)$$

$$n \geq n_{krit} = \frac{A_{1,krit}}{A_2} = n_{krit,A2,A2} \quad \text{for konstant holdt udløbsareal}$$

Sammenfattende fås, at to-vejs strømning undgås, når åbningsarealforholdet ligger inden for følgende intervaller i afhængighed af, hvilken åbning, der er størst, af største åbnings orientering og af hvilket åbningsareal, der holdes konstant:

- indløb størst, vandret: $1,0 < n < \infty$
- indløb størst, lodret eller skråtstillet, udløbsarealet holdt konstant : $1,0 < n \leq n_{krit,A1,A2}$
- indløb størst, lodret eller skråtstillet, indløbsarealet holdt konstant : $1,0 < n \leq n_{krit,A1,A1}$
- udløb størst, vandret: $0 < n < 1,0$
- udløb størst, lodret eller skråtstillet, udløbsarealet holdt konstant: $n_{krit,A2,A2} \leq n < 1,0$
- udløb størst, lodret eller skråtstillet, indløbsarealet holdt konstant: $n_{krit,A2,A1} \leq n < 1,0$

Intervallerne er uafhængige af, om temperaturdifferensen eller nettovarmestrømmen er den termiske variable, da grænseværdierne er bestemt alene af de åbningsmæssige forhold.

13.9 Kapitelsammenfatning

De ligningsudtryk, der danner den i kapitel 12 opstillede strømningssmodel gælder med god tilnær-melse under praktiske forhold svarende til, at der kan regnes med ensformede hastighedsprofiler i de to åbninger, når neutralplanet ikke skærer største åbningsflade.

Neutralplanets placering er bestemt af åbningsarealforholdet, dvs. forholdet mellem ind- og udløbets åbningsarealer, og denne størrelse anvendes til bestemmelse af de grænser og dermed de intervaller, inden for hvilke strømningssmodellen er gyldig. De kritiske grænseværdier fås af massebalanceligningen, hvis form er bestemt af, hvilket åbningsareal der er størst, hvilket der holdes konstant, største åbningsflades geometriske form, åbningsfladenormalernes orientering og åbningernes kontraktions- og udstømningskoefficienter. Endelig indgår en eventuel åbningsregulering i massebalanceligningen i det omfang reguleringens udformning influerer på åbningsafstanden. Massebalanceligningen kan løses enten analytisk eller iterativt. Der er desuden udledt brugbare, tilnærmede udtryk for de til grænsesituationerne svarende kritiske dimensioner med angivelse af den fejl, der begås ved anvendelsen af udtrykkene. Endelig er anført de kritiske intervaller for åbningsarealforholder, inden for hvilke modellen er gyldig under forskellige åbningsforhold.

Modellens gyldighedsområde er uafhængigt af:

- åbningernes indbyrdes, vandrette placering,
- om åbningerne er anbragt i samme eller i to forskellige bygningsflader,
- åbningsfladenormalernes orientering,
- rummets rumlige udformning og dets indretning.

De betydende bygningsmæssige størrelser for strømningssmodellen er åbningsarealernes størrelse, størrelsen af forholdet mellem de to åbningsarealer, åbningernes indbyrdes, lodrette afstand samt de til åbningernes udformning svarende koefficienter, der beskriver åbningernes friktions- og kontraktionsforhold.

13.10 Kapitellitteratur

Selby S.M. (editor) (1967). *Standard Mathematical Tables*. Cleveland: The Chemical Rubber Co. (CRC)

14 Simple strømningensmodels volumenstrøms- og åbningsarealforhold

I dette kapitel behandles sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealer af betydning for dimensionering og styring af opdriftventilation. Volumenstrømmene analyseres i afhængighed af hvilket åbningsareal, der er størst, og hvilket, der holdes konstant. Der udledes de åbningsarealforhold, der giver størst volumenstrøm for et givet, samlet åbningsareal samt de sammenhænge mellem ind- og udløbsareal, der kræves for at kunne fastholde en uændret volumenstrøm. Analyserne gennemføres med både temperaturdifferensen og nettovarmestrømmen som termisk variabel.

Sammenhængen mellem volumenstrøm og de termiske og bygningsafhængige variable, herunder åbningsarealerne, er givet ved ligningerne (12.58) og (12.71), når henholdsvis temperaturdifferensen ΔT og nettovarmestrømmen Φ_{net} er de termiske variable.

For at fremme overskueligheden indføres den relative volumenstrøm $q_{V,1,REL}$ og den relative volumenstrømsændring $\Delta q_{V,1,REL}$ defineret ved henholdsvis:

$$q_{V,1,REL} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} \quad (14.1a)$$

og

$$\Delta q_{V,1,REL} = \frac{\Delta q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} = \frac{q_{V,1} - q_{V,1,opt}}{q_{V,1,opt}} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} - 1 = q_{V,1,REL} - 1 \quad (14.1b)$$

hvor $q_{V,1,opt}$ er en referencevolumenstrøm defineret som volumenstrømmen gennem indløbet for $n = 1,0$.

14.1 Volumenstrømsforhold generelt

Den i ligningerne (12.58) og (12.71) indgående neutralplansafstand H_1 bestemmes af ligning (12.61). Indføres heri åbningsarealforholdet $n = A_1/A_2$ og konstanten $K_{\rho C}$ bestemt af ligning (13.13b) fås:

$$H_1 = \frac{H}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \quad (14.2)$$

som igen indført i de to ovennævnte ligninger fører til en volumenstrøm $q_{V,1,\Delta T}$ med temperaturdifferensen ΔT som termisk variabel bestemt af:

$$q_{V,1,\Delta T} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \quad (14.3a)$$

og en volumenstrøm $q_{V,1,\Phi}$ med nettovarmestrømmen Φ_{net} som termisk variabel, og som er bestemt af:

$$q_{V,1,\Phi} = 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} C_{d,1}^{2/3} A_1^{2/3} \left(\frac{1}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/3} \quad (14.3b)$$

Der vil gælde, at $q_{V,1,\Phi} = q_{V,1,\Delta T}$ når samtidig $\Phi_{net} = c_p \rho_u q_{V,1} \Delta T$.

I de to volumenstrømsudtryk vil åbningsafstanden H i et givet tilfælde normalt være nogenlunde konstant, således at det bliver åbningsarealet A_1 og åbningsarealforholdet n , der vil bestemme volumenstrømmen, når enten ΔT eller Φ_{net} er lagt fast.

Volumenstrømmene er, som det ses, hverken proportionale med ind- eller udløbsarealet, da en ændring af fx indløbsarealet A_1 i forhold til udløbsarealet A_2 også ændrer åbningsarealforholdet n . Proportionalitet kan opnås for volumenstrømmen bestemt af ligning (14.3a), hvis udløbsarealet samtidig ændres forholdsvis lige så meget som indløbsarealet, således at n forbliver konstant, medens proportionalitet for volumenstrømmen bestemt af ligning (14.3b) kræver en mere kompliceret sammenhæng mellem ind- og udløbsareal.

Ved regulering af åbningsarealerne holdes almindeligvis det ene åbningsareal konstant og der bestemmes de volumenstrømme, der fås ved at regulere det andet åbningsareal. Der kan op- eller nedreguleres, indtil neutralplanet begynder at skære største åbnings lodrette eller skråtstillede åbningsflade. Ligger åbningsfladen vandret, undgås en skæring, og da vil volumenstrømodtrykkene gælde for $n > 0$, når udløbet er størst, og for $n < \infty$, når indløbet er størst.

Er indløbet største, vandretliggende åbningsflade fås følgende grænseværdier for volumenstrømmen når $n \rightarrow \infty$ svarende til at $A_1 \rightarrow \infty$:

$$q_{V,1,\Delta T,græns} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\frac{1}{(C_{d,1} A_1)^2} + \frac{1}{(C_{d,2} A_2)^2}} \right)_{A_1 \rightarrow \infty}^{1/2} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_2 \quad (14.4a)$$

og

$$q_{V,1,\Phi,græns} = 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} \left(\frac{1}{\frac{1}{(C_{d,1} A_1)^2} + \frac{1}{(C_{d,2} A_2)^2}} \right)_{A_1 \rightarrow \infty}^{1/3} = 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3} \quad (14.4b)$$

Disse grænseværdier er på nær temperaturforholdet $(T_i/T_u)^{1/2}$ identiske med de volumenstrømsudtryk, der gælder for søjlemodellen omtalt i afsnit 2.1 i litteraturstudiet (bind 1). Denne models volumenstrømodtryk svarer til, at indløbsarealet er vandretliggende og uendeligt stort i forhold til udløbsarealet.

Normalt tilstræbes det mindst mulige, samlede åbningsareal, men bygningsmæssige forhold som eksempelvis en øvre grænse for udløbsarealet i toppen af bygningen kan ændre dette ønske. I den sammenhæng har det interesse at få fastlagt, hvilken eller hvilke fordeling(er) af et samlet åbningsareal på ind- og udløbet, der giver størst volumenstrøm, samt hvad konsekvenserne er, hvis der må afviges fra denne optimale fordeling. Desuden har det interesse hvilke sammenhænge, der skal være mellem ind- og udløbsarealerne, for at opretholde en konstant, ønsket volumenstrøm.

For at få belyst ovennævnte sammenhænge i forbindelse med regulering og optimering ses på volumenstrømsforholdene i indløbet, når:

- indløbs- henholdsvis udløbsarealet holdes konstant,
- det samlede åbningsareal holdes konstant,
- ind- og udløbsarealerne varierer i forhold til hinanden, så volumenstrømmen holdes konstant.

14.1.1 Volumenstrøm i afhængighed af samlet åbningsareal

I ligningerne (14.3a) og (14.3b) kan indløbsarealet erstattes af det samlede åbningsareal A_{tot} bestemt af:

$$A_{tot} = A_1 + A_2 = A_1 \left(1 + \frac{A_2}{A_1} \right) = A_1 \left(1 + \frac{1}{n} \right) = A_1 \left(\frac{1+n}{n} \right) \quad (14.5a)$$

hvoraf fås:

$$A_1 = A_{tot} \frac{n}{1+n} \quad (14.5b)$$

som indsat i ligning (14.3a) fører til:

$$\begin{aligned} q_{V,1,\Delta T} &= \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_{tot} \frac{n}{1+n} \left(\frac{1}{1+(K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_{tot} \left[\frac{n^2}{(1+n)^2 [1+(K_{\rho C} n)^2]} \right]^{1/2} = \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_{tot} N^{1/2} \end{aligned} \quad (14.5c)$$

hvor igen:

$$N = \frac{n^2}{(1+n)^2 [1+(K_{\rho C} n)^2]} \quad (14.5d)$$

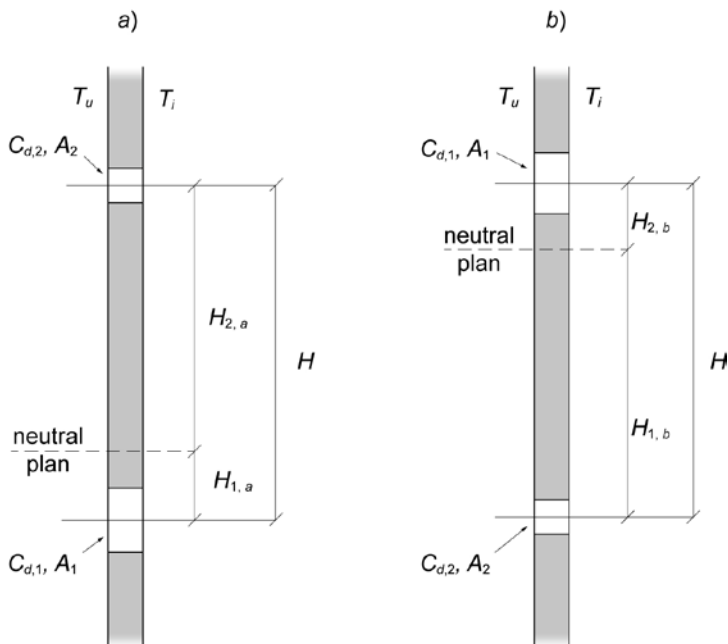
Det ses, at volumenstrømmen er proportional med det samlede åbningsareal A_{tot} , når n og dermed N holdes konstant.

Indsættes ligning (14.5b) i ligning (14.3b) fås:

$$\begin{aligned}
 q_{V,1,\Phi} &= 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} C_{d,1}^{2/3} A_{tot}^{2/3} \left(\frac{n}{1+n} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{1+(K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/3} \\
 &= 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} C_{d,1}^{2/3} A_{tot}^{2/3} \left[\frac{n^2}{(1+n)^2 [1+(K_{\rho C} n)^2]} \right]^{1/3} \\
 &= 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} C_{d,1}^{2/3} A_{tot}^{2/3} N^{1/3}
 \end{aligned}
 \tag{14.6}$$

14.1.2 Reciproke åbningsarealforhold. Reciprocitet

I figur 14.1 er vist to situationerne a) og b), hvor ind- og udløbsarealerne er byttet om, så åbnings-



Figur 14.1 To situationer a) og b) med reciproke åbningsarealforhold.

arealforholdet i situation a) bliver $n_a = A_1/A_2$ og i situation b) bliver $n_b = A_2/A_1$, dvs. det reciproke af n_a . En intuitiv vurdering udsiger, at volumenstrømmen gennem indløbet i de to situationer er ens. Denne vurdering er kun delvis korrekt, idet temperaturforholdet T_i/T_u spiller ind, som det vil fremgå af det følgende.

I situation a) fås af ligningerne (12.58) og (12.61) følgende volumenstrøm gennem indløbsåbningen, når temperaturdifferensen er den termiske variable:

$$(q_{V,1,\Delta T})_a = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{1 + \frac{T_i}{T_u} \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (14.7a)$$

I situation *b*) fås:

$$\begin{aligned} (q_{V,1,\Delta T})_b &= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_2 \left(\frac{1}{1 + \frac{T_i}{T_u} \left(\frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} \cdot \frac{A_2}{A_1} \right)^2} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} \left(\frac{(C_{d,2} A_2)^2 T_u (C_{d,1} A_1)^2}{T_u (C_{d,1} A_1)^2 + T_i (C_{d,2} A_2)^2} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{\frac{T_i}{T_u} + \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{\frac{T_i}{T_u} \left\{ 1 + \frac{T_u}{T_i} \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \cdot \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \right\}} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (14.7b)$$

Det ses, at de to volumenstrømme ikke bliver ens, og dette skyldes temperaturforholdet T_i/T_u 's indflydelse på neutralplanets placering, og dette er igen et resultat af massebalanceligningens opfyldelse. Volumenstrømmen bliver i de to situationer tilnærmelsesvis ens hvis $T_i/T_u \cong 1.0$. Fejlen ved at antage $T_i/T_u = 1,0$ er mindre end 5 % med $T_i \sim 292$ K, med 265 K $< T_u < 290$ K og med $0,3 < C_{d,1}/C_{d,2} < 3,0$. Det ses også, at der i leddet efter lighedstegnet indgår den reciproke størrelse $n_b = A_2/A_1 = 1/n_a = 1/n$ og den tilnærmelsesvis reciproke størrelse $(T_i/T_u)^{1/2} (C_{d,2}/C_{d,1}) \cong (K_{\rho C})_b = 1/(K_{\rho C})_a = T_u/T_i)^{1/2} (C_{d,1}/C_{d,2})$, og at lighedstegnet vil gælde, hvis $T_i/T_u = 1,0$.

Med volumenstrømmen udtrykt ved ligning (14.3a) fås med $n_b = 1/n$ og med $T_i/T_u = 1,0$ så $(K_{\rho C})_b = 1/(K_{\rho C})_a = 1/K_{\rho C}$:

$$\begin{aligned}
(q_{V,1,\Delta T})_b &= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_2 \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{1}{n} \right)^2} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_2 \left(\frac{(K_{\rho C} n)^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_2 \frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \cdot \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} = (q_{V,1,\Delta T})_a
\end{aligned} \tag{14.7c}$$

I situation *b*) fås desuden iflg. ligning (14.5c) følgende volumenstrøm i indløbet udtrykt ved det samlede åbningsareal A_{tot} :

$$(q_{V,1,\Delta T})_b = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_{tot} N_b^{1/2} \tag{14.7d}$$

For N_b fås iflg. ligning (14.5d) med $n_b = 1/n$ og med $(K_{\rho C})_b = 1/(K_{\rho C})_a = 1/K_{\rho C}$, idet det antages at $T_i/T_u \cong 1,0$:

$$\begin{aligned}
N_b &= \frac{n_b^2}{(1+n_b)^2 \left(1 + (K_{\rho C,b} n_b)^2 \right)} = \frac{\left(\frac{1}{n} \right)^2}{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^2 \left(1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{1}{n} \right)^2 \right)} \\
&= \frac{\left(\frac{1}{n} \right)^2 n^2 (K_{\rho C} n)^2}{(n+1)^2 \left((K_{\rho C} n)^2 + 1 \right)} = \frac{(K_{\rho C} n)^2}{(1+n)^2 \left(1 + (K_{\rho C} n)^2 \right)} = K_{\rho C}^2 N_a = \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \right)^2 N
\end{aligned} \tag{14.7e}$$

således at der endelig fås:

$$(q_{V,1,\Delta T})_b = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,2} A_{tot} \frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} N^{1/2} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_{tot} N^{1/2} = (q_{V,1,\Delta T})_a \tag{14.7f}$$

dvs. samme volumenstrøm i de to situationer. Samme tilnærmede reciprocitet gælder for den relative volumenstrøm og volumenstrømsændring, idet begge fås af volumenstrømmen ved division med samme referencevolumenstrøm.

Reciprociteten betyder, at:

- der med god tilnærmelse fås samme volumenstrøm i indløbet før og efter en ombytning af åbningsarealerne,
- volumenstrømmen med ombyttede åbninger kan fås af samme volumenstrømsudtryk gældende før ombytningen blot den variable n og parameteren $K_{\rho C}$ erstattes af henholdsvis $1/n$ og $1/K_{\rho C}$,
- volumenstrømmene i de to situationer bliver meget nær ens, når $T_i/T_u \cong 1,0$.

14.2 Volumenstrømsforhold med temperaturdifferensen som termisk variabel

Med temperaturdifferensen som termisk variabel fås volumenstrømmen i indløbet af ligning (14.3a) og den angives ved symbolet $q_{V,1}$ (dvs. $q_{V,1} = q_{V,1AT}$). Der reguleres ved at holde et af åbningsarealerne, ud- eller indløbsarealet, konstant og regulerer det andet. I begge tilfælde bestemmes desuden den relative volumenstrøm $q_{V,1,REL}$ og den relative volumenstrømsændring $\Delta q_{V,1,REL}$ med åbningsarealforholdet $n = A_1/A_2$ som den uafhængige variabel.

14.2.1 Volumenstrøm ved konstant udløbsareal

Referencevolumenstrømmen bestemmes ved konstant udløbsareal af ligning (14.3a) med $n = 1,0$. Idet $A_1 = A_2$ for $n = 1,0$ og A_2 konstant, fås:

$$q_{V,1,opt} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_2 \left(\frac{1}{1 + K_{\rho C}^2} \right)^{1/2} \quad (14.8)$$

Den relative volumenstrøm bliver da:

$$q_{V,1,REL} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right) \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} = n \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{\frac{1}{n^2} + K_{\rho C}^2} \right)^{1/2} \quad (14.9)$$

Det ses, at $q_{V,1,REL} \rightarrow 0$ for $n \rightarrow 0$, at $q_{V,1,REL} = 1,0$ for $n = 1,0$ og at $q_{V,1,REL} \rightarrow (1 + K_{\rho C}^2)^{1/2}/K_{\rho C}$ for $n \rightarrow \infty$. For differentialkvotienten fås:

$$\begin{aligned}
\frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{2} \left(\frac{n^2(1+K_{\rho C}^2)}{1+(K_{\rho C}n)^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{(1+(K_{\rho C}n)^2)2n(1+K_{\rho C}^2) - n^2(1+K_{\rho C}^2)2K_{\rho C}n}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^2} \right) \\
&= \frac{1}{2} \frac{(1+(K_{\rho C}n)^2)^{1/2}}{n(1+K_{\rho C}^2)^{1/2}} \cdot \frac{(1+K_{\rho C}^2)[2n(1+(K_{\rho C}n)^2) - 2K_{\rho C}^2n^3]}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^2} \\
&= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+K_{\rho C}^2)^{1/2}(2n+2K_{\rho C}^2n^3-2K_{\rho C}^2n^3)}{n(1+(K_{\rho C}n)^2)^{3/2}} = \frac{(1+K_{\rho C}^2)^{1/2}}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{14.10}$$

og heraf fås, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow (1+K_{\rho C}^2)^{1/2}$ for $n \rightarrow 0$, at $dq_{V,1,REL}/dn = 1/(1+K_{\rho C}^2)$ for $n = 1,0$, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$ og at $dq_{V,1,REL}/dn > 0$ for $0 < n < \infty$.

Den relative volumenstrøm er afbildet i figur 14.2 med $K_{\rho C}$ som parameter. Udløbet er størst for $n < 1,0$ og indløbet er størst for $n > 1,0$, og definitionsområdet er da følgende, jf. afsnit 13.8:

- største åbning er vandretliggende: $0 \leq n < \infty$
- største åbning er lodret eller skråtstillet: $n_{krit,A2,A2} \leq n \leq n_{krit,A1,A2}$

Volumenstrømmen i indløbet kan bestemmes som:

$$q_{V,1} = q_{V,1,REL} \cdot q_{V,1,opt} \tag{14.11a}$$

hvor $q_{V,1,REL}$ fås af figur 14.2 og $q_{V,1,opt}$ af ligning (14.8).

Den relative volumenstrømsændring bliver, jf. ligning (14.1b):

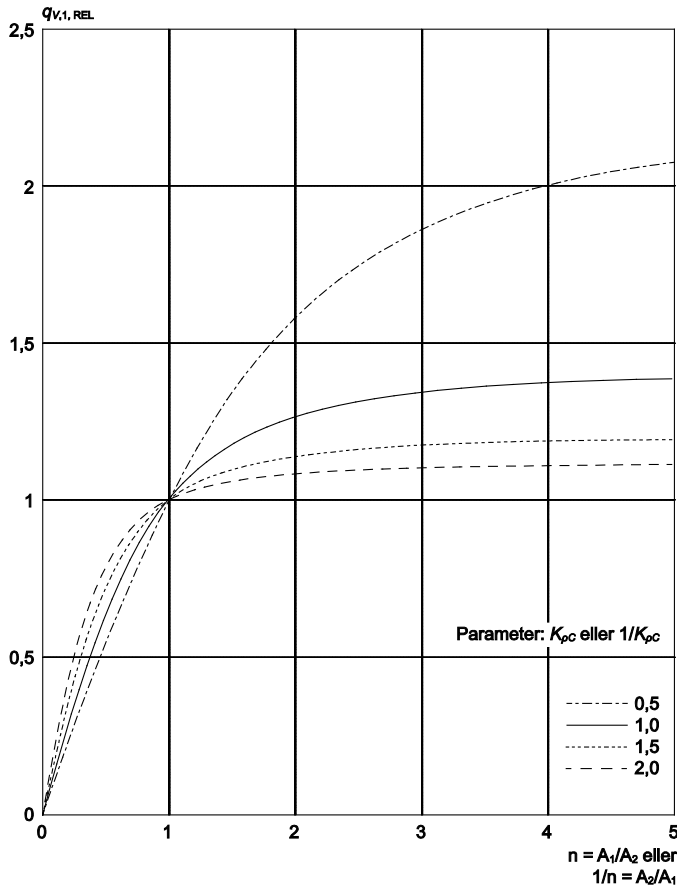
$$\Delta q_{V,1,REL} = \left(\frac{n^2(1+K_{\rho C}^2)}{1+K_{\rho C}^2n^2} \right)^{1/2} - 1 \tag{14.11b}$$

En afbildning af den relative volumenstrømsændring kan fås ved at parallelforskyde n -aksen i figur 14.2 til $(n; q_{V,1,REL}) = (0; 1,0)$. Ændringen i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ fås ved at parallelforskyde koordinatsystemet til $(n; q_{V,1,REL}) = (1,0; 1,0)$. I dette tilfælde fås idet $n \geq 1,0$ kurveforløbene vist i figur 14.3. Med $n > 1,0$ er indløbsarealet størst, og med konstant udløbsareal fås da følgende definitionsområde:

- indløbet er vandretliggende: $1,0 \leq n < \infty$
- indløbet er lodret eller skråtstillet: $1,0 \leq n \leq n_{krit,A1,A2}$

Volumenstrømmen i indløbet kan ved brug af figur 14.3 bestemmes som:

$$q_{V,1} = q_{V,1,opt} (\Delta q_{V,1,REL} + 1) \tag{14.11c}$$



Figur 14.2 Den relative volumenstrøm udtrykt ved ligning (14.9) afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant udløbsareal og af $1/n$ ved konstant indløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$ og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Temperaturforskellen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

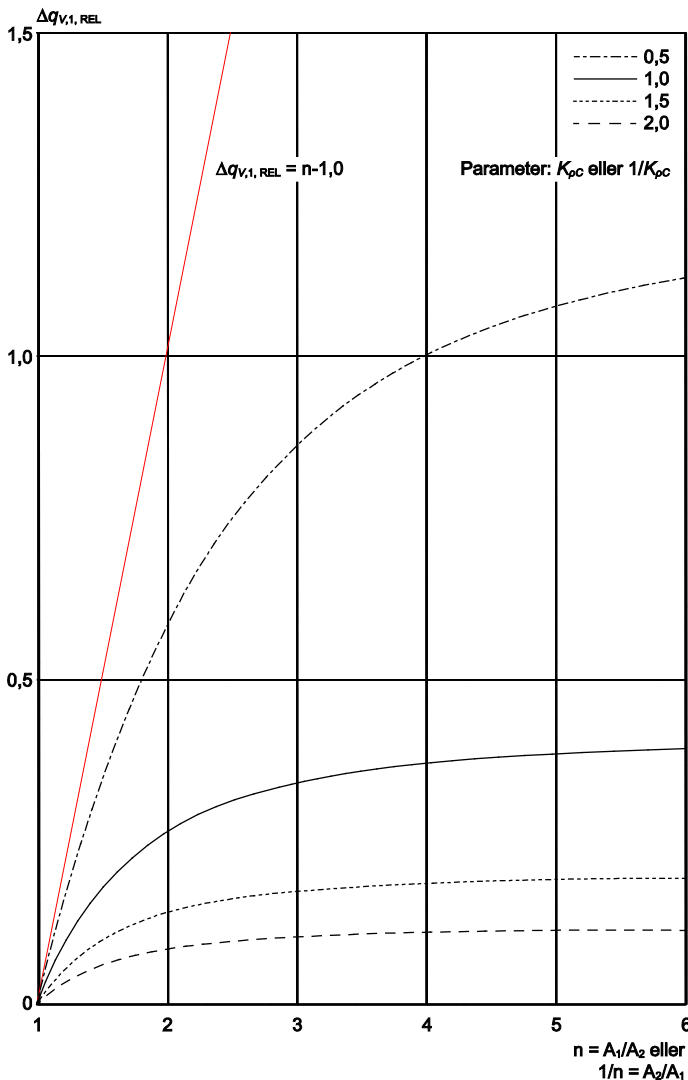
For den relative volumenstrøm og den relative volumenstrømsændring fås, når det antages at $K_{\rho C} = 1,0$:

$$q_{V,1,REL} = \left(\frac{2n^2}{1+n^2} \right)^{1/2} \quad (14.11d)$$

$$\Delta q_{V,1,REL} = \left(\frac{2n^2}{1+n^2} \right)^{1/2} - 1 \quad (14.11e)$$

Randall & Conover (1931) bestemmer for $K_{\rho C} = 1,0$ punkter til optegning af en kurve omtrentlig som den, der er vist i figur 14.3 for $K_{\rho C} = 1,0$ (jf. figur 2.5 i bind 1). Deres kurve går igen hos bl.a. Kreichelt et al. (1976), Hellickson et al. (1983) og ASHRAE (2009). De beregnede kurveværdier afviger med op til 4 % fra dem, der fås af ligning (14.11e), og de forudsætter, at største åbning er vandretliggende.

Af figur 14.3 ses, at med $K_{\rho C} = 1,0$ fås ved en fordobling af indløbsarealet fra $A_1 = A_2$ (dvs. $n = 1,0$) til $A_1 = 2A_2$ (dvs. $n = 2,0$) en volumenstrømsforøgelse på ca. 26 %, og ved en seksdobling fås



Figur 14.3 Den relative volumenstrømsforøgelse i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant udløbsareal og af $1/n$ ved konstant indløbsareal og med henholdsvis med $K_{\rho C}$ og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Temperaturforskellen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

en forøgelse på ca. 39 %. Endvidere fås, at uanset hvor meget indløbsarealet forøges i forhold til udløbsarealet, kommer volumenstrømsforøgelsen ikke over de ca. 41 %, som er grænseværdien for $n \rightarrow \infty$. Den beskedne volumenstrømsforøgelse skyldes, at neutralplanet for stigende n nærmer sig indløbsåbningen, således at trykdifferensen over det fastholdte udløbsareal ikke kan blive større, end svarende til en neutralplansafstand H_2 lig med åbningsafstanden H . Lufthastigheden og hermed volumenstrømmen gennem udløbet kan derfor i forhold til volumenstrømmen for $n = 1,0$, hvor $H_2 = H/2$, højst vokse med en faktor $(H/(H/2))^{1/2} = 2^{1/2} = 1,41$. På figuren er desuden indtegnet den rette linie $\Delta q_{V,1,REL} = n - 1,0$ svarende til en volumenstrøm, der vokser proportionalt med n , dvs. proportionalt med indløbsarealet, når udløbsarealet holdes konstant. Denne proportionalitet forudsætter en voksende nettovarmestrøm, der vokser så stærkt, at den hertil svarende temperaturforskellstigning

kompenserer for, at neutralplansafstanden H_2 højst kan blive H og altså ikke vokser med n^2 , som er nødvendigt for at få en volumenstrøm proportional med n .

14.2.2 Volumenstrøm ved konstant indløbsareal

Referencevolumenstrømmen kan ved konstant indløbsareal bestemmes direkte af ligning (14.3a) med $n = 1,0$. Her er nu $A_1 = A_1$, og der fås:

$$q_{V,1,opt} = \left(\frac{2\Delta T gH}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_1 \left(\frac{1}{1 + K_{\rho C}^2} \right)^{1/2} \quad (14.12)$$

Den relative volumenstrøm bliver da:

$$q_{V,1,REL} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \quad (14.13)$$

Det ses, at $q_{V,1,REL} \rightarrow (1 + K_{\rho C}^2)^{1/2}$ for $n \rightarrow 0$, at $q_{V,1,REL} = 1,0$ for $n = 1,0$ og at $q_{V,1,REL} \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$. For differentialkvotienten fås:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{-(1 + K_{\rho C}^2) 2K_{\rho C} n}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2} \right) \\ &= - \frac{(1 + K_{\rho C}^2)^{1/2} K_{\rho C}^2 n}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^{3/2}} = - \frac{(1 + K_{\rho C}^2)^{1/2} K_{\rho C}^2}{\left(\frac{1}{n^{2/3}} + K_{\rho C}^2 n^{4/3} \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (14.14)$$

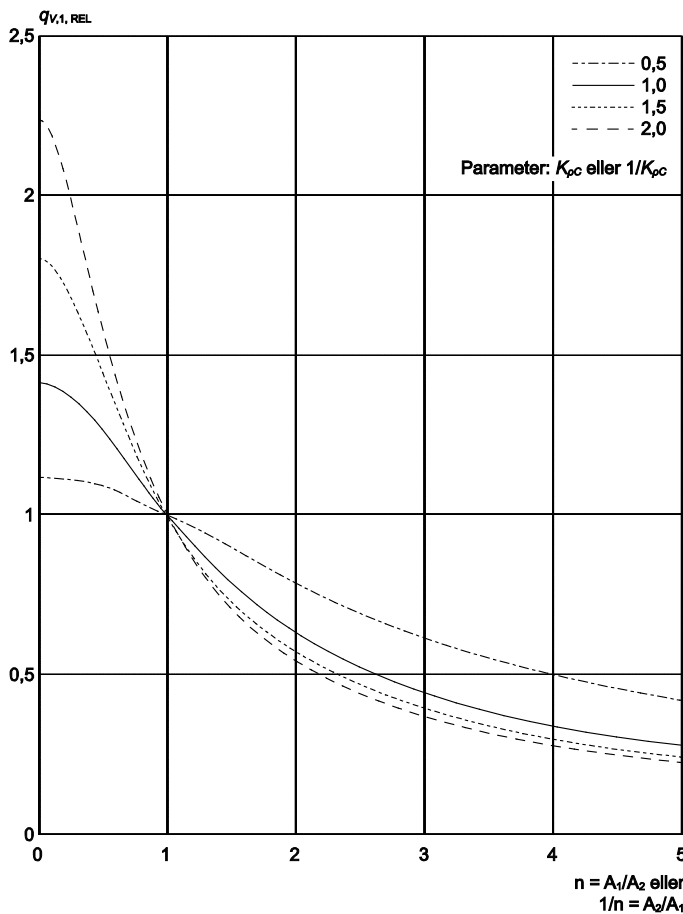
og heraf fås, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow 0$, at $dq_{V,1,REL}/dn = -K_{\rho C}/(1 + K_{\rho C})$ for $n = 1,0$, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$ og at $dq_{V,1,REL}/dn < 0$ for $0 < n < \infty$.

Den relative volumenstrøm er afbildet i figur 14.4 med $K_{\rho C}$ som parameter. Med konstant holdt indløbsareal, hvor udløbet er størst for $n < 1,0$, og indløbet er størst for $n > 1,0$, fås følgende definitionsområde, jf. afsnit 13.8:

- største åbning er vandretliggende: $0 \leq n < \infty$
- største åbning lodret eller skråtstillet: $n_{krit,A2,A1} \leq n \leq n_{krit,A1,A1}$

Den relative volumenstrømsændring bliver:

$$\Delta q_{V,1,REL} = \frac{\Delta q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} - 1 = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} - 1 \quad (14.15)$$



Figur 14.4 Den relative volumenstrøm udtrykt ved ligning (14.13) afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant indløbsareal og af $1/n$ ved konstant udløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$, og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Temperaturforskellen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

En afbildning af den relative volumenstrømsændring udtrykt ved ligning (14.15) kan fås ved at parallelforskyde n -aksen i figur 14.4 til $(n ; q_{V,1,REL}) = (0 ; 1,0)$. Ændringen i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ fås ved at parallelforskyde koordinatsystemet til $(q_{V,1,REL} ; n) = (1,0 ; 1,0)$, og der fås kurveforløbene vist i figur 14.5 for $n \geq 1,0$. Da er indløbsarealet størst og med konstant indløbsareal fås følgende definitionsområder:

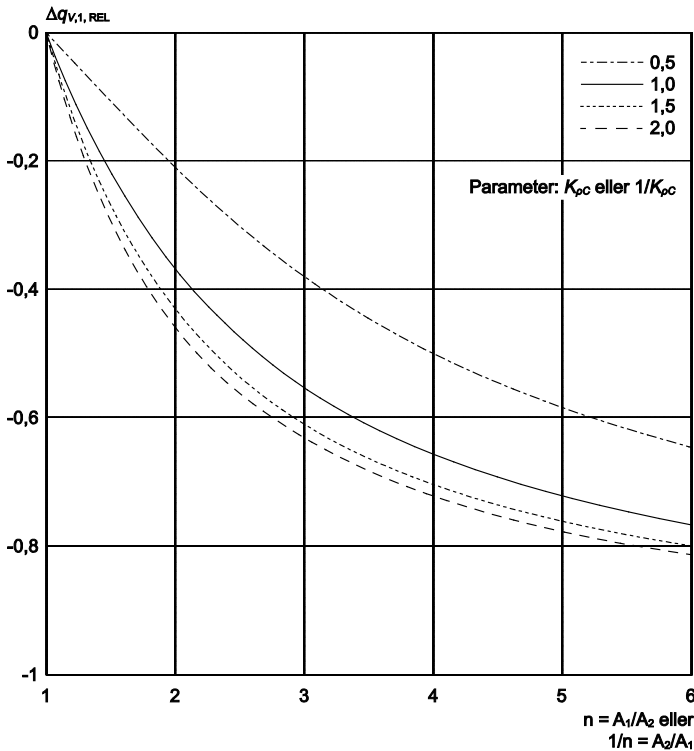
- indløbet er vandretliggende: $1,0 \leq n < \infty$
- indløbet lodret eller skråtstillet: $1,0 \leq n \leq n_{krit,A1,A1}$

For $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$q_{V,1,REL} = \left(\frac{2}{1+n^2} \right)^{1/2} \quad (14.16a)$$

$$\Delta q_{V,1,REL} = \left(\frac{2}{1+n^2} \right)^{1/2} - 1 \quad (14.16b)$$

De to volumenstrømsituationer med henholdsvis konstant holdt indløbsareal og konstant holdt udløbsareal er tilnærmelsesvis reciprokke. Det bekræftes ved at se på den relative volumenstrøm i



Figur 14.5 Den relative volumenstrømsforøgelse i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant indløbsareal og af $1/n$ ved konstant udløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$ og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Temperaturforskellen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

de to situationer. Med $T_i/T_u \cong 1,0$, skal da fås samme volumenstrøm af ligning (14.13) for konstant indløbsareal, som af ligning (14.9) for konstant udløbsareal, når der heri indsættes $1/n$ og $1/K_{\rho C}$ i stedet for n og $K_{\rho C}$. Der fås:

$$\begin{aligned}
(q_{V,1,REL})_{\text{konstant indløb}} &= ((q_{V,1,REL})_{\text{konstant udløb}})_{\text{reci}} = \frac{1}{n} \left(\frac{1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^2}{1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \cdot \frac{1}{n} \right)^2} \right)^{1/2} \\
&= \frac{1}{n} \left(\frac{(K_{\rho C} n)^2 \left(1 + \frac{1}{K_{\rho C}^2} \right)}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/2} \quad (14.17) \\
&= (q_{V,1,REL})_{\text{konstant udløb}} \quad \text{q.e.d.}
\end{aligned}$$

Heraf følger, at den relative volumenstrøm udtrykt ved ligning (14.13) kan afbildes ved kurverne i figur 14.2, når der i stedet for n anvendes $1/n = A_2/A_1$ som uafhængig variabel og $1/K_{\rho C}$ i stedet for $K_{\rho C}$ som parameter. Her er indløbet størst når $1/n < 1,0$, og udløbet er størst når $1/n > 1,0$, og definitionsområderne bliver i dette tilfælde:

- største åbning er vandretliggende: $0 < 1/n < \infty$
- største åbning er lodret eller skråtstillet: $1/n_{\text{krit},A1,A1} \leq 1/n \leq 1/n_{\text{krit},A2,A1}$

Tilsvarende kan den relative volumenstrømsændring i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ afbildes ved kurverne i figur 14.3, når der anvendes $1/n$ som uafhængig variabel og $1/K_{\rho C}$ som parameter, og der fås følgende definitionsområder:

- udløbet er vandretliggende: $1,0 \leq 1/n < \infty$
- udløbet er lodret eller skråtstillet: $1,0 \leq 1/n \leq 1/n_{\text{krit},A2,A1}$

Omvendt kan den relative volumenstrøm og den relative volumenstrømsændring ved konstant udløb afbildes ved kurverne i henholdsvis figur 14.4 og figur 14.5, når der her anvendes $1/n$ og $1/K_{\rho C}$ i stedet for n og $K_{\rho C}$, og da er definitionsområderne:

- største åbning er vandretliggende: $0 < 1/n < \infty$
- største åbning er lodret eller skråtstillet: $1/n_{\text{krit},A1,A2} \leq 1/n \leq 1/n_{\text{krit},A2,A2}$

henholdsvis:

- udløbet er vandretliggende: $1,0 < 1/n < \infty$
- udløbet er lodret eller skråtstillet: $1,0 \leq 1/n \leq 1/n_{\text{krit},A2,A2}$

14.2.3 Volumenstrøm ved konstant samlet åbningsareal. Optimalt åbningsarealforhold
Referencevolumenstrømmen kan med konstant, samlet åbningsareal bestemmes af ligningerne (14.5c) og (14.5d), og der fås med $n = 1,0$:

$$q_{V,1,ref} = \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \right)^{1/2} C_{d,1} A_{tot} \left(\frac{1}{4(1 + K_{\rho C}^2)} \right)^{1/2} \quad (14.18)$$

Den relative volumenstrøm bliver:

$$q_{V,1,REL} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,ref}} = \left\{ 4(1 + K_{\rho C}^2) \right\}^{1/2} N^{1/2} = K_{\Delta T} N^{1/2} \quad (14.19)$$

hvor:

$$K_{\Delta T} = \left\{ 4(1 + K_{\rho C}^2) \right\}^{1/2} \quad (14.20)$$

Af ligning (14.19) fås følgende differentialkvotient:

$$\frac{dq_{V,1,REL}}{dn} = \frac{1}{2} K_{\Delta T} N^{-1/2} \frac{dN}{dn} \quad (14.21)$$

og her er igen:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dn} &= \frac{(1 + (K_{\rho C} n)^2)(1+n)^2 2n - n^2 \left\{ (1 + (K_{\rho C} n)^2) 2(1+n) + (1+n)^2 2K_{\rho C}^2 n \right\}}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1+n)^4} \\ &= \frac{2n(1+n) \left\{ (1 + (K_{\rho C} n)^2)(1+n) - n(1 + (K_{\rho C} n)^2) - (K_{\rho C} n)^2(1+n) \right\}}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1+n)^4} \\ &= \frac{2n(1+n + K_{\rho C}^2 n^2 + K_{\rho C}^2 n^3 - n - K_{\rho C}^2 n^3 - K_{\rho C}^2 n^2 - K_{\rho C}^2 n^3)}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1+n)^3} = \frac{2n(1 - K_{\rho C}^2 n^3)}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1+n)^3} \end{aligned} \quad (14.22)$$

således at der fås:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{2} K_{\Delta T} \left(\frac{n^2}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)(1+n)^2} \right)^{-1/2} \left(\frac{2n(1 - K_{\rho C}^2 n^3)}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1+n)^3} \right) \\ &= K_{\Delta T} \frac{1 - K_{\rho C}^2 n^3}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^{3/2} (1+n)^2} \end{aligned} \quad (14.23)$$

Det ses, at $dq_{V,1,REL}/dn = 0$ for $n = K_{\rho C}^{-2/3}$, at $dq_{V,1,REL}/dn > 0$ for $n < K_{\rho C}^{-2/3}$ og at $dq_{V,1,REL}/dn < 0$ for $n > K_{\rho C}^{-2/3}$, således at volumenstrømmen har maksimum for $n = K_{\rho C}^{-2/3}$, i det følgende benævnt *det optimale åbningsarealforhold*. For volumenstrømmens relative maksimumsværdi fås:

$$\begin{aligned}
q_{V,1,REL,maks} &= K_{\Delta T} \left(\frac{K_{\rho C}^{-4/3}}{(1 + K_{\rho C}^2 K_{\rho C}^{-4/3})(1 + K_{\rho C}^{-2/3})^2} \right)^{1/2} = K_{\Delta T} \left(\frac{K_{\rho C}^{-4/3} K_{\rho C}^{4/3}}{(1 + K_{\rho C}^{2/3})(1 + K_{\rho C}^{-2/3})K_{\rho C}^{2/3}} \right)^{1/2} \\
&= K_{\Delta T} \left(\frac{1}{(1 + K_{\rho C}^{2/3})(1 + K_{\rho C}^{2/3})^2} \right)^{1/2} = K_{\Delta T} \left(\frac{1}{(1 + K_{\rho C}^{2/3})} \right)^{3/2}
\end{aligned} \tag{14.24}$$

For ens åbninger fås, dvs. at $K_{\rho C} = 1,0$ og dermed $K_{\Delta T} = 2^{3/2}$:

$$q_{V,1,REL} = 2^{3/2} \left(\frac{n^2}{(1+n^2)(1+n)^2} \right)^{1/2} \tag{14.25}$$

og for $n = n_{opt} = 1,0$:

$$q_{V,1,REL,maks} = 1,0 \tag{14.26}$$

Der fås tilnærmelsesvis samme volumenstrøm i den reciprokke situation som vist med ligning (14.7f) i afsnit 14.1.2, således at der med god tilnærmelse fås samme volumenstrøm, hvad enten et samlet åbningsareal A_{tot} fordeles mellem indløb og udløb i forholdet n eller i forholdet $1/n$, blot udstrømningskoefficientforholdet $K_{\rho C}$ samtidig erstattes med $1/K_{\rho C}$.

I figur 14.6 er $q_{V,1,REL}/K_{\Delta T} = N^{1/2}$ bestemt af ligning (14.19) afbildet som funktion af n eller $1/n$ og med $K_{\rho C}$ eller $1/K_{\rho C}$ som parameter. Definitionsområderne er følgende:

- største åbning er vandretliggende: $0 \leq n < \infty$ eller $0 < 1/n < \infty$
- største åbning er lodret eller skråtstillet med konstant udløbsareal: $n_{krit,A2,A2} \leq n \leq n_{krit,A1,A2}$ eller:
 $1/n_{krit,A1,A2} \leq 1/n \leq 1/n_{krit,A2,A2}$
- største åbning er lodret eller skråtstillet med konstant indløbsareal: $n_{krit,A2,A1} \leq n \leq n_{krit,A1,A1}$ eller
 $1/n_{krit,A1,A1} \leq 1/n \leq 1/n_{krit,A2,A1}$

Volumenstrømmen kan bestemmes af:

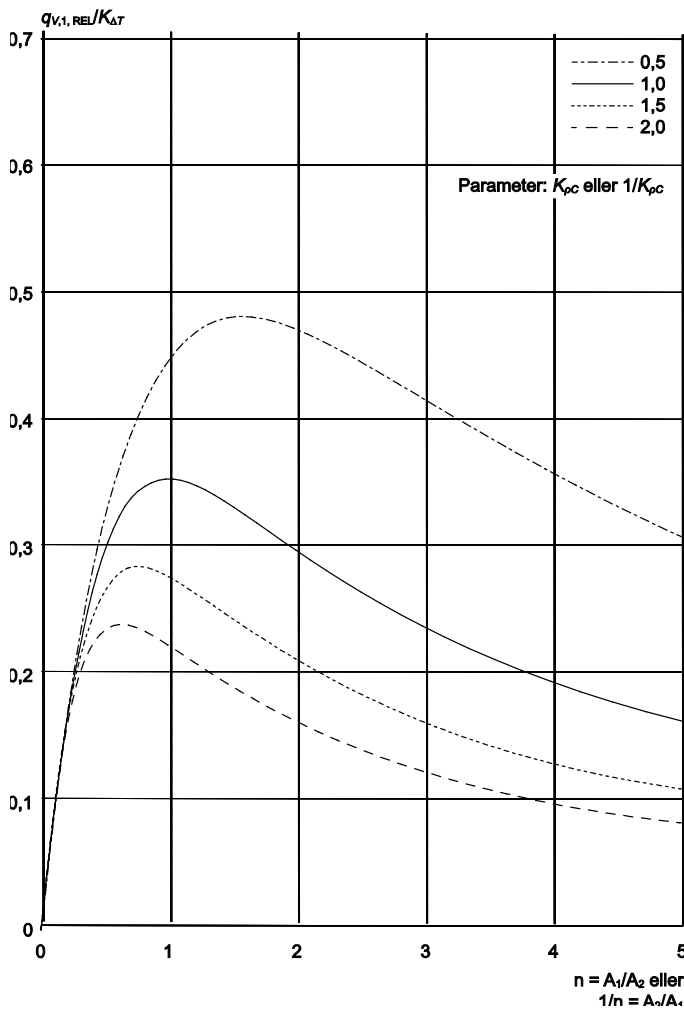
$$q_{V,1} = (q_{V,1,REL} / K_{\Delta T}) K_{\Delta T} q_{V,1,ref} \tag{14.27}$$

hvor $q_{V,1,REL}/K_{\Delta T}$ fås af figur 14.6 og $K_{\Delta T}$ og $q_{V,1,ref}$ af ligningerne (14.20) og (14.8).

Det ses af figur 14.6, at fordeles et samlet åbningsareal når $K_{\rho C} = 1,0$ eksempelvis i forholdet 2:1 eller 1:2 i stedet for 1:1 fås $q_{V,1,REL}/K_{\Delta T} = 0,30$, eller 85 % af det maksimale, som er $q_{V,1,REL,max}/K_{\Delta T} = 1/2^{3/2} = 0,35$.

14.2.4 Åbningsarealforhold ved konstant volumenstrøm

I dimensioneringssituationen tilstræbes normalt mindst muligt, samlet åbningsareal, og dette fås ved at fordele det samlede åbningsareal mellem ind- og udløbsareal, så åbningsarealforholdet $n = A_1/A_2 = K_{\rho C}^{-2/3}$. Men hvis bygningsmæssige restriktioner bevirker, at et af åbningsarealerne må reduceres i



Figur 14.6 Normeret, relativ volumenstrøm $q_{V,1,REL}/K_{\Delta T}$ bestemt af ligning (14.19) for konstant, samlet åbningsareal afbildet i afhængighed af n eller $1/n$ og med henholdsvis $K_{\rho C}$ eller $1/K_{\rho C}$ som parameter. Temperaturforskellen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

forhold til dets optimale størrelse, skal det andet åbningsareal være større end dets optimale størrelse for at få uændret volumenstrøm.

Det nødvendige, samlede åbningsareal kan bestemmes af ligning (14.5c), og der fås, når $q_{V,1,nødv}$ er den ønskede volumenstrøm:

$$A_{tot} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1} N^{1/2}} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g H} \right)^{1/2} \quad (14.28)$$

Det mindst mulige, samlede åbningsareal $A_{tot,opt}$ fås med $n = K_{\rho C}^{-2/3}$, og af ligning (14.5d) fås først:

$$N = \frac{K_{\rho C}^{-4/3}}{(1 + K_{\rho C}^{-2/3})^2 [1 + (K_{\rho C}^{-2/3})^2]} = \frac{K_{\rho C}^{4/3} K_{\rho C}^{-4/3}}{(K_{\rho C}^{2/3} + K_{\rho C}^{2/3} K_{\rho C}^{-2/3})^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3})} = \frac{1}{(1 + K_{\rho C}^{2/3})^3} \quad (14.29)$$

som ved indsættelse i ligning (14.28) fører til:

$$A_{tot,opt} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{3/2} \quad (14.30)$$

Hertil svarer det optimale indløbsareal, jf. ligning (14.5b) med $n = K_{\rho C}^{-2/3}$:

$$\begin{aligned} A_{1,opt} &= A_{tot,opt} \frac{K_{\rho C}^{-2/3}}{1 + K_{\rho C}^{-2/3}} = A_{tot,opt} \frac{K_{\rho C}^{2/3} K_{\rho C}^{-2/3}}{K_{\rho C}^{2/3} + K_{\rho C}^{2/3} K_{\rho C}^{-2/3}} = A_{tot,opt} \frac{1}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} \\ &= \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{3/2} \frac{1}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} \end{aligned} \quad (14.31)$$

og det optimale udløbsareal:

$$A_{2,opt} = \frac{A_{1,opt}}{n} = \frac{A_{1,opt}}{K_{\rho C}^{-2/3}} = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} K_{\rho C}^{2/3} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} \quad (14.32)$$

Antages $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$A_{tot,opt} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} 2^{3/2} \quad (14.33)$$

$$A_{1,opt} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} 2^{1/2} = \frac{1}{2} A_{tot,opt} \quad (14.34)$$

$$A_{2,opt} = \frac{q_{V,1,nødv}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2\Delta TgH} \right)^{1/2} 2^{1/2} = \frac{1}{2} A_{tot,opt} = A_{1,opt} \quad (14.35)$$

Hvis et af åbningsarealerne skal være mindre end det optimale, kan den nødvendige størrelse af det andet areal fås ved først at bestemme det nødvendige åbningsarealforhold af ligning (14.3a), og derefter bestemme det søgte, nødvendige åbningsareal, idet det reducerede åbningsareal er kendt. Af ligning (14.3a) fås ved kvadrering:

$$1 + (K_{\rho C} n_{nødv})^2 = \frac{2\Delta TgH}{T_i} \cdot \left(\frac{C_{d,1}}{q_{V,1,nødv}} \right)^2 A_1^2$$

og heraf:

$$n_{n\ddot{o}dv} = \frac{1}{K_{\rho C}} \left(\frac{2\Delta T g H}{T_i} \cdot \left(\frac{C_{d,1}}{q_{V,1,n\ddot{o}dv}} \right)^2 A_1^2 - 1 \right)^{1/2} \quad (14.36)$$

Heri er, jf. ligning (14.31):

$$\frac{2\Delta T g H}{T_i} \cdot \left(\frac{C_{d,1}}{q_{V,1,n\ddot{o}dv}} \right)^2 = \frac{1 + K_{\rho C}^{2/3}}{A_{1,opt}^2} \quad (14.37a)$$

således at ligning (14.36) kan omformes til

$$n_{n\ddot{o}dv} = \frac{1}{K_{\rho C}} \left(\left(\frac{A_1}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - 1 \right)^{1/2} \quad (14.37b)$$

Med denne ligning kan sammenhængen mellem den ene åbnings reducerede areal og den anden åbnings øgede, nødvendige areal bestemmes.

14.2.4.1 Nødvendigt indløbsareal ved reduceret udløbsareal

Hvis det er udløbsarealet, der skal reduceres til $A_2 = A_{2,red}$ i forhold til det optimale $A_{2,opt}$, fås af ligning (14.37b) følgende ligning til bestemmelse af det nødvendige indløbsareal $A_1 = A_{1,n\ddot{o}dv}$:

$$A_{1,n\ddot{o}dv} = A_{2,red} n_{n\ddot{o}dv} = \frac{A_{2,red}}{K_{\rho C}} \left(\left(\frac{A_{1,n\ddot{o}dv}}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - 1 \right)^{1/2}$$

Heraf fås ved kvadrering:

$$A_{1,n\ddot{o}dv}^2 = \frac{A_{2,red}^2}{K_{\rho C}^2} \left(\left(\frac{A_{1,n\ddot{o}dv}}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - 1 \right) = \left(\frac{A_{2,red} A_{1,n\ddot{o}dv}}{A_{1,opt}} \right)^2 \frac{1 + K_{\rho C}^{2/3}}{K_{\rho C}^2} - \frac{A_{2,red}^2}{K_{\rho C}^2}$$

eller:

$$A_{1,n\ddot{o}dv}^2 \left(1 - \left(\frac{A_{2,red}}{A_{1,opt}} \right)^2 \frac{1 + K_{\rho C}^{2/3}}{K_{\rho C}^2} \right) = - \frac{A_{2,red}^2}{K_{\rho C}^2}$$

og heraf igen:

$$\begin{aligned}
A_{1,nødv} &= \left(\frac{-A_{2,red}^2}{K_{\rho C}^2 \left(1 - \left(\frac{A_{2,red}}{A_{1,opt}} \right)^2 \frac{1 + K_{\rho C}^{2/3}}{K_{\rho C}^2} \right)} \right)^{1/2} = \left(\frac{A_{2,red}^2}{\left(\frac{A_{2,red}}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{A_{2,red}^2 A_{1,opt}^2}{A_{2,red}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2 A_{1,opt}^2} \right)^{1/2} = \frac{A_{2,red} A_{1,opt}}{\left(A_{2,red}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2 A_{1,opt}^2 \right)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{14.38a}$$

For overskuelighedens skyld indføres de relative åbningsarealer $A_{1,nødv,REL}$ og $A_{2,red,REL}$ defineret ved

$$A_{1,nødv,REL} = \frac{A_{1,nødv}}{A_{1,opt}} \quad \text{og} \quad A_{2,red,REL} = \frac{A_{2,red}}{A_{2,opt}} \tag{14.38b}$$

og der fås da følgende relative, nødvendige indløbsareal idet $A_{1,opt}/A_{2,opt} = K_{\rho C}^{-2/3}$:

$$\begin{aligned}
A_{1,nødv,REL} &= \frac{A_{1,nødv}}{A_{1,opt}} = \frac{A_{2,red}}{\left(A_{2,red}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2 A_{1,opt}^2 \right)^{1/2}} \\
&= \frac{\frac{A_{2,red}}{A_{2,opt}}}{\left(\left(\frac{A_{2,red}}{A_{2,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2 \left(\frac{A_{1,opt}}{A_{2,opt}} \right)^2 \right)^{1/2}} \\
&= \frac{A_{2,red,REL}}{\left(A_{2,red,REL}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^2 K_{\rho C}^{-4/3} \right)^{1/2}} = \frac{A_{2,red,REL}}{\left(A_{2,red,REL}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - K_{\rho C}^{2/3} \right)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{14.39}$$

Af ligning (14.38a) ses, at det nødvendige indløbsareal går mod uendelig, når udløbsarealet $A_{2,red}$ nærmer sig følgende grænseværdi:

$$A_{2,red,græns} = \frac{K_{\rho C} A_{1,opt}}{\left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right)^{1/2}} \tag{14.40a}$$

For den tilsvarende relative grænseværdi fås:

$$A_{2,red,græns,REL} = \frac{A_{2,red,græns}}{A_{2,opt}} = \frac{K_{\rho C}}{\left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right)^{1/2}} \cdot \frac{A_{1,opt}}{A_{2,opt}} = \frac{K_{\rho C} K_{\rho C}^{-2/3}}{\left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right)^{1/2}} = \left(\frac{K_{\rho C}^{2/3}}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} \right)^{1/2} \tag{14.40b}$$

Den udledte grænseværdi forudsætter, at neutralplanet ikke skærer indløbets åbningsflade, dvs. at der ikke optræder to-vejs strømning i indløbet. Med denne forudsætning betyder grænseværdien, at den ønskede volumenstrøm er uopnåelig, hvis udløbsarealet bliver mindre end $A_{2,red,græns}$, idet neutralplanet vil ligge meget nær indløbsåbnings midte. Volumenstrømmen, der er lig med volumenstrømmen i udløbet, vil da alene være bestemt af udløbsarealet, idet udløbshastigheden vil være konstant bestemt af at $H_2 \cong H$. To-vejs strømningen undgås i dette tilfælde, hvis indløbsåbningen ligger vandret. Ved lodret eller skråtstillet indløb undgås to-vejs strømning, hvis $A_{2,red} > A_{2,red,krit}^* > A_{2,red,græns}$, hvor $A_{2,red,krit}^*$ behandles nærmere i det senere afsnit 14.2.4.3. Definitionsområdet for $A_{2,red}$ bliver da:

- indløb er vandretliggende: $A_{2,red,græns} < A_{2,red} < A_{2,opt}$
- indløb er lodret eller skråtstillet: $A_{2,red,krit}^* < A_{2,red} < A_{2,opt}$

Antages $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$A_{1,nødv} = \frac{A_{2,red} A_{1,opt}}{(2A_{2,red}^2 - A_{1,opt}^2)^{1/2}} \quad (14.41)$$

$$A_{1,nødv,REL} = \frac{A_{2,red,REL}}{(2A_{2,red,REL}^2 - 1)^{1/2}} \quad (14.42)$$

$$A_{2,red,græns} = \frac{A_{1,opt}}{2^{1/2}} \quad (14.43a)$$

$$A_{2,red,græns,REL} = \frac{1}{2^{1/2}} = 0,71 \quad (14.43b)$$

Det ses, at med ensformede åbninger og forudsat vandretliggende indløbsåbning kan udløbsarealet, hvis volumenstrømmen skal holdes uændret, højst reduceres med 29 %, uanset hvor stort indløbsarealet gøres.

Det nødvendige, relative indløbsareal $A_{1,nødv,REL}$ udtrykt ved ligning (14.39) er afbildet i figur 14.7 i afhængighed af det relative, reducerede udløbsareal $A_{2,red,REL}$ og med $K_{\rho C}$ som parameter. Definitionsområdet er:

- indløb er vandretliggende: $A_{2,red,græns,REL} \leq A_{2,red,REL} \leq 1,0$
- indløbet er lodret eller skråtstillet: $A_{2,red,krit,REL}^* \leq A_{2,red,REL} \leq 1,0$

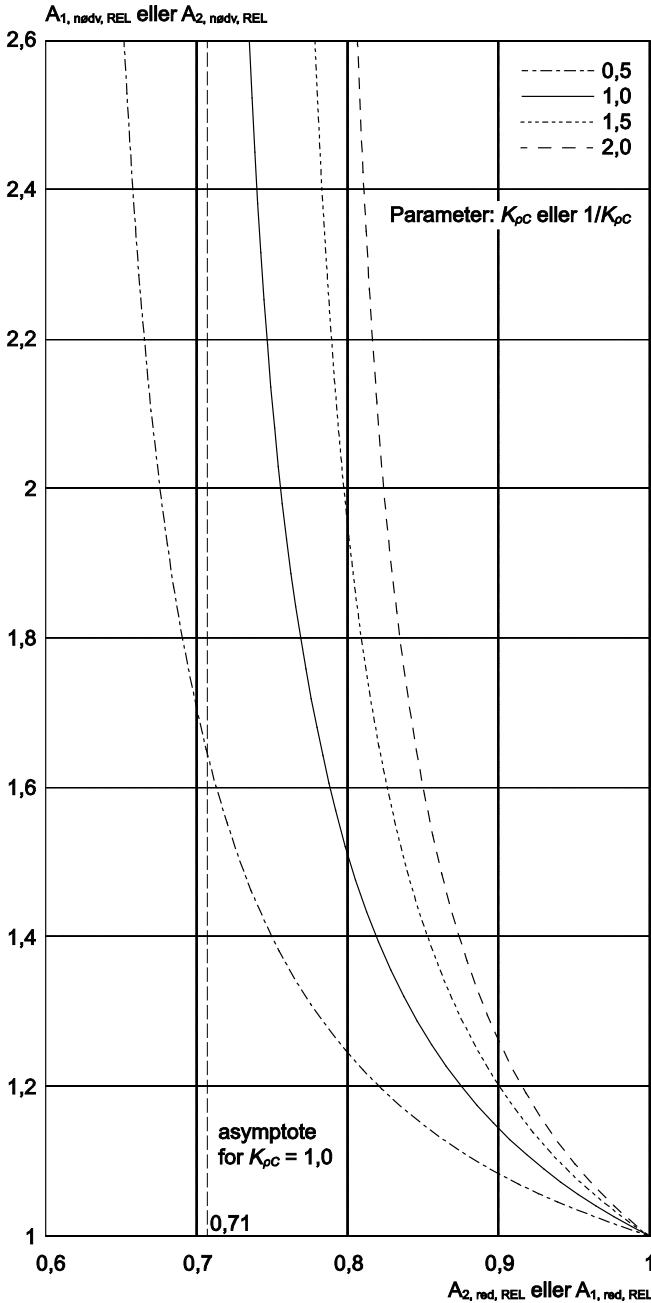
med $A_{2,red,krit,REL}^* = A_{2,red,krit}^*/A_{2,opt}$

14.2.4.2 Nødvendigt udløbsareal ved reduceret indløbsareal

Er det indløbsareal, der skal reduceres til $A_{1,red}$ i forhold til det optimale $A_{1,opt}$, fås følgende nødvendige udløbsareal $A_{2,nødv}$ af ligning (14.37b), idet $A_{2,nødv} = A_{1,red}/n_{nødv}$:

$$A_{2,n\ddot{o}dv} = \frac{A_{1,red}}{n_{n\ddot{o}dv}} = \frac{A_{1,red} K_{\rho C}}{\left(\left(\frac{A_{1,red}}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - 1 \right)^{1/2}} = \frac{A_{1,red} K_{\rho C} A_{1,opt}}{\left(A_{1,red}^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - A_{1,opt}^2 \right)^{1/2}} \quad (14.44a)$$

I dette tilfælde indføres de relative åbningsarealer $A_{1,red,REL}$ og $A_{2,red}$, defineret ved:



Figur 14.7 Nødvendig relativ forøgelse af det ene åbningsareal ved en relativ reduktion af det andet åbningsareal i forhold til det optimale, når volumenstrømmen ønskes holdt konstant.

$$A_{1,red,REL} = \frac{A_{1,red}}{A_{1,opt}} \quad \text{og} \quad A_{2,nødv,REL} = \frac{A_{2,nødv}}{A_{2,opt}} \quad (14.44b)$$

og der fås da følgende relative, nødvendige udløbsareal:

$$\begin{aligned} A_{2,nødv,REL} &= \frac{A_{2,nødv}}{A_{2,opt}} = \frac{A_{1,red} K_{\rho C} \frac{A_{1,opt}}{A_{2,opt}}}{\left(A_{1,red}^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - A_{1,opt}^2\right)^{1/2}} = \frac{A_{1,red} K_{\rho C} K_{\rho C}^{-2/3}}{\left(A_{1,red}^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - A_{1,opt}^2\right)^{1/2}} \\ &= \frac{\frac{A_{1,red}}{A_{1,opt}} K_{\rho C}^{1/3}}{\left(\left(\frac{A_{1,red}}{A_{1,opt}}\right)^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - 1\right)^{1/2}} = \frac{A_{1,red,REL} K_{\rho C}^{1/3}}{\left(A_{1,red,REL}^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - 1\right)^{1/2}} \end{aligned} \quad (14.45)$$

Det ses af ligning (14.44a), at det nødvendige udløbsareal går mod uendelig, når indløbsarealet $A_{1,red}$ nærmer sig følgende grænseværdi:

$$A_{1,red,græns} = \frac{A_{1,opt}}{\left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right)^{1/2}} \quad (14.46a)$$

med den tilsvarende relative værdi:

$$A_{1,red,græns,REL} = \frac{A_{1,red,græns}}{A_{1,opt}} = \frac{1}{\left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right)^{1/2}} \quad (14.46b)$$

Hvis $A_{1,red} < A_{1,red,græns}$ bliver den ønskede volumenstrøm uopnåelig selv med vandretliggende udløbsåbning. Med lodrette eller skrånede udløbsåbninger undgås to-vejs strømning i udløbet, hvis $A_{1,red} > A_{1,red,krit}^*$, hvor $A_{1,red,krit}^*$ behandles nærmere i afsnit 14.2.4.3. Definitionsområdet bliver da:

- indløb er vandret: $A_{1,red,græns} < A_{1,red} < A_{1,opt}$
- indløb er lodret eller skrånstillet: $A_{1,red,krit}^* < A_{1,red} < A_{1,opt}$

Antages $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$A_{2,nødv} = \frac{A_{1,red} A_{1,opt}}{\left(2A_{1,red}^2 - A_{1,opt}^2\right)^{1/2}} \quad (14.47)$$

$$A_{2,nødv,REL} = \frac{A_{1,red,REL}}{\left(2A_{1,red,REL}^2 - 1\right)^{1/2}} \quad (14.48)$$

$$A_{1,red,gr\ddot{e}ns} = \frac{A_{1,opt}}{2^{1/2}} \quad (14.49a)$$

$$A_{1,red,gr\ddot{e}ns,REL} = \frac{1}{2^{1/2}} = 0,71 \quad (14.49b)$$

således at indløbsarealet med ensformede åbninger og vandretliggende udløbsåbning højst kan reduceres 29 %, uanset hvor stort udløbsarealet gøres, hvis to-vejs strømning skal undgås. Ved lodret eller skråtstillet udløb bliver reduktionsmulighederne endnu mindre.

Volumenstrømsituationen med reduceret indløbsareal er tilnærmelsesvis den reciprokke af den med reduceret udløbsareal. Derfor kan ligningerne (14.44a) og (14.45 - (14.46a) udledes af ligningerne (14.38a) og (14.39) - (14.40b) ved at n erstattes af $1/n$ og $K_{\rho C}$ af $1/K_{\rho C}$. Dette bekræftes af, at ved en sådan ombytning i fx ligning (14.38a) fås følgende udtryk for det nødvendige udløbsareal:

$$A_{2,n\ddot{o}dv} = (A_{1,n\ddot{o}d})_{reci} = \frac{A_{1,red} A_{2,opt}}{\left\{ A_{1,red}^2 \left(1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{2/3} \right) - \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^2 A_{2,opt}^2 \right\}^{1/2}} \quad (14.50a)$$

Heraf fås videre, idet $A_{2,opt} = A_{1,opt} / K_{\rho C}^{2/3} = A_{1,opt} K_{\rho C}^{2/3}$:

$$\begin{aligned} A_{2,n\ddot{o}dv} &= (A_{1,n\ddot{o}d})_{reci} = \frac{A_{1,red} A_{1,opt} K_{\rho C}^{2/3}}{\left\{ A_{1,red}^2 \left(1 + \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^{2/3} \right) - \left(\frac{1}{K_{\rho C}} \right)^2 A_{1,opt}^2 K_{\rho C}^{4/3} \right\}^{1/2}} \\ &= \frac{A_{1,red} A_{1,opt} K_{\rho C}^{2/3}}{\left\{ A_{1,red}^2 \left(\frac{K_{\rho C}^{2/3} + 1}{K_{\rho C}^{2/3}} \right)^2 - A_{1,opt}^2 \frac{1}{K_{\rho C}^{2/3}} \right\}^{1/2}} = \frac{A_{1,red} A_{1,opt} K_{\rho C}^{2/3} K_{\rho C}^{1/3}}{\left\{ A_{1,red}^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right)^2 - A_{1,opt}^2 \right\}^{1/2}} \quad (14.50b) \\ &= \frac{A_{1,red} A_{1,opt} K_{\rho C}}{\left\{ A_{1,red}^2 \left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right)^2 - A_{1,opt}^2 \right\}^{1/2}} \quad \text{q.e.d.} \end{aligned}$$

Reciprociteten betyder, at kurverne i figur 14.7 med god tilnærmelse også viser det relative, nødvendige udløbsareal $A_{2,n\ddot{o}d,REL}$ udtrykt ved ligning (14.45) i afhængighed af $A_{1,red,REL}$ og med $1/K_{\rho C}$ som parameter og med følgende definitionsområde:

- udløb er vandretliggende: $A_{1,red,gr\ddot{e}ns,REL} \leq A_{1,red,REL} \leq 1,0$
- udløb er lodret eller skråtstillet: $A_{1,red,krit,REL}^* \leq A_{1,red,REL} \leq 1,0$

Randall & Conover (1931) har ud fra beregnede, enkeltstående punkter optegnet en kurve til bestemmelse af den nødvendige forøgelse af udløbsarealet i forhold til indløbsarealet for, hvis indløbsarealet reduceres, at kunne fastholde den volumenstrøm, der fås med lige store åbningsarealer, jf. figur 2.6 i bind 1. De antager ensformede åbninger, og deres kurve svarer da til, jf. ligning (14.45) med $K_{\rho C} = 1,0$:

$$\frac{A_{2,nødv,REL}}{A_{1,red,REL}} = \frac{1}{(2A_{1,red,REL}^2 - 1)^{1/2}} \quad (14.50c)$$

Eksempelvis fås $A_{2,nødv,REL}/A_{1,red,REL} = 1,50$ for $A_{1,red,REL} = 0,85$.

14.2.4.3 Konstant volumenstrøm. Kritiske åbningsarealer

De to kritiske åbningsarealer $A_{1,krit}^*$ eller $A_{2,krit}^*$ er knyttet til den situation, hvor det ene åbningsareal skal øges for at bevare volumenstrømmen uændret, fordi det andet reduceres. De to åbningsarealer må ikke forveksles med de to kritiske arealer $A_{1,krit}$ eller $A_{2,krit}$ behandlet i afsnittene 13.5 - 13.8, hvor volumenstrømmens ændring blev bestemt i forbindelse med, at det ene åbningsareal blev ændret medens det andet blev holdt konstant. I den førstnævnte situation vil neutralplanet hurtigere nærme sig den kritiske position, hvor det skærer en af åbningsfladerne, end det vil gøre i sidstnævnte situation. Derfor vil der gælde, at $A_{1,krit}^* > A_{1,krit}$ og $A_{2,krit}^* > A_{2,krit}$

Problemstillingen kan belyses ved at betragte forholdene, hvor udløbsarealet reduceres, så et rektangulært indløbsareal svarende til tilfælde II i afsnit 13.5.5, da bliver størst. Idet neutralplanet ikke må ligge lavere end den kontraherede indløbsåbnings øverste kant, fås grænsesituationen, når $A_{2,red} = A_{2,krit}^*$, og indløbsarealet fås som det indløbsareal $A_{1,nødv}$, der er nødvendigt for at opnå en uændret volumenstrøm. Sammenhængen mellem $A_{1,nødv}$ og $A_{2,krit}^*$ kan udtrykkes ved massebalance-ligningen (13.11) på følgende form:

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,nødv}}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k,nødv} = \rho_i C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho g \left(H - \frac{h_{1,k,nødv}}{2} \right)}{\rho_i} \right)^{1/2} A_{2,k,krit}^* \quad (14.51a)$$

Heri er:

$$A_{1,k,nødv} = C_{k,1} A_{1,nødv} \quad (14.51b)$$

hvor med $A_{2,red} = A_{2,krit}^*$, jf. ligning (14.38a):

$$A_{1,nødv} = C_{k,1} \frac{A_{2,krit}^* A_{1,opt}}{\left(A_{2,krit}^{*2} \left(1 + K_{\rho C}^{2/3} \right) - K_{\rho C}^2 A_{1,opt}^2 \right)^{1/2}} \quad (14.51c)$$

og hvor igen $A_{1,opt}$ er bestemt af ligning (14.31) med $T_i/\Delta T = \rho_u/\Delta\rho$. Ved indsættelse i ligning (14.51a) fås en ligning til bestemmelse af $A_{2,krit}^*$.

En tilnærmet ligning kan fås ved brug af ligning (13.19) gældende for den grænsesituation, hvor indløbet er størst og rektangulært, og hvor udløbet er fastholdt. Dette svarer til situationen,

hvor nævnte lignings $A_{1,krit} = A_{1,nødv}$ og dens $A_2 = A_{2,red} = A_{2,krit}^*$. Med brug heraf sammen med $A_{1,nødv}$ bestemt af ligning (14.51c) fås følgende tilnærmede ligning til bestemmelse af $A_{2,krit}^*$:

$$\frac{A_{2,krit}^* A_{1,opt}}{\left(A_{2,krit}^{*2} \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - \left(K_{\rho C} A_{1,opt}\right)^2\right)^{1/2}} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{A_{2,krit}^*}{K_{\rho C}}\right)^{4/5} \left(k_1 H^2\right)^{1/5} = K_{krit} A_{2,krit}^{*4/5} \quad (14.51d)$$

hvor:

$$K_{krit} = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{K_{\rho C}}\right)^{4/5} \left(k_1 H^2\right)^{1/5} = 1,38 \left(\frac{k_1 H^2}{K_{\rho C}^4}\right)^{1/5} \quad (14.51e)$$

Ved kvadrering af ligning (14.51d) fås:

$$\frac{A_{2,krit}^{*2} A_{1,opt}^2}{A_{2,krit}^{*2} \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - \left(K_{\rho C} A_{1,opt}\right)^2} = K_{krit}^2 A_{2,krit}^{*8/5}$$

eller:

$$A_{2,krit}^{*2/5} \frac{A_{1,opt}^2}{K_{krit}^2} = A_{2,krit}^{*2} \left(1 + K_{\rho C}^{2/3}\right) - \left(K_{\rho C} A_{1,opt}\right)^2$$

eller:

$$A_{2,krit}^{*2} - \frac{A_{1,opt}^2}{K_{krit}^2} \cdot \frac{1}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} A_{2,krit}^{*2/5} - \frac{\left(K_{\rho C} A_{1,opt}\right)^2}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} = 0 \quad (14.51f)$$

For $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$A_{2,krit}^{*2} - \frac{A_{1,opt}^2}{2K_{krit}^2} A_{2,krit}^{*2/5} - 0,5 A_{1,opt}^2 = 0 \quad (14.51g)$$

hvor:

$$K_{krit} = 1,38 \left(k_1 H^2\right)^{1/5} \quad (14.51h)$$

Den søgte $A_{2,krit}^*$ kan bestemmes iterativt, og den hertil svarende $A_{1,nødv,krit}$ kan efterfølgende bestemmes af ligning (14.38a) eller ligning (14.41).

Eksempel.

Der betragtes samme rum som i eksemplet i afsnit 13.5.5.1 med lodrette åbninger, med $K_{\rho C} = 1,0$, $k_1 = 1,0$ og $H = 3,0$ m og hvor den volumenstrøm, der kan fås med $A_1 = A_2 = 0,20$ m² skal holdes uæn-

dret, når udløbsarealet reduceres. Det kritiske udløbsareal med tilhørende, nødvendigt indløbsareal ønskes bestemt.

I dette tilfælde er $A_{1,opt} = A_1 = 0,20 \text{ m}^2$ og for udløbsarealets grænseværdi fås af ligning (14.43a):

$$A_{2,red,græns} = \frac{0,2}{2^{1/2}} = 0,141 \text{ m}^2$$

Det kritiske udløbsareal kan tilnærmet bestemmes af ligning (14.51g), og med $A_{1,opt} = 0,20 \text{ m}^2$ og $K_{krit} = 1,38 \cdot 3^{2/5} = 2,15 \text{ m}^{2/5}$ får ligningen følgende form:

$$A_{2,krit}^{*2} - 4,3 \cdot 10^{-3} A_{2,krit}^{*2/5} - 0,02 = 0 \quad (14.51i)$$

Løst iterativt fås $A_{2,krit}^* = 0,148 \text{ m}^2$, der, som ventet, er lidt større end $A_{2,red,græns}$. Desuden fås af ligning (14.41):

$$A_{1,nødv,krit} = \frac{0,148 \cdot 0,20}{(2 \cdot 0,148^2 - 0,2^2)^{1/2}} = 0,480 \text{ m}^2 \quad (14.51j)$$

hvortil svarer åbningshøjden $h_{1,nødv} = 0,480^{1/2} = 0,693 \text{ m}$.

Da $A_{2,krit}^*$ er en tilnærmet størrelse kontrolleres neutralplanet placering, og der fås:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \left(\frac{A_{1,nødv}}{A_{2,krit}^*}\right)^2} = \frac{3,0}{1 + \left(\frac{0,480}{0,148}\right)^2} = 0,260 \text{ m}$$

Idet $h_{1,nødv}/2 = 0,346 \text{ m} > H_1$ vil neutralplanet skære indløbsfladen. Neutralplanet kan hæves ved at øge $A_{2,krit}^*$. Antages således $A_{2,krit}^* = 0,150 \text{ m}^2$ fås:

$$A_{1,nødv,krit} = \frac{0,150 \cdot 0,20}{(2 \cdot 0,150^2 - 0,2^2)^{1/2}} = 0,424 \text{ m}^2$$

hvortil svarer $h_{1,nødv} = 0,424^{1/2} = 0,651 \text{ m}$ og $h_{1,nødv}/2 = 0,326 \text{ m}$. Desuden fås:

$$H_1 = \frac{H}{1 + \left(\frac{A_{1,nødv}}{A_{2,krit}^*}\right)^2} = \frac{3,0}{1 + \left(\frac{0,424}{0,148}\right)^2} = 0,334 \text{ m}$$

Neutralplanet ligger nu en smule over indløbets øverste kant. Det ses, at ligningerne (14.51f) og (14.51g) i det betragtede tilfælde fører til en fejl på det kritiske udløbsareal på ca. 14 % på den usikre side. Men ligningerne er velegnede til at bestemme et første gæt.

14.3 Volumenstrømsforhold med temperaturafhængig nettovarmestrøm som termisk variabel

Med en temperaturafhængig nettovarmestrøm som termisk parameter bestemmes volumenstrømmen af ligning (14.3b), og den angives også i dette afsnit ved $q_{V,1}$ (dvs. $q_{V,1,\phi} = q_{V,1}$). Der behandles samme volumenstrøms- og åbningsarealforhold, som er behandlet i afsnit 14.2 med temperaturdifferensen som termisk parameter.

14.3.1 Volumenstrøm med konstant udløbsareal

Referencevolumenstrømmen kan ved konstant holdt udløbsareal bestemmes af ligning (14.3b) med $n = 1,0$. Idet $A_1 = A_2$ for $n = 1,0$ og A_2 er konstant, fås:

$$q_{V,1,ref} = 0,0373(\Phi_{net}H)^{1/3}(C_{d,1}A_2)^{2/3}\left(\frac{1}{1+K_{\rho C}^2}\right)^{1/3} \quad (14.52a)$$

Den relative volumenstrøm bliver da:

$$\begin{aligned} q_{V,1,REL} &= \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,ref}} = \left(\frac{C_{d,1}A_1}{C_{d,1}A_2}\right)^{2/3} \left(\frac{1+K_{\rho C}^2}{1+(K_{\rho C}n)^2}\right)^{1/3} = n^{2/3} \left(\frac{1+K_{\rho C}^2}{1+(K_{\rho C}n)^2}\right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{n^2(1+K_{\rho C}^2)}{1+(K_{\rho C}n)^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{1+K_{\rho C}^2}{\frac{1}{n^2}+K_{\rho C}^2}\right)^{1/3} \end{aligned} \quad (14.52b)$$

Det ses, at $q_{V,1,REL} \rightarrow 0$ for $n \rightarrow 0$, at $q_{V,1,REL} = 1,0$ for $n = 1,0$ og at $q_{V,1,REL} \rightarrow \{(1+K_{\rho C}^2)/K_{\rho C}^2\}^{1/3}$ for $n \rightarrow \infty$. For differentialkvotienten fås:

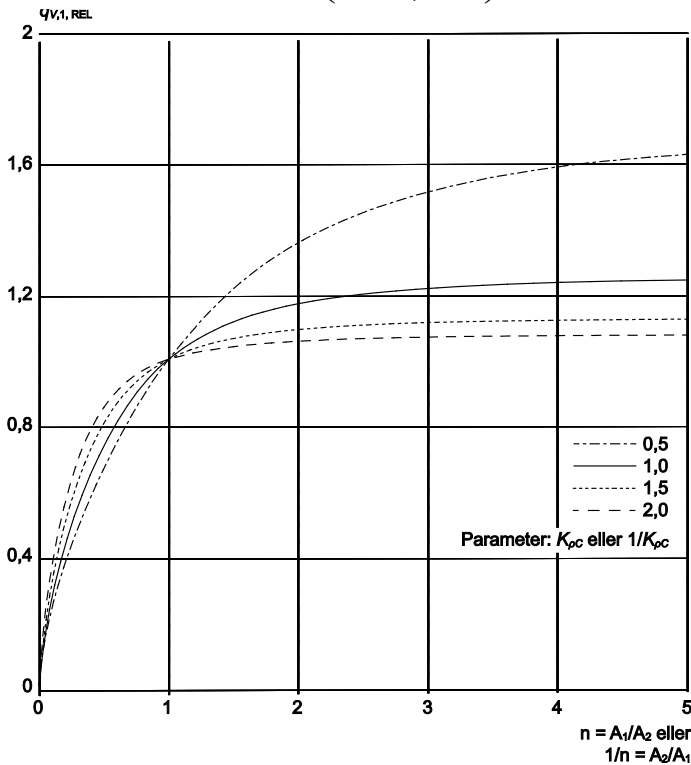
$$\begin{aligned} \frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{3} \left(\frac{n^2(1+K_{\rho C}^2)}{1+(K_{\rho C}n)^2}\right)^{-2/3} \left(\frac{(1+(K_{\rho C}n)^2)2n(1+K_{\rho C}^2) - n^2(1+K_{\rho C}^2)2K_{\rho C}^2n}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^2}\right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{n^2(1+K_{\rho C}^2)}{1+(K_{\rho C}n)^2}\right)^{-2/3} \frac{(1+K_{\rho C}^2)[2n(1+(K_{\rho C}n)^2) - 2K_{\rho C}^2n^3]}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^2} \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{n^{4/3}} \frac{(1+K_{\rho C}^2)^{1/3}(2n+2K_{\rho C}^2n^3-2K_{\rho C}^2n^3)}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^{4/3}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n^{1/3}} \frac{(1+K_{\rho C}^2)^{1/3}}{(1+(K_{\rho C}n)^2)^{4/3}} \end{aligned} \quad (14.53)$$

og heraf fås, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow \infty$ for $n \rightarrow 0$, at $dq_{V,1,REL}/dn = (2/3) \cdot \{1/(1+K_{\rho C}^2)\}$ for $n = 1,0$, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$ og at $dq_{V,1,REL}/dn > 0$ for $0 < n < \infty$.

Den relative volumenstrøm er afbildet i figur 14.8 med $K_{\rho C}$ som parameter og med samme definitionsområdet som angivet for figur 14.2. Volumenstrømmen i indløbet kan da fås som $q_{V,1} = q_{V,1,REL} \cdot q_{V,1,ref}$, hvor $q_{V,1,REL}$ fås af figur 14.8 og $q_{V,1,ref}$ af ligning (14.52a).

Den relative volumenstrømsændring bliver, jf. ligning (14.1b):

$$\Delta q_{V,1,REL} = \frac{\Delta q_{V,1}}{q_{V,1,ref}} = \left(\frac{n^2(1 + K_{\rho C}^2)}{1 + (K_{\rho C}n)^2} \right)^{1/3} - 1 \quad (14.54)$$



Figur 14.8 Den relative volumenstrøm udtrykt ved ligning (14.52b) afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant udløbsareal og af $1/n$ ved konstant indløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$, og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Nettovarmestrømmen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

For den relative volumenstrøm og volumenstrømsændring fås, når det antages at $K_{\rho C} = 1,0$:

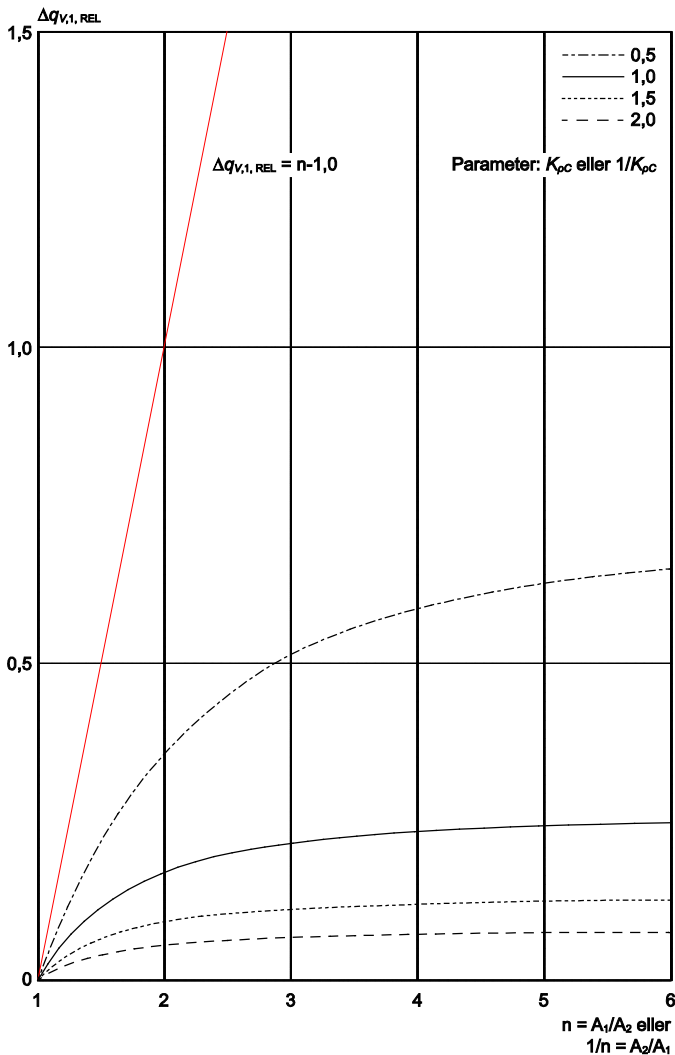
$$q_{V,1,REL} = \left(\frac{2n^2}{1+n^2} \right)^{1/3} \quad (14.55a)$$

$$\Delta q_{V,1,REL} = \left(\frac{2n^2}{1+n^2} \right)^{1/3} - 1 \quad (14.55b)$$

En afbildning af den relative volumenstrømsændring kan fås ved at parallelforskyde n -aksen i figur 14.8 til $(n; q_{V,1,Rel}) = (0; 1,0)$. Ændringen i forhold til den relative volumenstrøms ændringen for $n = 1,0$ fås ved at parallelforskyde koordinatsystemet til $(n; q_{V,1,Rel}) = (1,0; 1,0)$. I dette tilfælde fås

idet $n \geq 1,0$ kurveforløbene vist i figur 14.9. Det ses af figuren, at med $K_{\rho C} = 1,0$ bevirker en fordobling af indløbsarealet fra $A_1 = A_2$ (dvs. $n = 1,0$) til $A_1 = 2A_2$ (dvs. $n = 2,0$) en volumenstrømsforøgelse på ca. 17 %, og med en seksdobling fås en forøgelse på ca. 25 %. Endvidere fås, at uanset hvor meget indløbsarealet øges i forhold til udløbsarealet, øges volumenstrømmen ikke op over de 26 %, som er grænseværdien for $n \rightarrow \infty$.

At den relative volumenstrømsforøgelse med nettovarmestrømmen som termisk variabel er mindre end med temperaturdifferensen, skyldes, at et forhøjet n dermed en øget volumenstrøm reducerer temperaturdifferensen ved konstant holdt nettovarmestrøm, så trykdifferens og dermed luft-hastighed og volumen-



Figur 14.9 Den relative volumenstrømsforøgelse i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant udløbsareal og af $1/n$ ved konstant indløbsareal og med henholdsvis med $K_{\rho C}$ og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Nettovarmestrømmen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

strøm reduceres. For at få samme volumenstrømsforøgelse som med konstant holdt temperaturdifferens skal der, når indløbsarealet og dermed n øges, tilføres ekstra varme.

14.3.2 Volumenstrøm med konstant indløbsareal

Referencevolumenstrøm kan ved konstant indløbsareal også bestemmes af ligning (14.3b) med $n = 1,0$. Her er $A_1 = A_1$ (konstant), og der fås:

$$q_{V,1,opt} = 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3} \left(\frac{1}{1 + K_{\rho C}^2} \right)^{1/3} \quad (14.56)$$

Den relative volumenstrøm bliver da:

$$q_{V,1,REL} = \frac{q_{V,1}}{q_{V,1,opt}} = \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/3} = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/3} \quad (14.57)$$

Det ses, at $q_{V,1,REL} \rightarrow (1 + K_{\rho C}^2)^{1/3}$ for $n \rightarrow 0$, at $q_{V,1,REL} = 1,0$ for $n = 1,0$ og at $q_{V,1,REL} \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$. For differentialkvotienten fås:

$$\begin{aligned} \frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{3} \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{-2/3} \left(\frac{-(1 + K_{\rho C}^2) 2K_{\rho C} n}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2} \right) \\ &= -\frac{2}{3} \cdot \frac{(1 + K_{\rho C}^2)^{1/3} K_{\rho C}^2 n}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^{4/3}} = -\frac{2}{3} \cdot \frac{(1 + K_{\rho C}^2)^{1/3} K_{\rho C}^2 n}{\left(\frac{1}{n^{3/4}} + K_{\rho C}^2 n^{5/8} \right)^{4/3}} \end{aligned} \quad (14.58)$$

Det ses, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow 0$, at $dq_{V,1,REL}/dn = (-2/3) \cdot \{ K_{\rho C}^2 / (1 + K_{\rho C}^2) \}$ for $n = 1,0$, at $dq_{V,1,REL}/dn \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$ og at $dq_{V,1,REL}/dn < 0$ for $0 < n < \infty$.

Den relative volumenstrøm er afbildet i figur 14.10 med $K_{\rho C}$ som parameter og med samme definitionsområde, som er angivet for figur 14.4.

Den relative volumenstrømsændring bliver:

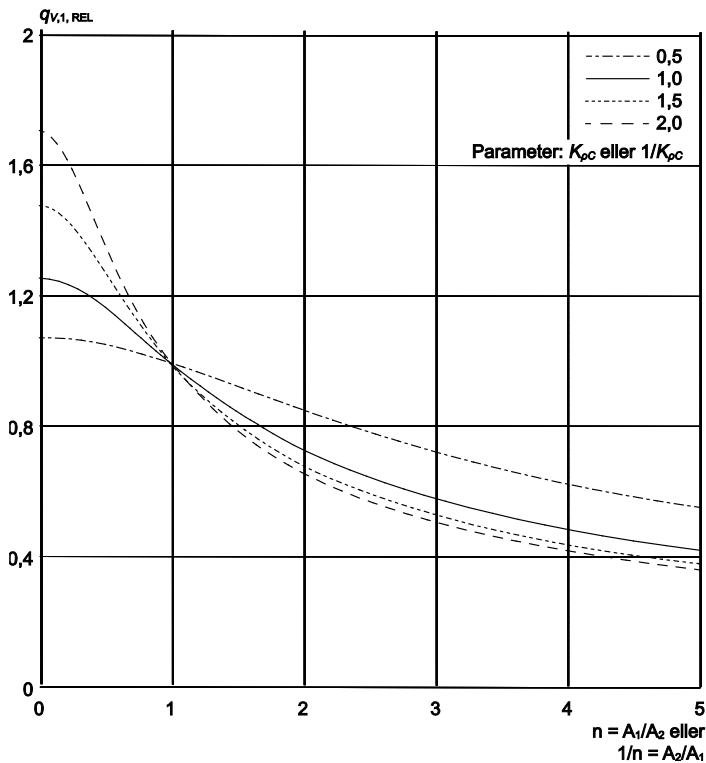
$$\Delta q_{V,1,REL} = \frac{\Delta q_{V,1}}{q_{V,1,ref}} = \left(\frac{1 + K_{\rho C}^2}{1 + (K_{\rho C} n)^2} \right)^{1/3} - 1 \quad (14.59)$$

Antages $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$q_{V,1,REL} = \left(\frac{2}{1 + n^2} \right)^{1/3} \quad (14.60a)$$

$$\Delta q_{V,1,REL} = \left(\frac{2}{1 + n^2} \right)^{1/3} - 1 \quad (14.60b)$$

Den relative volumenstrømsændring i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ kan afbildes som vist i figur 14.11.



Figur 14.10 Den relative volumenstrøm udtrykt ved ligning (14.57) afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant indløbsareal og af $1/n$ ved konstant udløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$, og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Nettovarmestrømmen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

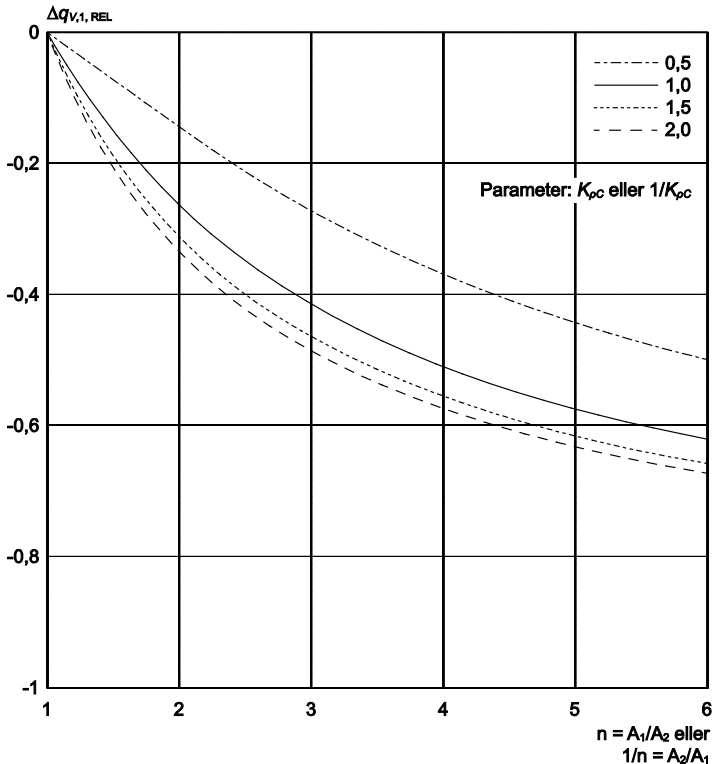
De to volumenstrømsituationer med henholdsvis konstant indløbsareal og konstant udløbsareal er tilnærmelsesvis reciprokke. Den relative volumenstrøm kan derfor afbildes ved kurverne i figur 14.8 og den relative volumenstrømsændring i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ ved kurverne i figur 14.9, når i begge tilfælde der anvendes $A_2/A_1 = 1/n$ som uafhængig variabel i stedet for n og $1/K_{\rho C}$ som parameter i stedet for $K_{\rho C}$.

14.3.3 Volumenstrøm ved konstant samlet åbningsareal. Optimalt åbningsarealforhold
Referencevolumenstrømmen kan med konstant samlet åbningsareal bestemmes af ligningerne (14.6) og (14.5d) og der fås med $n = 1,0$:

$$q_{V,1,opt} = 0,0373(\Phi_{net} H)^{1/3} C_{d,1}^{2/3} A_{tot}^{2/3} \left(\frac{1}{4(1 + K_{\rho C}^2)} \right)^{1/3} \quad (14.61)$$

Den relative volumenstrøm bliver:

$$q_{V,1,REL} = \left\{ 4(1 + K_{\rho C}^2) \right\}^{1/3} N^{1/3} = K_{\phi} N^{1/3} \quad (14.62)$$



Figur 14.11 Den relative volumenstrømsforøgelse i forhold til den relative volumenstrøm for $n = 1,0$ afbildet i afhængighed af åbningsarealforholdet n ved konstant indløbsareal og af $1/n$ ved konstant udløbsareal og med henholdsvis $K_{\rho C}$ og $1/K_{\rho C}$ som parameter. Nettovarmestrømmen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

hvor:

$$K_{\phi} = \left\{ 4(1 + K_{\rho C}^2) \right\}^{1/3} \quad (14.63)$$

Af ligning (14.62) fås følgende differentialkvotient, når dN/dn udtrykkes ved ligning (14.22):

$$\begin{aligned} \frac{dq_{V,1,REL}}{dn} &= \frac{1}{3} K_{\phi} N^{-2/3} \frac{dN}{dn} = \frac{1}{3} K_{\phi} \left(\frac{n^2}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)(1 + n)^2} \right)^{-2/3} \left(\frac{2n(1 - K_{\rho C}^2 n^3)}{(1 + (K_{\rho C} n)^2)^2 (1 + n)^3} \right) \\ &= \frac{2}{3} K_{\phi} \frac{1 - K_{\rho C}^2 n^3}{n^{1/3} (1 + (K_{\rho C} n)^2)^{4/3} (1 + n)^{5/3}} \end{aligned} \quad (14.64)$$

Det ses, at $dq_{V,1,REL}/dn = 0$ for $n = K_{\rho C}^{-2/3}$. Desuden er $dq_{V,1,REL}/dn > 0$ for $n < K_{\rho C}^{-2/3}$ og $dq_{V,1,REL} < 0$ for $n > K_{\rho C}^{-2/3}$, således at volumenstrømmen har maksimum for $n_{opt} = K_{\rho C}^{-2/3}$ med den relative maksimumsværdi:

$$\begin{aligned}
q_{V,1,REL,maks} &= K_{\phi} \left(\frac{K_{\rho C}^{-4/3}}{(1 + K_{\rho C}^2 K_{\rho C}^{-4/3})(1 + K_{\rho C}^{-2/3})^2} \right)^{1/3} = K_{\phi} \left(\frac{1}{K_{\rho C}^{4/3} (1 + K_{\rho C}^{2/3})(1 + K_{\rho C}^{-2/3})^2} \right)^{1/3} \\
&= K_{\phi} \left(\frac{1}{(1 + K_{\rho C}^{2/3})(1 + K_{\rho C}^{-2/3})^2} \right)^{1/3} = \frac{K_{\phi}}{1 + K_{\rho C}^{2/3}}
\end{aligned} \tag{14.65}$$

Antages $K_{\rho C} = 1,0$, hvor $K_{\phi} = 2,0$, fås:

$$q_{V,1,REL} = 2 \left(\frac{n^2}{(1+n^2)(1+n)^2} \right)^{1/3} \tag{14.66}$$

og for $n = n_{opt} = 1,0$:

$$q_{V,1,REL,maks} = 1,0 \tag{14.67}$$

I figur 14.12 er $q_{V,1,REL}/K_{\phi} = N^{1/3}$ afbildet som funktion af n eller $1/n$ med $K_{\rho C}$ eller $1/K_{\rho C}$ som parameter og med samme definitionsområder som angivet for figur 14.6. Det ses, at fordeles et fastholdt samlet åbningsareal, når $K_{\rho C} = 1,0$, eksempelvis i forholdet 2:1 eller 1:2 i stedet for 1:1 fås $q_{V,1,REL}/K_{\phi} = 0,45$, eller 90 % af det maksimale, som er $q_{V,1,REL,max}/K_{\phi} = 1/2 = 0,5$.

14.3.4 Åbningsarealforhold ved konstant volumenstrøm

I dimensioneringssituationen, hvor der tilstræbes mindst muligt, samlet åbningsareal, kan det nødvendige, samlede åbningsareal for at opnå en ønsket volumenstrøm $q_{V,1,nødv}$ med nettovarmestrømmen som termisk variabel bestemmes af ligning (14.6), og der fås:

$$A_{tot,nødv} = \left(\frac{1}{0,0373} \right)^{3/2} \frac{q_{V,1,nødv}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}N^{1/2}} = \frac{138,8q_{V,1,nødv}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}N^{1/2}} \tag{14.68}$$

Det mindst mulige, samlede åbningsareal fås for $n = K_{\rho C}^{-2/3}$, og der fås ved brug af N udtrykt ved ligning (14.29):

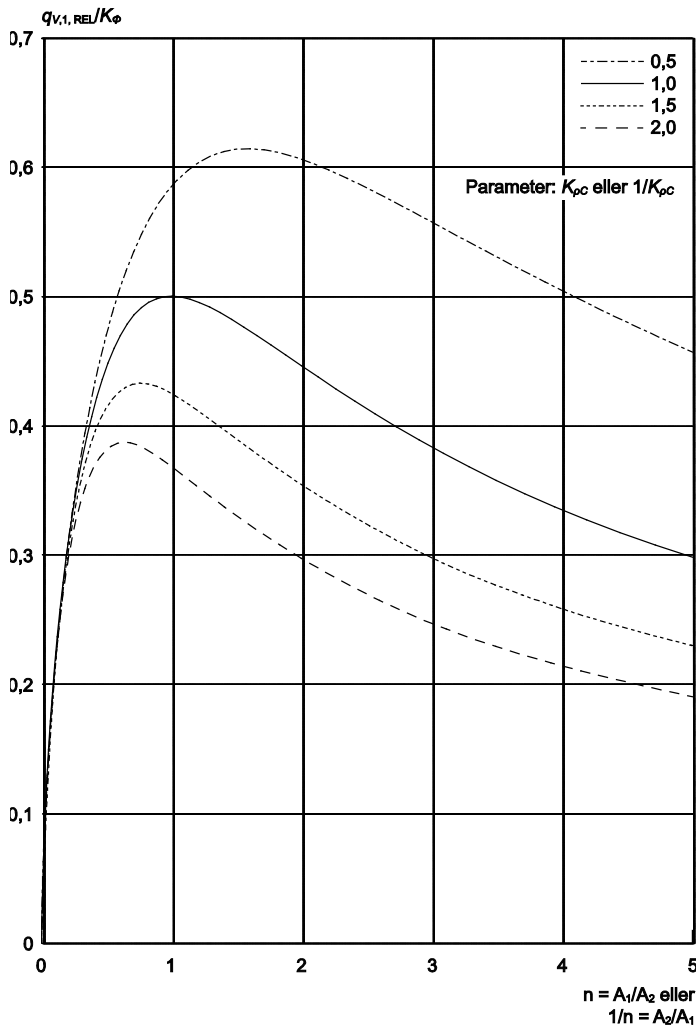
$$A_{tot,opt} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}N^{1/2}} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} \cdot (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{3/2} \tag{14.69}$$

Hertil svarer det optimale indløbsareal, jf. ligning (14.5b) med $n = K_{\rho C}^{-2/3}$:

$$A_{1,opt} = A_{tot,min} \frac{K_{\rho C}^{-2/3}}{1 + K_{\rho C}^{-2/3}} = A_{tot,opt} \frac{1}{1 + K_{\rho C}^{2/3}} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} \tag{14.70a}$$

og det optimale udløbsareal:

$$A_{2,opt} = \frac{A_{1,opt}}{n} = \frac{A_{1,opt}}{K_{\rho C}^{-2/3}} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} K_{\rho C}^{2/3} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} \quad (14.70b)$$



Figur 14.12 Normeret, relativ volumenstrøm $q_{V,1,REL}/K_{\Phi}$ bestemt af ligning (14.62) for konstant, samlet åbningsareal afbildet i afhængighed af n eller $1/n$ og med henholdsvis $K_{\rho C}$ eller $1/K_{\rho C}$ som parameter. Nettovarmestrømmen er den termiske variable, der holdes konstant, og største åbning er vandretliggende.

Antages $K_{\rho C} = 1,0$ fås:

$$A_{tot,opt} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} \cdot 2^{3/2} = \frac{392,6q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} \quad (14.70c)$$

$$A_{1,opt} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} \cdot 2^{1/2} = \frac{1}{2} A_{tot,opt} \quad (14.70d)$$

$$A_{2,opt} = \frac{138,8q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} \cdot 2^{1/2} = \frac{1}{2} A_{tot,opt} \quad (14.70e)$$

Skal et af åbningsarealerne reduceres i forhold til det optimale, fås det andet areals nødvendige størrelse ved først at bestemme det nødvendige åbningsarealforhold af ligning (14.3b). Heraf fås ved opløftning i 3. potens:

$$1 + (K_{\rho C} n_{nødv})^2 = \left(\frac{0,0373}{q_{V,1,nødv}} \right)^3 \Phi_{net} H C_{d,1}^2 A_1^2$$

og heraf igen:

$$n_{nødv} = \frac{1}{K_{\rho C}} \left(\left(\frac{0,0373}{q_{V,1}} \right)^3 \Phi_{net} H C_{d,1}^2 A_1^2 - 1 \right)^{1/2} \quad (14.71a)$$

Heri er, jf. ligning (14.70a):

$$A_{1,opt} = \frac{138,8q_{V,1,nødv}^{3/2}}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} = \left(\frac{q_{V,1,nødv}^{3/2}}{0,0373} \right)^{3/2} \frac{1}{C_{d,1}(\Phi_{net}H)^{1/2}} (1 + K_{\rho C}^{2/3})^{1/2} \quad (14.71b)$$

eller:

$$\left(\frac{0,0373}{q_{V,1}} \right)^3 C_{d,1}^2 \Phi_{net} H = \frac{1 + K_{\rho C}^{2/3}}{A_{1,opt}^2}$$

således at ligning (14.71a) kan omformes til:

$$n_{nødv} = \frac{1}{K_{\rho C}} \left(\left(\frac{A_1}{A_{1,opt}} \right)^2 (1 + K_{\rho C}^{2/3}) - 1 \right)^{1/2} \quad (14.71c)$$

hvilket er det samme, som tidligere er fundet med temperaturdifferens som termisk parameter, jf. ligning (14.37b). Dette medfører igen, at der med reduceret udløbsareal fås samme indløbsarealrelationer som udtrykt ved ligningerne (14.38a) og (14.39) og samme udløbsgrænseareal som udtrykt ved ligning (14.40a). Tilsvarende fås med reduceret indløbsareal samme udløbsarealrelationer som udtrykt ved ligningerne (14.44a) og (14.45) og samme indløbsgrænseareal som udtrykt ved ligning (14.46a). Dette betyder igen, at figur 14.7 også gælder, når nettovarmestrømmen er den termiske parameter.

Årsagen til de analoge åbningsarealrelationer med henholdsvis temperaturdifferensen og nettovarmestrømmen som termiske parametre, er, at ændringer i volumenstrømmen eller en fastholdelse af samme for en given ΔT eller Φ_{net} samt for en given åbningsafstand H alene er bestemt af åbningsarealforholdene. Dette betyder, at de overvejelser, der er gjort i afsnit 14.2.4.3 vedrørende de

kritiske ind- og udløbsarealer $A_{1,krit}^*$ og $A_{2,krit}^*$, også gælder, når nettovarmestrømmen er termisk variabel.

14.4 Volumenstrømforhold med temperaturafhængig nettovarmestrøm som termisk variabel

Med en nettovarmestrøm, der varierer lineært med temperaturdifferensen, jf. ligning (4.11), bestemmes volumenstrømmen af 3. gradsligningen (12.84), og under praktiske forhold fås en volumenstrøm bestemt af ligning (12.92). De to andre mulige rødder til ligningen kræver så specielle foranstaltninger, at de ikke vil optræde i praksis.

Volumenstrømmen udtrykt ved ligning (12.92) giver væsentlig mere komplicerede sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealer end dem, der blev udledt i afsnit 14.3. Simple sammenhænge kan fås ved anvendelse af de tilnærmede volumenstrømsudtryk, der er udledt i afsnit 12.11.3. Den tilnærmede volumenstrøm udtrykt ved ligning (12.108) er identisk med den volumenstrømligning (12.71), der er anvendt i forbindelse med ligning (14.3b), der igen er anvendt i afsnit 14.3. Dette afsnits sammenhænge kan derfor med rimelig god tilnærmelse anvendes, når forholdet α/β mellem varmemestrøm- og varmetabsparameteren er større end ca. 5,0, jf. tabel 12.1, og dette svarer til de forhold, der i praksis kan mødes i bygninger med større opholdsrum som fx visse institutionsbygninger og kontorbygninger med storrumskontorer, jf. tabel 12.2. Sammenhængen mellem nævnte parameterforhold og den konstante varmemestrøm Φ_0 og varmetabskonstanten K_{tab} i ligning (4.11) er følgende, jf. ligningerne (12.85) og (12.86):

$$\frac{\alpha}{\beta} = \left(\frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_1)^2 g H_1}{T_i} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{c_p \rho_u} \right)^{1/3} \frac{3 c_p \rho_u}{K_{tab}} = 3 \left(\frac{\Phi_0 (c_p \rho_u C_{d,1} A_1)^2 g H_1}{T_i K_{tab}^3} \right)^{1/3} \quad (14.72)$$

De optimale åbningsarealforhold kan bestemmes ved differentiation af ligning (12.84) med hensyn til n , og der fås:

$$3q_{V,1}^2 \frac{dq_{V,1}}{dn} + 6\beta q_{V,1} \frac{dq_{V,1}}{dn} - \frac{d(2\alpha^3)}{dn} = 0$$

og heraf:

$$\frac{dq_{V,1}}{dn} = \frac{d(2\alpha^3)}{3q_{V,1}^2 + 6\beta q_{V,1}} \quad (14.73)$$

For parameteren $2\alpha^3$ fås af ligning (12.86), når A_1 udtrykkes ved ligning (14.5b) og H_1 ved ligning (14.2), og når der efterfølgende gøres brug af N udtrykt ved ligning (14.5d):

$$2\alpha^3 = \frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_{tot})^2 2gH}{c_{p,u} \rho_u T_i} \left(\frac{n}{1+n} \right)^2 \frac{1}{1 + (K_{\rho C} n)^2} = \frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_{tot})^2 2gH}{c_{p,u} \rho_u T_i} N \quad (14.74)$$

og heraf:

$$\frac{d(2\alpha^3)}{dn} = \frac{\Phi_0 (C_{d,1} A_{tot})^2 2gH}{c_{p,u} \rho_u T_i} \cdot \frac{dN}{dn} = K \frac{dN}{dn}$$

hvor K er en konstant. Der fås da:

$$\frac{dq_{V,1}}{dn} = \frac{K \frac{dN}{dn}}{3q_{V,1}^2 + 6\beta q_{V,1}} \quad (14.75)$$

Idet ligningens nævner i praksis altid vil være større end nul, ses, at $dq_{V,1}/dn = 0$ for $dN/dn = 0$. Der er således, jf. ligning (14.22), ekstremum for $n = K_{\rho C}^{-2/3}$, dvs. for samme n -værdi som når volumenstrømmen er udtrykt med henholdsvis temperaturdifferens og temperaturuafhængig nettovarmestrøm som variabel. Dette resultat hænger sammen med, at den betragtede nettovarmestrøm er lineært afhængig af temperaturdifferensen.

14.5 Kapitelsammenfatning

Volumenstrømmen gennem fx indløbsåbningen bestemmes ved opdriftventilation af åbningsarealet, åbningens strømningskoefficient og forholdet mellem ind- og udløbsareal. Der er ikke proportionalitet mellem volumenstrømmen og indløbsarealet, da forholdet mellem ind- og udløbsareal er direkte medbestemmende.

Ved regulering, hvor det ene åbningsareal holdes konstant, kan volumenstrømmen med ensformede ind- og udløb (dvs. $K_{\rho C} = 1,0$) maksimalt øges med 41 % ved konstant holdt temperaturdifferens og maksimalt med 26 % med konstant holdt nettovarmestrøm, uanset hvor stort det andet åbningsareal gøres. Disse maksimale forøgelser forudsætter samtidig, at den største af de to åbninger er vandretliggende. Er den lodret eller skråtstillet reduceres forøgelsesmulighederne, når neutralplanet ikke må skære åbningsfladen, dvs. der ikke må optræde to-vejsstrømning i åbningen.

Det mindst mulige, samlede åbningsareal for at opnå en ønsket volumenstrøm fås med et åbningsarealforhold (det optimale åbningsarealforhold) bestemt af $n_{opt} = K_{\rho C}^{-2/3}$. Med ensformede åbninger, hvor $K_{\rho C} = 1,0$, fås således det mindst mulige, samlede åbningsareal, når forholdet mellem ind- og udløb er $n = A_1/A_2 = 1/1$. En mindre skævfordeling har dog kun beskeden betydning. Når åbningsarealforholdet ligger inden for området $1/2 \leq n \leq 2/1$ reduceres volumenstrømmen således med højst 15 % i forhold til volumenstrømmen ved $n = 1/1$ ved konstant holdt temperaturdifferens og højst med 10 % ved konstant holdt nettovarmestrøm.

Konstruktive forhold kan nødvendiggøre en skæv fordeling mellem ind- og udløbsareal i forhold til det optimale. Reduceres det ene areal, skal det andet øges, hvis en på forhånd fastlagt volumenstrøm ønskes opretholdt. Med ensformede åbninger og med største åbning liggende vandret kan en uændret volumenstrøm ikke opretholdes, hvis en åbning reduceres med mere end 29 % i forhold til det optimale, uanset hvor stort det andet åbningsareal gøres. Med største åbning lodret- eller skråtstillet bliver den tilladelige reduktion mindre en 29 %.

Med en nettovarmestrøm, der varierer lineært med temperaturdifferensen gælder med god tilnærmelse samme reguleringsforhold som nævnt ovenfor med konstant nettovarmestrøm, når forholdet mellem tilført varmemstrøm og bygningens varmetab ligger inden for de grænser, der i praksis gælder for bygninger med større opholdsrum som eksempelvis visse institutionsbygninger og kontorhuse med storrumskontorer.

14.6 Kapitelliteratur

ASHRAE (2009). *2009 Handbook – Fundamentals, SI ed., Ventilation and Infiltration, chapter 16*. Atlanta: American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers Inc.

Hellickson, M.A. et al. (1983). In: *Ventilation of Agricultural Structures, Natural Ventilation, chapter 5*. Michigan: American Society of Agricultural Engineering

Kreichelt, T. E., Kern, G. R., & Higgins, J. F. B. (1976). Natural ventilation in hot process buildings in the steel industry. *Iron and Steel Engineer*, (December), 39-46.

Randall, W., C., & Conover, E. W. (1931). Predetermining the aeration of industrial buildings. *Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers*, 37, 605-618.

15. Simpel strømningsmodel for rum med lagdelt indetemperatur. Generelt

I dette kapitel betragtes opdriftventilationen i det samme rum som i kapitel 12, men med lagdelt indetemperatur. Der opstilles på ny de grundlæggende og de supplerende ligninger, og på grundlag heraf opstilles en basismodeludgave, en temperatur- og en nettovarmestrømsbaseret modeludgave. Gyldighedsområdet belyses, og det samme gøres med sammenhængen mellem volumenstrøm og åbningsarealforhold. Endelig opstilles tilnærmede modeludgaver ud fra temperaturlagdelingens middeltemperatur, og de derved begåede fejl bestemmes.

I praksis vil der optræde en indvendig, lodret temperaturlagdeling som beskrevet i bind 2's afsnit 4.2.1 med et temperaturprofil afhængigt af varmekildernes form og placering. Højeste indetemperatur vil optræde i rummets top og laveste vil være lig med eller højere end udtemperaturen. Med positiv nettovarmestrøm fås som ved ensformet indetemperatur uændret en positiv massefyldeforskel mellem ude- og indeluften, som får luften til at strømme ind gennem den nederste åbning og ud gennem den øverste.

15.1 Kontrolvolumen og ligningssystem

Der betragtes et kontrolvolumen analogt til det i figur 12.1. Det antages, at lufttilstrømningen til udløbet er så symmetrisk, at den udstrømmende luft har en temperatur lig med indtemperaturen $T_{i,2}$ i højde med udløbet med en dertil svarende massefylde $\rho_{i,2}$. Det antages desuden, at hastighedsprofilerne i åbningernes kontraherede tværsnit er ensformede.

15.1.1 Grundlæggende strømningsligninger

For det betragtede kontrolvolumen fås grundlæggende strømningsligninger analoge til dem, der blev opstillet for et rum med ensformet indetemperatur.

Massebalanceligningen får følgende form, jf. ligning (12.3):

$$\rho_u C_{d,1} v_{teo,1} A_1 - \rho_{i,2} C_{d,2} v_{teo,2} A_2 = 0 \quad (15.1a)$$

eller, jf. ligning (12.5):

$$\rho_u q_{V,1} - \rho_{i,2} q_{V,2} = 0 \quad (15.1b)$$

Lodret bevægelsesmængdeligning fører til følgende indvendige, lodrette trykforløb, jf. ligning (12.8):

$$p_{i,y} = p_{i,0} - \int_0^y g \rho_{i,y} dy = p_{i,0} - \rho_{i,m,y} g y \quad (15.2)$$

hvor $\rho_{i,y}$ er indeluftens massefylde i højden y regnet fra 0-planen positiv opad, og hvor endvidere $\rho_{i,m,y}$ er middelmassefylden for en lodret, indvendig luftsøjle med højden $|y|$ bestemt ved:

$$\rho_{i,m,y} = \frac{1}{|y|} \int_0^y \rho_{i,y} dy \quad (15.3)$$

Mellem de to åbninger med højdekoordinaterne y_1 og y_2 fås følgende indvendige trykforskel, idet $y_2 - y_1 = H$:

$$p_{i,1} - p_{i,2} = \left(p_{i,0} - g \int_0^{y_1} \rho_{i,y} dy \right) - \left(p_{i,0} - g \int_0^{y_2} \rho_{i,y} dy \right) = g \int_{y_1}^{y_2} \rho_{i,y} dy = \rho_{i,m} g H \quad (15.4)$$

hvor:

$$\rho_{i,m} = \frac{1}{H} \int_{y_1}^{y_2} \rho_{i,y} dy \quad (15.5)$$

Energiligningen får følgende reducerede form, jf. ligning (12.19):

$$c_p T_{i,2} \rho_{i,2} q_{V,2} - c_p T_u \rho_u q_{V,1} = \Phi_{net} \quad (15.6)$$

og heraf fås, jf. ligning (12.20), idet $\rho_u q_{V,1} = \rho_{i,2} q_{V,2}$:

$$T_{i,2} - T_u = \Delta T_2 = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_{i,2} q_{V,2}} = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u q_{V,1}} \quad (15.7)$$

Vandret bevægelsesmængdeligning og entropiligning er uden interesse i den her behandlede sammenhæng.

15.1.2 Supplerende ligninger

Som supplerende ligninger opstilles energiligningerne for strømmingen gennem ind- og udløb, og der fås analogt til ligningerne (12.22) og (12.23):

$$p_{u,1} - p_{i,1} = \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{k,1}}{C_{v,1}} \right)^2 \quad (15.8)$$

og:

$$p_{i,2} - p_{u,2} = \frac{1}{2} \rho_{i,2} \left(\frac{v_{k,2}}{C_{v,2}} \right)^2 \quad (15.9)$$

15.1.3 Ligningssystem og løsningsmuligheder

Ligningssystemet bestående af fem uafhængige ligninger adskiller sig fra det, der blev udledt i kapitel 12 ved, at der:

- i massebalanceligningen (15.1a) indgår rumluftens massefylde ud for udløbet
- i den lodrette bevægelsesligning (15.4) indgår middelmassefylden for den indvendige luftstøje imellem de to åbninger
- i energiligningen (15.7) indgår rumluftens massefylde ud for udløbet
- i den supplerende energiligning (15.9) for strømmingen gennem udløbet indgår rumluftens massefylde ud for udløbet

Ligningernes form i forhold til den, de har ved ensformet indetemperatur er uændrede, således at der kan udskilles fire ligninger, der fører til en basismodeludgave med en massefyldedifferens som termisk variabel. Denne udgave kan efterfølgende omformes til en temperaturdifferensbaseret udgave ved brug af tilstandsligningen og videre til en nettovarmestrømbaseret udgave ved inddragelse af energiligningen.

15.2 Basismodeludgave

Basisudgavens fire ligninger løses ved – analogt til fremgangsmåden i afsnit 12.7 - at eliminere trykkene i ligning (15.4) ved hjælp af ligningerne (15.8) og (15.9). Der fås da følgende ligning:

$$p_{u,1} - \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{v_{k,1}}{C_{v,1}} \right)^2 - \left(p_{u,2} + \frac{1}{2}\rho_{i,2} \left(\frac{v_{k,2}}{C_{v,2}} \right)^2 \right) = \rho_{i,m} gH$$

eller, idet $p_{u,1} - p_{u,2} = \rho_u gH$, jf. ligning (4.3):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\rho_u \left(\frac{v_{k,1}}{C_{v,1}} \right)^2 + \frac{1}{2}\rho_{i,2} \left(\frac{v_{k,2}}{C_{v,2}} \right)^2 &= -\rho_{i,m} gH + (p_{u,1} - p_{u,2}) \\ &= -\rho_{i,m} gH + \rho_u gH = (\rho_u - \rho_{i,m}) gH = \Delta\rho_m gH \end{aligned} \tag{15.10a}$$

hvor der samtidig er indført middelmassefyldedifferensen defineret ved:

$$\Delta\rho_m = (\rho_u - \rho_{i,m}) \tag{15.10b}$$

15.2.1 Lufthastigheder

I ligning (15.10a) kan $v_{k,2}$ udtrykkes ved $v_{k,1}$ ved brug af massebalanceligningen. Der fås da en ligning, som er analog til ligning (12.30b), og som løst med hensyn til $v_{k,1}$ fører til:

$$v_{k,1} = (\pm) \left\{ \frac{2\Delta\rho_m g H}{\rho_u \left(\frac{1}{C_{v,1}} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{k,1}}{A_{k,2}} \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} = (\pm) C_{v,1} \left(\frac{2\Delta\rho_m g H_{1,tl}}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (15.11)$$

hvor $H_{1,tl}$ er en højdestørrelse (der ikke er højden for neutralplanplaceringen og hvor det ekstra indeks tl indikerende lagdelt indetemperaturen) defineret ved:

$$H_{1,tl} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} \left(\frac{C_{v,1}}{C_{v,2}} \cdot \frac{A_{k,1}}{A_{k,2}} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} \left(\frac{C_{d,1}}{C_{d,2}} \right)^2 \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2} \quad (15.12)$$

Løst med hensyn til $v_{k,2}$ fås:

$$v_{k,2} = (\pm) \left\{ \frac{2\Delta\rho_m g H}{\rho_{i,2} \left(\frac{1}{C_{v,2}} \right)^2 \left(1 + \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,2} A_{k,2}}{C_{v,1} A_{k,1}} \right)^2 \right)} \right\}^{1/2} = (\pm) C_{v,2} \left(\frac{2\Delta\rho_m g H_{2,tl}}{\rho_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.13)$$

hvor:

$$H_{2,tl} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{v,2} A_{k,2}}{C_{v,1} A_{k,1}} \right)^2} = \frac{H}{1 + \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \cdot \left(\frac{C_{d,2}}{C_{d,1}} \right)^2 \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2} \quad (15.14)$$

Ved sammenlægning af ligningerne (15.12) og (15.14) fås analogt til ligning (12.36):

$$H_{1,tl} + H_{2,tl} = H \quad (15.15a)$$

De to højdestørrelser $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ er analoge til H_1 og H_2 for ensformet indetemperatur, blot indgår indeluftens massefylde $\rho_{i,2}$ ud for indløbet, hvor $\rho_{i,2} \neq \rho_{i,1}$ mod $\rho_{i,2} = \rho_{i,1} = \rho_i$ ved ensformet indetemperatur. For forholdet mellem eksempelvis $H_{1,tl}$ og H_1 fås af ligningerne (15.12) og (12.32):

$$\frac{H_{1,tl}}{H_1} = \frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2} = \frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_i} K_{CA}}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} K_{CA}} = \frac{\rho_{i,2}}{\rho_i} \cdot \frac{\rho_i + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}} \quad (15.15b)$$

hvor ρ_i er indluftens massefylde ved en ensformet indetemperatur T_i , og der vil gælde at $\rho_{i,2} < \rho_i < \rho_{i,1}$ svarende til at $T_{i,1} < T_i < T_{i,2}$. Desuden er:

$$K_{CA} = \left(\frac{C_{d,1} A_1}{C_{d,2} A_2} \right)^2 \quad (15.15c)$$

I ligning (15.15b) er:

$$\frac{\rho_{i,2}}{\rho_i} < \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_i + \rho_u K_{CA}} < 1,0$$

og dermed er:

$$\frac{H_{1,tl}}{H_1} < \frac{\rho_{i,2}}{\rho_i} < 1,0 \quad (15.15d)$$

dvs. at $H_{1,tl} < H_1$

15.2.2 Trykforhold og trykdifferenser

Det indvendige, lodrette trykforløb kan bestemmes af ligning (15.2), og der fås, når indløbsåbningens midte vælges som 0-plan:

$$p_{i,y} = p_{i,1} - \rho_{i,m,y} g y \quad (15.16a)$$

Heri er, jf. ligningerne (15.8) og (15.11)

$$p_{i,1} = p_{u,1} - \frac{1}{2} \rho_u \left(\frac{v_{k,1}}{C_{v,1}} \right)^2 = p_{u,1} - \Delta \rho_m g H_{1,tl} = p_{u,1} - (\rho_u - \rho_{i,m}) g H_{1,tl} \quad (15.16b)$$

som indsat i ligning (15.16a) fører til:

$$p_{i,y} = p_{u,1} - (\rho_u - \rho_{i,m}) g H_{1,tl} - \rho_{i,m,y} g y \quad (15.17)$$

For trykdifferensen over rummets lodrette flader i afhængighed af den lodrette afstand fra indløbsmidten, fås, når det udvendige, lodrette trykforløb udtrykkes ved ligning (4.3)

$$\begin{aligned} \Delta p_y &= p_{u,y} - p_{i,y} = (p_{u,1} - \rho_u g y) - [p_{u,1} - (\rho_u - \rho_{i,m}) g H_{1,tl} - \rho_{i,m,y} g y] \\ &= \rho_u g (H_{1,tl} - y) - \rho_{i,m} g H_{1,tl} + \rho_{i,m,y} g y \end{aligned} \quad (15.18)$$

For trykdifferenserne over indløbet, hvor $y = 0$, fås:

$$\Delta p_1 = p_{u,1} - p_{i,1} = (\rho_u - \rho_{i,m})gH_{1,tl} = \Delta\rho_m gH_{1,tl} \quad (15.19a)$$

og over udløbet, hvor $y = H$, fås ved brug af ligning (15.15a):

$$\begin{aligned} \Delta p_2 &= p_{u,2} - p_{i,2} = \rho_u g(H_{1,tl} - H) - \rho_{i,m} gH_{1,tl} + \rho_{i,m} gH \\ &= -g(\rho_u - \rho_{i,m})(H - H_{1,tl}) = -\Delta\rho_m gH_{2,tl} \end{aligned} \quad (15.19b)$$

Summen af de to trykdifferenser virkende i serie bliver da:

$$\Delta p = \Delta p_1 + |\Delta p_2| = \Delta\rho_m g(H_{1,tl} + H_{2,tl}) = \Delta\rho_m gH \quad (15.19c)$$

dvs. lig med drivtrykket, der holder strømmingen i gang, jf. ligning (15.10a).

Med temperaturlagdeling fås to forskellige indeluftmassefylder, der indgår henholdsvis i drivtrykket og i drivtrykkets fordeling over ind- og udløbet. I drivtrykket indgår middelmassefylden $\rho_{i,m}$, således at drivtrykket bliver lig med det drivtryk, man ville få med en ensformet indetemperatur svarende til massefylden $\rho_{i,m}$. Denne massefylde kan i øvrigt også fås som middelmassefylden for de uendelig mange temperaturlagdelinger, der tilfredsstiller ligning (15.5). I drivtrykfordelingen bestemt af $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$, indgår indeluftens massefylde $\rho_{i,2}$ i højde med udløbet, og fordelingen bliver derfor, jf. ligningerne (15.12) og (15.14), identisk med den fordeling, man ville få med en ensformet indetemperatur lig med lagdelingens indetemperatur $T_{i,2}$ i højde med udløbet.

15.2.3 Neutralplanplacering

Neutralplanets placering bestemmes af den højde $y = Y_1$ over indløbsmidten, hvor trykdifferensen udtrykt ved ligning (15.18) er lig med nul, dvs. af:

$$\rho_u g(H_{1,tl} - Y_1) - \rho_{i,m} gH_{1,tl} + \rho_{i,m,Y_1} gY_1 = 0 \quad (15.20a)$$

hvor, jf. ligning (15.3):

$$\rho_{i,m,Y_1} = \frac{1}{Y_1} \int_0^{Y_1} \rho_{i,y} dy \quad (15.20b)$$

Af ligning (15.20a) fås videre:

$$Y_1(-\rho_u + \rho_{i,m,Y_1}) = H_{1,tl}(-\rho_u + \rho_{i,m}) \quad (15.20c)$$

og heraf:

$$Y_1 = \frac{\rho_u - \rho_{i,m}}{\rho_u - \rho_{i,m,Y_1}} \cdot H_{1,tl} \quad (15.21a)$$

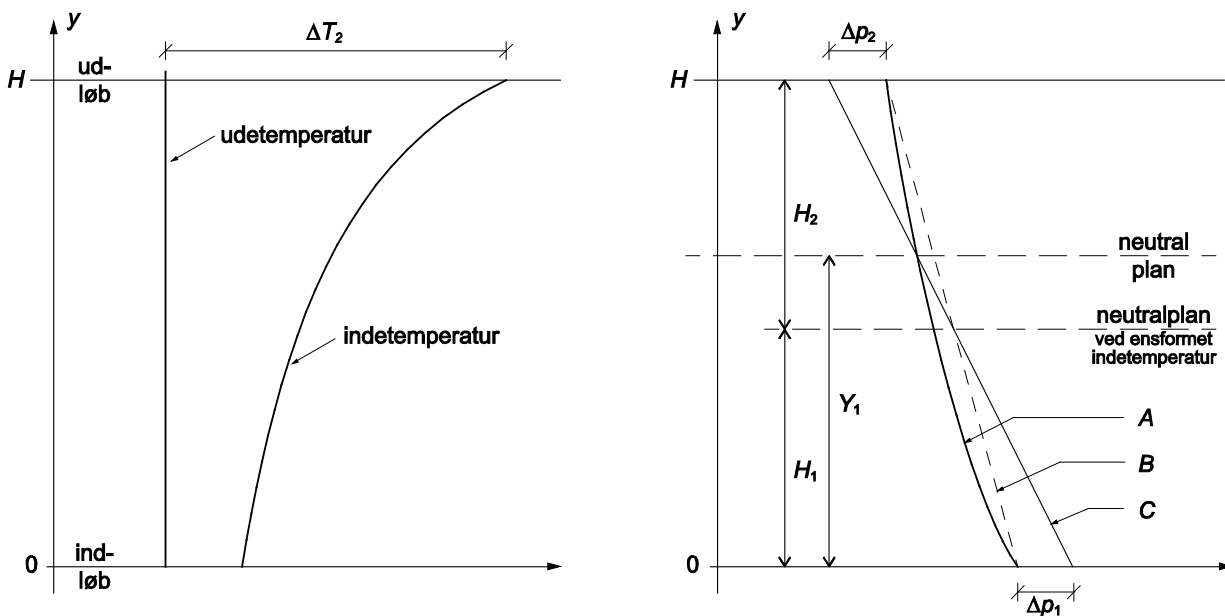
Ved indsættelse af ligning (15.15b) heri fås videre:

$$Y_1 = \frac{\rho_u - \rho_{i,m}}{\rho_u - \rho_{i,m,Y_1}} \cdot \frac{\rho_{i,2}}{\rho_i} \cdot \frac{\rho_i + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}} H_1 \quad (15.21b)$$

Det ses af ligning (15.21a), at neutralplansafstanden Y_1 kun er identisk med $H_{1,tl}$, hvis $\rho_{i,m,Y_1} = \rho_{i,m}$, og dette er ikke tilfældet ved en med højden stigende indetemperatur. Der vil kun være identitet ved ensformet indetemperatur, eller hvis indetemperaturen og dermed massefylden stiger og falder med højden på en sådan måde, at $\rho_{i,m,Y_1} = \rho_{i,m}$. Ved en med højden stigende indetemperatur er $\rho_{i,m,Y_1} > \rho_{i,m}$, og dermed er $Y_1 > H_{1,tl}$. Det ses endvidere af ligning (15.21b), at Y_1 kun er identisk med H_1 , hvis der samtidig med identiteten mellem Y_1 og $H_{1,tl}$ gælder at $\rho_{i,2} = \rho_i$, og dette vil også kun være tilfældet med ensformet indetemperatur.

Med $Y_1 > H_{1,tl}$ samt med $H_{1,tl} < H_1$, som tidligere fundet i forbindelse med ligning (15.15b), kan størrelsen af Y_1 i forhold til H_1 ikke umiddelbart afgøres ud fra ligningerne (15.21a) og (15.21b). Men størrelsesforholdet kan fastslås ud fra følgende argumentation:

Uanset temperaturprofilets udseende medfører den lodrette, indvendige temperaturstigning, at det indvendige tryk aftager hurtigere med højden end det ville gøre med en ensformet indetemperatur lig med eksempelvis indetemperaturen i højde med indløbet. Trykdifferensen vokser dermed hurtigere med højden, end den ville have gjort med det lineære forløb, der fås med den ensformede indetemperatur. Neutralplanet kommer derfor til at ligge højere ved temperaturlagdeling end ved ensformet indetemperatur, da der kræves en mindre afstand mellem neutralplanet og udløbet for at få den trykdifferens over udløbet, der giver samme massestrøm gennem ind- og udløb. Dvs. at $Y_1 > H_1$. Forholdene er vist i figur 15.1. Her er også indtegnet det indvendige trykforløb svarende til den indvendige middelmassefylde og dermed til referencetemperaturen eller meget nær til lagdelingens middeltemperatur.



Figur 15.1 Trykforhold og neutralplansplacering ved temperaturlagdeling. Kurverne A og C viser henholdsvis ind- og udvendigt trykforløb, og kurve B viser indvendigt trykforløb ved ensformet indetemperatur.

Ligning (15.21a) eller ligning (15.21b) kan løses iterativt ved successiv brug af ligningerne (15.15b), (15.5) og (15.20b) med H_1 bestemt af ligning (12.32) som første gæt samt ved brug af at $Y_1 > H_1$.

15.2.4 Volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer

Volumenstrømmen gennem indløbet kan bestemmes af:

$$q_{V,1} = A_{k,1}v_{k,1} = C_{k,1}A_1C_{v,1}\left(\frac{2\Delta\rho_m gH_{1,tl}}{\rho_u}\right)^{1/2} = C_{d,1}A_1\left(\frac{2\Delta\rho_m gH_{1,tl}}{\rho_u}\right)^{1/2} \quad (15.22a)$$

og gennem udløbet fås tilsvarende:

$$q_{V,2} = A_{k,2}v_{k,2} = C_{k,2}A_2C_{v,2}\left(\frac{2\Delta\rho_m gH_{2,tl}}{\rho_{i,2}}\right)^{1/2} = C_{d,2}A_2\left(\frac{2\Delta\rho_m gH_{2,tl}}{\rho_{i,2}}\right)^{1/2} \quad (15.22b)$$

Det nødvendige indløbsareal kan bestemmes af ligning (15.22a), og der fås:

$$A_1 = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}}\left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho_m gH_{1,tl}}\right)^{1/2} \quad (15.23a)$$

hvor $q_{V,1}$ er den ønskede volumenstrøm.

Det nødvendige udløbsareal kan bestemmes af ligning (15.22b), og der fås:

$$A_2 = \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}}\left(\frac{\rho_{i,2}}{2\Delta\rho_m gH_{2,tl}}\right)^{1/2} \quad (15.23b)$$

hvor $q_{V,2} = (\rho_u/\rho_{i,2})q_{V,1}$.

15.3 Temperaturbaseret modeludgave

Middelmassefylden $\rho_{i,m}$ i middelmassefyldedifferensligningen (15.10b) fås af ligning (15.5) med $\rho_{i,y} = \rho_u T_u / T_{i,y}$, hvor indetemperaturen $T_{i,y}$ er temperaturen i højden y . Der fås:

$$\rho_{i,m} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{\rho_u T_u}{T_{i,y}} dy = \rho_u T_u \frac{1}{H} \int_0^H \frac{1}{T_{i,y}} dy = \rho_u T_u \frac{1}{T_{i,ref}} \quad (15.24a)$$

hvor der er indført referencetemperaturen $T_{i,ref}$ defineret ved:

$$\frac{1}{T_{i,ref}} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (15.24b)$$

For middelmassefyldedifferensen fås da:

$$\Delta\rho_m = \rho_u - \rho_{i,m} = \rho_u - \rho_u \frac{T_u}{T_{i,ref}} = \rho_u \left(1 - \frac{T_u}{T_{i,ref}}\right) = \rho_u \frac{T_{i,ref} - T_u}{T_{i,ref}} = \rho_u \frac{\Delta T_{ref}}{T_{i,ref}} \quad (15.25a)$$

hvor:

$$\Delta T_{ref} = T_{i,ref} - T_u \quad (15.25b)$$

Det ses af ligningerne (15.24a) og (15.24b), at $T_{i,ref}$ er lufttemperaturen svarende til massefylden $\rho_{i,m}$, og altså ikke lig med temperaturlagdelingens middeltemperatur. Idet $\rho_u/T_{i,ref} = \rho_{i,m}/T_u$, jf. ligning (15.24a), kan massefyldedifferensen også udtrykkes ved:

$$\Delta \rho_m = \rho_{i,m} \frac{\Delta T_{ref}}{T_u} \quad (15.26)$$

Med middelmassefyldedifferensen indsat i basisudgaven fås den temperaturdifferensbaserede modeludgave med ΔT_{ref} som den termiske variable. Differensen indsættes udtrykt ved ligning (15.25a) i indløbsudtrykkene og udtrykt ved ligning (15.26) i udløbsudtrykkene for at få udtryk analoge til dem for ensformet indetemperatur,. De indgående højdestørrelser $H_{1,t}$ og $H_{2,t}$ fås af ligningerne (15.12) og (15.14) med $\rho_{i,2}/\rho_u = T_u/T_{i,2}$.

For indløbsforholdene fås med ligning (15.25a):

$$\Delta p_1 = \frac{\rho_u \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}} \quad (15.27a)$$

$$v_{k,1} = C_{v,1} \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.27b)$$

$$q_{V,1} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.27c)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,ref}}{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}} \right)^{1/2} \quad (15.27d)$$

For udløbsforholdene fås med ligning (15.26):

$$\Delta p_2 = \frac{\rho_{i,m} \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} = \frac{\rho_u \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_{i,ref}} \quad (15.28a)$$

og yderligere fås ved brug af at $\rho_{i,m} T_{i,ref} = \rho_u T_u = \rho_{i,2} T_{i,2}$ og dermed $\rho_{i,m}/\rho_{i,2} = T_{i,2}/T_{i,ref}$.

$$v_{k,2} = C_{v,2} \left(\frac{\rho_{i,m}}{\rho_{i,2}} \cdot \frac{2 \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} \right)^{1/2} = C_{v,2} \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.28b)$$

$$q_{V,2} = C_{d,2} A_2 \left(\frac{2\Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.28c)$$

$$A_2 = \frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T_{ref} g H_{2,tl}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.28d)$$

Korrektionsleddet $(T_{i,ref}/T_{i,2})^{1/2}$ i udløbsudtrykkene er en følge af, at det er indelufttemperaturen $T_{i,2}$ og ikke $T_{i,ref}$, der er medbestemmende for lufthastigheden i udløbet.

15.3.1 Neutralplanplacering

I ligning (15.21a) for neutralplanplaceringen kan den indgående ρ_{i,m,Y_1} udtrykkes ved, jf. ligning (15.20b):

$$\rho_{i,m,Y_1} = \frac{1}{Y_1} \int_0^{Y_1} \frac{\rho_u T_u}{T_{i,y}} dy = \rho_u T_u \frac{1}{Y_1} \int_0^{Y_1} \frac{1}{T_{i,y}} dy = \rho_u T_u \frac{1}{T_{i,ref,Y_1}} \quad (15.29a)$$

hvor der er indført T_{i,ref,Y_1} defineret ved:

$$\frac{1}{T_{i,ref,Y_1}} = \frac{1}{Y_1} \int_0^{Y_1} \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (15.29b)$$

Af ligning (15.21a) fås da:

$$Y_1 = \frac{\rho_u - \rho_{i,m}}{\rho_u - \rho_{i,m,Y_1}} \cdot H_{1,tl} = \frac{1 - \frac{\rho_{i,m}}{\rho_u}}{1 - \frac{\rho_{i,m,Y_1}}{\rho_u}} H_{1,tl} = \frac{1 - \frac{T_u}{T_{i,ref}}}{1 - \frac{T_u}{T_{i,ref,Y_1}}} H_{1,tl} = \frac{T_{i,ref} - T_u}{T_{i,ref,Y_1} - T_u} \cdot \frac{T_{i,ref,Y_1}}{T_{i,ref}} H_{1,tl} \quad (15.29c)$$

Ligningen kan løses iterativt ved successiv brug af ligningerne (15.15b), (15.24b) og (15.29b) med $y_1 = H_1$ bestemt af ligning (12.32) som første gæt og ved brug af at $Y_1 > H_1$.

15.4 Nettovarmestrømbaseret modeludgave

Sammenhængen mellem temperaturdifferensen ΔT_{ref} og nettovarmestrømmen Φ_{net} fås af energiligning (15.7). Med udgangspunkt i indløbsforholdene fås sammen med ligning (15.27c):

$$\Delta T_2 = T_{i,2} - T_u = \frac{\Phi_{net} T_{i,ref}^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2\Delta T_{ref} g H_{1,tl})^{1/2}} \quad (15.30a)$$

og med udgangspunkt i udløbsforholdene fås sammen med ligning (15.28c):

$$\Delta T_2 = \frac{\Phi_{net} T_u^{1/2}}{c_p \rho_{i,2} C_{d,2} A_2 (2\Delta T_{ref} g H_{2,tl})^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.30b)$$

De to udtryk afviger fra dem i den nettovarmestrømsbaserede modeludgave med ensformet indetemperatur derved, at der indgår to temperaturdifferenser, ΔT_{ref} og ΔT_2 , hvor ΔT_{ref} er knyttet til volumenstrømmen, og ΔT_2 til energistrømmen i udløbet. Kendes temperaturlagdelingens form, kan de to temperaturdifferenser bestemmes i afhængighed af temperaturniveauet udtrykt ved fx temperaturdifferensen over indløbet. Ved indsættelse heraf i ligning (15.30a) kan dette niveau derefter bestemmes, hvorefter ΔT_{ref} kan bestemmes til indsættelse i den temperaturdifferensbaserede modeludgave.

Man kan alternativt udtrykke sammenhængen mellem de to temperaturdifferenser ved indførelse af en temperaturdifferenskvotient ε_{ref} , defineret ved:

$$\varepsilon_{ref} = \frac{T_{i,2} - T_u}{T_{i,ref} - T_u} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \quad (15.31)$$

Kvotientens to temperaturdifferenser er afhængige af varmkildens form og placering, og de kan desuden være afhængige af nettovarmestrømmens størrelse. Kvotienten kan derfor ikke umiddelbart betragtes som en konstant størrelse. I en række tilfælde varierer ε_{ref} dog så lidt inden for det i praksis optrædende indetemperaturområde, at der kan bestemmes en ε_{ref} -værdi, der med rimelig nøjagtighed kan antages som værende konstant.

I det følgende betragtes kun forholdene med temperatuurafhængig nettovarmestrøm, og når temperaturdifferenskvotienten samtidig antages at være konstant.

15.4.1 Indløbsforhold.

Med konstant ε_{ref} fås følgende af ligning (15.30a) sammen med ligning (15.31):

$$\Delta T_{ref} = \frac{\Delta T_2}{\varepsilon_{ref}} = \frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) T_{i,ref}^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2\Delta T_{ref} g H_{1,tl})^{1/2}} \quad (15.32)$$

Denne ligning er analog til ligning (12.63a) for ensformet indetemperatur på nær ΔT , Φ_{net} , T_i og H_1 , der er erstattet af henholdsvis ΔT_{ref} , $\Phi_{net}/\varepsilon_{ref}$, $T_{i,ref}$ og $H_{1,tl}$. Antages ΔT_{ref} at ligge i området 3-30 K fås analogt til ligning (12.66) med en fejl mindre end 4 %:

$$\Delta T_{ref} = 7,08 \cdot 10^{-5} T_{i,ref} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_{1,tl}} \right)^{1/3} \quad (15.33)$$

Ved indsættelse heraf i ligningerne (15.27a) - (15.27d) fås følgende udtryk med nettovarmestrømmen som uafhængig variabel:

$$\Delta p_1 = 6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \quad (15.34a)$$

$$v_{k,1} = 0,0373 \cdot C_{v,1} \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \quad (15.34b)$$

$$q_{v,1} = 0,0373 ((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl})^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3} \quad (15.34c)$$

$$A_1 = 138,5 \frac{q_{v,1}^{3/2}}{C_{d,1} ((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl})^{1/2}} \quad (15.34d)$$

15.4.2 Udløbsforhold.

For forholdene i udløbet fås af ligning (15.30b) sammen med ligning (15.31) og med $\rho_{i,2} = p_{i,2}/RT_{i,2}$:

$$\Delta T_{ref} = \frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) T_u^{1/2}}{c_p \rho_{i,2} C_{d,2} A_2 (2\Delta T_{ref} g H_{2,tl})^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.35a)$$

$$= \frac{R(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) T_u^{3/2}}{c_p p_{i,2} C_{d,2} A_2 (2\Delta T_{ref} g H_{2,tl})^{1/2}} \cdot \frac{T_{i,2}}{T_u} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2}$$

og heraf fås, jf. ligning (12.68a):

$$\Delta T_{ref} = \left(\frac{R}{c_p p_{i,2}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,2}^{1/2} T_{i,ref}^{1/2}}{T_u} \right)^{2/3} T_u \left(\frac{\Phi / \varepsilon_{ref}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_{2,tl}} \right)^{1/3} \quad (15.35b)$$

Med ΔT_{ref} liggende i området 3-30 K samtidig med at det antages, at temperaturbrøken $(T_{i,2}^{1/2} T_{i,ref}^{1/2} / T_u)^{2/3} \cong 1,04$, fås analogt til ligning (12.68) med en fejl mindre end 4 %:

$$\Delta T_{ref} = 7,65 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi / \varepsilon_{ref}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_{2,tl}} \right)^{1/3} \quad (15.35c)$$

Indsat i ligningerne (15.28a) – (15.28d) fås videre følgende udtryk:

$$\Delta p_2 = 7,52 \cdot 10^{-4} \rho_{i,m} \left(\frac{(\Phi / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \quad (15.36a)$$

$$v_{k,2} = 0,0388 \cdot C_{v,2} \left(\frac{(\Phi / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl}}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.36b)$$

$$q_{v,2} = 0,0388 \left((\Phi / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl} \right)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.36c)$$

$$A_2 = 131,0 \frac{q_{v,2}^{3/2}}{C_{d,2} \left((\Phi / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl} \right)^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.36d)$$

15.5 Gyldighedsområde

Ved udledelsen af temperaturlagdelingsmodellen er der som ved ensformet indetemperatur forudsat ensformet hastighedsprofil over åbningerne, lodretstillede åbninger i samme bygningsflade samt rektangulært formet rum, og disse forudsætninger opfyldes ikke altid i praksis.

15.5.1 Hastighedsforhold

Til belysning af hastighedsforholdene betragtes det indvendige trykforløb givet ved ligning (15.16a), og som kan omformes til, jf. ligning (15.24a):

$$p_{i,y} = p_{i,1} - g \int_0^y \frac{\rho_u T_u}{T_{i,y}} dy = p_{i,1} - g \rho_u T_u \int_0^y \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (15.37)$$

Her vil $T_{i,y}$ oftest ligge i området 288 – 308 K (15 – 35 °C), eventuelt med enkelte spring (svarende til stedvis store temperaturgradienter). Men kurveforløbet for funktionen $1/T_{i,y}$ vil kun variere lidt og vil over hele højden have så lille krumning, at den vil være næsten retlinet. Dermed vil trykforløbet også meget nær være retlinet. Analysen af hastighedsprofilet foretaget i afsnit 13.1 med ensformet indetemperatur vil derfor med god tilnærmelse også gælde for lagdelt indetemperatur, således at der kan regnes med ensformede hastighedsprofiler i åbningernes kontraherede tværsnit, så længe åbningshøjderne er små i forhold til åbningsafstanden, og så længe forholdet mellem de to åbningsarealer er sådan, at neutralplanet ikke kommer tæt på nogen af åbningsfladerne.

15.5.2 Grænseforhold og -betingelser

Med det næsten retlinede, indvendige trykforløb bliver hastighedsprofilet, når neutralplanet ligger i højde med nederste åbnings overkant eller øverste åbnings underkant, meget nær parabolisk. Der kan derfor også ved temperaturlagdeling regnes med, at middelhastigheden over åbningen med god tilnærmelse er lig med den hastighed, der optræder i åbningens midte, så længe neutralplanet ikke skærer nogen af åbningsfladerne, jf. kapitel 13.

Ved temperaturlagdeling ligger neutralplanet nærmere udløbsåbningen end ved ensformet indetemperatur. De i kapitel 13 udledte kritiske grænser for åbningsforholdene vil derfor være på den sikre side, når neutralplanet ved størst indløb nærmer sig indløbsåbningen. Når neutralplanet ved størst udløb nærmer sig udløbsåbningen fremgår det af det efterfølgende kapitel 16, at neutralplanets placering ved lineær temperaturlagdeling kun afviger lidt fra den, der fås med ensformet indetemperatur, jf. figur 16.1, ifølge hvilken Y_1/H_1 aftager for aftagende A_1/A_2 og har størrelsen ca. 1,05 for $A_1/A_2 \sim 1/3$. I dette tilfælde kan der derfor også med god tilnærmelse regnes med de i kapitel 13 udledte grænseværdier - dog lidt på den usikre side.

15.5.3 Åbnings- og rumforhold

Ved temperaturlagdeling har åbningernes orientering og placering samt rummets udformning ingen indflydelse på de grundlæggende og de supplerende ligninger, analogt til hvad der var tilfældet ved ensformet indetemperatur. Den opstillede lagdelingsmodel gælder derfor uanset, om åbningerne er lodret-, vandret- eller skråtstillede, eller om de er placeret på samme eller på to forskellige flader. Endelig gælder modeludgaven også uanset rummets form, dvs. uanset bygningsfladernes orientering og om der optræder spring i fladerne. De eneste bygningsmæssige størrelser, der har betydning, er fortsat åbningsarealernes størrelse, deres udformning og deres indbyrdes, lodrette afstand.

15.6 Volumenstrøm og åbningsmæssige forhold

De sammenhænge, der er udledt i kapitel 14 mellem volumenstrøm og åbningsmæssige forhold ved ensformet indetemperatur, vil med god tilnærmelse også gælde ved temperaturlagdeling, da udtrykkene for trykdifferens og dermed for volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer er analoge, blot med ΔT og T_i erstattet af ΔT_{ref} og $T_{i,ref}$. Man kan derfor med god tilnærmelse regne med samme optimale åbningsforhold, samme volumenstrømændringer i afhængighed af åbningsarealændringer og samme åbningsarealrelationer ved fastholdt volumenstrøm som ved ensformet indetemperatur.

15.7 Tilnærmet model

Der kan fås en tilnærmet model ved at betragte forholdene med ensformet indetemperatur lig med middelindetemperaturen $T_{i,m}$ bestemt af

$$T_{i,m} = \frac{1}{H} \int_0^H T_{i,y} dy \quad (15.38)$$

Til denne middeltemperatur svarer en massefylde ρ_{i,T_m} bestemt af:

$$\rho_{i,T_m} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,m}} \quad (15.39)$$

og der fås følgende massefyldedifferens $\Delta\rho_{T_m}$:

$$\Delta\rho_{T_m} = \rho_u - \rho_{i,T_m} = \rho_u \left(1 - \frac{\rho_{i,T_m}}{\rho_u} \right) = \rho_u \left(1 - \frac{T_u}{T_{i,m}} \right) = \rho_u \frac{T_{i,m} - T_u}{T_{i,m}} = \rho_u \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} = \rho_{i,T_m} \frac{\Delta T_m}{T_u} \quad (15.40a)$$

hvor

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u \quad (15.40b)$$

Det ses, at $T_{i,m}$, ρ_{i,T_m} og $\Delta\rho_{T_m}$ er forskellige fra de i afsnittene 15.1 - 15.3 introducerede og anvendte størrelser $T_{i,ref}$, $\rho_{i,m}$ og $\Delta\rho_m$.

Med de tilnærmede modeludgaver begås en fejl i forhold til de med temperaturlagdelingen udledte løsninger, der kan vurderes ud fra et fejlforhold FF defineret ved:

$$FF = \frac{\text{"ensformet" værdi}}{\text{"temperaturlagdelt" værdi}} \quad (15.41)$$

15.7.1 Tilnærmet basismodeludgave

Den tilnærmede basismodeludgave fås ved at erstatte $\Delta\rho$ og ρ_i i den ensformede basisudgave i tabel 12.4 med henholdsvis $\Delta\rho_{Tm}$ og $\rho_{i,Tm}$, samt erstatte $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$, der fås af ligningerne (12.32) og (12.34) ved at erstatte ρ_i med $\rho_{i,Tm}$.

For indløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{Ap_1} = \frac{\Delta\rho_{Tm} H_{1,m}}{\Delta\rho_m H_{1,tl}} \quad (15.42a)$$

Her er:

$$\frac{H_{1,m}}{H_{1,tl}} = \frac{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,2}} K_{CA}}{1 + \frac{\rho_u}{\rho_{i,Tm}} K_{CA}} = \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,Tm} + \rho_u K_{CA}} \cdot \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_{i,2}} \quad (15.42b)$$

med K_{CA} defineret ved ligning (15.15c). Der fås da:

$$FF_{Ap_1} = \frac{\Delta\rho_{Tm}}{\Delta\rho_m} \cdot \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,Tm} + \rho_u K_{CA}} \cdot \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_{i,2}} \quad (15.42c)$$

For indløbs strømningshastighed og volumenstrøm begås en fejl bestemt af $FF_{v,k,1} = FF_{qV,1} = (FF_{Ap_1})^{1/2}$, og for det nødvendige indløbsareal bestemmes fejlen af $FF_{A1} = 1/FF_{v,k,1} = (1/FF_{Ap,1})^{1/2}$.

For udløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{Ap_2} = \frac{\Delta\rho_{Tm} H_{2,m}}{\Delta\rho_m H_{2,tl}} \quad (15.43a)$$

Her er:

$$\frac{H_{2,m}}{H_{2,tl}} = \frac{1 + \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \cdot \frac{1}{K_{CA}}}{1 + \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_u} \cdot \frac{1}{K_{CA}}} = \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,Tm} + \rho_u K_{CA}} \quad (15.43b)$$

således at der fås:

$$FF_{Ap_2} = \frac{\Delta\rho_{Tm}}{\Delta\rho_m} \cdot \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,Tm} + \rho_u K_{CA}} \quad (15.43c)$$

For udløbets strømningshastighed og volumenstrøm fås fejlforholdet:

$$FF_{v,k,2} = FF_{qv,2} = \left(\frac{\Delta\rho_{Tm} H_{2,m} \cdot \rho_{i,2}}{\Delta\rho_m H_{2,tl} \cdot \rho_{i,Tm}} \right)^{1/2} = \left(\frac{\Delta\rho_{Tm} \cdot \rho_{i,2} + \rho_u K_{CA} \cdot \rho_{i,2}}{\Delta\rho_m \cdot \rho_{i,Tm} + \rho_u K_{CA} \cdot \rho_{i,Tm}} \right)^{1/2} \quad (15.44)$$

For det nødvendige udløbsareal fås fejlforholdet $FF_{A,2} = 1/FF_{v,k,2}$

15.7.2 Tilnærmet temperaturbaseret modeludgave

Den tilnærmede, temperaturbaserede modeludgave fås ved at erstatte ΔT , T_i og ρ_i i den ensformede temperaturløsning i tabel 12.4 med henholdsvis ΔT_m , $T_{i,m}$ og $\rho_{i,Tm}$, samt erstatte $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$, der fås af ligningerne (12.61) og (12.62) ved at erstatte T_i med $T_{i,m}$.

For indløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{Ap,1} = \frac{\Delta T_m H_{1,m} \cdot T_{i,ref}}{\Delta T_{ref} H_{1,tl} \cdot T_{i,m}} \quad (15.45a)$$

Her er:

$$\frac{H_{1,m}}{H_{1,tl}} = \frac{1 + \frac{T_{i,2}}{T_u} K_{CA}}{1 + \frac{T_{i,Tm}}{T_u} K_{CA}} = \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \quad (15.45b)$$

således at der fås:

$$FF_{Ap,1} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,m}} \quad (15.45c)$$

hvor temperaturdifferensbrøken vil være dominerende i forhold til de to temperaturbrøker. For indløbets strømningshastighed og volumenstrøm begås en fejl bestemt af $FF_{v1} = FF_{qv1} = (FF_{Ap1})^{1/2}$ og for det nødvendige indløbsareal bestemmes fejlen af $FF_{A1} = 1/FF_{v1} = (1/FF_{Ap1})^{1/2}$.

For udløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{Ap,2} = \frac{\Delta T_m H_{2,m} \cdot T_{i,ref}}{\Delta T_{ref} H_{2,tl} \cdot T_{i,m}} \quad (15.46a)$$

Her er:

$$\frac{H_{2,m}}{H_{2,tl}} = \frac{1 + \frac{T_u}{T_{i,2}} K_{CA}}{1 + \frac{T_u}{T_{i,m}} K_{CA}} = \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \quad (15.46b)$$

således at der fås

$$FF_{\Delta p,2} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,m}} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \quad (15.46c)$$

For udløbets strømningshastighed og volumenstrøm bestemmes fejlen af:

$$FF_{v,k,2} = FF_{qv,2} = \left(\frac{\Delta T_m H_{2,m}}{\Delta T_{ref} H_{2,tl}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.47)$$

$$= \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2}$$

og for det nødvendige udløbsareal bestemmes fejlen af $FF_{A2} = 1/FF_{v,k,2}$.

15.7.3 Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Den tilnærmede, nettovarmestrømbaserede modeludgave kan fås ved at erstatte ΔT og T_i i den ensformede nettovarmestrømløsning i tabel 12.4 med ΔT_m og $T_{i,m}$ samt erstatte H_1 og H_2 med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$, der fås af ligningerne (12.61) og (12.62) ved at erstatte T_i med $T_{i,m}$. Ved fejlvurderingen antages den lagdelingsløsningens temperaturdifferenskvotient at være konstant, og forholdene $H_{1,m}/H_{1,tl}$ og $H_{2,m}/H_{2,tl}$ fås af ligningerne (15.45b) og (15.46b).

For temperaturdifferenserne bestemt af ligning (15.33) ud fra indløbsforholdene, begås en fejl bestemt af:

$$FF_{\Delta T_{ref},1} = \frac{T_{i,m}}{T_{i,ref}} \left(\frac{\Phi_{net}}{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_{1,tl}}{H_{1,m}} \right)^{1/3} = \frac{T_{i,m}}{T_{i,ref}} \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,m} K_{CA}}{T_u + T_{i,2} K_{CA}} \right)^{1/3} \quad (15.48)$$

For temperaturdifferensen bestemt af ligning (15.35c) ud fra udløbsforholdene, begås en fejl bestemt af:

$$FF_{\Delta T_{ref},2} = \left(\frac{\Phi_{net}}{\Phi_{met} / \varepsilon_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_{2,tl}}{H_{2,m}} \right)^{1/3} = \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,m} K_{CA}}{T_u + T_{i,2} K_{CA}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,m}} \right)^{1/3} \quad (15.49)$$

For indløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{\Delta p,1} = \left(\frac{\Phi_{net}}{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_{1,m}}{H_{1,tl}} \right)^{2/3} = \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)^{2/3} \quad (15.50)$$

På strømningshastigheden og volumenstrømmen i indløbet begås en fejl bestemt af $FF_{v1} = FF_{qv1} = (FF_{Ap1})^{1/2}$. For det nødvendige indløbsareal bestemt ud fra en ønsket volumenstrøm, dvs. bestemt af ligning (15.34d), begås en fejl bestemt af:

$$FF_{A_1, qv} = \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}}{\Phi_{net}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_{1,tl}}{H_{1,m}} \right)^{1/2} = \left(\frac{\Delta T_{ref}}{\Delta T_2} \right)^{1/2} \left(\frac{T_u + T_{i,m} K_{CA}}{T_u + T_{i,2} K_{CA}} \right)^{1/2} = \left(\frac{1}{FF_{Ap,1}} \right)^{3/4} \quad (15.51)$$

$$\text{Ligningsnummer, der udgår} \quad (15.52)$$

For udløbsforholdene begås en fejl på trykdifferensen bestemt af:

$$FF_{Ap,2} = \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_{i,m}} \left(\frac{\Phi_{net}}{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_{2,m}}{H_{2,tl}} \right)^{2/3} = \frac{T_{i,ref}}{T_{i,m}} \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \right)^{2/3} \quad (15.53)$$

For strømningshastigheden og volumenstrømmen i udløbet bestemmes fejlen af:

$$FF_{v_{k,2}} = FF_{qv,2} = \left(\frac{\Phi_{net}}{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}} \right)^{1/3} \left(\frac{H_{2,m}}{H_{2,tl}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \\ = \left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2} \quad (15.54)$$

For det nødvendige udløbsareal bestemt ud fra en ønsket volumenstrøm, dvs. bestemt teoretisk af ligning (15.36d), begås en fejl bestemt af:

$$FF_{A_2, qv} = \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}}{\Phi_{net}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_{2,tl}}{H_{2,m}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \\ = \left(\frac{\Delta T_{ref}}{\Delta T_2} \right)^{1/2} \left(\frac{T_u + T_{i,m} K_{CA}}{T_u + T_{i,2} K_{CA}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,m}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2} \quad (15.55)$$

$$\text{Ligningsnummer, der udgår} \quad (15.56)$$

15.7.4 Korrigeret, tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Kvotienten $\varepsilon_{ref} = \Delta T_2 / \Delta T_{ref}$, der indgår i fejlforholdet for den tilnærmede, nettovarmestrømsbaserede modeludgave, er den eneste kvotient, der kan afvige væsentligt fra 1,0. Derfor kan fejlen ved at anvende denne tilnærmede udgave blive væsentlig større end ved anvendelse af den tilnærmede basisudgave og den temperaturdifferensbaserede udgave. Dette skyldes igen, at energiligningen ikke opfyldes i de tilnærmede modeludgavers ligningssystem. Ligningen kan tilnærmelsesvis opfyldes ved at indføre kvotienten ε_{Tm} defineret ved:

$$\varepsilon_{T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_m} \quad (15.57)$$

Dette medfører, at i fejlforholdene for den tilnærmede nettovarmestrømløsning erstattes $\varepsilon_{ref} = \Delta T_2 / \Delta T_{ref}$ af:

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{T_m}} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} \frac{\Delta T_m}{\Delta T_2} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \quad (15.58)$$

hvis størrelse ligger nærmere 1,0 end tilfældet er for $\Delta T_2 / \Delta T_{ref}$.

15.8 Kapitelsammenfatning

Med indvendig temperaturlagdeling fås et ligningssystem analogt til det med ensformet indetemperatur, der er opstillet i kapitel 12 - blot indgår indeluftens middelmassefylde $\rho_{i,m}$ i bevægelses- mængdeligningen, og dens massefylde $\rho_{i,2}$ i højde med udløbet i massebalance- og energiligningen samt i den supplerende energiligning for strømmingen i udløbet. Der fås tre modeludgaver baseret på henholdsvis massefyldedifferensen, temperaturdifferensen og nettovarmestrømmen, som er sammenfattet i tabel 15.1, og som, på nær et temperaturled $(T_{i,2}/T_{i,ref})^{1/2}$ tilknyttet den temperatur- og den nettovarmestrømsbaserede udgaves udløbsudtryk, er analoge til de tre modeludgaver for ensformet indetemperatur, som er vist i tabel 12.4.

I alle tre modeludgaver indgår højdestørrelserne $H_{1,il}$ og $H_{2,il}$, som er analoge til de højdestørrelser H_1 og H_2 , der bestemmer neutralplansplaceringen ved ensformet indetemperatur, blot er ρ_i eller T_i erstattet af $\rho_{i,2}$ eller $T_{i,2}$. Men $H_{1,il}$ og $H_{2,il}$ bestemmer alene drivtrykkets fordeling over ind- og udløb og ikke neutralplanets placering. Neutralplanet ligger ved temperaturlagdeling nærmere udløbsåbningen end ved ensformet indetemperatur.

Der er udledt tilnærmede modeludgaver ud fra middelindetemperaturen $T_{i,m}$ med tilhørende udtryk for fejlen, der begås ved at anvende disse tilnærmede udgaver.

Gyldighedsområdet er med god tilnærmelse det samme, som er fundet med ensformet indetemperatur. Der gælder også, at åbningernes orientering og placering samt rummets udformning og indretning ikke spiller nogen rolle. De eneste bygningsmæssige størrelser af betydning er åbningsarealernes størrelse, deres udformning og deres indbyrdes, lodrette afstand.

Endelig fås med god tilnærmelse samme optimale åbningsarealforhold og samme sammenhænge for volumenstrømindringer og åbningsarealrelationer som ved ensformet indetemperatur.

Tabel 15.1 Modeludgaver for strømningmodel til rum med åbninger i to højdeniveauer og med temperaturlagdeling

	Massefyldebaseret modeludgave	Temperaturdifferensbaseret modeludgave	Nettovarmestrømbaseret modeludgave (konstant Φ_{net})
Temperaturdifferens ΔT , K			$7,08 \cdot 10^{-5} T_{i,ref} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_{1,tl}} \right)^{1/3}$ <p>eller</p> $7,65 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_{2,tl}} \right)^{1/3}$
Indløb Trykdifferens Δp_1 , Pa	$\Delta \rho_m g H_{1,tl}$	$\frac{\rho_u \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}}$	$6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3}$
Lufthastighed $v_{1,k}$, m/s	$C_{v,1} \left(\frac{2 \Delta \rho_m g H_{1,tl}}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{v,1} \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,1} \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3}$
Volumenstrøm $q_{V,1}$, m ³ /s	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta \rho_m g H_{1,tl}}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,1} \left((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl} \right)^{1/3} (C_{d,1} A_1)^{2/3}$
Åbningsareal A_1 , m ²	$\frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2 \Delta \rho_m g H_{1,tl}} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,1}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,ref}}{2 \Delta T_{ref} g H_{1,tl}} \right)^{1/2}$	$138,8 \frac{q_{V,1}^{3/2}}{C_{d,1} \left((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{1,tl} \right)^{1/2}}$

Udløb			
Trykdifferens Δp_2 , Pa	$\Delta \rho_m g H_{2,tl}$	$\frac{\rho_{i,m} \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u}$	$7,52 \cdot 10^{-4} \rho_{i,m} \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl}}{C_{d,2} A_2} \right)^{2/3}$
Lufthastighed $v_{2,k}$, m/s	$C_{v,2} \left(\frac{2 \Delta \rho_m g H_{2,tl}}{\rho_{i,2}} \right)^{1/2}$	$C_{v,2} \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,2} \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl}}{C_{d,2} A_2} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$
Volumenstrøm $q_{V,2}$, m ³ /s	$C_{d,2} A_2 \left(\frac{2 \Delta \rho_m g H_{2,tl}}{\rho_{i,2}} \right)^{1/2}$	$C_{d,2} A_2 \left(\frac{2 \Delta T_{ref} g H_{2,tl}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,2} \left((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl} \right)^{1/3} (C_{d,2} A_2)^{2/3} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$
Åbningsareal A_2 , m ²	$\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{\rho_{i,2}}{2 \Delta \rho_m g H_{2,tl}} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,2}}{C_{d,2}} \left(\frac{T_u}{2 \Delta T_{ref} g H_{2,tl}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \right)^{1/2}$	$131,0 \frac{q_{V,2}^{3/2}}{C_{d,2} \left((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref}) H_{2,tl} \right)^{1/2}} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,ref}} \right)^{1/2}$

16. Simpel strømningssmodel for rum med lineær temperaturlagdeling

I dette kapitel betragtes opdriftventilationen i et rum med en lineær temperaturlagdeling. Der udledes simple, tilnærmede udtryk for massefylde og massefyldedifferenser til brug i den generelle lagdelingsmodels basismodeludgave. Efterfølgende opstilles den temperaturdifferens- og den nettovarmestrømsbaserede udgave. Neutralplanets placering analyseres for forskellige temperatur- og åbningsarealforhold. Endelig udledes en tilnærmet model baseret på temperaturlagdelingens middeltemperatur, og de derved begåede fejl bestemmes.

Med kurve "C" i figur 4.3 er vist en hyppigt anvendt, indvendig temperaturlagdelingsmodel, der, jf. ligning (4.4), kan udtrykkes ved:

$$T_{i,y} = T_{i,1} + \alpha y \quad (16.1)$$

hvor y er højden regnet positiv opad fra nederste åbningsmidte, og α er hældningstallet (eller temperaturgradienten), der i praksis vil ligge i området 0,2 - 1,5 K/m. Man kan regne med at $\alpha H < 25$ K, hvor H er den lodrette afstand mellem de to åbningsmidter.

16.1 Massefyldeforhold

Der fås med den lineære temperaturlagdeling følgende lodrette massefyldevariation:

$$\rho_{i,y} = \rho_{i,1} \frac{T_{i,1}}{T_{i,y}} = \rho_{i,1} \frac{T_{i,1}}{T_{i,1} + \alpha y} = \rho_{i,1} \frac{1}{1 + \frac{\alpha y}{T_{i,1}}} = \rho_{i,1} \left(1 + \frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right)^{-1} \quad (16.2)$$

hvor $\rho_{i,1} = \rho_u T_u / T_{i,1}$. Idet der vil gælde, at $-1,0 < \alpha y / T_{i,1} < 1,0$, kan ligningen rækkeudvikles til:

$$\rho_{i,y} = \rho_{i,1} \left[1 - \frac{\alpha y}{T_{i,1}} + \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right)^2 - \dots \right] \quad (16.3)$$

Fejlen ved at bortkaste rækkens sidste led er mindre end den numeriske værdi af det første af de bortkastede led. Den største fejl fås med $y = H$, og med $\alpha H < 25$ K er $\alpha H / T_{i,1} < 0,1$. Ved kun at medtage rækkens to første led fås da med en fejl mindre en 1,0 %:

$$\rho_{i,y} = \rho_{i,1} \left(1 - \frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right) = \rho_{i,1} - \frac{\rho_{i,1} \alpha}{T_{i,1}} y = \rho_{i,1} - by \quad (16.4)$$

hvor der er indført et hældningstal (eller massefyldegradient) b bestemt af:

$$b = \frac{\rho_{i,1} \alpha}{T_{i,1}} \quad (16.5)$$

Det ses, at der i praksis fås en meget nær lineær massefyldevariation. Endvidere fås følgende middelmassefylde $\rho_{i,m,y}$ for en luftstøje, der strækker sig højden y opad fra nederste åbningsmidte:

$$\begin{aligned} \rho_{i,m,y} &= \frac{1}{y} \int_0^y \rho_{i,y} dy = \frac{1}{y} \int_0^y \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{T_{i,1} + \alpha y} dy = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{y} \cdot \frac{1}{\alpha} \left[\ln(T_{i,1} + \alpha y) \right]_0^y \\ &= \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\alpha y} \ln \left(\frac{T_{i,1} + \alpha y}{T_{i,1}} \right) = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\alpha y} \ln \left(1 + \frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right) \end{aligned} \quad (16.6)$$

Idet $-1,0 < \alpha y / T_{i,1} < 1,0$ kan logaritmeleddet rækkeudvikles, således at der fås:

$$\rho_{i,m,y} = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\alpha y} \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right)^3 - \dots \right) \quad (16.7)$$

Ved at bortkaste de sidste led begås en fejl, der også her er mindre end den numeriske værdi af det første af de led, der bortkastes. Medtages to led fås med en fejl mindre end 0,5 %:

$$\rho_{i,m,y} = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\alpha y} \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha y}{T_{i,1}} \right)^2 \right) = \rho_{i,1} - \frac{1}{2} \rho_{i,1} \frac{\alpha y}{T_{i,1}} = \rho_{i,1} - \frac{1}{2} by \quad (16.8)$$

med b udtrykt ved ligning (16.5). Også middelmassefylden varierer således med god tilnærmelse lineært med højden i overensstemmelse med den "lokale" massefyldes tilnærmede linearitet udtrykt ved ligning (16.4).

16.2 Basismodeludgave

Basisudgaven kan fås af basisudgaven i tabel 15.1 med $\Delta\rho_m$, $\rho_{i,2}$, $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ bestemt af den lineære temperaturlagdeling. Der fås følgende middelmassefylde $\rho_{i,m}$ af ligning (16.8) til brug i $\Delta\rho_m$ med $y = H$

$$\rho_{i,m} = \rho_{i,1} - b \frac{H}{2} \quad (16.9)$$

således at middelmassefyldedifferensen defineret ved ligning (15.10b) bliver:

$$\begin{aligned} \Delta\rho_m = \rho_u - \rho_{i,m} &= \rho_u \left(1 - \frac{\rho_{i,m}}{\rho_u} \right) = \rho_u \left(1 - \frac{\rho_{i,1} - b\frac{H}{2}}{\rho_u} \right) \\ &= \rho_u \left(1 - \frac{T_u}{T_{i,1}} + \frac{\rho_{i,1}\alpha}{T_{i,1}\rho_u} \cdot \frac{H}{2} \right) = \rho_u \left(\frac{\Delta T_1}{T_{i,1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) \end{aligned} \quad (16.10)$$

Endvidere er:

$$\rho_{i,2} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,2}} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,1} + \alpha H} \quad (16.11)$$

og $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ fås af ligningerne (15.12) og (15.14).

16.2.1 Neutralplanplacering

Der fås følgende neutralplanplacering af ligning (15.21a):

$$Y_1 = \frac{\rho_u - \rho_{i,m}}{\rho_u - \rho_{i,m,Y_1}} \cdot H_{1,tl} = \frac{\rho_u - \left(\rho_{i,1} - \frac{1}{2}bH \right)}{\rho_u - \left(\rho_{i,1} - \frac{1}{2}bY_1 \right)} \cdot H_{1,tl}$$

eller

$$\frac{1}{2}bY_1^2 + (\rho_u - \rho_{i,1})Y_1 - (\rho_u - \rho_{i,1})H_{1,tl} - \frac{1}{2}bH_{1,tl}H = 0$$

eller

$$Y_1^2 + \frac{2(\rho_u - \rho_{i,1})}{b}Y_1 - \frac{2(\rho_u - \rho_{i,1})}{b}H_{1,tl} - H_{1,tl}H = 0 \quad (16.12)$$

Med indførelse af:

$$K_{\rho b} = \frac{2(\rho_u - \rho_{i,1})}{b} \quad (16.13)$$

omformes ligningen til:

$$Y_1^2 + K_{\rho b}Y_1 - K_{\rho b}H_{1,tl} - H_{1,tl}H = 0 \quad (16.14)$$

og heraf fås:

$$Y_1 = -\frac{K_{\rho b}}{2} (\pm) \sqrt{\left(\frac{K_{\rho b}}{2}\right)^2 + K_{\rho b} H_{1,tl} + HH_{1,tl}} \quad (16.15)$$

Løsningen med minustegnet foran kvadratroden er en falsk løsning, idet $Y_1 > 0$. For forholdet $Y_1/H_{1,tl}$ fås:

$$\frac{Y_1}{H_{1,tl}} = -\frac{K_{\rho b}}{2H_{1,tl}} + \sqrt{\left(\frac{K_{\rho b}}{2H_{1,tl}}\right)^2 + \frac{K_{\rho b}}{H_{1,tl}} + \frac{H}{H_{1,tl}}} \quad (16.16)$$

16.3 Temperaturbaseret modeludgave

Den temperaturbaserede udgave kan fås af temperaturudgaven i tabel 15.1 med $T_{i,ref}$, ΔT_{ref} , $T_{i,2}$, $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ bestemt af temperaturlagdelingen. Der fås følgende $T_{i,ref}$ af ligning (15.24a) ved brug af ligningerne (16.9) og (16.5):

$$T_{i,ref} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m}} = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\rho_{i,m}} = \frac{\rho_{i,1} T_{i,1}}{\rho_{i,1} - \frac{1}{2} bH} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \frac{b}{\rho_{i,1}} H} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} \quad (16.17)$$

således at ΔT_{ref} bliver, jf. ligning (15.25b):

$$\Delta T_{ref} = T_{i,ref} - T_u = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} - T_u = \frac{T_{i,1} - T_u + \frac{1}{2} \alpha H \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} = \frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} \quad (16.18)$$

eller, når nævneren udtrykkes ved ligning (16.17):

$$\Delta T_{ref} = \left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \right) \frac{T_{i,ref}}{T_{i,1}} \quad (16.19)$$

For $T_{i,2}$ fås af ligning (16.1):

$$T_{i,2} = T_{i,1} + \alpha H \quad (16.20)$$

og $H_{1,tl}$ og $H_{2,tl}$ fås af ligningerne (15.12) og (15.14) med $\rho_{i,2}/\rho_u = T_u/T_{i,2}$.

16.3.1 Neutralplanplacering

Neutralplanets placering er bestemt af ligning (16.15) med konstanten $K_{\rho b}$ bestemt af, jf. ligningerne (16.13) og (16.5):

$$K_{\rho b} = 2 \frac{(\rho_u - \rho_{i,1})}{b} = \frac{2(\rho_u - \rho_{i,1})T_{i,1}}{\rho_{i,1}\alpha} \quad (16.21)$$

Heri er:

$$\frac{\rho_u - \rho_{i,1}}{\rho_{i,1}} = \frac{\rho_u}{\rho_{i,1}} - 1 = \frac{T_{i,1}}{T_u} - 1 = \frac{T_{i,1} - T_u}{T_u} = \frac{\Delta T_1}{T_u} \quad (16.22)$$

og

$$\alpha = \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{H} = \frac{T_{i,2} - T_u - (T_{i,1} - T_u)}{H} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{H} \quad (16.23)$$

således at der fås:

$$K_{\rho b} = \frac{2\Delta T_1 T_{i,1} H}{T_u (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = 2H \frac{T_{i,1}}{T_u} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} - 1\right)} \quad (16.24)$$

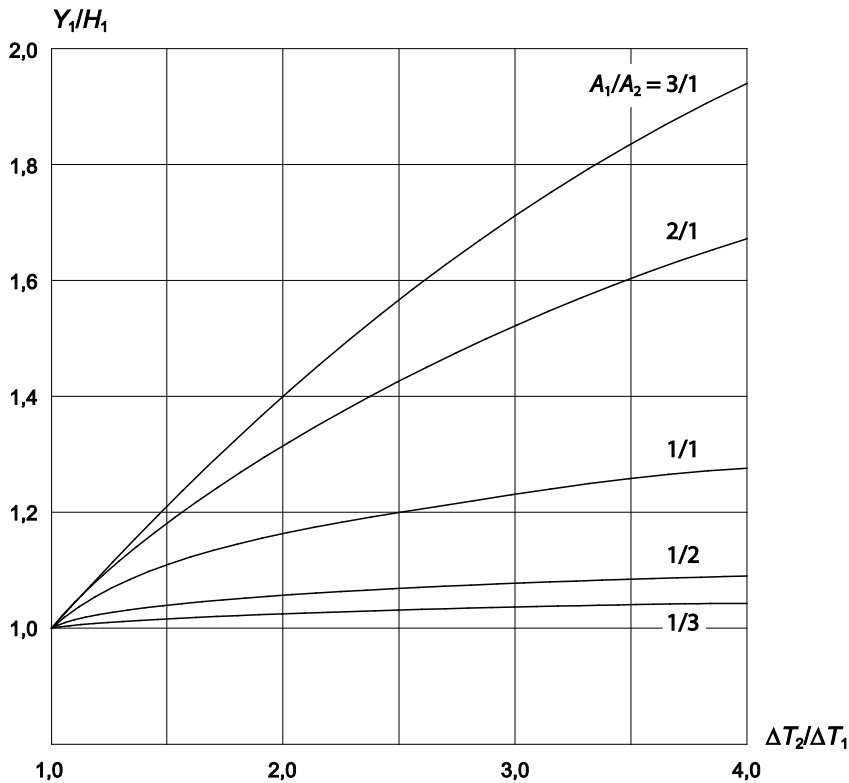
Neutralplanetets placering kan bestemmes med tilnærmelse af ligning (16.16) ved at udnytte, at i praksis er $1,01 < T_{i,1}/T_u < 1,10$, således at der fås:

$$K_{\rho b} \cong \frac{2H}{\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} - 1\right)} \quad (16.25a)$$

hvoraf yderligere fås til brug i ligning (16.16) idet $H_{1,tl} \cong H_1$, jf. ligning (15.15d):

$$\frac{K_{\rho b}}{H_{1,tl}} \cong \frac{2 \frac{H}{H_{1,tl}}}{\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} - 1\right)} \approx \frac{2 \frac{H}{H_1}}{\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} - 1\right)} \quad (16.25b)$$

Med $H_{1,tl} \cong H_1$ og $C_{d,1}/C_{d,2} \cong 1,0$ fås de tilnærmede værdier for forholdet Y_1/H_1 mellem neutralplanplaceringen ved henholdsvis lineær temperaturlagdeling og ensformet indetemperatur, der er vist i figur 16.1 i afhængighed af $\Delta T_2/\Delta T_1$ og med A_1/A_2 som parameter. Figurens kurver er optegnet ud fra de beregnede punktværdier anført i tabel 16.1. Det ses, at forholdet Y_1/H_1 vokser for voksende $\Delta T_2/\Delta T_1$, dvs. for stigende hældning på temperaturlagdelingen, og det vokser yderligere for voksende A_1/A_2 , dvs. for voksende indløbsareal i forhold til udløbsarealet. Det skal i den sammenhæng bemærkes, at forskellen mellem Y_1 og H_1 virker stor ved fx $A_1/A_2 = 3/1$, men samtidig er H_1 lille, idet $H_1 = 0,1H$.



Figur 16.1 Tilnærmet forhold Y_1/H_1 mellem neutralplanplaceringen ved henholdsvis lineær temperaturlagdeling og ensformet indetemperatur i afhængighed af $\Delta T_2/\Delta T_1$ og med A_1/A_2 som parameter. Der er regnet med $C_{d,1}/C_{d,2} \cong 1,0$

I specialtilfældet hvor $\Delta T_1 \rightarrow 0$, dvs. hvor indelufttemperaturen i højde med indløbsmidten nærmer sig udelufttemperaturen, fås at $K_{\rho b} \rightarrow 0$, og dermed af ligning (16.16):

$$\frac{Y_1}{H_{1,tl}} \rightarrow \left(\frac{H}{H_{1,tl}} \right)^{1/2} \quad (16.26)$$

Eksempelvis fås for $C_{d,1}A_1/C_{d,2}A_2 = 1/1$, hvor $H_{1,tl} \cong H/2$, at $Y_1/H_{1,tl} \rightarrow 2^{1/2} = 1,41$, svarende til at kurven for $A_1/A_2 = 1/1$ får den vandrette linie $Y_1/H_1 = 1,41$ som asymptote for $\Delta T_2/\Delta T_1 \rightarrow \infty$.

I specialtilfældet hvor $\alpha \rightarrow 0$, dvs. hvor temperaturlagdelingen nærmer sig det ensformede, fås af ligning (16.5), at $b \rightarrow 0$, således at $K_{\rho b} \rightarrow \infty$, jf. ligning (16.13). Løsningen udtrykt ved ligning (16.16) bliver da ubestemmelig. Til gengæld kan ligning (16.14) omformes til, idet $K_{\rho b}$ bliver helt dominerende for $0 < Y_1 < H$:

$$K_{\rho b} Y_1 - K_{\rho b} H_{1,tl} \cong 0 \quad (16.27)$$

og heraf fås $Y_1 \cong H_{1,tl} \approx H_1$ som forventelig med den meget nær ensformede indetemperatur.

Tabel 16.1 Tilnærmede værdier for forholdet Y_1/H_1 mellem neutralplanplaceringen ved henholdsvis lineær temperaturlagdeling og ensformet indetemperatur i afhængighed af forholdet $\Delta T_2/\Delta T_1$ mellem temperaturdifferens over ud- og indløb og med åbningsarealforholdet A_1/A_2 som parameter.

$\Delta T_2/\Delta T_1$	$A_1/A_2 = 1/3$ $H_1 = 0,9H$ ¹⁾ $H/H_1 = 1,11$		$A_1/A_2 = 1/2$ $H_1 = 0,8H$ $H/H_1 = 1,25$		$A_1/A_2 = 1/1$ $H_1 = 0,5H$ $H/H_1 = 2,0$		$A_1/A_2 = 2/1$ $H_1 = 0,2H$ $H/H_1 = 5,0$		$A_1/A_2 = 3/1$ $H_1 = 0,1H$ $H/H_1 = 10,0$	
	$K_{\rho b}/H_1$ ²⁾	Y_1/H_1 ³⁾	$K_{\rho b}/H_1$	Y_1/H_1	$K_{\rho b}/H_1$	Y_1/H_1	$K_{\rho b}/H_1$	Y_1/H_1	$K_{\rho b}/H_1$	Y_1/H_1
1,0	∞	1,00	∞	1,00	∞	1,00	∞	1,00	∞	1,00
1,25	8,9	1,01	10,0	1,02	16,0	1,06	40,0	1,10	80,0	1,11
1,5	4,4	1,02	5,0	1,04	8,0	1,10	20,0	1,18	40,0	1,21
2,0	2,2	1,03	2,5	1,05	4,0	1,16	10,0	1,32	20,0	1,40
3,0	1,11	1,03	1,25	1,08	2,0	1,24	5,0	1,53	10,0	1,71
4,0	0,73	1,04	0,83	1,09	1,33	1,28	3,33	1,67	6,67	1,94
10,0	0,24	1,05	0,28	1,10	0,44	1,36	1,11	1,98	2,22	2,56
20,0	0,12	1,05	0,13	1,11	0,21	1,39	0,53	2,10	1,05	2,84
∞	0,0	1,05	0,0	1,12	0,0	1,41	0,0	2,24	0,0	3,16

¹⁾ bestemt af ligning (12.61) med $C_{d,1}/C_{d,2} = 1,0$

²⁾ bestemt af ligning (16.25b) med $H_1/H_{1,u} \cong 1,0$

³⁾ bestemt af ligning (16.16)

16.4 Nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Den nettovarmestrømsbaserede udgave kan, når temperaturdifferensfaktoren ε_{ref} kan antages at være konstant, fås af nettovarmestrømløsningen i tabel 15.1 med $T_{i,ref}$, ΔT_{ref} , $T_{i,2}$, $H_{1,t}$, $H_{2,t}$ og ε_{ref} bestemt af temperaturlagdelingen. Specielt for temperaturdifferensfaktoren ε_{ref} bestemt af ligning (15.31) fås ved indførelse af ΔT_{ref} udtrykt ved ligning (16.18) og ved brug af $\Delta T_2 = \Delta T_1 + \alpha H$ og $T_{i,1} = T_u + \Delta T_1$:

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} = \frac{(\Delta T_1 + \alpha H) \left(1 - \frac{1}{2} \alpha H \frac{1}{T_u + \Delta T_1} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \frac{T_u}{T_u + \Delta T_1}} \quad (16.30)$$

Det ses, at ε_{ref} er bestemt af temperaturniveauet udtrykt ved ΔT_1 og at faktoren kun er konstant for konstant ΔT_1 .

16.5 Tilnærmede modeludgaver

De tilnærmede modeludgaver fås ved at betragte forholdene ved en ensformet indetemperatur lig med middeltemperaturen $T_{i,m}$ bestemt af:

$$T_{i,m} = T_{i,H/2} = T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H \quad (16.31)$$

16.5.1 Tilnærmet basismodeludgave

Den tilnærmede basisudgave fås af den ensformede basisløsning i tabel 12.4 ved at erstatte ρ_i og $\Delta\rho$ med henholdsvis ρ_{i,T_m} og $\Delta\rho_{T_m}$ samt erstatte H_1 og H_2 med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$. De to massefyldestørrelser er bestemt af:

$$\rho_{i,T_m} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,m}} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H} \quad (16.32)$$

$$\Delta\rho_{T_m} = \rho_u - \rho_{i,T_m} = \rho_u \left(1 - \frac{T_u}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H} \right) = \rho_u \left(\frac{T_{i,1} - T_u + \frac{1}{2}\alpha H}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H} \right) = \rho_u \left(\frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2}\alpha H}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H} \right) \quad (16.33)$$

og $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$ fås af ligningerne (12.32) og (12.34) med $\rho_i = \rho_{i,T_m}$.

Det skal bemærkes at det kun er med tilnærmelse, at ρ_{i,T_m} er lig med den massefylde $\rho_{i,H/2}$, der fås af ligning (16.4) med $y = H/2$, idet der af denne ligning fås:

$$\begin{aligned} \rho_{i,H/2} &= \rho_{i,1} - b \frac{H}{2} = \rho_{i,1} - \frac{\rho_{i,1}\alpha}{T_{i,1}} \cdot \frac{H}{2} = \rho_{i,1} \left(1 - \frac{\alpha}{T_{i,1}} \cdot \frac{H}{2} \right) \\ &= \frac{\rho_u T_u}{T_{i,1}} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) \end{aligned} \quad (16.34)$$

som derefter med tilnærmelse kan omskrives til:

$$\rho_{i,H/2} \cong \frac{\rho_u T_u}{T_{i,1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H}$$

I fejlforholdene indgår i forbindelse med forholdet $H_{1,m}/H_{1,d}$ følgende fælles størrelse, jf. ligning (15.42b):

$$\frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,T_m} + \rho_u K_{CA}} = \frac{\rho_{i,1} - bH + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,1} - b\frac{H}{2} + \rho_u K_{CA}} = \frac{1 - \frac{b}{\rho_{i,1}} H + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}}{1 - \frac{b}{\rho_{i,1}} \frac{H}{2} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}} = \frac{1 - \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}} \quad (16.35)$$

For indløbet begås en fejl på trykdifferensen bestemt af ligning (15.42c), hvor $\Delta\rho_m$ og $\rho_{i,2}$ bestemmes af ligningerne (16.10) og (16.11), og der fås:

$$\begin{aligned} FF_{\Delta p_1} &= \frac{\Delta\rho_{T_m}}{\Delta\rho_m} \cdot \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,T_m} + \rho_u K_{CA}} \cdot \frac{\rho_{i,T_m}}{\rho_{i,2}} \\ &= \frac{\frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2}\alpha H}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H}}{\frac{\Delta T_1}{T_{i,1}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} \cdot \frac{1 - \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}} \cdot \frac{\frac{T_u}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H}}{\frac{T_u}{T_{i,1} + \alpha H}} \\ &= \frac{\frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2}\alpha H}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H}}{\frac{\Delta T_1}{T_{i,1}} + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,1}} \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} \cdot \frac{1 - \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,1} + \alpha H}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H} \end{aligned} \quad (16.36)$$

På den tilnærmede strømningshastighed, volumenstrøm samt indløbsarealet begås en fejl bestemt af $FF_{vk,1} = FF_{qv,1} = (FF_{\Delta p_1})^{1/2}$ og $FF_{A1} = (1/FF_{\Delta p_1})^{1/2}$.

For udløbet fås, jf. ligning (15.43c)

$$FF_{\Delta p_2} = \frac{\Delta\rho_{T_m}}{\Delta\rho_m} \cdot \frac{\rho_{i,2} + \rho_u K_{CA}}{\rho_{i,T_m} + \rho_u K_{CA}} = \left(\frac{1 - \frac{T_u}{T_{i,1} + \frac{1}{2}\alpha H}}{1 - \frac{T_u}{T_{i,1}} + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,1}} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} \right) \cdot \left(\frac{1 - \frac{\alpha}{T_{i,1}} H + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} + \frac{T_{i,1}}{T_u} K_{CA}} \right) \quad (16.37)$$

og fejlen på den tilnærmede strømningshastighed, volumenstrøm samt udløbsarealet kan fås ud fra ligning (15.44).

16.5.2 Tilnærmet temperaturbaseret modeludgave

Den tilnærmede, temperaturbaserede udgave fås af den ensformede temperaturløsning i tabel 12.4 ved at erstatte T_i , ΔT og ρ_i med $T_{i,m}$, ΔT_m , og ρ_{i,T_m} samt H_1 og H_2 med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$. De nævnte størrelser er bestemt af:

$$T_{i,m} = T_{i,1} + \alpha \frac{H}{2} \quad (16.38)$$

og

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u = T_{i,1} - T_u + \alpha \frac{H}{2} = \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2} \quad (16.39)$$

Desuden fås $\rho_{i,Tm}$ af ligning (16.32), og $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$ af ligningerne (12.61) og (12.62) med $T_i = T_{i,m}$.

For indløbet begås en fejl på trykdifferensen, der kan bestemmes af ligning (15.45c) med ΔT_{ref} og $T_{i,ref}$ bestemt af ligningerne (16.18) og (16.17). Der fås:

$$\begin{aligned} FF_{Ap,1} &= \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,m}} \\ &= \frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \right) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \alpha H} \cdot \left(\frac{T_u + (T_{i,1} + \alpha H) K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right) K_{CA}} \right) \\ &\quad \cdot \left(\frac{T_{i,1}}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right)} \right) \end{aligned} \quad (16.40)$$

På den tilnærmede strømningshastighed, volumenstrøm samt indløbsarealet begås en fejl bestemt af $FF_{vk,1} = FF_{qV,1} = (FF_{\Delta p1})^{1/2}$ og $FF_{A1} = (1/FF_{\Delta p1})^{1/2}$.

For udløbet fås, jf. ligning (15.46c):

$$\begin{aligned}
FF_{\Delta p,2} &= \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{T_{i,2}} \\
&= \frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \right) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \alpha H} \cdot \left(\frac{T_u + (T_{i,1} + \alpha H) K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right) K_{CA}} \right) \\
&\quad \cdot \left(\frac{T_{i,1}}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) (T_{i,1} + \alpha H)} \right)
\end{aligned} \tag{16.41}$$

og fejlen på den tilnærmede strømningshastighed, volumenstrøm samt udløbsarealet kan fås ud fra ligning (15.47)

I tabel 16.2 er beregnet den begåede fejl på trykdifferensen over indløbet for forskellige temperatur- og højdeforhold, når $K_{CA} = 1,0$. Det ses, at fejlen under disse forhold er mindre end 0,5 %.

Variationer i α -værdien har praktisk taget ingen indflydelse på fejlforholdene, medens en ændring af K_{AC} fra 1,0 til eksempelvis 9,0 (svarende til $A_1/A_2 = 3/1$) øger fejlen med ca. 0,5 % til ca. 1,0 %.

Tabel 16.2. Fejl på trykdifferenserne over indløbet ved forskellige temperatur- højdeforhold, når den tilnærmede løsning anvendes med $K_{CA} = 1,0$.

Åb- nings- afstand H m	Ude- temp. T_u K	Temp. diff. ΔT_1 K	Inde- temp. $T_{i,1}$ K	Temp. grad. α K/m	A ¹⁾	B ¹⁾	C ¹⁾	Fejlforhold $FF_{\Delta p,1}$
10	293	4	297	0,4	0,9977	1,0034	1,0000	1,0011
	268	25	293	0,4	0,9995	1,0036	1,0000	1,0031
30	293	3	296	0,2	0,9949	1,0051	1,0001	1,0001
	268	25	293	0,2	0,9989	1,0053	1,0001	1,0043

$$\begin{aligned}
\text{1) jf. ligning (16.40) med } A &= \frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \right) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \alpha H}, & B &= \frac{T_u + (T_{i,1} + \alpha H) K_{\rho C}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right) K_{\rho C}} \\
C &= \frac{T_{i,1}}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right)}
\end{aligned}$$

16.5.3 Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Der betragtes den tilnærmede, nettovarmestrømsbaserede modeludgave med den tilnærmede temperaturdifferenskvotient ε_{Tm} bestemt af ligning (15.57). Løsningen fås af den ensformede nettovarmestrømløsning i tabel 12.4 ved at erstatte ΔT med ΔT_m udtrykt ved ligning (16.38), H_1 og H_2 med $H_{1,m}$ og $H_{2,m}$ udtrykt ved ligningerne (12.61) og (12.62) med $T_i = T_{i,m}$, samt ved at erstatte Φ med Φ/ε_{Tm} .

For indløbet begås en fejl på trykdifferensen, der kan bestemmes af ligning (15.50), når $\Delta T_2/\Delta T_{ref}$ erstattes af $\Delta T_m/\Delta T_{ref}$. Der fås da med ΔT_{ref} bestemt af ligning (16.18) og ΔT_m bestemt af ligning (16.39):

$$\begin{aligned}
 FF_{Ap,1} &= \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)^{2/3} \\
 &= \left(\frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \right) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \alpha H} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{T_u + (T_{i,1} + \alpha H) K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right) K_{CA}} \right)^{2/3}
 \end{aligned} \tag{16.42}$$

På den tilnærmede strømningshastighed og volumenstrøm begås en fejl bestemt af $FF_{vk,1} = FF_{qV,1} = (FF_{Ap,1})^{1/2}$, og for indløbsarealet bestemt ud fra en ønsket volumenstrøm begås en fejl bestemt af $FF_{A1,qV} = (1/FF_{Ap,1})^{3/4}$, jf. ligning (15.51).

For udløbet begås på trykdifferensen en fejl, der kan bestemmes af ligning (15.53), når $\Delta T_2/\Delta T_{ref}$ erstattes af $\Delta T_m/\Delta T_{ref}$. Der fås:

$$\begin{aligned}
 FF_{Ap,2} &= \frac{T_{i,ref}}{T_{i,m}} \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)^{2/3} \left(\frac{T_{i,m}}{T_{i,2}} \right)^{2/3} \\
 &= \frac{T_{i,1}}{\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right) \cdot \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right)} \left(\frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \alpha H \right) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha H}{T_{i,1}} \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \alpha H} \right)^{2/3} \\
 &\quad \cdot \left(\frac{T_u + (T_{i,1} + \alpha H) K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H \right) K_{CA}} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{T_{i,1} + \frac{1}{2} \alpha H}{T_{i,1} + \alpha H} \right)^{2/3}
 \end{aligned} \tag{16.43}$$

og fejlen på den tilnærmede strømningshastighed, volumenstrøm og samt udløbsarealet kan fås af ligningerne (15.54) og (15.55), når $\Delta T_2/\Delta T_{ref}$ erstattes af $\Delta T_m/\Delta T_{ref}$.

I ligningerne (16.42) og (16.43) er:

$$\left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref}}\right)^{2/3} = \left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{Tm}}\right)^{2/3} = \left(\frac{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2}\alpha H\right)\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha H}{T_{i,1}}\right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2}\frac{T_u}{T_{i,1}}\alpha H}\right)^{2/3} \cong \left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{\alpha H}{T_{i,1}}\right)^{2/3} \quad (16.44)$$

der med de i tabel 16.2 anvendte temperatur- og højdeforhold vil ligge i området 0,995 – 0,999.

Det ses i øvrigt ved at sammenholde ligning (16.42) med ligning (16.40) og med de i tabel 16.2 beregnede størrelser, at fejlen på trykdifferenserne i nettovarmestrømudgaven også holder sig under 1,0 % i praksis.

16.6 Kapitelsammenfatning

Der er med lineær temperaturlagdeling opstillet en strømningsmodel ved at udlede simple, tilnærmede udtryk for massefyldelagdelingen med tilhørende massefyldedifferenser til indsættelse i den i kapitel 15 opstillede, generelle lagdelingmodels basisudgave. Desuden er der udledt de nødvendige temperaturstørrelser til indsættelse i den generelle lagdelingmodels temperatur- og nettovarmestrømudgaver. Den foretagne analyse af neutralplanet placering bekræfter det generelt fundne, at neutralplanet ligger højere oppe end ved ensformet indetemperatur. Den relative forskel vokser med stigende hældning på temperaturlagdelingen og med stigende åbningsarealforhold A_1/A_2 .

Der er endelig opstillet en tilnærmet model på basis af lagdelingens middeltemperatur indsat i modellen med ensformet indetemperatur udledt i kapitel 12. Herved begås under praktiske forhold en fejl, der er mindre en 1 %.

17 Simple strømningmodeller for rum med krumme temperaturlagdelingsforløb.

I dette kapitel betragtes opdriftventilation i rum med, krumme temperaturlagdelinger. Det vises, hvordan man grafisk med god nøjagtighed kan forenkle beregningen af de størrelser, der er bestemmende for opdriftventilationen. Der opstilles tilnærmede modeller samt udtryk til bestemmelse af de derved begåede fejl. Forholdene illustreres for tre typiske temperaturlagdelinger, en S-formet, en nedad hul og en opad hul.

Krumme temperaturlagdelingen kan foreligge som et analytisk udtryk, og da kan opdriftventilationsforholdene bestemmes med den i kapitel 15 opstillede lagdelingsmodel. De kan også foreligge som et kurveforløb fastlagt ud fra målte eller erfaringsbestemte temperaturdata. Forløbet kan da søges omsat til et analytisk udtryk, der kan anvendes i lagdelingsmodellen. Alternativt kan en simpel, grafisk metode, her benævnt *liniarisering*, anvendes med god nøjagtighed. Metoden består i at erstatte kurveforløbet med passende valgte, rette liniestykker. Liniariseringsprocessen bliver simpel, når kurveforløbet højst indeholder to krumningsforløb, da kurveforløbet så kan erstattes af 2-3 liniestykker ved en liniarisering. Dette er fx tilfældet med den S-formede, den nedad hule og den opad hule temperaturlagdeling, der behandles i det følgende.

17.1 Liniarisering

I første omgang liniariseres den til temperaturlagdelingen svarende massefyldelagdeling. Det ses af lagdelingsmodellen vist i tabel 15.1 eller af det i afsnit 15.1 opstillede ligningssystem, at den virkelige og den liniariserede lagdeling giver identiske resultater, hvis de rette liniestykker i den liniariserede lagdeling får et sådant forløb, at følgende to krav opfyldes:

Krav 1a: Middelmassefylden $\rho_{i,m}$ for indeluften i en søjle mellem de to åbningsmidter skal være ens.

Krav 2a: Indeluftens massefylde $\rho_{i,2}$ i højde med udløbsmidten skal være ens.

Krav 1a giver ens, lodrette bevægelsesmængdeligninger, og krav 2a giver ens massebalance- og energiligninger samt ens, supplerende energiligninger.

Beregningerne kan simplificeres med en tilnærmet model, der fås ved at liniarisere temperaturforløbet og anvende det liniariserede forløbs middeltemperatur. Ved denne liniarisering skal følgende to krav opfyldes:

Krav 1b: Middeltemperaturen skal være ens

Krav 2b: Indetemperaturen $T_{i,2}$ i højde med øverste udløbsmidte skal være ens.

I begge tilfælde lettes liniariseringen, hvis indeluftens massefylde $\rho_{i,1}$ eller dens temperatur $T_{i,1}$ ud for nederste åbningsmidte er ens. Det skal bemærkes, at liniariseringen ikke fører til ens, indvendige trykforløb. Kun trykdifferenserne over de to åbninger og dermed de indvendige tryk ud for de to åbninger bliver ens. Dermed fås heller ikke ens neutralplanplacering. Placeringen kan tilnærmet bestemmes af en af ligningerne (15.21b) eller (15.29c), eller der kan foretages et skøn ved brug af figur 16.1.

17.1.1 Liniarisering af massefyldelagdeling

Massefyldelagdelingen er bestemt af $\rho_{i,y} = \rho_u T_u / T_{i,y}$, og den fås optegnet med samme udstrækning som temperaturlagdelingen, hvis den geometriske størrelse af massefyldeenheden i forhold til temperaturen er givet ved et målforhold MF_ρ bestemt af:

$$MF_\rho (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = T_{i,2} - T_{i,1} \quad (17.1)$$

eller:

$$MF_\rho = \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{\rho_{i,1} - \rho_{i,2}} = \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{\frac{\rho_u T_u}{T_{i,1}} - \frac{\rho_u T_u}{T_{i,2}}} = \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{\rho_u T_u \left(\frac{1}{T_{i,1}} - \frac{1}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{\rho_u T_u \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,1} T_{i,2}} \right)} \quad (17.2)$$

$$= \frac{T_{i,1} T_{i,2}}{\rho_u T_u} = \frac{T_{i,1} T_{i,2}}{p_u / R}$$

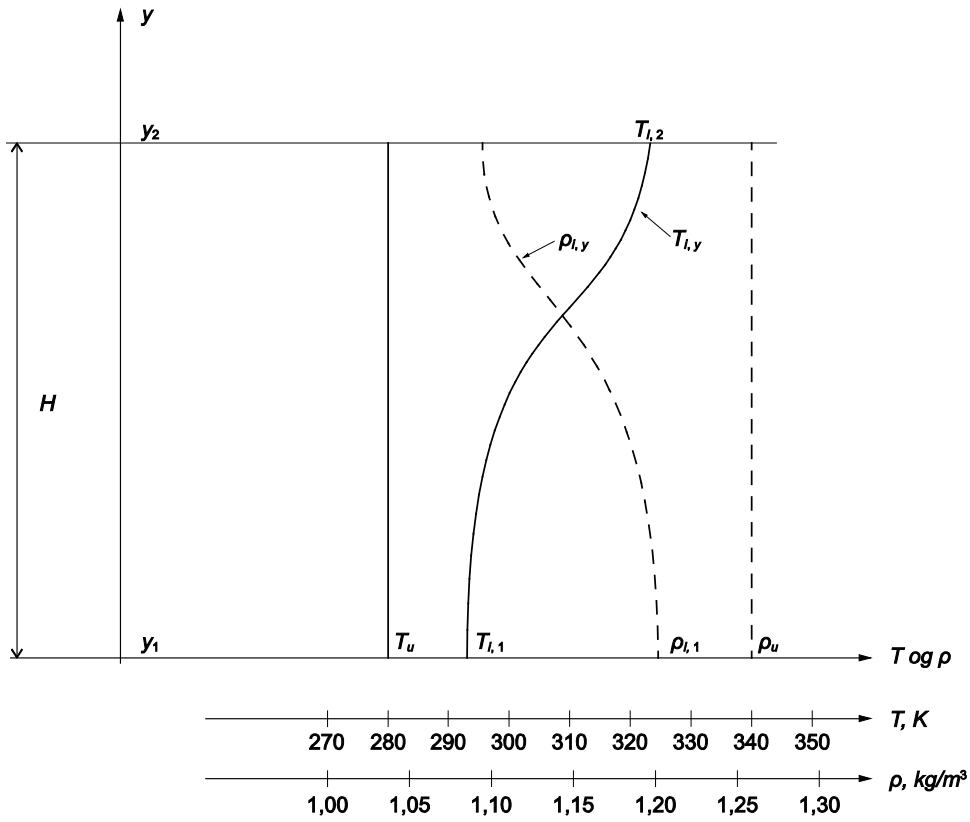
Med $p_u/R = 101.300/288 = 352 \text{ Kkg/m}^3$ fås $MF_\rho = T_{i,1} T_{i,2}/352$. Antages eksempelvis $T_{i,1} = 293 \text{ K}$ og $T_{i,2} = 323 \text{ K}$ fås $MF_\rho = 269,9 \text{ Km}^3/\text{kg}$. I figur 17.1 er vist optegningen af en massefyldelagdeling ud fra en temperaturlagdeling, hvor massefyldeenheden (kg/m^3) er 270 gange større end temperaturen (K).

Ved en liniarisering indlægges først de to lodrette linier $\rho_{i,y} = \rho_{i,1}$ og $\rho_{i,y} = \rho_{i,2}$ svarende til massefylderne ud for ind- og udløbsmidte, og derefter indlægges en vandret eller en skrå linie, således at den virkelige og den liniariserede middelmassefylde bliver lige store. En liniarisering er vist i figur 17.2, hvori indgår de to lodrette linier $\rho_{i,y} = \rho_{i,1}$ og $\rho_{i,y} = \rho_{i,2}$ samt det mellemliggende, vandrette liniestykke BC. Det vandrette stykkes lodrette afstand $H_{D,\rho}$ er bestemt delvis på øjemål, så arealet mellem massefyldekurven og den vandrette linie på strækningen CS henholdsvis strækningen SB er lige store. Derved bliver arealet mellem den lodrette linie $\rho_{u,y} = \rho_u$ og henholdsvis den virkelige og den liniariserede massefyldelagdeling over strækningen H lige store svarende til ens middelmassefylder.

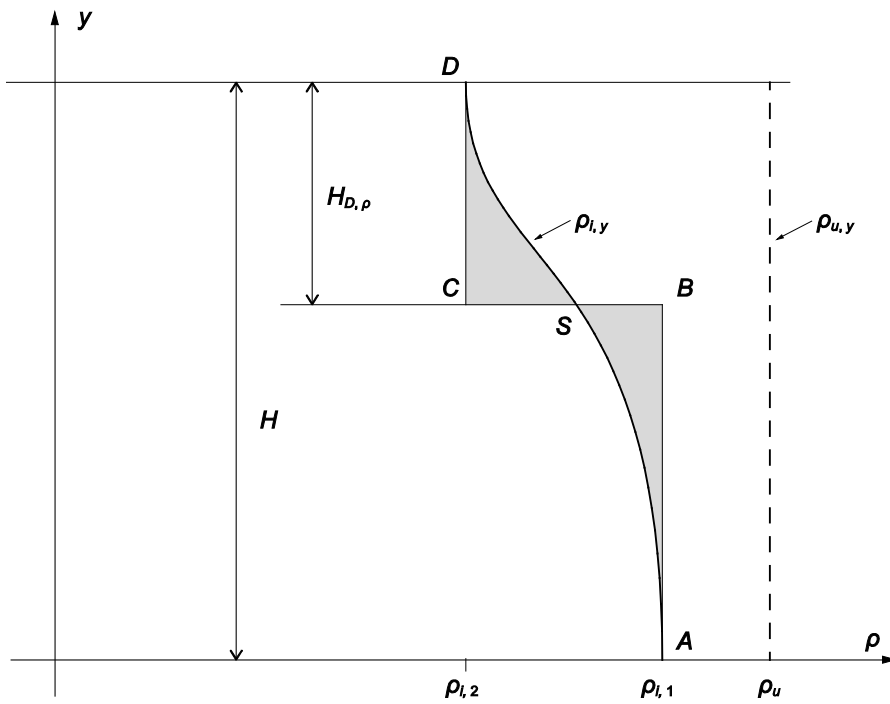
17.1.2 Massefylde- kontra temperaturlagdelingsforløb

Figur 17.1 kan give indtryk af, at massefylde- og temperaturlagdelingen er symmetriske om en lodret linie gennem de to kurvers skæringspunkt. Der er dog kun tilnærmelsesvis tilfældet, hvilket indses ved at se nærmere på de to kurvers skærings- samt krumningsforhold.

Det optegnede massefyldeforløb kan i forhold til temperaturskalaen udtrykkes ved:



Figur 17.1 Temperaturlagdeling med tilhørende massefyldelagdeling, hvor massefyldeenheden (kg/m^3) er 270 gange større end temperaturenheden (K).



Figur 17.2 Liniarisering af en S-formet massefyldelagdeling.

$$\rho_{i,y,opteg} = MF_{\rho} \cdot \rho_{i,y} = \frac{T_{i,2}T_{i,2}}{T_{i,y}} \quad (17.4)$$

således at skæringspunktet mellem massefylde- og temperaturkurven bestemmes af:

$$\frac{T_{i,1}T_{i,2}}{T_{i,y}} = T_{i,y}$$

eller:

$$T_{i,y} = (T_{i,1}T_{i,2})^{1/2} \quad (17.5)$$

Dette skæringspunkt afviger fra det symmetribestemmende midterpunkt $T_{i,midt} = (1/2)(T_{i,1} + T_{i,2})$ med et fejl bestemt af følgende fejlforhold:

$$FF = \frac{\left(\frac{T_{i,1} + T_{i,2}}{2}\right)^2}{T_{i,1}T_{i,2}} = \frac{T_{i,1}^2 + T_{i,2}^2 + 2T_{i,1}T_{i,2}}{4T_{i,1}T_{i,2}} = \frac{\frac{T_{i,1}}{T_{i,2}} + \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} + 2}{4} \quad (17.6)$$

Med fx $T_{i,1} = 293$ K og $T_{i,2} = 323$ K fås $FF = 1,0024$.

Krumningsforholdene kan repræsenteres ved de to kurveforløbs 2. afledede. For den optegnede massefyldekurve fås:

$$\frac{d\rho_{i,opteg,y}}{dy} = -\frac{T_{i,1}T_{i,2}}{T_{i,y}^2} \cdot \frac{dT_{i,y}}{dy} \quad (17.8)$$

og videre:

$$\frac{d^2\rho_{i,opteg,y}}{dy^2} = -\frac{T_{i,1}T_{i,2}}{T_{i,y}^2} \cdot \frac{d^2T_{i,y}}{dy^2} + \frac{dT_{i,y}}{dy} \cdot \frac{2T_{i,1}T_{i,2}}{T_{i,y}^3} = \frac{T_{i,1}T_{i,2}}{T_{i,y}^2} \left(-\frac{d^2T_{i,y}}{dy^2} + \frac{2}{T_{i,y}} \cdot \frac{dT_{i,y}}{dy} \right) \quad (17.9)$$

Det ses, at forskellen mellem massefylde- og temperaturkurvens krumning primært er bestemt af temperaturkurvens hældningstal divideret med den absolutte indetemperatur, og denne forskel vil være meget lille. Med den lille midtpunkts- og krumningsafvigelse kan de to kurveforløb med god tilnærmelse betragtes som værende symmetriske. Temperaturkurven kan derfor anvendes til følgende:

- Kurven kan omformes til en massefyldekurve ved brug af $\rho_{i,y} = \rho_u T_u / T_{i,y}$, hvorefter der efter en liniarisering simpelt kan bestemmes $\rho_{i,m}$ og $\Delta\rho_m$ til indsættelse i lagdelingsmodellens basisudgave, eller der kan bestemmes $T_{i,ref} = T_u \rho_u / \rho_{i,m}$ (jf. ligning (15.24a)) samt ΔT_{ref} og ε_{ref} til indsættelse i den temperatur- eller nettovarmestrømsbaserede modeludgave.
- Kurven kan efter en liniarisering med god tilnærmelse være en hjælp til bestemmelse af den liniariserede massefyldekurve uden optegnelse af denne kurve.

- Kurven kan efter en liniarisering anvendes til opstilling af en tilnærmet lagdelingsmodel, hvor $T_{i,m}$, ΔT_m , $\rho_{i,Tm}$ (jf. ligning (15.39)), $H_{1,il}$ og $H_{2,il}$ bestemmes til erstatning af T_i , ΔT , ρ_i , H_1 og H_2 i den ensformede løsning i Tabel 12.4, og hvor den begåede fejl bestemmes af fejlforholdet FF udlødt i afsnit 15.7.

17.3 S-formet temperaturlagdeling

En S-formet temperaturlagdeling er vist i figur 17.1 med den hertil svarende massefyldelagdeling. I figur 17.2 er der foretaget en liniarisering af massefyldelagdelingen, og det vandrette liniestykke BC's placering er bestemt ved dets lodrette afstand $H_{D,\rho}$ fra udløbsmidten. Samme liniariseringsresultat er vist på figur 17.3 tilfælde a), og det ses, at den søgte middelmassefylde $\rho_{i,m}$ kan, med en nøjagtighed bestemt af liniariseringsnøjagtigheden, bestemmes af:

$$H(\rho_u - \rho_{i,m}) = H(\rho_u - \rho_{i,1}) + H_{D,\rho}(\rho_{i,1} - \rho_{i,2})$$

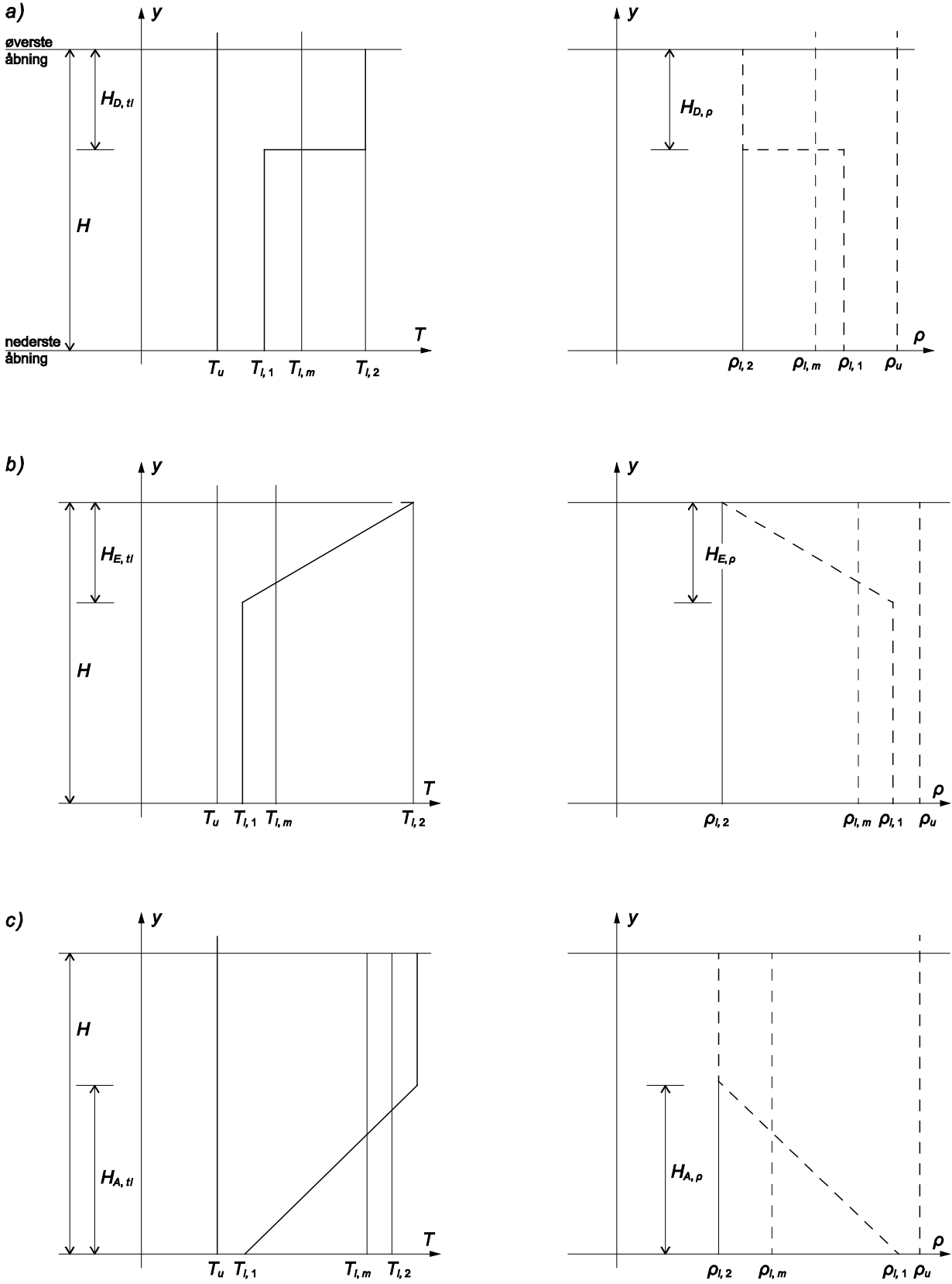
og heraf:

$$\rho_{i,m} = \rho_u - \rho_u + \rho_{i,1} - \frac{H_{D,\rho}}{H}(\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = \rho_{i,1} - \frac{H_{D,\rho}}{H}(\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) \quad (17.11)$$

Heraf fås, jf. ligning (15.24a):

$$\begin{aligned} T_{i,ref} &= \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m}} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,1} - \frac{H_{D,\rho}}{H}(\rho_{i,1} - \rho_{i,2})} = \frac{T_u}{\frac{\rho_{i,1}}{\rho_u} - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{\rho_{i,1}}{\rho_u} - \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \right)} \\ &= \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{T_u}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \left(1 - \frac{T_{i,1}}{T_{i,2}} \right)} \\ &= \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)} \end{aligned} \quad (17.12a)$$

og videre, jf. ligning (15.25b):



Figur 17.3 Liniariserede temperatur- og massefyldelagdelinger.

Endelig fås, jf. ligning (15.31):

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} = \frac{\Delta T_2 \left(1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right)}{\Delta T_1 + \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)}{\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \quad (17.12c)$$

I det særligt fælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,ref} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}} \quad (17.12d)$$

$$\Delta T_{ref} = \frac{\frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \Delta T_2}{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}} \quad (17.12e)$$

$$\varepsilon_{ref} = \frac{1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}}{\frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}}} = \frac{H}{H_{D,\rho}} \cdot \frac{T_{i,2}}{T_u} - \frac{\Delta T_2}{T_u} \quad (17.12f)$$

17.3.1 Tilnærmet løsning

Den tilnærmede løsning fås ved en linierisering af temperaturlagdelingen som vist i figur 17.4 med det vandrette liniestykke BC 's placering bestemt ved den lodrette afstand $H_{D,dl}$ fra udløbet. Linieriseringsresultatet er vist på figur 17.3, og det ses, at den søgte middeltemperatur $T_{i,m}$ kan bestemmes af:

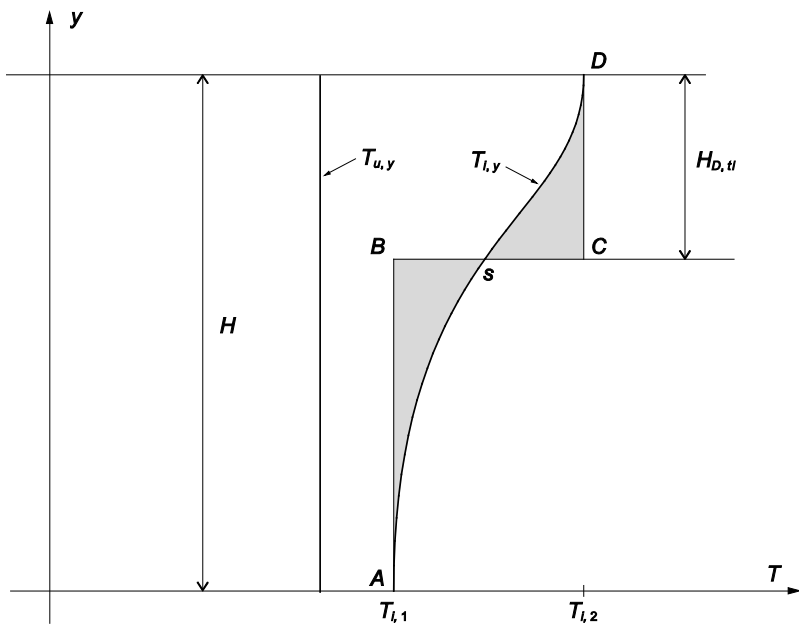
$$H(T_{i,m} - T_u) = H(T_{i,1} - T_u) + H_{D,dl}(T_{i,2} - T_{i,1}) \quad (17.12g)$$

og heraf:

$$T_{i,m} = T_u + T_{i,1} - T_u + \frac{H_{D,dl}}{H}(T_{i,2} - T_{i,1}) = T_{i,1} + \frac{H_{D,dl}}{H}(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.12h)$$

Heraf fås videre, jf. ligning (15.40b):

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u = T_{i,1} + \frac{H_{D,dl}}{H}(\Delta T_2 - \Delta T_1) - T_u = \Delta T_1 + \frac{H_{D,dl}}{H}(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.12i)$$



Figur 17.4 Liniarisering af en S-formet temperaturlagdeling.

og endelig fås af ligning (15.58):

$$\varepsilon_{T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1 + \frac{H_{D,tl}}{H}(\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1}{\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + \frac{H_{D,tl}}{H} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \quad (17.12j)$$

Fejlforholdet eksempelvis for drivtrykket over indløbet kan bestemmes af ligning (15.45c). Der fås, når $T_{i,ref}$ og ΔT_{ref} udtrykkes ved henholdsvis ligning (17.12a) og ligning (17.12b):

$$\begin{aligned}
FF_{\Delta p_1} &= \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \\
&= \left(\frac{\Delta T_1 + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{T_{i,1} + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} \right) \\
&\quad \left(\frac{T_{i,1} \left(1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right)}{\left(1 - \frac{H_{D,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right) \cdot \left(\Delta T_1 + \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right)} \right) \\
&\quad \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right) K_{CA}} \right) \\
&= \left(\frac{\Delta T_1 + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{T_{i,1} + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} \right) \cdot \left(\frac{T_{i,1}}{\left(\Delta T_1 + \frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right)} \right) \\
&\quad \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{H_{D,sl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right) K_{CA}} \right)
\end{aligned} \tag{17.13}$$

I det særligt fælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,m} = T_u + \frac{H_{D,sl}}{H} \Delta T_2 \tag{17.14}$$

$$\Delta T_m = \frac{H_{D,sl}}{H} \Delta T_2 \tag{17.15}$$

$$\varepsilon_{Tm} = \frac{H}{H_{D,sl}} \tag{17.16}$$

$$\begin{aligned}
FF_{\Delta T_1} &= \left(\frac{\frac{H_{D,tl}}{H} \Delta T_2}{T_u + \frac{H_{D,tl}}{H} \Delta T_2} \right) \cdot \left(\frac{T_u}{\frac{H_{D,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \Delta T_2} \right) \cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_u + \frac{H_{D,tl}}{H} \Delta T_2 \right) K_{CA}} \right) \\
&= \frac{T_{i,2}}{\left(T_u + \frac{H_{D,tl}}{H} \Delta T_2 \right) \cdot \frac{H_{D,\rho}}{H_{D,tl}}} \cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_u + \frac{H_{D,tl}}{H} \Delta T_2 \right) K_{CA}} \right) \\
&\cong \frac{T_{i,2}}{T_u} \cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right)
\end{aligned} \tag{17.17}$$

17.3.2 Temperaturdifferenskvotienten

Det ses af ligning (17.12f), at temperaturdifferenskvotienten nærmer sig en konstant størrelse, når $\Delta T_1 \rightarrow 0$. Der kan i praksis regnes med, at $\Delta T_2/T_{i,2} < 0,2$, og at $0,8 < T_u/T_{i,2} < 0,9$, og da fås $\varepsilon_{ref} \sim H/H_{D,\rho}$ og $\varepsilon_{Tm} = H/H_{D,tl}$ for $\Delta T_1 = 0$. Temperaturdifferenskvotienten er således i praksis nogenlunde konstant, når ΔT_1 er lille i forhold til ΔT_2 .

17.4 Nedad hul temperaturlagdeling

For en nedad hul temperaturlagdeling som vist med markeringen "E" i figur 4.3 kan der optegnes den tilsvarende massefyldelagdeling. Massefyldekurven kan liniariseres ud fra en lodret linie $\rho_{i,y} = \rho_{i,1}$ og en skrå linie, hvis øverste endepunkt går gennem punktet $(H, \rho_{i,2})$. Den skrå linie skærer den lodrette i afstanden $H_{E,\rho}$ fra udløbet, og denne afstand er bestemt af, at den del af arealet mellem kurveforløbet og det liniariserede forløb, der ligger under kurveforløbet, skal være lig med det, der ligger over kurveforløbet. Liniariseringsresultatet er vist på figur 17.3 tilfælde b), og det ses, at den søgte middelmassefylde $\rho_{i,m}$ kan bestemmes af:

$$H(\rho_u - \rho_{i,m}) = H(\rho_u - \rho_{i,1}) + \frac{1}{2} H_{E,\rho} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2})$$

og heraf:

$$\rho_{i,m} = \rho_u - \rho_u + \rho_{i,1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = \rho_{i,1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) \tag{17.18}$$

Heraf fås:

$$\begin{aligned}
T_{i,ref} &= \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m}} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2})} = \frac{T_u}{\frac{\rho_{i,1}}{\rho_u} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\rho_{i,1}}{\rho_u} - \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \right)} \\
&= \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{T_u}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \frac{T_u}{T_{i,1}} \left(1 - \frac{T_{i,1}}{T_{i,2}} \right)} \\
&= \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)}
\end{aligned} \tag{17.19a}$$

og videre:

$$\Delta T_{ref} = T_{i,ref} - T_u = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)} - T_u \tag{17.19b}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{T_{i,1} - T_u \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)} = \frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)}
\end{aligned}$$

Endelig fås:

$$\epsilon_{ref} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} = \frac{\Delta T_2 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right)}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right)}{\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \tag{17.20}$$

I det særligfælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,ref} = \frac{T_u}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}} \tag{17.21}$$

$$\Delta T_{ref} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \Delta T_2}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}} \quad (17.22a)$$

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\Delta T_2 \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}} \right)}{\frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \Delta T_2} = \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_{i,2}}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}}} = 2 \frac{H}{H_{E,\rho}} \cdot \frac{T_{i,2}}{T_u} - \frac{\Delta T_2}{T_u} \quad (17.22b)$$

I det særligfælde, hvor $H_{E,\rho} = H$, går den linjariserede massefyldelagdeling over i en enkelt, ret linie, og da fås af ligningerne (17.18) og (17.19a):

$$\rho_{i,m} = \rho_{i,1} - \frac{1}{2}(\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = \frac{1}{2}(\rho_{i,1} + \rho_{i,2}) \quad (17.23a)$$

og

$$T_{i,ref} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,2}} \right)} \quad (17.23b)$$

For de samme to størrelser knyttet til den retlinede temperaturlagdeling i kapitel 16 fås følgende af ligning (16.9) sammen med ligning (16.5) og med $\alpha = (T_{i,2} - T_{i,1})/H$:

$$\rho_{i,m} = \rho_{i,1} - \frac{1}{2}bH = \rho_{i,1} - \frac{1}{2} \frac{\rho_{i,1}\alpha}{T_{i,1}} H = \rho_{i,1} - \frac{1}{2} \rho_{i,1} \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,1}} \right) \quad (17.23c)$$

som efter en del manipulationer kan omformes til:

$$\rho_{i,m} = \frac{1}{2} \left(\rho_{i,1} + \frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} \left(1 - \frac{\Delta T_{12}}{T_{i,1}} \right) \rho_{i,2} \right) \quad (17.23d)$$

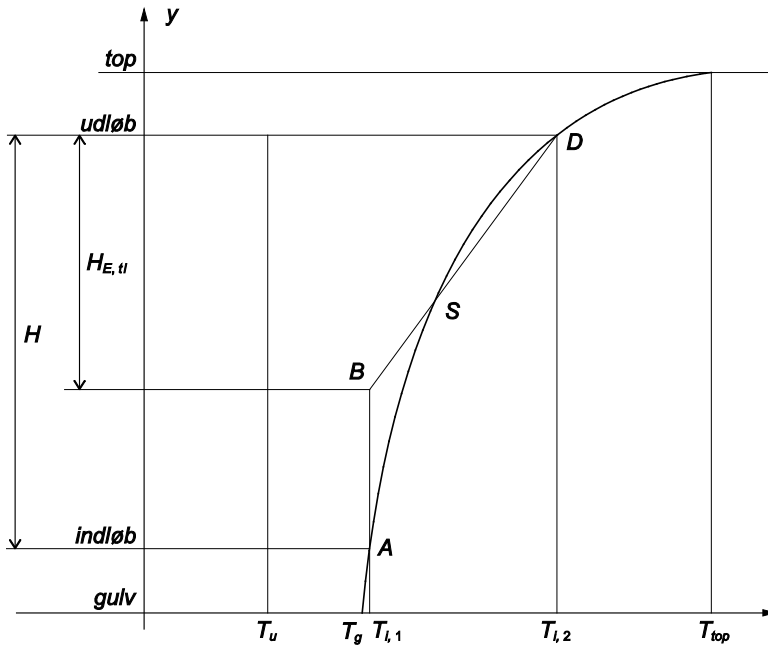
hvor $\Delta T_{12} = T_{i,2} - T_{i,1}$. Og af ligning (16.17) fås:

$$T_{i,ref} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha H}{T_{i,1}}} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{H} \right) \frac{H}{T_{i,1}}} = \frac{T_{i,1}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,1}} \right)} \quad (17.23e)$$

Forskellen mellem de to kapitlers udtryk skyldes, at det i kapitel 16 er en retlinet temperaturlagdeling, der betragtes, medens det i dette kapitel er en retlinet massefyldelagdeling.

17.4.1 Tilnærmet løsning

Den tilnærmede løsning fås ved en liniarisering af temperaturlagdelingskurven som vist i figur 17.5 med et skæringspunkt mellem den skrå og den lodrette linie i afstanden $H_{E,tl}$ fra udløbsmidten. Li-



Figur 17.5 Liniarisering af en nedad hul temperaturlagdeling.

niariseringsresultatet er vist på figur 17.3, og det ses, at den søgte middeltemperatur $T_{i,m}$ kan bestemmes af:

$$H(T_{i,m} - T_u) = H(T_{i,1} - T_u) + \frac{1}{2} H_{E,tl} (T_{i,2} - T_{i,1}) \quad (17.24)$$

og heraf:

$$T_{i,m} = T_u + T_{i,1} - T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (T_{i,2} - T_{i,1}) = T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.25)$$

Der fås videre:

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u = T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) - T_u = \Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.26)$$

og endelig fås:

$$\varepsilon_{T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1}{\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \quad (17.27)$$

For fejlforholdet for drivtrykket over indløbet bestemt af ligning (15.45c) fås, når $T_{i,ref}$ og ΔT_{ref} udtrykkes ved ligning henholdsvis ligning (17.19b) og ligning (17.19c):

$$\begin{aligned}
 FF_{Ap_1} &= \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \\
 &= \left(\frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} \right) \cdot \left(\frac{T_{i,1} \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right)}{\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,2}} \right) \right) \left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right)} \right) \\
 &\quad \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right) K_{CA}} \right) \\
 &= \left(\frac{\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} \right) \cdot \left(\frac{T_{i,1}}{\left(\Delta T_1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right)} \right) \\
 &\quad \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right) K_{CA}} \right)
 \end{aligned} \tag{17.28}$$

I det særligt fælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,m} = T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2 \tag{17.29}$$

$$\Delta T_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2 \tag{17.30}$$

$$\varepsilon_{Tm} = 2 \frac{H}{H_{E,tl}} \quad (17.31)$$

$$\begin{aligned}
 FF_{Ap_1} &= \left(\frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2}{T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2} \right) \cdot \left(\frac{T_u}{\frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,2}} \Delta T_2} \right) \\
 &= \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2 \right) K_{CA}} \right) \\
 &= \frac{T_{i,2}}{\left(T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2 \right) \frac{H_{E,\rho}}{H_{C,tl}}} \cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_u + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{E,tl}}{H} \Delta T_2 \right) K_{CA}} \right) \\
 &\cong \frac{T_{i,2}}{T_u} \cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \right) \quad (17.32)
 \end{aligned}$$

I det særligt fælde, hvor $H_{E,tl} = H$, går den lineariserede temperaturlagdeling over i en enkelt, ret linie, og da fås af ligning (17.25):

$$T_{i,m} = T_{i,1} + \frac{1}{2}(T_{i,2} - T_{i,1}) = \frac{1}{2}(T_{i,2} + T_{i,1}) \quad (17.33a)$$

For den tilnærmede løsning i kapitel 16 fås af ligning (16.38):

$$T_{i,m} = T_{i,1} + \alpha \frac{H}{2} = T_{i,1} + \frac{1}{2}(T_{i,2} - T_{i,1}) = \frac{1}{2}(T_{i,2} + T_{i,1}) \quad (17.33b)$$

Der fås således ens udtryk i de to kapitler, og dette er i overensstemmelse med, at der i begge kapitler betragtes en retlinet temperaturlagdeling.

17.4.2 Temperaturdifferenskvotienten

Det ses af ligning (17.23), at temperaturdifferenskvotienten nærmer sig en konstant størrelse, når $\Delta T_1 \rightarrow 0$. Med samme temperaturområde som nævnt i afsnit 17.3.2 fås $\varepsilon_{ref} \sim H/H_{E,\rho}$ og $\varepsilon_{Tm} = H/H_{E,tl}$ for $\Delta T_1 = 0$. Der kan således i praksis regnes med nogenlunde konstant temperaturdifferenskvotient, når ΔT_1 er lille i forhold til ΔT_2 .

17.5 Opad hul temperaturlagdeling

For en opad hul temperaturlagdeling som vist med markeringen "A" i figur 4.3 kan der optegnes den tilsvarende massefyldelagdeling. Massefyldekurven kan liniariseres ud fra en lodret linie $\rho_{i,y} = \rho_{i,2}$ og en skrå linie, hvis nederste endepunkt går gennem punktet $(0 ; \rho_{i,1})$. Den skrå linie skærer den lodrette i afstanden $H_{A,\rho}$ fra indløbet, og denne afstand bestemmes af, at den del af arealet mellem kurveforløbet og det liniariserede forløb, der ligger under kurveforløbet, skal være lig med det, der ligger over kurveforløbet. Liniariseringsresultatet er vist på figur 17.3 tilfælde c), og det ses, at den søgte middelmassefylde $\rho_{i,m}$ kan bestemmes af:

$$H(\rho_u - \rho_{i,m}) = H(\rho_u - \rho_{i,2}) - \frac{1}{2} H_{A,\rho} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2})$$

og heraf:

$$\rho_{i,m} = \rho_u - \rho_u + \rho_{i,2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = \rho_{i,2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) \quad (17.34a)$$

Heraf fås, jf. ligning (15.24a):

$$\begin{aligned} T_{i,ref} &= \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m}} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2})} = \frac{T_u}{\frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \left(\frac{\rho_{i,1}}{\rho_u} - \frac{\rho_{i,2}}{\rho_u} \right)} \\ &= \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \left(\frac{T_u}{T_{i,1}} - \frac{T_u}{T_{i,2}} \right)} = \frac{T_u}{\frac{T_u}{T_{i,2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \frac{T_u}{T_{i,2}} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - 1 \right)} \\ &= \frac{T_{i,2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \left(\frac{T_{i,2}}{T_{i,1}} - 1 \right)} = \frac{T_{i,2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)} \end{aligned} \quad (17.34b)$$

og videre:

$$\Delta T_{ref} = T_{i,ref} - T_u = \frac{T_{i,2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)} - T_u \quad (17.35)$$

$$= \frac{T_{i,2} - T_u \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)} = \frac{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)}$$

Endelig fås:

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_{ref}} = \frac{\Delta T_2 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right) \right)}{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \left(\frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{T_{i,1}} \right)}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} \quad (17.36)$$

I det særligt fælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,ref} = \frac{T_{i,2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_u}} \quad (17.37)$$

$$\Delta T_{ref} = \frac{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \Delta T_2}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_u}} \quad (17.38a)$$

$$\varepsilon_{ref} = \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{\Delta T_2}{T_u}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}}} \quad (17.38b)$$

I det særligt fælde, hvor $H_{A,\rho} = H$, går den lineariserede massefyldelagdeling over i en enkelt, ret linie, og da fås af ligningerne (17.34a) og (17.34b):

$$\rho_{i,m} = \rho_{i,2} + \frac{1}{2} (\rho_{i,1} - \rho_{i,2}) = \frac{1}{2} (\rho_{i,1} + \rho_{i,2}) \quad (17.39a)$$

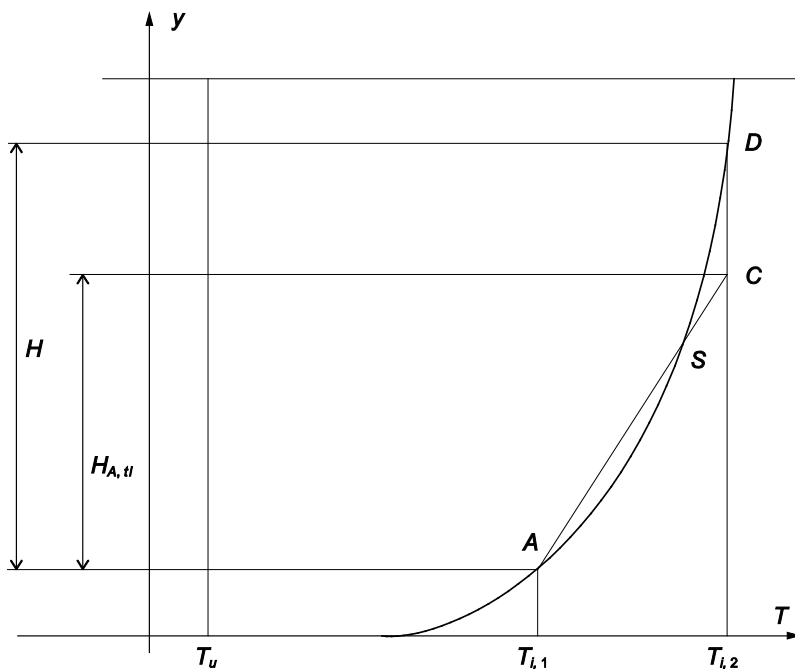
og

$$T_{i,ref} = \frac{T_{i,2}}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{T_{i,2} - T_{i,1}}{T_{i,1}} \right)} \quad (17.39b)$$

For de samme to størrelser bestemt for den retlignede temperaturlagdeling i kapitel 16 fås uændret udtrykkene bestemt af ligningerne (17.23d) og (17.23e), og forskellen mellem de to kapitlers udtryk skyldes uændret at det i kapitel 16 er en retlinet temperaturlagdeling, der betragtes, medens det i dette kapitel er en retlinet massefyldelagdeling.

17.5.1 Tilnærmet løsning

Den tilnærmede løsning fås ved en liniarisering af temperaturlagdelingskurven som vist i figur 17.6 med et skæringspunkt mellem den skrå og den lodrette linie i afstanden $H_{A,tl}$ fra udløbsmidten. Li-



Figur 17.6 Liniarisering af en opad hul temperaturlagdeling.

niariseringsresultatet er vist på figur 17.3, og det ses, at den søgte middeltemperatur $T_{i,m}$ kan bestemmes af:

$$H(T_{i,m} - T_u) = H(T_{i,2} - T_u) - \frac{H_{A,tl}}{2}(T_{i,2} - T_{i,1}) \quad (17.40)$$

og heraf:

$$T_{i,m} = T_u + T_{i,2} - T_u - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H}(T_{i,2} - T_{i,1}) = T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H}(\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.41)$$

Der fås videre:

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u = T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) - T_u = \Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \quad (17.42)$$

og endelig fås:

$$\varepsilon_{Tm} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_m} = \frac{\Delta T_2}{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \left(1 - \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)} \quad (17.43)$$

For fejlforholdet for drivtrykket over indløbet bestemt af ligning (15.445c) fås, når $T_{i,ref}$ og ΔT_{ref} udtrykkes ved henholdsvis ligning (17.34b) og ligning (17.35):

$$\begin{aligned} FF_{\Delta p_1} &= \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} \cdot \frac{T_{i,ref}}{\Delta T_{ref}} \cdot \frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + T_{i,m} K_{CA}} \\ &= \left(\frac{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)}{T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1)} \right) \cdot \left(\frac{T_{i,2}}{\left(\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right)} \right) \\ &\quad \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} (\Delta T_2 - \Delta T_1) \right) K_{CA}} \right) \end{aligned} \quad (17.44)$$

I det særligt fælde, hvor $T_{i,1} = T_u$ og dermed $\Delta T_1 = 0$, fås:

$$T_{i,m} = T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \Delta T_2 \quad (17.45)$$

$$\Delta T_m = \Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \Delta T_2 \quad (17.46)$$

$$\varepsilon_{Tm} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H}} \quad (17.47)$$

$$FF_{\Delta p_1} = \left(\frac{\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \Delta T_2}{T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \Delta T_2} \right) \cdot \left(\frac{T_{i,2}}{\left(\Delta T_2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H} \cdot \frac{T_u}{T_{i,1}} \Delta T_2 \right)} \right) \quad (17.48)$$

$$\cdot \left(\frac{T_u + T_{i,2} K_{CA}}{T_u + \left(T_{i,2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,tl}}{H} \Delta T_2 \right) K_{CA}} \right)$$

I det særligfælde, hvor $H_{A,tl} = H$, går den linjariserede temperaturlagdeling over i en enkelt, ret linie, og da fås af ligning (17.41):

$$T_{i,m} = T_{i,2} - \frac{1}{2}(T_{i,2} - T_{i,1}) = \frac{1}{2}(T_{i,2} + T_{i,1}) \quad (17.49)$$

Dette er det samme som fås for den tilnærmede løsning i kapitel 16, jf. ligning (17.33b). Overensstemmelsen skyldes det samme, som er nævnt i afsnit 17.4.1

17.5.2 Temperaturdifferenskvotienten

Det ses af ligning (17.39), at temperaturdifferenskvotienten nærmer sig en konstant størrelse, når $\Delta T_1 \rightarrow 0$. Med samme temperaturområde som nævnt i afsnit 17.3.2 fås for $\Delta T_1 = 0$:

$$\varepsilon_{ref} \sim \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_{A,\rho}}{H}} \quad (17.50)$$

og, jf. ligning (17.47):

$$\varepsilon_{Tm} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{H_A}{H}} \quad (17.51)$$

Temperaturdifferenskvotienten er således i praksis nogenlunde konstant, når ΔT_1 er lille i forhold til ΔT_2 .

17.6 Bastardmodel

Den tilnærmelsesvis symmetri, der fås mellem temperatur- og massefyldelagdelingen, når sidstnævnte optegnes i et passende målforhold, kan anvendes til at opstille en bastardmodel, hvor der ved bestemmelsen af middelmassefylden $\rho_{i,m}$ anvendes den afstand $H_{X,tl}$, der fås ved linjarisering af temperaturlagdelingen i stedet for den korrekte afstand $H_{X,\rho}$, der fås ved linjarisering af massefyldelagdelingen. Derved undgås optegningen af massefyldelagdelingen. Med den således fundne ba-

stardværdi kan derefter fås de dertil svarende bastardværdier for $T_{i,ref}$, ΔT_{ref} og ε_{ref} til indsættelse i temperatur- og nettovarmestrømløsningerne udledt i kapitel 15.

Med bastardløsningen begås en afstandsfejl, hvori indgår fejlforholdet FF_H bestemt ved:

$$FF_H = \frac{H_{X,\rho}}{H_{X,\mu}} \quad (17.52)$$

17.7 Løsningsfejl

Det skønnes, at de højdeafstande $H_{X,\rho}$, der bestemmer de vandrette eller skrå liniestykkers placering, kan bestemmes med en fejl på under 2 %, når massefyldeforløbet optegnes på kvadreret papir i et passende målforhold, hvor øjemålet kan kontrolleres ved simple arealberegninger. Det ses af udtrykkene for referencetemperaturdifferensen ΔT_{ref} , dvs. ligningerne (17.12b), (17.19b) og (17.35), at leddet med nævnte afstand vægter mest når $\Delta T_1 = 0$, og det ses da af ligningerne (17.12e), (17.22a) og (17.38a), at fejlen på ΔT_{ref} bliver meget nær den samme som på nævnte afstand, dvs. under 2 %. Dette bliver også fejlen på drivtrykket, således at fejlen på volumenstrømmen bliver under 1 %.

For de tilnærmede løsninger begås samme liniariseringsfejl som nævnt ovenfor, og desuden begås en fejl, der for drivtrykket er bestemt af ligningerne (17.13), (17.28) og (17.44). Det ses, at her er fejlen også størst for $\Delta T_1 = 0$, svarende til at fejlen på drivtrykket er størst, når den bestemmes af en af ligningerne (17.17), (17.32 eller (17.48). Heraf ses videre, at fejlen vokser med K_{CA} , og at der vil gælde, idet K_{CA} i praksis vil ligge i området $0,1 < K_{CA} < 10$, jf. ligning (15.15c) med $1/3 < C_{d,1}A_1/(C_{d,2}A_2) < 3$:

$$\frac{T_{i,2}}{T_u} < FF_{\Delta p_1} < \frac{T_{i,2}}{T_u} \cdot \frac{T_{i,2}}{T_{i,m}} < \left(\frac{T_{i,2}}{T_u} \right)^2 \quad (17.53)$$

Dette betyder igen, at fejlen bliver størst i vinterperioden og at der eksempelvis med $T_u = 273$ K og $T_{i,2} = 308$ vil gælde for fejlen på drivtrykket, at

$$1,13 < FF_{\Delta p_1} < 1,27$$

og at der for fejlen på volumenstrømmen vil gælde, at:

$$1,06 < FF_{q_{v_1}} < 1,13$$

Samlet fås således, at fejlen ved de tilnærmede løsninger kan nå op på 7 – 15 % i vinterperioden og noget mindre i sommerperioden.

For bastardløsningen begås foruden selve liniariseringsfejlen også fejlen på afstanden $H_{X,\rho}$, hvori indgår fejlforholdet FF_H udtrykt ved ligning (17.52). Størrelsen af dette fejlforhold kan skønnes ud fra den skævhed, der er i symmetrien mellem kurverne for temperatur- og massefyldlagdelingen, og som er udtrykt ved ligning (17.6) for skæringspunktets afvigelse fra temperaturmidterpunktet. Denne afvigelse vil give en afvigelse på højdeafstanden, som er højst 10 gange midterpunktafvigelsen (skønnet ud fra de to kurvers hældningstal ved skæringspunktet) og dette betyder igen, at $FF_H = H_{X,\rho}/H_{X,\mu} < 1,02$ eller ca. 2 %. Det ses på ny af ligningerne (17.12b), (17.19b) og (17.35), at fejlen bliver størst når $\Delta T_1 = 0$, og af ligningerne (17.12e), (17.22a) og (17.38a) fås da, at

fejlen på ΔT_{ref} bliver af samme størrelsesorden som på fejlforholdet FF_H . Samme fejl begås på drivtrykket og den halve på volumenstrømmen, dvs. ca. 1 %. Der begås således en samlet fejl på bastardløsningens volumenstrøm på ca. 2 % eller mindre end det halve af fejlen på den tilnærmede løsnings volumenstrøm.

17.7 Kapitelsammenfatning

Krumme temperaturlagdelinger omdannes i første omgang til de tilsvarende massefyldelagdelinger. Med en grafisk metode kan der simpelt fås de størrelser, der skal anvendes i den i kapitel 15 generelt opstillede lagdelingsmodel. Den grafiske metode består i at erstatte kurveforløbet med passende rette liniestykker, og den er derfor her benævnt liniarisering. Liniestykkerne lægges, så der fås samme ligningssystem til opdriftventilationsmodellen med det virkelige og det liniariserede kurveforløb.

En tilnærmet model er opstillet ved liniarisering af temperaturforløbet og ved at gøre brug af den middeltemperatur, der derved simpelt kan bestemmes. Der er udledt udtryk for de begåede fejl. Endelig er anvist en "bastardmodel", hvor temperaturforløbets liniarisering anvendes til at liniarisere massefyldforløbet uden at skulle optegne dette forløb.

Liniariseringen er simpel, når der i kurveforløbene højst indgår to, modsatrettede krumningsforløb, således som det er tilfældet med de tre temperaturfordelinger, der er behandlet i kapitlet.

Selve liniariseringen skønnes at kunne udføres, så fejlen på volumenstrømmen bliver mindre end 1 %. Med den tilnærmede model øges fejlen til 6-14 %, størst i vinterperioden. Med bastardløsningen bliver fejlen mindre end det halve.

18 Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur

I dette kapitel behandles opdriftventilation i et rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur. Der opstilles de grundlæggende og de supplerende ligninger, og på grundlag heraf opstilles en strømningsmodel med en basismodeludgave, en temperaturdifferens- og en nettovarmestrømbaseret modeludgave, og der redegøres for modellens gyldighedsområde. Der behandles det tilfælde, hvor neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde og herunder specielt, når det ønskes placeret mellem næst øverste og øverste højdeniveau. Endelig behandles de tilfælde, hvor flere åbninger på forskellig måde er samlet i grupper.

I høje rum som fx atrier kan der optræde åbninger i flere end to højdeniveauer. Eksempelvis kan en fleretagers kontorbygning betragtes som et rum med åbninger i flere end to højdeniveauer, når alle kontorer har forbindelse til et fælles bygningsafsnit som eksempelvis et atrium.

Der betragtes i første omgang et kasseformet rum med N lodretstående åbninger i N forskellige højdeniveauer med nederste åbning som nr. 1, øverste som nr. N , og en vilkårlig åbning som nr. j . Det antages, at indetemperaturen T_i er ensartet, at luftstrømningen i åbningerne tager form af en stråle med laminar kerne gennem et kontraheret tværsnit, samt at forholdene er stationære.

18.1 Kontrolvolumen og ligningsystem

Der betragtes et kontrolvolumen analogt til det i kapitel 12, dvs. begrænset af rummets indvendige flader, af luftstrålernes begrænsningsflader fra åbning frem til det kontraherede tværsnit samt af de kontraherede tværsnitsflader. Der regnes med ensformet hastighedsprofil i alle kontraherede tværsnit, så længe tværsnittet ikke skæres af neutralplanet, og åbning j er karakteriseret ved :

åbningsarealet A_j ,
 hastighedskoefficienten $C_{v,j}$,
 kontraktionskoefficienten $C_{k,j}$
 udstrømningskoefficienten $C_{d,j} = C_{v,j}C_{k,j}$,
 kontraheret tværsnitsareal: $A_{j,k} = C_{k,j}A_j$
 lufthastighed i kontraherede tværsnit: $v_{j,k} = C_{v,j}v_{j,teo}$

Desuden vil der ud for åbning j optræde trykkene:

udvendigt statisk tryk: $p_{u,j}$
 indvendigt statisk tryk: $p_{i,j}$

Det er på forhånd ukendt gennem hvilke åbninger, luften strømmer ind eller ud. Men med N_1 indløb og N_2 udløb er $N_1 + N_2 = N$.

18.1.1 Grundlæggende strømning ligninger

For kontrolvolumenet opstilles massebalanceligning, lodret bevægelsesmængdeligning og energiligning, medens vandret bevægelsesmængdeligning og entropiligning er uden interesse i det her behandlede sammenhæng af samme årsager som anført i kapitel 12, afsnittene 12.3.2 og 12.5. Med $u_u, \rho_u, v_{spec,u}$ og T_u repræsenterende udeluftens termodynamiske forhold og $u_i, \rho_i, v_{spec,i}$ og T_i repræsenterende indeluftens fås nedenstående strømning ligninger.

Massebalanceligningen får formen, jf. ligning (10.2):

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N v_{j,k} A_{j,k} - \rho_u \sum_1^{N_1} v_{j,k} A_{j,k} = 0 \quad (18.1)$$

eller

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j v_{j,teo} - \rho_u \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j v_{j,teo} = 0 \quad (18.2)$$

Lodret bevægelsesmængdeligning er uafhængig af antallet af åbninger og får derfor en form svarende til den hydrostatiske trykfordeling, dvs.:

$$p_{i,y} = p_{i,0} - \rho_i g y \quad (18.3)$$

hvor $p_{i,0}$ er det indvendige statiske tryk i en vis 0-højde og y er den lodrette afstand herfra regnet positiv opad.

Energiligningen får følgende form, når der ses bort fra de små led for kinetisk og potentiel energi, jf. ligning (10.21) med $P = 0$ og $\Phi_{tot} = \Phi_{net}$:

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N (u + \rho v_{spec}) v_{j,k} A_{j,k} - \rho_u \sum_1^{N_1} (u + \rho v_{spec}) v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (18.4)$$

eller ved brug af ligningerne (5.46c) og (5.54b):

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N c_p T_i v_{j,k} A_{j,k} - \rho_u \sum_1^{N_1} c_p T_u v_{j,k} A_{j,k} = c_p T_i \rho_i \sum_{N_1+1}^N v_{j,k} A_{j,k} - c_p T_u \rho_u \sum_1^{N_1} v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (18.5)$$

eller ved brug af massebalanceligningen (18.1):

$$c_p (T_i - T_u) \rho_i \sum_{N_1+1}^N v_{j,k} A_{j,k} = c_p (T_i - T_u) \rho_u \sum_1^{N_1} v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (18.6a)$$

eller:

$$c_p(T_i - T_u)\rho_i \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j v_{j,teo} = c_p(T_i - T_u)\rho_u \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j v_{j,teo} = \Phi_{net} \quad (18.6b)$$

18.1.2 Supplerende ligninger

Der kan omkring hver åbning afgrænses et kontrolvolumen analogt til det, der er beskrevet i afsnit 12.6.1 og vist i figur 12.3. For strømmingen gennem et indløb fås da følgende energiligning, jf. ligning (12.22):

$$\frac{p_{u,j} - p_{i,j}}{\rho_u} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,k}}{C_{v,j}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,teo}^2 \quad (18.7)$$

og for strømmingen gennem et udløb fås, jf. ligning (12.23):

$$\frac{p_{i,j} - p_{u,j}}{\rho_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,k}}{C_{v,j}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,teo}^2 \quad (18.8)$$

18.1.3 Ligningssystem og løsningsmuligheder

Med kendte åbningsarealer, åbningskoefficienter og åbningsafstand er ligningssystemet analogt til det, der er opstillet i kapitel 12 for et rum med to åbninger, når $\sum v_{j,k} A_{j,k}$ erstatter $v_{j,k} A_{j,k}$. Dvs. der fås et ligningssystem bestående af 5 ligninger med 5 ubekendte. Da den ene ubekendte, indetemperaturen T_i , kun indgår i en af ligningerne, kan der også her isoleres et ligningssystem bestående af 4 ligninger med 4 ubekendte, hvoraf kan udledes en basismodeludgave og en temperaturdifferensbaseret udgave, og hvor sidstnævnte kan omformes til en nettovarmestrømbaseret udgave ved inddragelse af den 5te ligning, energiligningen.

Ved løsningen af ligningssystemet er der ikke den sammenhæng mellem lufthastigheder og åbningsarealer, der gøres brug af i kapitel 12. I stedet for anvendes den sammenhæng, der vil være mellem en åbnings placering og trykdifferensen over denne åbning og dermed også lufthastigheden i åbningen.

18.2 Basismodeludgave

Det fremgår af ligningerne (18.3) og (4.3), at både ud- og indvendigt trykforløb er retlinet, og hvor $p_{i,0}$ i det indvendige trykforløb er ubekendt. Denne størrelse vil forskyde sig, indtil massebalance-ligningen er opfyldt, og dette kan kun opfyldes, hvis der finder en luftstrømning sted ind gennem nogle af åbningerne og ud gennem resten. Svarende til, at der således er et indvendigt undertryk ud for indløbsåbningerne og et indvendigt overtryk ud for udløbsåbningerne, vil der i rummet være et plan, neutralplanet, hvor det ind- og udvendige tryk er lige store.

$$\text{Ligningsnumre, der udgår} \quad (18.9) \text{ og } (18.10)$$

18.2.1 Trykdifferenser og lufthastigheder

Med åbninger i mere end to højdeniveauer er det hensigtsmæssigt at vælge neutralplanhøjden som 0-højde. Den lodrette afstand mellem neutralplanet og åbning j er H_j . I neutralplanhøjden er $p_{i,0} =$

$p_{u,0} = p_0$, og tænkes neutralplanets placering kendt (bestemmes i det efterfølgende afsnit 18.2.2) kan det ind- og udvendige trykforløb udtrykkes ved henholdsvis:

$$p_{i,y} = p_0 - \rho_i g y \quad (18.11)$$

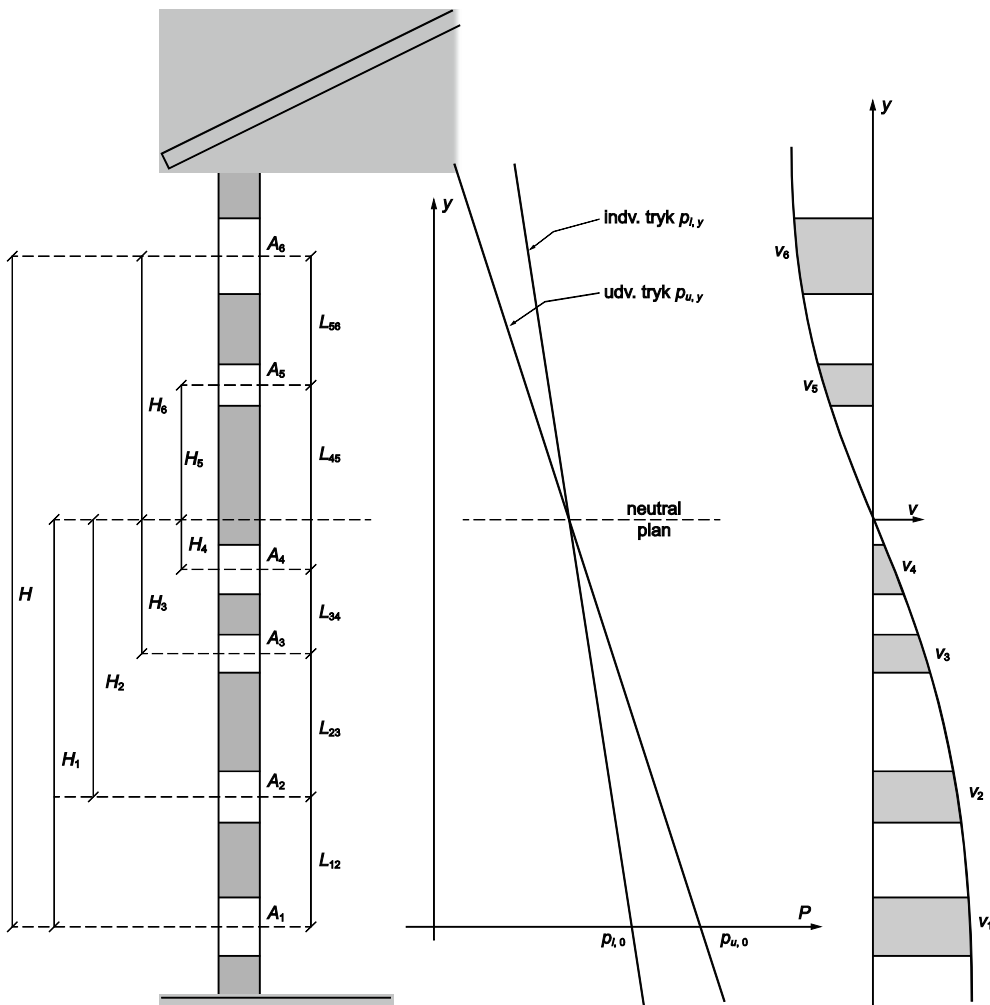
og

$$p_{u,y} = p_0 - \rho_u g y \quad (18.12)$$

Der fås da følgende trykdifferens over bygningsskallen i afhængighed af afstanden y fra neutralplanet:

$$\Delta p_y = p_{i,y} - p_{u,y} = p_0 - \rho_i g y - (p_0 - \rho_u g y) = (\rho_u - \rho_i) g y = \Delta \rho g y \quad (18.13)$$

Med $T_i > T_u$ (og dermed $\rho_i < \rho_u$), fås et indvendigt overtryk for $y > 0$ og et indvendigt undertryk for $y < 0$, således at åbningerne under neutralplanet er indløbsåbninger og åbningerne over er udløbsåbninger. Dette er skitseret i figur 18.1.



Figur 18.1 Trykforhold og lufthastigheder i rum med åbninger i flere åbningsniveauer

For indløbsåbningerne er $y = -H_j$ og $1 \leq j \leq N_1$, og over disse åbninger fås en indadrettet tryk-differens bestemt ved:

$$\Delta p_{ind,j} = \left| \Delta \rho g (-H_j) \right| = \Delta \rho g H_j \quad (18.14)$$

hvilket giver en lufthastighed i indløbsåbningerne bestemt ved, jf. ligning (18.7):

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta p_{ind,j}}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (18.15)$$

For udløbsåbningerne er $y = H_j$ og $N_1+1 \leq j \leq N$, og over disse åbninger fås en udadrettet tryk-differens bestemt ved:

$$\Delta p_{ud,j} = \Delta \rho g H_j \quad (18.16)$$

hvilket giver en lufthastighed i udløbsåbningerne bestemt ved, jf. ligning (18.8):

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta p_{ud,j}}{\rho_i} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (18.17)$$

18.2.2 Neutralplanplacering

Neutralplanets placering kan bestemmes af, at dets placering skal føre til sådanne hastigheder i åbningerne, at massebalanceligningen (18.1) opfyldes. Ved indsættelse af strømningshastighederne udtrykt ved ligningerne (18.15) og (18.17) i ligning (18.1) fås:

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N A_{j,k} C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2} - \rho_u \sum_1^{N_1} A_{j,k} C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = 0 \quad (18.18)$$

eller ved division med $(\Delta \rho g \rho_i)^{1/2}$ og indførelse af udstrømningskoefficienten $C_{dj} = C_{v,j} C_{kj}$:

$$\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j H_j^{1/2} - \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j H_j^{1/2} = 0 \quad (18.19)$$

I praksis er $1,01 < (\rho_u/\rho_i)^{1/2} < 1,05$, således at ligning (18.19) med god tilnærmelse kan reduceres til

$$\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j H_j^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j H_j^{1/2} = 0 \quad (18.20)$$

I tilfælde af at åbningerne er ensformede, så alle C_{dj} -værdier er ens, kan ligningen yderligere reduceres til

$$\sum_{N_1+1}^N A_j H_j^{1/2} - \sum_1^{N_1} A_j H_j^{1/2} = 0 \quad (18.21)$$

Åbningsafstandene H_j kan som vist i figur 18.1 udtrykkes ved åbningsafstanden H_1 fra neutralplan til nederste åbning sammen med åbningsafstandene $L_{j-1,j}$ mellem de enkelte åbninger. For indløbsåbningerne, hvor $1 \leq j \leq N_1$, fås:

$$H_j = H_1 - \sum_2^j L_{j-1,j} \quad (18.22)$$

og for udløbsåbningerne, hvor $N_1 + 1 \leq j \leq N$, fås:

$$H_j = H_N - \sum_j^{N-1} L_{j,j+1} = H - H_1 - \sum_j^{N-1} L_{j,j+1} \quad (18.23)$$

Ved indsættelse af udtrykkene for H_j i ligning (18.19) fås en ligning med H_1 som eneste ubekendte, og som kan løses iterativt. Som første gæt kan anvendes den H_1 -værdi, der fås ved at løse massebalanceligningen, når alene øverste og nederste åbning medtages svarende til, hvad man får af ligning (12.46a). Resultateret et gæt i en neutralplanplacering, der skærer en af åbningerne, kan denne åbning udelades i den efterfølgende gennemregning, da dens bidrag til massebalanceligningen vil være betydningsløst.

18.2.3 Volumenstrømme

Når neutralplanplaceringen er fastlagt kan lufthastighederne bestemmes af ligningerne (18.15) og (18.17), hvorefter volumenstrømmene kan bestemmes.

I en indløbsåbning, hvor $1 \leq j \leq N_1$, fås en volumenstrøm $q_{V,ind,j}$ bestemt af

$$q_{V,ind,j} = A_{j,k} v_{j,k} = C_{k,j} A_j C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (18.24a)$$

Den samlede volumenstrøm $q_{V,ind,tot}$ gennem indløbsåbningerne bliver da:

$$\begin{aligned} q_{V,ind,tot} &= \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,1}} \right) \left(\frac{A_j}{A_1} \right) \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \\ &= C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho g H_1^*}{\rho_u} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (18.24b)$$

hvor H_1^* er en vægtet "højdesum" bestemt af:

$$H_1^* = H_1 \left(\sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,1}} \right) \cdot \left(\frac{A_j}{A_1} \right) \cdot \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right)^2 \quad (18.25)$$

I en udløbsåbning, hvor $N_1+1 \leq j \leq N$, fås tilsvarende en volumenstrøm $q_{V,ud,j}$ bestemt af

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (18.26a)$$

og den samlede volumenstrøm $q_{V,ud,tot}$ gennem udløbsåbningerne bliver da:

$$\begin{aligned} q_{V,ud,tot} &= \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2} = C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho g H_N}{\rho_i} \right)^{1/2} \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \\ &= C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho g H_N^*}{\rho_i} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (18.26b)$$

hvor H_N^* er bestemt af:

$$H_N^* = H_N \left(\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \cdot \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \cdot \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right)^2 \quad (18.27)$$

Med neutralplanplaceringen bestemt af ligning (18.19) vil der gælde, at $q_{V,ud}/q_{V,ind} = \rho_u/\rho_i$, medens der med den tilnærmede bestemmelse med ligning (18.20) vil gælde, at $q_{V,ud} = q_{V,ind}$.

18.2.4 Nødvendige åbningsarealer med kendte åbningsarealforhold

I dimensioneringssituationen, hvor det er åbningsarealerne, der skal bestemmes, så kravet om en ønsket volumenstrøm opfyldes, fås med N åbninger N ubekendte, medens volumenstrømkravet kun giver én ligning. De nødvendige $N-1$ ekstra, uafhængige ligninger kan fås ved på forhånd at fastlægge forholdet mellem åbningsarealernes størrelse, eksempelvis som forholdet A_j/A_1 . Da kan først neutralplanets placering bestemmes iterativt af ligning (18.19), der ved division med A_1 omformes til:

$$\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \frac{A_j}{A_1} H_j^{1/2} - \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \sum_1^{N_1} C_{d,j} \frac{A_j}{A_1} H_j^{1/2} = 0 \quad (18.28)$$

hvor $C_{d,j}$ antages kendt, og hvor H_j kan udtrykkes ved H_1 ved hjælp af ligningerne (18.22) og (18.23). Med den heraf beregnede H_1 kan det nederste åbningsareal A_1 derefter bestemmes ved hjælp af ligning (18.24b), og der fås:

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_1^*} \right)^{1/2} \quad (18.29a)$$

med H_1^* bestemt af ligning (18.25). Efterfølgende kan de øvrige åbningsarealer bestemmes ud fra de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Tages udgangspunkt i udløbsforholdene kan det øverste åbningsareal bestemmes ved hjælp af ligning (18.26b), og der fås:

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_N^*} \right)^{1/2} \quad (18.29b)$$

med H_N^* bestemt af ligning (18.27).

18.2.5 Nødvendige åbningsarealer med på forhånd bestemt neutralplanplacering

Ud over volumenstrømkravet kan der stilles krav om hvilke åbninger, der skal være henholdsvis ind- og udløb svarende til en ønsket neutralplanplacering udtrykt ved eksempelvis en på forhånd fastlagt H_1 eller H_N . Dette giver en ekstra ligning svarende til, at antallet af frihedsgrader reduceres med 1, eller til, at der kan lægges en ekstra binding på åbningsarealerne. I praksis er det nærliggende at vælge en af følgende to bindinger:

1. at de enkelte indløbs- henholdsvis udløbsarealer skal være lige store
2. at volumenstrømmene i de enkelte indløbs- henholdsvis udløbsåbninger skal være lige store.

Med ens åbningsarealer kan indløbsarealerne bestemmes af ligning (18.29a), hvor H_1^* er bestemt af, jf. ligning (18.25) med $A_j/A_1 = 1,0$:

$$H_1^* = H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,1}} \right) \cdot \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 = \frac{1}{C_{d,1}^2} \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} H_j^{1/2} \right)^2 \quad (18.29c)$$

Indsat i ligning (18.29a) fås da:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u C_{d,1}^2}{2\Delta\rho g \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} H_j^{1/2} \right)^2} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g} \right)^{1/2} \quad (18.29d)$$

De ens store udløbsarealer kan fås af ligning (18.29b) med H_N^* bestemt af, jf. ligning (18.27) med $A_j/A_1 = 1,0$:

$$H_N^* = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \cdot \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 = \frac{1}{C_{d,N}^2} \left(\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} H_j^{1/2} \right)^2 \quad (18.29e)$$

og indsat i ligning (18.29b) fører dette til:

$$A_j = A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_i C_{d,N}^2}{2\Delta\rho g \left(\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} H_j^{1/2} \right)^2} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ud,tot}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g} \right)^{1/2} \quad (18.29f)$$

Med ens volumenstrømme skal der i alle indløbsåbningerne gælde at $q_{V,ind,j} = q_{V,ind,tot}/N_1$. Indløbsarealerne fås da af følgende ligning, jf. ligning (18.24a):

$$q_{V,ind,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ind,tot}}{N_1} \quad (18.29g)$$

og heraf:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.29h)$$

I udløbsarealerne skal der gælde at $q_{V,ud,j} = q_{V,ud,tot}/(N-N_1)$, og udløbsarealerne kan da bestemmes af, jf. ligning (18.26a):

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ud,tot}}{N - N_1} \quad (18.29i)$$

og heraf fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j} (N - N_1)} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.29j)$$

18.3 Temperaturbaseret modeludgave

Basisudgaven kan omformes til en udgave baseret på temperaturdifferensen ved at anvende sammenhængen mellem massefylde- og temperaturdifferens udtrykt ved ligning (12.53a) samt massefylde og temperatur udtrykt ved ligning (12.53b).

Neutralplanplaceringen kan uændret bestemmes iterativt af en af ligningerne (18.19) - (18.21) sammen med ligningerne (18.22) og (18.23).

18.3.1 Formelsæt for indløbsforholdene

For indløbsforholdene fås, når neutralplanets placering er bestemt, følgende udtryk for trykdifferenser, lufthastigheder, volumenstrømme og nødvendige, nederste indløbsareal ved indsættelse af ligning (12.53a) i ligningerne (18.14), (18.15), (18.24a), (18.24b) og (18.29a):

$$\Delta p_{ind,j} = \frac{\rho_u \Delta T g H_j}{T_i} = \frac{\rho_i \Delta T g H_j}{T_u} \quad (18.30)$$

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_i} \right)^{1/2} \quad (18.31)$$

$$q_{V,ind,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_i} \right)^{1/2} \quad (18.32a)$$

$$q_{V,ind,tot} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T g H_1^*}{T_i} \right)^{1/2} \quad (18.32b)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2 \Delta T g H_1^*} \right)^{1/2} \quad (18.32c)$$

hvor H_1^* bestemmes af ligning (18.25). De øvrige indløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering fås af ligning (18.32c) med H_1^* udtrykt ved ligning (18.29c) følgende indløbsarealer, når disse skal være lige store:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{T_i}{2 \Delta T g} \right)^{1/2} \quad (18.33a)$$

Indløbsarealerne kan, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ind,tot}/N_1$, fås ved løsning af ligning (18.32a) med hensyn til A_j , og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{T_i}{2 \Delta T g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.33b)$$

18.3.2 Formelsæt for udløbsforholdene

For udløbsforholdene fås, når neutralplanets placering er bestemt, følgende udtryk ved indsættelse af ligningerne (12.53a) og (12.53b) i ligningerne (18.16), (18.17), (18.26a), (18.26b) og (18.29b):

$$\Delta p_{ud,j} = \frac{\rho_u \Delta T g H_j}{T_i} = \frac{\rho_i \Delta T g H_j}{T_u} \quad (18.34)$$

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \quad (18.35)$$

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta T g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \quad (18.36a)$$

$$q_{V,ud,tot} = C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta T g H_N^*}{T_u} \right)^{1/2} \quad (18.36b)$$

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_N^*} \right)^{1/2} \quad (18.36c)$$

hvor H_N^* bestemmes af ligning (18.27). De øvrige udløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplansplacering fås af ligning (18.36c) med H_N^* udtrykt ved ligning (18.29e) følgende udløbsarealer, når disse skal være lige store:

$$A_j = A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g} \right)^{1/2} \quad (18.37a)$$

Udløbsarealerne kan, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ud,tot}/(N - N_1)$, fås ved løsning af ligning (18.36a) med hensyn til A_j , og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j} (N - N_1)} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.37b)$$

18.4 Nettovarmestrømbaseret modeludgave

Ud fra sammenhængen mellem temperaturdifferens, nettovarmestrøm og volumenstrøm kan der udledes en nettovarmestrømbaseret modeludgave. Idet der antages en temperaturuafhængig nettovarmestrøm, fås af ligningerne (18.6a) og (18.32b), når neutralplanets placering er bestemt, og når der tages udgangspunkt i indløbsforholdene:

$$\Delta T = \frac{\Phi_{net}}{c_p \rho_u q_{V,ind,tot}} = \frac{\Phi_{net} T_i^{1/2}}{c_p \rho_u C_{d,1} A_1 (2gH_1^* \Delta T)^{1/2}} \quad (18.38)$$

Denne ligning er analog til ligning (12.63a), og ved brug af samme konstantværdier fås analogt til ligningerne (12.66a) og (12.67b):

$$\Delta T = 7,083 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} T_i \quad (18.39a)$$

og

$$\Delta T = 7,505 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} T_u \quad (18.39b)$$

Tages der udgangspunkt i udløbsforholdene, fås analogt til ligning (12.68b):

$$\Delta T = 7,653 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/3} T_u \quad (18.40))$$

Den nettovarmestrømbaserede modeludgave kan nu fås ved at indsætte ΔT udtrykt ved en af ligningerne (18.39a) - (18.40) i den temperaturbaserede udgave.

Neutralplanplaceringen kan uændret bestemmes iterativt af en af ligningerne (18.19) - (18.21) sammen med ligningerne (18.22) og (18.23). Det ses af ligning (18.19) at placeringen er uafhængig af massefylde- og dermed også af temperaturdifferensen.

18.4.1 Formelsæt for indløbsforholdene

For indløbsforholdene fås, når neutralplanets placering er bestemt, følgende udtryk for trykdifferenser, lufthastigheder og volumenstrømme ved indsættelse af ligning (18.39a) i ligningerne (18.30) - (18.32b):

$$\Delta p_{ind,j} = \frac{\rho_u \Delta T g H_j}{T_i} = \rho_u 7,083 \cdot 10^{-5} \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right) 9,82 H_j \quad (18.41)$$

$$= 6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} H_j$$

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_i} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(2 \cdot 7,083 \cdot 10^{-5} \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} 9,82 H_j \right)^{1/2} \quad (18.42a)$$

$$= 0,0373 \cdot C_{v,j} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2}$$

$$q_{V,ind,j} = A_{k,j} v_{k,j} = 0,0373 \cdot C_{d,j} A_j \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2} \quad (18.42b)$$

$$q_{V,ind,tot} = C_{d,1} A_1 \left(2 \cdot 7,083 \cdot 10^{-5} \frac{T_i}{T_i} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} 9,82 H_1^* \right)^{1/2} \quad (18.43)$$

$$= 0,0373 (C_{d,1} A_1)^{2/3} (\Phi_{net} H_1^*)^{1/3}$$

For det nederste indløbsareal fås ved løsning af ligning (18.43) med hensyn til A_1 :

$$A_1 = 138,8 \frac{q_{V,ind,tot}^{3/2}}{C_{d,1} (\Phi_{net} H_1^*)^{1/2}} \quad (18.44)$$

Den indgående H_1^* bestemmes af ligning (18.25). De øvrige indløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering fås af ligning (18.44a) med H_1^* udtrykt ved ligning (18.29c) følgende indløbsarealer, når disse skal være lige store:

$$A_j = A_1 = 138,8 \frac{q_{V,ind,tot}^{3/2}}{\Phi_{net}^{1/2} \sum_1^{N_1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \quad (18.45a)$$

og der fås følgende indløbsarealer, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ind,tot}/N_1$, ved løsning af ligning (18.42b) med hensyn til A_j og med H_1^* udtrykt ved ligning (18.25):

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{q_{V,ind,tot}}{N_1 0,0373 C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{C_{d,1} A_1}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} H_1^{1/6} \left(\frac{1}{C_{d,1} A_1 H_1^{1/2}} \right)^{1/3} \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j H_j^{1/2} \right)^{1/3} \\ &= 26,8 \frac{q_{V,ind,tot}}{N_1 C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j H_j^{1/2} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (18.45b)$$

Det ses, at bestemmelsen af indløbsarealerne i dette tilfælde bliver en iterativ proces. Dette skyldes, at temperaturdifferensen ΔT ud over afhængigheden af nettovarmestrømmen også er afhængig af indløbsarealernes størrelse. Det vil almindeligvis være simplere først at bestemme ΔT ud fra den kendte volumenstrøm og nettovarmestrøm ved hjælp af energiligningen og derefter anvende ligning (18.33b).

18.4.2 Formelsæt for udløbsforholdene

For udløbsforholdene fås, når neutralplanets placering er bestemt, følgende udtryk ved indsættelse af ligning (18.40) i ligningerne (18.34) - (18.36b):

$$\Delta p_{ud,j} = 7,52 \cdot 10^{-4} \rho_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/3} H_j \quad (18.46)$$

$$v_{j,k} = 0,0388 \cdot C_{v,j} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2} \quad (18.47a)$$

$$q_{V,ud,j} = A_{k,j} v_{k,j} = 0,0388 \cdot C_{d,j} A_j \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2} \quad (18.47b)$$

$$q_{V,ud,tot} = 0,0388(C_{d,N}A_N)^{2/3}(\Phi_{net}H_N^*)^{1/3} \quad (18.48)$$

For det øverste udløbsareal fås ved løsning af ligning (18.48) med hensyn til A_N :

$$A_N = 131,0 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N}(\Phi_{net}H_N^*)^{1/2}} \quad (18.49)$$

Den indgående H_N^* bestemmes af ligning (18.27). De øvrige udløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplansplacering fås af ligning (18.49a) med H_N^* udtrykt ved ligning (18.29e) følgende udløbsarealer, når disse skal være lige store:

$$A_j = A_N = 131,0 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{\Phi_{net}^{1/2} \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} H_j^{1/2}} \quad (18.50a)$$

og der fås følgende udløbsarealerne, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ud,tot}/(N - N_1)$, ved løsning af ligning (18.47b) med hensyn til A_j og med H_N^* udtrykt ved ligning (18.27):

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{q_{V,ud,tot}}{0,0388(N - N_1)C_{d,j}H_j^{1/2}} \left(\frac{C_{d,N}A_N}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} H_N^{1/6} \left(\frac{1}{C_{d,N}A_NH_N^{1/2}} \right)^{1/3} \sum_{N_1+1}^N C_{d,j}A_jH_j^{1/2} \\ &= 25,8 \frac{q_{V,ud,tot}}{(N - N_1)C_{d,j}H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} \left(\sum_{N_1+1}^N C_{d,j}A_jH_j^{1/2} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (18.50b)$$

Også her er bestemmelsen af arealerne, når volumenstrømmen i åbningerne skal være lige store, en iterativ proces som følge af, at temperaturdifferensen ΔT er afhængig af indløbsarealernes størrelse, og hvor det ofte vil være simplet først at bestemme ΔT af energiligningen og derefter anvende ligning (18.37b).

18.5 Gyldighedsområde

Strømningsmodellen for rum med én åbning i flere end to højdeniveauer er vist i tabel 18.1 med dens tre modeludgaver. Ved udledelsen er der forudsat ensformet hastighedsprofil i lodretstillede åbninger placeret i samme bygningsflade i et kasseformet rum. Disse forudsætninger opfyldes ikke altid i praksis.

18.5.1 Hastighedsforhold

Hastighedsfordelingen over en af åbningerne har form af et fladt stykke af en parabelflade uanset antallet af åbninger og åbningsniveauer, jf. ligning (13.3b). Fejlen ved i stedet at regne med en ensformet hastighedsfordeling lig med middelhastigheden er betydningsløs, så længe åbningshøjden h_j er væsentlig mindre end afstanden H_j fra neutralplanet, jf. ligning (13.4), og så længe neutralplanet ikke skærer nogen åbningsflade.

Hvis neutralplanet skærer en åbningsflade, vil der optræde både en ind- og udadrettet luftstrømning i åbningen. Men hastighedsprofilets form er uden betydning, så længe der ikke er tale om en skæring af øverste eller nederste åbning, og skæringen er i det hele taget uden betydning, da strømningen i den pågældende åbning bidrager minimalt til strømningens ligningerne.

18.5.2 Åbnings- og rumforhold

Åbningernes placering i lodrette, vandrette eller skråtstillede flader influerer ikke på de fire skalare ligninger, massebalanceligningen (18.1), energiligningen (18.4) og de to supplerende ligninger (18.7) og (18.8). Ligeledes vil den lodrette bevægelsesmængdeligning være uafhængige af åbningsorienteringen. Det influerer heller ikke på ligningssystemet og dermed heller ikke på den opstillede model, om åbningerne er placeret lige over hinanden i samme bygningsflade, eller om de er forskudt vandret i forhold til hinanden og evt. anbragt i forskellige flader. Endelig har rummets udformning ingen indflydelse.

Det eneste, der åbnings- og rummæssigt har betydning for opdriftventilationen i rum med åbninger i mere end to højdeniveauer, er åbningernes størrelse, deres indbyrdes, lodrette afstand og deres udformning, hvor sidstnævnte har betydning for åbningernes friktions- og kontraktionsforhold.

18.5.3 Grænseforhold

Grænsesituationen, hvor neutralplanet ligger i den nederste åbnings kontraherede tværsnits overkant eller i øverste åbnings kontraherede tværsnits underkant, kan behandles på samme måde som gjort i kapitel 13 for rum med to åbninger. Dette illustreres i det følgende ved at betragte et rum med flere åbninger, hvor nederste indløbsareal er det eneste variable åbningsareal, og som samtidig er så stort, at neutralplanet ligger i denne åbnings kontraherede tværsnits overkant. Åbningen antages desuden at være rektangulær med et åbningsareal bestemt ved $A_1 = k_1 h_1^2$, dvs. analogt til tilfælde II i afsnit 13.7. I dette tilfælde får massebalanceligningen en form analog til ligning (13.10). Ligningens højreside vil være lig med volumenstrømmen $q_{V,ud,tot}$ gennem udløbsåbningerne bestemt ved ligning (18.26b) og indløbsantallet er $N_1 = 1$. Massebalanceligningen får da formen:

$$\rho_u C_{v,1} k_m \left(\frac{2\Delta\rho g h_{1,k,krit}}{\rho_u} \right)^{1/2} A_{1,k,krit} = \rho_i q_{V,ud,tot} = \rho_i C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho g H_N^*}{\rho_i} \right)^{1/2} \quad (18.51)$$

Heri er:

$$k_m = 2/3$$

$$h_{1,k,krit} = C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}$$

$$A_{1,k,krit} = C_{k,1} k_1 h_{1,krit}^2$$

$$H_N^* = H_N \left\{ \sum_2^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2$$

Tabel 18.1 Modeludgaver for strømningssmodel til rum med åbninger i mere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur

	Massefyldebaseret modeludgave	Temperaturdifferensbaseret modeludgave	Nettovarmestrømbaseret modeludgave (konstant Φ_{net})
Temperaturdifferens ΔT , K			$7,08 \cdot 10^{-5} T_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3}$ eller $7,65 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/3}$
Indløb Trykdifferens $\Delta p_{ind,j}$, Pa	$\Delta \rho g H_j$	$\frac{\rho_u \Delta T g H_j}{T_i}$	$6,96 \cdot 10^{-4} \rho_u \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/3} H_j$
Lufthastighed $v_{j,k}$, m/s	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_i} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,j} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2}$
Lokal volumenstrøm $q_{V,ind,j}$, m ³ /s	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_i} \right)^{1/2}$	$0,0373 C_{v,j} A_j \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,1} A_1} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_1^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2}$
Total volumenstrøm $q_{V,ind,tot}$, m ³ /s	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta \rho g H_1^*}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T g H_1^*}{T_i} \right)^{1/2}$	$0,0373 (C_{d,1} A_1)^{2/3} (\Phi_{net} H_1^*)^{1/3}$
Nederste åbningsareal A_1 , m ²	$\frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2 \Delta \rho g H_1^*} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_i}{2 \Delta T g H_1^*} \right)^{1/2}$	$138,8 \frac{q_{V,ind,tot}^{3/2}}{C_{d,1} (\Phi_{net} H_1^*)^{1/2}}$
Udløb Trykdifferens $\Delta p_{ud,j}$, Pa	$\Delta \rho g H_j$	$\frac{\rho_i \Delta T g H_j}{T_u}$	$7,52 \cdot 10^{-4} \rho_i \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/3} H_j$
Lufthastighed $v_{j,k}$, m/s	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2}$	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_u} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,j} \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2}$
Volumenstrøm lokal, $q_{V,ud,j}$, m ³ /s	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta \rho g H_j}{\rho_i} \right)^{1/2}$	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T g H_j}{T_u} \right)^{1/2}$	$0,0388 C_{v,j} A_j \left(\frac{\Phi_{net}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{1}{H_N^*} \right)^{1/6} H_j^{1/2}$
Volumenstrøm total, $q_{V,ud,tot}$, m ³ /s	$C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \Delta \rho g H_N^*}{\rho_i} \right)^{1/2}$	$C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \Delta T g H_N^*}{T_u} \right)^{1/2}$	$0,0388 (C_{d,N} A_N)^{2/3} (\Phi_{net} H_N^*)^{1/3}$
Øverste åbningsareal A_N , m ²	$\frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_i}{2 \Delta \rho g H_N^*} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2 \Delta T g H_N^*} \right)^{1/2}$	$131,0 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N} (\Phi_{net} H_N^*)^{1/2}}$

hvor igen:

$$H_j = H - H_1 - \sum_j^{N-1} L_{j,j+1} = H - \frac{h_{1,k,krit}}{2} - \sum_2^N L_{j-1,j} \quad (18.52)$$

og

$$H_N = H - H_1 = H - \frac{h_{1,k,krit}}{2} \quad (18.53)$$

Ved indsættelse i ligning (18.51) og efter division med $2\Delta\rho g$ fås:

$$\rho_u^{1/2} C_{v,1} \frac{2}{3} C_{k,1}^{1/4} C_{k,1} k_1 h_{1,krit}^{5/2} = \rho_i^{1/2} C_{d,N} A_N H_N^{1/2} \sum_2^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{H - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2} - \sum_2^N L_{j-1,j}}{H - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2}} \right)^{1/2}$$

eller:

$$h_{1,krit}^5 - \left(\frac{3}{2} \right)^2 \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right) \left(\frac{1}{C_{k,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{k_1} \right)^2 \left(\frac{C_{d,N}}{C_{d,1}} \right)^2 A_N^2 H_N \left(\sum_2^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{H - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2} - \sum_2^N L_{j-1,j}}{H - \frac{C_{k,1}^{1/2} h_{1,krit}}{2}} \right)^{1/2} \right)^2 = 0$$

Der kan fås en tilnærmet løsning til denne 5. grads ligning ved at gøre brug af, at $C_{k,1} h_{1,krit}/2 \ll H$ og der fås da:

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{1/5} \left(\frac{1}{C_{1,k}} \right)^{1/10} \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{C_{d,N}}{C_{d,1}} \cdot \frac{A_N}{k_1} \right)^{2/5} (H_N'')^{1/5} \quad (18.54)$$

hvor

$$H_N'' = H_N \left(\sum_2^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{H - \sum_2^N L_{j-1,j}}{H} \right)^{1/2} \right)^2 \quad (18.55)$$

eller, idet $(\rho_i/\rho_u)^{1/5} \cong 1,0$ og $C_{k,1}^{1/10} \cong 1,0$.

$$h_{1,krit} \cong \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{C_{d,N}}{C_{d,1}} \cdot \frac{A_N}{k_1} \right)^{2/5} (H_N^*)^{1/5} \quad (18.56)$$

hvilket er analogt til ligning (13.18e) for et rum med to åbninger.

I grænsesituationen fås samme forhold mellem nederste åbnings volumenstrøm med henholdsvis parabolisk og ensformet hastighedsprofil som angivet med ligning (13.28). Dette betyder, at der med god tilnærmelse kan regnes med ensformet hastighedsprofil i alle åbningerne, så længe neutralplanet ikke skærer nederste eller øverste åbning. Dette kan udstrækkes til at gælde uanset åbningsernes form ud fra samme argumentation som anvendt i afsnit 13.7. Modellen vist i tabel 18.1 vil derfor med god tilnærmelse gælde, så længe neutralplanet ikke skærer nederste eller øverste åbning. En skæring af en af de mellemliggende åbninger har ingen betydning, da åbningen bidrager minimalt til strømningstilstandene.

I en åbning tæt på neutralplanet kan trykdifferensen og dermed hastigheden være så beskedent, at udstømningen ikke tager form af en stråle, jf. afsnit 11.3 om udstømningsforholdene i korte åbninger, hvor der er anført en nedre grænse for stråler på $Re = 30$. Dette svarer eksempelvis til en hastighed på 0,05 m/s sammen med en åbningsspaltehøjde på 0,01 m. Den manglende stråledannelse er også uden betydning for modellen på grund af åbningens minimale bidrag til strømningstilstandene.

18.6 Volumenstrømme og åbningsmæssige forhold

Der er ikke gennemført teoretiske analyser af optimale åbningsarealer eller åbningsarealrelationer analoge til dem, der er udført i kapitel 14 for rum med to åbninger, da neutralplanplaceringen og dermed også volumenstrømme og nødvendige åbningsarealer er vanskelig at udtrykke analytisk.

18.7 Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning

I en fleretagers bygning, hvor rummene i hver etage har direkte forbindelse til en fælles bygningssektion, ønskes neutralplanet ofte placeret så højt som muligt for at få tilført udeluft til flest mulige rum. Et eksempel er en fleretagers kontorbygning, hvor alle kontorer har direkte forbindelse til et atrium eller lignende. Med atriets tag liggende højere end åbningerne i de øverste kontorer, kan der med åbninger i taget fås en neutralplanplacering mellem øverste kontoråbning og tagåbning, så alle kontorer kan få tilført udeluft.

Afstanden H_N mellem neutralplan og øverste åbning bestemmes af den ønskede lufthastighed i de øverste åbninger, og dette vil igen bestemme, hvor højt taget og dets åbninger skal ligge over de øverste rums åbninger. Afstanden H_N bliver en kendt størrelse, og med N åbninger i N åbningsniveauer bliver antallet af ind- og udløbsåbninger:

$$N_1 = N - 1 \quad \text{og} \quad N_2 = 1 \quad (18.59)$$

Med kendt neutralplanplacering kan trykdifferenser, åbningshastigheder, volumenstrømme og henholdsvis nederste og øverste åbningsareal bestemmes af modellen i tabel 18.1. Der regnes med ensformet hastighedsprofil i udløbsåbningen, så længe neutralplanet ikke skærer denne åbning. Der fås simple udtryk for forholdene i det enlige udløb, da $N_2 = 1$ og $H_j = H_N = H_N^*$.

18.7.1 Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave

Med basisudgaven kan det nødvendige udløbsareal fås af en af ligningerne (18.29b), (18.29f) eller (18.29j) hvori $H_N^* = H_j = H_N$, og de nødvendige indløbsarealer kan fås af ligning (18.29d), hvis arealerne skal være lige store, og af ligning (18.29h), hvis volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

For udløbsarealet fås af ligning (18.29b):

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_i}{2\Delta\rho g H_N} \right)^{1/2} \quad (18.59)$$

For lige store indløbsarealer fås af ligning (18.29d) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g} \right)^{1/2} \quad (18.60)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås af ligning (18.29h) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} (N-1)} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.61)$$

og der fås sammen med ligning (18.59):

$$\frac{A_j}{A_N} = \frac{q_{V,ind,tot}}{q_{V,ud,tot}} \cdot \frac{C_{d,N}}{C_{d,j} (N-1)} \left(\frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{1/2} \left(\frac{H_N}{H_j} \right)^{1/2} = \frac{1}{(N-1)} \left(\frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{1/2} \frac{C_{d,N}}{C_{d,j}} \left(\frac{H_N}{H_j} \right)^{1/2} \quad (18.62)$$

18.7.2 Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave

Med den temperaturbaserede udgave kan det nødvendige udløbsareal fås af en af ligningerne (18.36c), (18.37a) eller (18.37b), hvori $H_N^* = H_j = H_N$, og de nødvendige indløbsarealer kan fås af ligning (18.33a), hvis arealerne skal være lige store, og af ligning (18.33b), hvis volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

For udløbsarealet fås af ligning (18.36c):

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T g H_N} \right)^{1/2} \quad (18.63a)$$

For lige store indløbsarealer fås af ligning (18.33a) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g} \right)^{1/2} \quad (18.63b)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås af ligning (18.33b) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j}(N-1)} \left(\frac{T_i}{2\Delta T g H_j} \right)^{1/2} \quad (18.63c)$$

og der fås samme åbningsarealforhold A_j/A_N som udtrykt med ligning (18.62) blot med $(\rho_i/\rho_u)^{1/2} = (T_u/T_i)^{1/2}$.

18.7.3 Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave

Med den nettovarmestrømbaserede udgave kan det nødvendige udløbsareal bestemmes af en af ligningerne (18.49a) eller (18.50a), hvori $H_N^* = H_j = H_N$, og de nødvendige indløbsarealer kan fås af ligning (18.45a), hvis arealerne skal være lige store, og af ligning (18.45b), hvis volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

For udløbsarealet fås af ligning (18.49a):

$$A_N = 131,0 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N}(\Phi_{net} H_N)^{1/2}} \quad (18.64a)$$

For lige store indløbsarealer fås af ligning (18.45a) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = A_1 = 138,8 \frac{q_{V,ind,tot}^{3/2}}{\Phi_{net}^{1/2} \sum_1^{N-1} C_{d,j} H_j^{1/2}} \quad (18.64b)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås af ligning (18.45b) med $N_1 = N - 1$:

$$A_j = 26,8 \frac{q_{V,ind,tot}}{(N-1)C_{d,j}H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{\Phi_{net}} \right)^{1/3} \left(\sum_1^{N-1} C_{d,j} A_j H_j^{1/2} \right)^{1/3} \quad (18.64c)$$

Bestemmelsen af indløbsarealerne bliver her iterativ som følge af temperaturdifferensens afhængighed af både nettovarmestrømmen og indløbsarealernes størrelse, og hvor det ofte vil være simplet at bestemme temperaturdifferensen først ud fra de kendte volumenstrøm og nettovarmestrøm, og derefter bestemme indløbsarealerne ved hjælp af ligning (18.33b).

18.8 Åbninger placeret i grupper

Der er hidtil regnet med een åbning i hvert højdeniveau. Men åbningerne kan være placeret med flere åbninger i hvert højdeniveau eller være spredt i et antal klynger.

18.8.1 Åbningerne grupperet i højdeniveauer.

Med flere åbninger i hvert højdeniveau som eksempelvis vist på figur 18.2 angives åbningsarealet med $A_{j,i}$, hvor indeks j angiver højdeniveau og indeks i angiver åbningsnummer i det enkelte niveau. Der regnes med N højdeniveauer med N_1 niveauer under neutralplanniveauet og med n_j åbninger pr. højdeniveau, dvs. at $1 \leq j \leq N$, at $1 \leq i \leq n_j$, og at det samlede antal åbninger n_{tot} er bestemt ved:

$$n_{tot} = \sum_1^N n_j \quad (18.65)$$

Der betragtes et kontrolvolumen analogt til det i afsnit 18.1, og der opstilles et ligningssystem bestående af ligninger for massebalance, lodret bevægelsesmængde og energi.

Massebalanceligningen får formen jf. ligning (18.1):

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N \sum_1^{n_j} A_{k,j,i} v_{k,j,i} - \rho_u \sum_1^{N_1} \sum_1^{n_j} A_{k,j,i} v_{k,j,i} = 0 \quad (18.66)$$

Lodrette bevægelsesmængdeligning er analog til ligning (18.3).

Energiligningen får formen, jf. ligning (18.6a):

$$c_p \Delta T \rho_i \sum_{N_1+1}^N \sum_1^{n_j} A_{k,j,i} v_{k,j,i} - \rho_u c_p \Delta T \sum_1^{N_1} \sum_1^{n_j} A_{k,j,i} v_{k,j,i} = \Phi_{net} \quad (18.67)$$

De supplerende ligninger får for udløbene (dvs. $N_1+1 \leq j \leq N$) følgende form, jf. ligning (18.8) sammen med ligning (18.13):

$$\frac{\Delta p_{j,i}}{\rho_i} = \frac{\Delta \rho g H_{j,i}}{\rho_i} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,i,k}}{C_{v,j,i}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,i,teo}^2 \quad (18.68)$$

og for indløbene (dvs. $1 \leq j \leq N_1$) fås, jf. ligning (18.7) sammen med ligning (18.13):

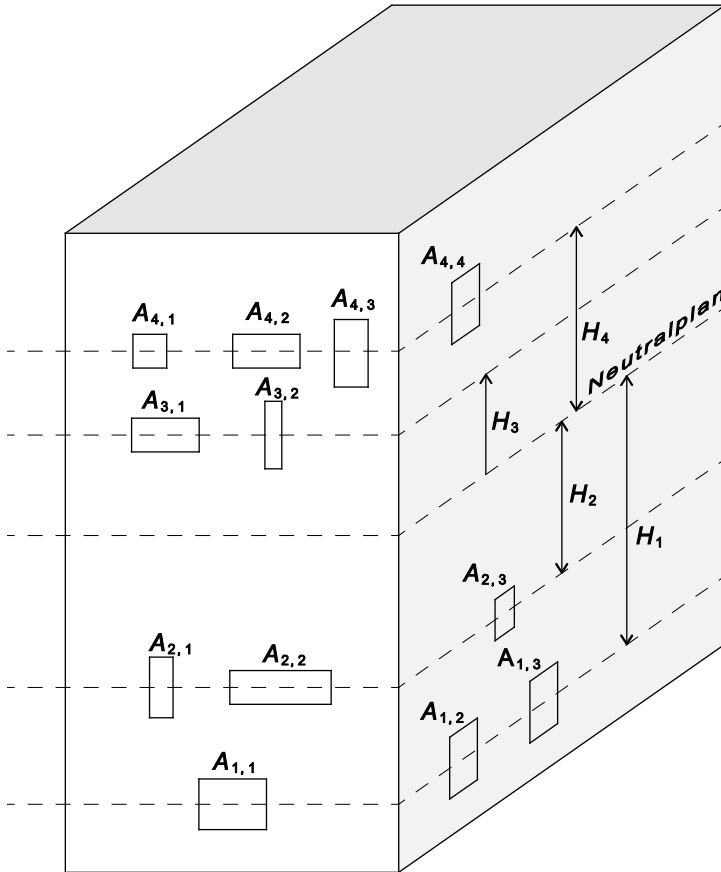
$$\frac{\Delta p_{j,i}}{\rho_u} = \frac{\Delta \rho g H_{j,i}}{\rho_u} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,i,k}}{C_{v,j,i}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,i,teo}^2 \quad (18.69)$$

Ligningssystemet bliver analogt til det, der er opstillet for basisudgaven i afsnit 18.2 med én åbning i hvert højdeniveau med den ene forskel, at volumenstrømmen pr. åbningsniveau i massebalance- og energiligningen er udtrykt ved:

$$q_{V,j} = \sum_1^{n_j} A_{k,j,i} v_{j,i,k} = \left(\sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} \right) v_{j,i,teo} \quad (18.70)$$

hvor der er brugt, at $v_{j,i,teo} = v_{j,teo}$ er bestemt alene af trykdifferensen over åbningen og dermed alene af højdeniveauet, idet $H_{j,i} = H_j = \text{konstant}$. Der fås derfor en strømningsmodel analog til den i tabel 18.1, når blot $C_{d,j} A_j$ erstattes af $\sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i}$.

I tilfælde af ens åbningskonstanter i alle åbningerne i samme højdeniveau, dvs. at $C_{v,j,i} C_{k,j,i} = C_{d,j,i} = C_{d,j}$, kan ligning (18.70) omformes til:



Figur 18.2 Rum med flere åbninger grupperet i hvert af de fire højdeniveauer

$$q_{V,j} = C_{d,j} \left(\sum_1^{n_j} A_{j,i} \right) v_{j,teo} = C_{d,j} A_{j,tot} v_{j,teo} \quad (18.71)$$

hvor $A_{j,tot}$ er det samlede åbningsareal for åbningsniveau j . Da kan modellen i tabel 18.1 anvendes mere direkte med $A_j = A_{j,tot}$ og med H_1^* og H_N^* bestemt af ligningerne (18.25) og (18.27).

Er neutralplanets placering fastlagt på forhånd kan de enkelte højdeniveaers samlede arealer bestemmes som beskrevet i afsnittene 18.2 – 18.4, og specielt som beskrevet i afsnit 18.7, hvis neutralplanet skal ligge mellem næst øverste og øverste højdeniveau.

18.8.2 Åbningerne grupperet i klynger

Med en mere spredt placering i klynger kan der opnås simplificeringer ved en omformning af massebalanceligningen (18.2) og energiligningen (18.5). Der regnes med j klynger og med i åbninger i hver klynge, og der indsættes hastighederne bestemt af ligningerne (18.68) og (18.69). For massebalanceligningen fås:

$$\rho_i \sum_{N_1+1}^N \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{j,i}}{\rho_i} \right)^{1/2} - \rho_u \sum_1^{N_1} \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} \left(\frac{2\Delta\rho g H_{j,i}}{\rho_u} \right)^{1/2} = 0$$

eller:

$$\rho_i^{1/2} \sum_{N_i+1}^N \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} H_{j,i}^{1/2} - \rho_u^{1/2} \sum_1^{N_i} \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} H_{j,i}^{1/2} = 0 \quad (18.72)$$

For energiligningen fås, når hastighederne udtrykkes ved ligningerne (18.17) og (18.16) med $\Delta\rho$ udtrykt ved ligning (12.53a):

$$\frac{\rho_i}{T_u^{1/2}} \sum_{N_i+1}^N \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} H_{j,i}^{1/2} - \frac{\rho_u}{T_i^{1/2}} \sum_1^{N_i} \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} H_{j,i}^{1/2} = \frac{\Phi_{net}}{c_p (2g\Delta T^3)^{1/2}} \quad (18.73)$$

I de to ligninger indføres følgende referencestørrelse gældende for en klynge:

$$\sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} H_{j,i}^{1/2} = (C_{d,j} A_j H_j^{1/2})_{j,ref} \quad (18.74)$$

Ligningens venstre side vil have en bestemt, beregnet værdi, og ligningen vil være opfyldt for et uendeligt antal kombinationer af $C_{d,j}$, A_j og H_j . En relevant binding for ligningens højreside er at forlange, at:

$$C_{d,j} A_j = \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i} = \sum_1^{n_j} A_{j,i,d} = A_{j,d} \quad (18.75)$$

hvor $A_{j,i,d} = C_{d,j,i} A_{j,i}$ er den enkelte åbnings udstrømningsareal svarende til udstrømningskoefficient $C_{d,j,i}$. Ligning (18.74) kan da reduceres til:

$$\sum_1^{n_j} A_{j,i,d} H_{j,i}^{1/2} = A_{j,d} H_{j,ref}^{1/2} \quad (18.76)$$

Denne ligning svarer til at bestemme en fælles referenceafstand $H_{j,ref}$ for den pågældende klynges udstrømningsarealer. Med ens udstrømningskoefficienter for alle niveauets åbninger kan udstrømningsarealerne erstattes af de geometriske åbningsarealer.

En tilnærmet højdeafstand kan fås ved at regne med det fælles arealmidpunktets afstand $H_{j,AMP}$ for klyngernes udstrømningsarealer. Denne er bestemt af:

$$\sum_1^{n_j} A_{j,i,d} H_{j,i,AMP} = A_{j,d} H_{j,AMP} \quad (18.77)$$

Den herved begåede fejl vil normalt være meget beskeden. Dette er vist i tabel 18.2, hvor referenceafstanden $H_{ref,j}$ og arealmidpunktafstanden $H_{j,AMP}$ er beregnet for de fire klynger i figur 18.3. Det ses, at i disse tilfælde er $H_{j,ref} \cong H_{j,AMP}$

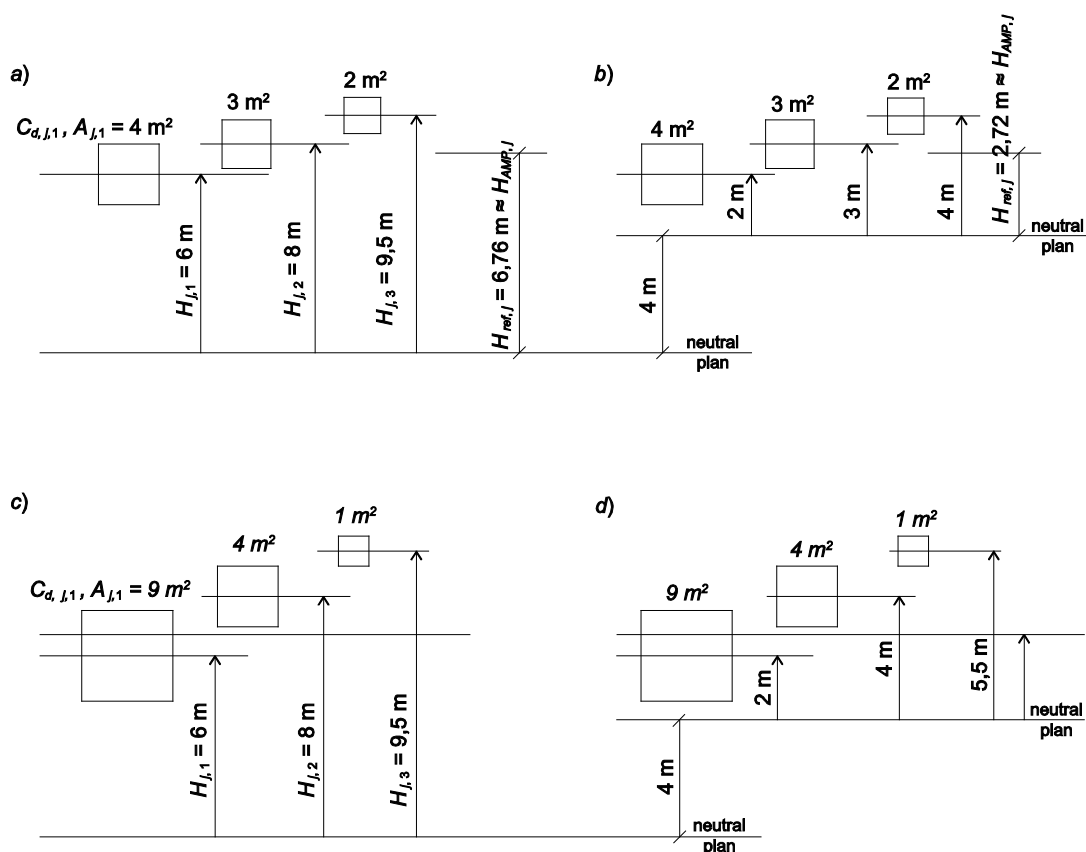
Arealmidpunktets placering og dermed arealmidpunktafstanden kan i nogle tilfælde bestemmes rimeligt nøjagtigt på øjemål. Eksempelvis fås på øjemål, at arealmidpunktetsafstanden i figur 18.3's tilfælde a) må ligge i området 6,5 – 7,0 m.

De enkelte klyngers reference- eller arealmidtpunktsafstande kan, som det er gjort i tabel 18.2 bestemmes i forhold til en vilkårligt (hensigtsmæssigt) valgt plan. Derefter kan neutralplanets placering bestemmes iterativt som beskrevet i afsnit 18.2.2 til brug i strømningsmodellen i tabel 18.1 med $C_{d,j}A_j$ bestemt af ligning (18.75), med $H_j = H_{j,ref} \cong H_{j,AMP}$ og med H_1^* og H_N^* bestemt af ligningerne (18.25) og (18.27).

Er neutralplanets placering fastlagt på forhånd kan de enkelte klyngers samlede arealer bestemmes som beskrevet i afsnit 18.2 – 18.4 og som beskrevet i afsnit 18.7, hvis neutralplanet skal ligge mellem næst øverste og øverste højdeniveau.

Tabel 18.2 Beregning af reference- og arealmidtpunktsafstande for de fire åbningsklynger vist i figur 18.3, når $C_{d,i} = 1,0$

	Klynge a	Klynge b	Klynge c	Klynge d
<u>Referenceafstand $H_{j,ref}$ af ligning (18.76)</u>				
$\sum_1^3 A_{j,i,d} H_{j,i}^{1/2}$, m ^{5/2}	23,39	14,85	36,44	23,07
$\sum_1^3 A_{j,i} = A_{j,d}$, m ²	9,00	9,00	14,00	14,00
$H_{j,ref}^{1/2}$, m ^{1/2}	2,60	1,65	2,60	1,65
$H_{j,ref}$, m	6,76	2,72	6,78	2,72
<u>Arealmidtpunktsafstand $H_{j,AMP}$ af ligning (18.77)</u>				
$\sum_1^3 A_{j,i} H_{j,i}$, m ³	61,00	25,00	95,50	39,50
$\sum_1^3 A_{j,i} = A_{j,d}$, m ²	9,00	9,00	14,00	14,00
$H_{j,AMP}$, m	6,78	2,78	6,82	2,82



Figur 18.3 Fire forskellige åbningsklynger, hvor der er varieret på åbningsarealer og åbningsafstande

18.9 Kapitelsammenfatning

Med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet indetemperatur fås en strømningssmodel som vist i tabel 18.1, og som i sin form er analog til modellen for åbninger i to højdeniveauer vist i tabel 12.4. Modellen gælder uafhængigt af åbningernes orientering og placering og rummets udformning. Kun åbningernes størrelse, deres indbyrdes, lodrette afstand og deres udformning har betydning.

Der er opstillet udtryk for de nødvendige åbningsarealer, når neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde af hensyn til friskluftfordelingen og herunder specielt, når neutralplanet ønskes placeret mellem næstøverste og øverste højdeniveau. Der er i denne sammenhæng skelnet mellem, om indløbsåbningerne skal være lige store, eller om volumenstrømmene gennem disse åbninger skal være lige store.

Modellen kan simplificeres ved at indføre hensigtsmæssige referencestørrelser, når der er flere åbninger i hvert højdeniveau, eller når flere åbninger er samlet i klynger.

19 Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med indvendig temperaturlagdeling. Generelt

I dette kapitel betragtes samme rum som i kapitel 18, men med lagdelt indetemperatur. Der opstilles de grundlæggende og supplerende ligninger, og på grundlag heraf opstilles en strømningsmodel med en basisudgave samt en temperatur- og nettovarmestrømsbaseret udgave, og der redegøres for modellens gyldighedsområde. Der behandles det tilfælde, hvor neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde, herunder specielt mellem næstøverste og øverste højdeniveau. Desuden behandles de tilfælde, hvor flere åbninger er samlet i samme højdeniveau eller i en klynge. Endelig opstilles en tilnærmet model baseret på temperaturlagdelingens middeltemperatur.

Med lagdelt indetemperatur betragtes samme kasseformede rum som i kapitel 18 med N åbninger i N højdeniveauer. Der regnes med, at strømmingen i åbningerne tager form af stråler med laminar kerne gennem et kontraheret tværsnit, ligesom der regnes med stationære forhold.

19.1 Kontrolvolumen og strømningsligninger

Kontrolvolumenet er det samme som det i kapitel 18, og der vil på samme måde som med ensformet indetemperatur være et neutralplan, hvor inde- og udtryk er lige store. Der regnes med sådanne strømningsforhold omkring udløbsåbningerne, at den udstømmende luft har en temperatur lig med indetemperaturen i højde med den pågældende åbning. Desuden regnes der med ensformet hastighedsprofil i alle luftstrålers kontraherede tværsnit, så længe disse tværsnit ikke skæres af neutralplanet. Antallet af indløb N_1 og af udløb $N_2 (= N - N_1)$ er ubekendt.

Med neutralplanhøjden som 0-højde udtrykkes temperaturlagdelingen ved:

$$T_{i,y} = T_{i,0} + T_i(y) \quad (19.1a)$$

hvor $T_{i,0}$ er temperaturen i højde med neutralplanet og $T_i(y)$ er et funktionsudtryk for temperaturlagdelingens form med $T_i(0) = 0$.

19.1.1 Grundlæggende ligninger

For det betragtede kontrolvolumen opstilles de grundlæggende strømningsligninger for massebalance, lodret bevægelsesmængde og energi.

Massebalanceligningen får formen, jf. ligning (18.1):

$$\sum_{N_1+1}^N \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} - \rho_u \sum_1^{N_1} v A_{j,k} = 0 \quad (19.1b)$$

eller

$$\sum_{N_1+1}^N \rho_{i,j} C_{d,j} A_j v_{j,teo} - \rho_u \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j v_{j,teo} = 0 \quad (19.1c)$$

hvor den indvendige massefylde $\rho_{i,j}$ varierer med højden.

Den lodrette bevægelsesmængdeligning fører til samme indvendige trykforløb som det, der er udtrykt ved ligning (15.2), og dette fører igen til følgende trykforskel mellem nederste og øverste åbning, jf. ligning (15.4):

$$\begin{aligned} p_{i,1} - p_{i,N} &= \left(p_{i,0} - g \int_{(-H_1)}^0 \rho_{i,y} dy \right) - \left(p_{i,0} - g \int_0^{H_N} \rho_{i,y} dy \right) \\ &= g \int_{(-H_1)}^{H_N} \rho_{i,y} dy = \rho_{i,m} g H \end{aligned} \quad (19.2)$$

idet $H_1 + H_N = H$ og idet:

$$\rho_{i,m} = \frac{1}{H} \int_{(-H_1)}^{H_N} \rho_{i,y} dy \quad (19.3)$$

Energiligningen får formen, jf. ligning (18.5):

$$c_p \sum_{N_1+1}^N T_{i,j} \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} - c_p T_u \rho_u \sum_1^{N_1} v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (19.4)$$

Her kan indetemperaturen udtrykkes ved:

$$T_{i,j} = T_u + (T_{i,j} - T_u) = T_u + \Delta T_j \quad (19.5)$$

således at der fås:

$$c_p T_u \sum_{N_1+1}^N \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} + c_p \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} - c_p T_u \rho_u \sum_1^{N_1} v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (19.6)$$

Idet venstresidens første og tredje led iflg. massebalanceligningen er lige store, fås endelig:

$$c_p \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (19.7a)$$

Der kan alternativt i ligning (19.4) indføres:

$$T_u = T_{i,j} - \Delta T_j \quad (19.7b)$$

og der fås da:

$$c_p \sum_{N_1+1}^N T_{i,j} \rho_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} - c_p \rho_u \sum_{N_1+1}^N T_{i,j} v_{j,k} A_{j,k} + c_p \rho_u \sum_1^{N_1} \Delta T_j v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (19.7c)$$

Her er venstresidens første og andet led iflg. massebalanceligningen lige store, så der fås:

$$c_p \rho_u \sum_1^{N_1} \Delta T_j v_{j,k} A_{j,k} = \Phi_{net} \quad (19.7d)$$

19.1.2 Supplerende ligninger

For strømningen gennem et indløb fås med et kontrolvolumen omkring åbningerne som beskrevet i afsnit 12.6.1 og vist i figur 12.3 følgende energiligning, jf. ligning (18.7):

$$\frac{p_{u,j} - p_{i,j}}{\rho_u} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,k}}{C_{v,j}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,teo}^2 \quad (19.8)$$

og for strømningen gennem et udløb fås, jf. ligning (18.8):

$$\frac{p_{i,j} - p_{u,j}}{\rho_{i,j}} = \frac{1}{2} \left(\frac{v_{j,k}}{C_{v,j}} \right)^2 = \frac{1}{2} v_{j,teo}^2 \quad (19.9)$$

19.1.3 Ligningssystem og løsningsmuligheder

Ligningssystemet bliver analogt til det i kapitel 18, og det løses ved at bruge den sammenhæng, der er mellem en åbnings placering og lufthastigheden i åbningen. Som i kapitel 18 fås en basismodel-udgave og en temperaturdifferens- og en nettovarmestrømbaseret udgave.

19.2 Basismodeludgave

Massebalanceligningen kan kun opfyldes, hvis luftstrømningen i rummet fordeler sig med en luftstrømning ind gennem nogle åbninger og ud gennem resten. Hertil svarer, at der er et indvendigt undertryk ud for indløbene og et indvendigt overtryk ud for udløbene, således at der findes et neutralplan, hvor ind- og udvendigt tryk er lige store.

19.2.1 Trykdifferencer og lufthastigheder

Det indvendige tryk kan udtrykkes ved, jf. ligning (15.2):

$$p_{i,y} = p_{i,0} - \int_0^y g \rho_{i,y} dy = p_{i,0} - \rho_{i,m,y} g y \quad (19.10)$$

hvor $p_{i,0}$ er trykket i højde med neutralplanet, og $\rho_{i,m,y}$ er middelmassefylden for en indvendig, lodret luftsøjle med højden y , og som er bestemt af, jf. ligning (15.3):

$$\rho_{i,m,y} = \frac{1}{y} \int_0^y \rho_{i,y} dy \quad (19.11)$$

For udtrykket fås, jf. ligning (18.12):

$$p_{u,y} = p_{u,0} - \rho_u g y \quad (19.12)$$

og der fås da følgende trykdifferens over bygningskallen idet $p_{i,0} = p_{u,0}$:

$$\Delta p_y = p_{i,y} - p_{u,y} = (p_{i,0} - \rho_{i,m,y} g y) - (p_{u,0} - \rho_u g y) = (\rho_u - \rho_{i,m,y}) g y = \Delta \rho_{m,y} g y \quad (19.13)$$

hvor:

$$\Delta \rho_{m,y} = \rho_u - \rho_{i,m,y} \quad (19.14)$$

Det ses, at trykdifferensen over bygningskallen afhænger dels af koordinaten y dels af massefylde-differensen $\Delta \rho_{m,y}$, der også er afhængig af koordinaten y . Det ses også, at med $T_{i,y} > T_u$ og dermed $\Delta \rho_{m,y} > 0$ fås et indvendigt overtryk for $y > 0$ og et indvendigt undertryk for $y < 0$, således at åbningerne under og over neutralplanet bliver henholdsvis ind- og udløb.

I *indløbsåbningerne*, hvor $y = -H_j$ og $1 \leq j \leq N_1$, fås følgende indadrettede trykdifferenser:

$$\Delta p_{ind,j} = \left| \Delta \rho_{m,j} g (-H_j) \right| = \Delta \rho_{m,j} g H_j \quad (19.15)$$

hvor:

$$\Delta \rho_{m,j} = \rho_u - \rho_{i,m,j} \quad (19.16)$$

med:

$$\rho_{i,m,j} = \frac{1}{H_j} \int_{(-H_j)}^0 \rho_{i,y} dy \quad (19.17)$$

Dette giver en strømningshastighed i åbningerne bestemt af, jf. ligning (19.8):

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta p_{ind,j}}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (19.18)$$

I *udløbsåbningerne*, hvor $y = H_j$ og $N_1 + 1 \leq j \leq N$, fås følgende udadrettede trykdifferenser:

$$\Delta p_{ud,j} = \Delta \rho_{m,j} g H_j \quad (19.19)$$

hvor $\Delta \rho_{m,j}$ bestemmes af ligning (19.16) med:

$$\rho_{i,m,j} = \frac{1}{H_j} \int_0^{H_j} \rho_{i,y} dy \quad (19.20)$$

Dette giver en strømningshastighed i åbningerne bestemt af, jf. ligning (19.9):

$$v_{j,k} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{ud,j}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j}gH_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \quad (19.21)$$

19.2.1 Neutralplansplacering

Idet neutralplanets placering bestemmes af, at massebalanceligningen (19.1b) skal opfyldes, fås ved indsættelse af strømningshastighederne udtrykt ved ligning (19.21) i ligningens første led, hvor der summeres over udløbene, og ved ligning (19.18) i ligningens andet led, hvor der summeres over indløbene:

$$\sum_{N_1+1}^N \rho_{i,j} A_{k,j} C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j}gH_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} - \rho_u \sum_1^{N_1} A_{k,j} C_{k,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j}gH_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = 0 \quad (19.22a)$$

eller:

$$\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\rho_{i,j}}{\rho_u} \right)^{1/2} C_{d,j} A_j (2\Delta\rho_{m,j}gH_j)^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j (2\Delta\rho_{m,j}gH_j)^{1/2} = 0 \quad (19.22b)$$

I praksis er $(\rho_{i,j}/\rho_u)^{1/2} \cong 1,0$ med en fejl på under 5 %, således at ligning (19.22b) med god tilnærmelse kan reduceres til

$$\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j (\Delta\rho_{m,j}H_j)^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j (\Delta\rho_{m,j}H_j)^{1/2} = 0 \quad (19.23)$$

I tilfælde af at åbningerne er ensformede, så alle $C_{d,j}$ -værdier er ens, kan ligningen yderligere reduceres til

$$\sum_{N_1+1}^N A_j (\Delta\rho_{m,j}H_j)^{1/2} - \sum_1^{N_1} A_j (\Delta\rho_{m,j}H_j)^{1/2} = 0 \quad (19.24)$$

Ved indsættelse heri af åbningsafstandene H_j udtrykt ved ligningerne (18.22) og (18.23) og $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved ligning (19.15) fås en ligning med H_1 som eneste ubekendte, og som kan løses iterativt. Som første gæt kan anvendes den H_1 -værdi, der fås af ligning (12.46a), når kun øverste og nederste åbning medtages, og når der samtidig regnes med ensartet indetemperatur, så $\Delta\rho_{m,j}$ er konstant. Resultateret gæt i, at neutralplanet skærer en af åbningerne, kan denne åbning udelades i den efterfølgende gennemregning, da dens bidrag til massebalanceligningen vil være betydningsløst. Endelig kan det ud fra temperaturlagdelingen vurderes, om der kan ses bort fra $\Delta\rho_{m,j}$.

19.2.2 Volumenstrømme

Når neutralplansplaceringen er fastlagt, kan lufthastighederne i åbningerne fås af ligningerne (19.18) og (19.21), hvorefter volumenstrømmene kan bestemmes.

I indløbsåbningerne fås en volumenstrøm $q_{V,ind,j}$ bestemt af

$$q_{V,ind,j} = A_{k,j} v_{k,j} = C_{k,j} A_j C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j}gH_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j}gH_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (19.25)$$

og for den samlede volumenstrøm $q_{V,ind,tot}$ gennem indløbsåbningerne fås:

$$\begin{aligned}
 q_{V,ind,tot} &= \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \\
 &= C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho_{m,1} g H_1}{\rho_u} \right)^{1/2} \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,1}} \right) \left(\frac{A_j}{A_1} \right) \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\Delta\rho_{m,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \\
 &= C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho_{m,1} g H_1^{**}}{\rho_u} \right)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{19.26}$$

hvor H_1^{**} er bestemt af:

$$H_1^{**} = H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\Delta\rho_{m,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 \tag{19.27}$$

Det ses, at H_1^{**} afviger fra H_1^* udtrykt ved ligning (18.25) ved at indeholde massefyldedifferensforholdet $\Delta\rho_{m,j}/\Delta\rho_{m,1}$ som følge af, at massefylden i hastighedsudtrykkets trykdifferens varierer med højden.

I udløbsåbningerne fås tilsvarende en volumenstrøm $q_{V,ud,j}$ bestemt af

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \tag{19.28}$$

og for den samlede volumenstrøm $q_{V,ud,tot}$ gennem udløbsåbningerne fås:

$$\begin{aligned}
 q_{V,ud,tot} &= \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \\
 &= C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho_{m,N} g H_N}{\rho_{i,N}} \right)^{1/2} \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{A_j}{A_N} \right) \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\Delta\rho_{m,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_{i,N}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \\
 &= C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho_{m,N} g H_N^{**}}{\rho_{i,N}} \right)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{19.29}$$

hvor H_N^{**} er bestemt ved:

$$H_N^{**} = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{\Delta \rho_{m,j}}{\Delta \rho_{m,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_{i,N}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (19.30)$$

Her afviger H_N^{**} fra H_N^* udtrykt ved ligning (18.27) ved ud over massefyldedifferensforholdet som nævnt i forbindelse med H_1^{**} også at indeholde et massefylddeforhold $(\rho_{i,N}/\rho_{i,j})^{1/2}$. Dette er en følge af, at hastighederne i udløbsåbningerne ud over massefyldedifferensen også afhænger af den med højden variable massefylde.

19.2.3 Nødvendige åbningsarealer med kendte åbningsarealforhold

De nødvendige åbningsarealer for at opnå en ønsket volumenstrøm kan bestemmes, når åbningsafstande, udstrømningskoefficienter og forholdet mellem åbningsarealer kendes. Først bestemmes neutralplanets placering ved iterativ løsning af ligning (19.22a) på formen:

$$\sum_{N_1+1}^N \rho_{i,j}^{1/2} C_{d,j} \frac{A_j}{A_1} (\Delta \rho_{m,j} H_j)^{1/2} - \rho_u^{1/2} \sum_1^{N_1} C_{d,j} \frac{A_j}{A_1} (\Delta \rho_{m,j} H_j)^{1/2} = 0$$

hvor $C_{d,j}$ og A_j/A_1 er kendte størrelser, hvor $\rho_{i,j}$ kan bestemmes af temperaturlagdelingen, $\Delta \rho_{m,j}$ af ligningerne (19.16) sammen med ligning (19.17) eller ligning (19.20), og H_j kan udtrykkes ved H_1 , ved brug af ligningerne (18.22) og (18.23). Det nederste åbningsareal A_1 kan efterfølgende bestemmes af ligning (19.26), og der fås:

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta \rho_{m,1} g H_1^{**}} \right)^{1/2} \quad (19.31)$$

med H_1^{**} bestemt af ligning (19.27). Derefter kan de øvrige åbningsarealer bestemmes ud fra de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Tages udgangspunkt i udløbsforholdene kan det øverste åbningsareal bestemmes af ligning (19.29), og der fås:

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,N}}{2\Delta \rho_{m,N} g H_N^{**}} \right)^{1/2} \quad (19.32)$$

med H_N^{**} bestemt af ligning (19.30).

19.2.4 Nødvendige åbningsarealer med på forhånd bestemt neutralplanplacering

Kræves der ud over en ønsket volumenstrøm også en bestemt neutralplanplacering, så bestemte åbninger bliver henholdsvis ind- og udløb, kan åbningsarealerne bestemmes som beskrevet i afsnit 18.2.5 for rum med ensformet indetemperatur, når der regnes med, at henholdsvis indløbs- og udløbsarealerne skal være lige store eller at volumenstrømmen i henholdsvis indløbs- og udløbsåbninger skal være lige store.

Lige store åbningsarealer fører for indløbsarealernes vedkommende til følgende H_1^{**} , jf. ligningerne (19.27) med $A_j/A_1 = 1,0$:

$$H_1^{**} = H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,1}} \right) \left(\frac{\Delta \rho_{m,j}}{\Delta \rho_{m,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 = \frac{1}{C_{d,1}^2 \Delta \rho_{m,1}} \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} \Delta \rho_{m,j}^{1/2} H_j^{1/2} \right)^2 \quad (19.33a)$$

og dermed, jf. ligning (19.31):

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u C_{d,1}^2 \Delta\rho_{m,1}}{2\Delta\rho_{m,1} g \left(\sum_1^{N_1} C_{d,j} \Delta\rho_{m,j}^{1/2} H_j^{1/2} \right)^2} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} \Delta\rho_{m,j}^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2g} \right)^{1/2} \quad (19.33b)$$

For udløbsarealerne fås af ligning (19.30) med $A_j/A_N = 1,0$:

$$H_N^{**} = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}}{C_{d,N}} \right) \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\Delta\rho_{m,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_{i,N}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (19.33c)$$

$$= \frac{\rho_{i,N}}{C_{d,N}^2 \Delta\rho_{m,N}} \left(\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right)^2$$

og dermed af ligning (19.32):

$$A_j = A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,N} C_{d,N}^2 \Delta\rho_{m,N}}{2\Delta\rho_{m,N} g \rho_{i,N} \left(\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right)^2} \right)^{1/2} \quad (19.33d)$$

$$= \frac{q_{V,ud,tot}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/2}$$

Lige store volumenstrømme fører for indløbsarealerne til, jf. ligning (19.25) med $q_{V,ind,j} = q_{V,ind,tot}/N_1$:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho_{m,j} g H_j} \right)^{1/2} \quad (19.33e)$$

For udløbsarealerne fås af ligning (19.28) med $q_{V,ud,j} = q_{V,ud,tot}/(N-N_1)$:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j} (N-N_1)} \left(\frac{\rho_{i,j}}{2\Delta\rho_{m,j} g H_j} \right)^{1/2} \quad (19.33f)$$

19.3 Temperaturbaseret modeludgave

Basisudgaven kan omformes til en temperaturbaseret udgave ved brug af $\rho_{i,j} = \rho_u T_u / T_{i,j}$, der indføres i middelmassefylden udtrykt ved ligning (19.17) eller ligning (19.20), og derefter bestemmes $\Delta\rho_{m,j}$ ved hjælp af ligning (19.16).

Ved et indløb fås af ligning (19.17):

$$\rho_{i,m,j} = \frac{1}{H_j} \rho_u T_u \int_{(-H_j)}^0 \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (19.34)$$

og dermed massefyldedifferensen:

$$\Delta\rho_{m,j} = \rho_u - \rho_{i,m,j} = \rho_u \left(1 - \frac{1}{H_j} T_u \int_{(-H_j)}^0 \frac{1}{T_{i,y}} dy \right) \quad (19.35)$$

Heri indføres referencetemperaturen $T_{i,ref,j}$ defineret ved:

$$\frac{1}{T_{i,ref,j}} = \frac{1}{H_j} \int_{(-H_j)}^0 \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (19.36)$$

således at massefyldedifferensen kan udtrykkes ved:

$$\Delta\rho_{m,j} = \rho_u \left(1 - \frac{T_u}{T_{i,ref,j}} \right) = \rho_u \frac{T_{i,ref,j} - T_u}{T_{i,ref,j}} = \rho_u \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \quad (19.37a)$$

hvor igen:

$$\Delta T_{ref,j} = T_{i,ref,j} - T_u \quad (19.37b)$$

Af ligningerne (19.34) og (19.36) fås:

$$\rho_{i,m,j} T_{i,ref,j} = \rho_u T_u \quad (19.38)$$

eller:

$$\rho_{i,m,j} = \frac{\rho_u T_u}{T_{i,ref,j}} \quad (19.39)$$

Dvs. at $T_{i,ref,j}$ er den lufttemperatur, man ville få, hvis luftens massefylde var $\rho_{i,m,j}$. Ligningen medfører, at massefyldedifferensen også kan udtrykkes ved:

$$\Delta\rho_{m,j} = \rho_{i,m,j} \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_u} \quad (19.40)$$

Ved et udløb fås af ligning (19.20) en middelmassefylde bestemt ved:

$$\rho_{i,m,j} = \frac{1}{H_j} \rho_u T_u \int_0^{H_j} \frac{1}{T_{i,y}} dy$$

Der fås da en massefyldedifferens analog til ligning (19.37a) eller ligning (19.40), blot er referencetemperaturen bestemt af:

$$\frac{1}{T_{i,ref,j}} = \frac{1}{H_j} \int_0^{H_j} \frac{1}{T_{i,y}} dy \quad (19.41a)$$

19.3.1 Neutralplanplacering

Neutralplanets placering kan bestemmes af eksempelvis ligning (19.22b) efter indførelse af massefyldedifferenserne udtrykt ved ligning (19.37a) sammen med $T_{i,ref,j}$ bestemt af ligning (19.36) for indløbene og ligning (19.41a) for udløbene. Der fås:

$$\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\rho_{i,j}}{\rho_u} \right)^{1/2} C_{d,j} A_j \left(\frac{2\rho_u \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\frac{2\rho_u \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} = 0 \quad (19.41b)$$

eller:

$$\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{T_u}{T_{i,j}} \right)^{1/2} C_{d,j} A_j \left(\frac{\Delta T_{ref,j} H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\frac{\Delta T_{ref,j} H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} = 0 \quad (19.41c)$$

Med kendte temperaturforhold og med kendte åbningsarealforhold og åbningsafstande kan ligningen løses iterativt med hensyn til H_1 som omtalt i afsnit 19.2.1.

19.3.2 Formelsæt for indløbsforholdene

Når neutralplanets placering er fastlagt, kan indløbsåbningernes trykdifferenser, strømningshastigheder, volumenstrømme samt det nødvendige, nederste åbningsareal fås ved indsættelse af massefyldedifferensen $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved ligning (19.37a) i ligningerne (19.15), (19.18), (19.25), (19.26) og (19.31) med referencetemperaturen $T_{i,ref,j}$ bestemt af ligning (19.36). Der fås:

$$\Delta p_{ind,j} = \rho_u \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} g H_j \quad ((19.42)$$

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \quad (19.43)$$

$$q_{V,ind,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \quad (19.44a)$$

$$q_{V,ind,tot} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta T_{ref,1} g H_1^{**}}{T_{i,ref,1}} \right)^{1/2} \quad (19.44b)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,ref,1}}{2\Delta T_{ref,1} g H_1^{**}} \right)^{1/2} \quad (19.44c)$$

og for den indgående H_1^{**} fås af ligning (19.27) sammen med ligningerne (19.37a) og (19.36):

$$\begin{aligned} H_1^{**} &= H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{\Delta \rho_{m,j}}{\Delta \rho_{m,1}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 \\ &= H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{\Delta T_{ref,j} T_{i,ref,1}}{\Delta T_{ref,1} T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 \end{aligned} \quad (19.45)$$

De øvrige indløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold
Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan indløbsarealerne, når de skal være lige store, bestemmes af ligning (19.44c) med H_1^{**} bestemt af ligning (19.45) med $A_j/A_1 = 1,0$. Der fås:

$$H_1^{**} = \left(\frac{1}{C_{d,1}} \right)^2 \left(\frac{T_{i,ref,1}}{\Delta T_{ref,1}} \right) \left\{ \sum_1^{N_1} C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^2 \quad (19.46a)$$

og

$$\begin{aligned} A_j &= A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,ref,1} C_{d,1}^2 \Delta T_{ref,1}}{2\Delta T_{ref,1} g T_{i,ref,1}} \right)^{1/2} \frac{1}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \\ &= \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (19.46b)$$

Når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ind,tot}/N_1$, kan indløbsarealerne fås ved løsning af ligning (19.44a) med hensyn til A_j , og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{T_{i,ref,j}}{2\Delta T_{ref,j} g H_j} \right)^{1/2} \quad (19.46c)$$

19.3.3 Formelsæt for udløbsåbningerne

For udløbsåbningerne kan trykdifferenser, strømningshastigheder, volumenstrømme samt det nødvendige, øverste åbningsareal fås ved indsættelse af $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved ligning (19.40) og $\rho_{i,m,j} = \rho_{i,j}T_{i,j}/T_{i,ref,j}$ i ligningerne (19.19), (19.21), (19.28), (19.29) og (19.32), hvor $T_{i,ref,j}$ er udtrykt ved ligning (19.41a). Der fås:

$$\Delta p_{ud,j} = \rho_{i,m,j} \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_u} gH_j = \frac{\rho_{i,j}T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_u} gH_j = \rho_{i,j} \frac{\Delta T_{ref,j}}{T_u} gH_j \frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \quad (19.47)$$

og idet $\rho_{i,m,j}/\rho_{i,j} = T_{i,j}/T_{i,ref,j}$:

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2\rho_{i,m,j}\Delta T_{ref,j}gH_j}{\rho_{i,j}T_u} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta T_{ref,j}gH_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \quad (19.48)$$

$$q_{V,ud,j} = A_{k,j}v_{k,j} = C_{d,j}A_j \left(\frac{2\Delta T_{ref,j}gH_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \quad (19.49a)$$

og, idet $\rho_u/\rho_{i,N} = T_{i,N}/T_u$:

$$q_{V,ud,tot} = C_{d,N}A_N \left(\frac{2\rho_u\Delta T_{ref,N}gH_N^{**}}{\rho_{i,N}T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} = C_{d,N}A_N \left(\frac{2\Delta T_{ref,N}gH_N^{**}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \quad (19.49b)$$

og endelig fås:

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T_{ref,N}gH_N^{**}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \quad (19.49c)$$

For den indgående H_N^{**} fås af ligning (19.30) sammen med ligningerne (19.37a) og (19.41a):

$$\begin{aligned} H_N^{**} &= H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}A_j}{C_{d,N}A_N} \right) \left(\frac{\rho_{i,N}}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta\rho_{m,j}}{\Delta\rho_{m,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \\ &= H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j}A_j}{C_{d,N}A_N} \right) \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}\Delta T_{ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \end{aligned} \quad (19.50)$$

De øvrige udløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt *neutralplanplacering* kan udløbsarealerne, når de skal være lige store, bestemmes af ligning (19.49c) med H_N^{**} bestemt af ligning (19.50) med $A_j/A_N = 1,0$. Der fås:

$$H_N^{**} = \left(\frac{1}{C_{d,N}} \right)^2 \left(\frac{1}{T_{i,N}} \right) \left(\frac{T_{i,ref,N}}{\Delta T_{ref,N}} \right) \left\{ \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} T_{i,j}^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^2 \quad (19.51a)$$

og

$$A_j = A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u C_{d,N}^2 T_{i,N} \Delta T_{ref,N} T_{i,ref,N}}{2 \Delta T_{ref,N} g T_{i,ref,N} T_{i,N}} \right)^{1/2} \frac{1}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} T_{i,j}^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \quad (19.51b)$$

$$= \frac{q_{V,ud,tot}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} T_{i,j}^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{T_u}{2g} \right)^{1/2}$$

Udløbsarealerne kan, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, dvs. når $q_{V,j} = q_{V,ind,tot}/(N - N_1)$, fås ved at løse af ligning (19.49a) med hensyn til A_j , og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j}(N - N_1)} \left(\frac{T_u}{2 \Delta T_{ref,j} g H_j} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,j}}{T_{i,j}} \right)^{1/2} \quad (19.51c)$$

19.4 Nettovarmestrømbaseret modeludgave

Den nettovarmestrømbaserede udgave fås ved at indsætte sammenhængen mellem temperaturdiffere-ns og nettovarmestrøm i den temperaturbaserede udgave, og denne sammenhæng fås af energilig-ningen (19.7). Det er, som det ses af afsnit 19.3, $\Delta T_{ref,j}$, der skal findes til indsættelse i temperatur-udgaven. Desuden er der en afhængighed af ΔT_j , der indgår i energiligningen. Temperaturlagdelin-gen antages udtrykt ved ligning (19.1a), og både temperaturniveauet udtrykt ved $T_{i,0}$ og temperatur-lagdelingens form udtrykt ved $T_i(y)$ er ubekendte. Med energiligningen er det kun muligt at be- stemme en af de ubekendte, fx $T_{i,0}$, og da er det nødvendigt, at temperaturlagdelingens form $T_i(y)$ kendes. Det antages, at nettovarmestrømmen er uafhængig af temperaturen.

19.4.1 Temperatursammenhæng

Der foretages et første skøn af temperaturniveauet $T_{i,0}$, af temperaturdifferenskvotienten $\varepsilon_{ref,N}$ og af neutralplanplaceringen, hvor sidstnævnte skøn kan fås ved alene at gå ud fra øverste og nederste åbning, samtidig med at der regnes med ensartet indetemperatur. Lufthastighederne i udløbene kan da fås af ligning (19.48), og energiligningen (19.7) får formen:

$$\begin{aligned}
\Phi_{net} &= c_p \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j \rho_{i,j} C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta T_{ref,j} g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \\
&= c_p \Delta T_N \rho_{i,N} C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta T_{ref,N} g H_N}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \\
&\quad \cdot \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\Delta T_j}{\Delta T_N} \right) \left(\frac{\rho_{i,j}}{\rho_{i,N}} \right) \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \\
&= c_p \Delta T_N \rho_{i,N} C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta T_{ref,N} g H_N^{***}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2}
\end{aligned} \tag{19.52}$$

hvor, idet $\rho_{i,j}/\rho_{i,N} = T_{i,N}/T_{i,j}$:

$$H_N^{***} = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\Delta T_j}{\Delta T_N} \right) \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \tag{19.53a}$$

og hvor iflg. ligning (19.1a):

$$\Delta T_j = T_{i,j} - T_u = T_{i,0} + T_i(H_j) - T_u = \Delta T_0 + T_i(H_j) \tag{19.53b}$$

med

$$\Delta T_0 = T_{i,0} - T_u \tag{19.53c}$$

Det ses, at H_N^{***} afviger fra H_N^{**} udtrykt ved ligning (19.50) derved, at der er tilføjet produktet $(\Delta T_j/\Delta T_N) \cdot (T_{i,N}/T_{i,j})$ i summationen. Dette er en følge af, at H_N^{***} ikke blot er bestemt af volumenstrømmen, men også af energistrømmen gennem udløbsåbningerne, der igen er bestemt af massestrømmens massefylde ud for disse åbninger sammen med temperaturdifferensen over de samme åbninger.

Ligning (19.52) kan løses med hensyn til $\Delta T_{ref,N}$ ved at indføre temperaturdifferenskvotienten $\varepsilon_{ref,N}$ defineret ved:

$$\varepsilon_{ref,N} = \frac{T_{i,N} - T_u}{T_{i,ref,N} - T_u} = \frac{\Delta T_N}{\Delta T_{ref,N}} \tag{19.54a}$$

således at:

$$\Delta T_N = \varepsilon_{ref,N} \Delta T_{ref,N} \tag{19.54b}$$

Desuden indføres:

$$\rho_{i,N} = \frac{p_{i,N}}{RT_{i,N}} \quad (19.54c)$$

Ligningen omformes da til:

$$\begin{aligned} \Phi_{net} &= c_p \varepsilon_{ref,N} \Delta T_{ref,N} \frac{p_{i,N}}{RT_{i,N}} C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta T_{ref,N} g H_N^{***}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \\ &= c_p \varepsilon_{ref,N} \frac{p_{i,N}}{R} C_{d,N} A_N \left(\frac{2g H_N^{***}}{T_u T_{i,N}^2} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \Delta T_{ref,N}^{3/2} \end{aligned} \quad (19.55)$$

og heraf fås:

$$\begin{aligned} \Delta T_{ref,N} &= \left(\frac{(\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}) R (T_u T_{i,N} T_{i,ref,N})^{1/2}}{c_p p_{i,N} C_{d,N} A_N (2g H_N^{***})^{1/2}} \right)^{2/3} \\ &= \left(\frac{R}{c_p p_{i,N}} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/3} T_u \left(\frac{T_{i,N} T_{i,ref,N}}{T_u^2} \right)^{1/3} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (19.56)$$

Ligning (19.56) er analog til ligning (12.68a). Ved brug af samme konstantværdier og ved at antage, at $(T_{i,N} T_{i,ref,N} / T_u^2)^{1/3} = 1.04$ med en fejl på mindre 4 % fås med en fejl mindre end 4 %, jf. ligning (12.68b):

$$\Delta T_{ref,N} = 7,68 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} \quad (19.57)$$

Heraf kan $\Delta T_{ref,N}$ beregnes ud fra en beregnet eller skønnet $\varepsilon_{ref,N}$ -værdi, og med denne $\Delta T_{ref,N}$ fås, jf. ligning (19.37b):

$$T_{i,ref,N} = T_u + \Delta T_{ref,N} \quad (19.58)$$

Herefter kan $T_{i,0}$ i højde med neutralplanet bestemmes som den temperatur, der tilfredsstiller følgende ligning, jf. ligning (19.41a) med $T_{i,y}$ udtrykt ved ligning (19.1a):

$$\frac{1}{T_{i,ref,N}} = \frac{1}{H_N} \int_0^{H_N} \frac{1}{T_{i,y}} dy = \frac{1}{H_N} \int_0^{H_N} \frac{1}{T_{i,0} + T_i(y)} dy \quad (19.59)$$

Afhængigt af, hvor god overensstemmelsen er med den først skønnede $T_{i,0}$, kan en eller flere nye runder blive nødvendige. Med det nye temperaturniveau bestemmes en ny neutralplanplacering ved brug af ligning (19.41c).

19.4.2 Formelsæt for udløbsforholdene

Med fastlagt temperaturforløb og dermed med kendt neutralplanplacering kan forholdene i udløbsarealerne bestemmes ved brug af den temperaturdifferensbaserede udgave omtalt i afsnit 19.3. Analytiske udtryk med nettovarmestrømmen Φ_{net} som termisk variabel kan fås for trykdifferens, lufthastighed, volumenstrøm i øverste åbning samt den samlede volumenstrøm gennem udløbsåbningerne ved at indsætte $\Delta T_{ref,N}$ udtrykt ved ligning (19.57) i ligningerne (19.47) - (19.49b) med $j = N$ og $\rho_{i,N} T_{i,N} / T_{i,ref,N} = \rho_{i,m,N}$. Der fås:

$$\Delta p_{ud,N} = \rho_{i,N} \frac{\Delta T_{ref,N} g H_N}{T_u} \cdot \frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} = \frac{\rho_{i,N} T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} 7,68 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} g H_N \quad (19.60)$$

$$= 7,55 \cdot 10^{-4} \rho_{i,m,N} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} H_N$$

$$v_{k,N} = C_{v,N} \left(\frac{2 \Delta T_{ref,N} g H_N}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \\ = C_{v,N} \left\{ 2 \cdot 7,68 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} g H_N \right\}^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \quad (19.61)$$

$$= 0,0388 C_{v,N} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/6} H_N^{1/2}$$

$$q_{V,ud,N} = A_{k,N} v_{k,N} = 0,0388 (C_{v,N} A_N)^{2/3} \left(\frac{\Phi_{net}}{\varepsilon_{ref,N}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/6} H_N^{1/2} \quad (19.62a)$$

$$q_{V,ud,tot} = C_{d,N} A_N \left\{ 2 \cdot 7,68 \cdot 10^{-5} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} g H_N^{**} \right\}^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \quad (19.62b)$$

$$= 0,0388 (C_{d,N} A_N)^{2/3} \left(\frac{\Phi_{net}}{\varepsilon_{ref,N}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/6} (H_N^{**})^{1/2}$$

Analytiske udtryk kan ikke udledes for trykdifferenser, strømningshastigheder og volumenstrømme i de øvrige udløbsåbninger som følge af manglende udtryk for $\Delta T_{ref,j}$, men de kan bestemmes af den temperaturdifferensbaserede udgave, når temperaturlagdelingen er fastlagt.

Det nødvendige, øverste åbningsareal for at opnå en ønsket total volumenstrøm kan fås ved indsættelse af $\Delta T_{ref,N}$ i ligning (19.49c) og løse det fundne med hensyn til A_N , eller mere direkte ved at løse ligning (19.62b) med hensyn til A_N . Sidstnævnte fører til:

$$A_N = \frac{1}{C_{d,N}} \left\{ \frac{q_{V,ud,tot} (H_N^{***})^{1/6}}{0,0388 (\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N})^{1/3} (H_N^{**})^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \right\}^{3/2} \quad (19.62c)$$

$$= 130,7 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2} (H_N^{***})^{1/4}}{C_{d,N} (\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N})^{1/2} (H_N^{**})^{3/4}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{3/4}$$

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan udløbsarealerne, når de skal være lige store, bestemmes af ligning (19.62c) med H_N^{**} bestemt af ligning (19.51a) og med H_N^{***} bestemt af ligning (19.53a) med $A_j/A_N = 1,0$. Der fås:

$$H_N^{***} = \left(\frac{1}{C_{d,N}} \right)^2 \left(\frac{1}{\Delta T_N} \right)^2 \left(\frac{T_{i,N} T_{i,ref,N}}{\Delta T_{ref,N}} \right) \left\{ \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,j} T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^2 \quad (19.63)$$

og

$$\begin{aligned}
A_j = A_N &= 130,7 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N} (\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N})^{1/2}} \left(\frac{1}{C_{d,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{\Delta T_N} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N} T_{i,ref,N}}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{1/4} \\
&\cdot \left\{ \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,j} T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^{1/2} \\
&\cdot \frac{C_{d,N}^{3/2} T_{i,N}^{3/4} \Delta T_{ref,N}^{3/4}}{T_{i,ref,N}^{3/4} \left\{ \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} T_{i,j}^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^{3/2}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{3/4} \\
&= 130,7 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N} (\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N})^{1/2}} \cdot \frac{\Delta T_{ref,N}^{1/2} (T_{i,N} T_{i,ref,N})^{1/4}}{\Delta T_N^{1/2}} \\
&\cdot \frac{\left\{ \sum_{N_1+1}^N \Delta T_j C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,j} T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^{1/2}}{\left\{ \sum_{N_1+1}^N C_{d,j} T_{i,j}^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2} \right\}^{3/2}} \tag{19.64}
\end{aligned}$$

Der er ikke udledt analytiske udtryk for udløbsarealerne, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, som følge af manglende udtryk for volumenstrømmene gennem disse åbninger, men de kan fås af den temperaturbaserede udgaves ligning (19.51c), når temperaturlagdelingen er blevet fastlagt.

19.4.3 Formelsæt for indløbsforholdene

Der kan ikke ved brug af $\Delta T_{ref,N}$ udtrykt ved ligning (19.57) opstilles et formelsæt for forholdene i nederste indløb med Φ_{net} som termisk variabel analogt til det i afsnit 19.4.2 udledte for øverste udløb, da nævnte $\Delta T_{ref,N}$ er udledt alene ud fra udløbsforholdene. Men formelsættet kan fås ved hjælp af energiligning (19.7d), hvoraf der kan bestemmes et udtryk for $\Delta T_{ref,1}$ til indsættelse i indløbssættet vist i afsnit 19.3.2.

Alternativt kan indløbsforholdene, efter at temperaturlagdelingen er blevet bestemt, bestemmes af den temperaturdifferensbaserede modeludgave med trykdifferenser, lufthastigheder og volumenstrømme bestemt af ligningerne (19.42)-(19.45), og med det nødvendige, nederste åbningsareal bestemt af ligning (19.44c). De øvrige indløbsarealer kan derefter bestemmes ud fra de på forhånd fastlagte åbningsarealforhold. Endvidere kan indløbsarealerne med på forhånd kendt neutralplanplacering bestemmes af ligning (19.46b), når de skal være lige store, og af ligning (19.46c), når åbningernes volumenstrømme skal være lige store.

19.5 Gyldighedsområde

Strømningsmodellen for rum med åbninger i mere end to højdeniveauer og med temperaturlagdeling er vist i tabel 19.1. Gyldighedsområdet vil være meget nær det samme som for modellen ved ensformet indetemperatur, da temperaturvariationen i praksis ikke er større, end at det indvendige trykforløb er meget nær retlinet som beskrevet i afsnit 15.5.1. Hastighedsprofilerne i åbningernes kontraherede tværsnit kan derfor på samme måde som ved ensformet indetemperatur med god tilnærmelse antages at være ensformede, så længe åbningshøjderne er små i forhold til åbningsafstandene til neutralplanet og så længe neutralplanet ikke skærer øverste eller nederste åbning. Skæring af de øvrige åbninger, selv af de næstøverste eller næstnederste, vil ofte være uden betydning, da volumenstrømbidraget fra disse åbninger vil være lille.

Åbningernes orientering og indbyrdes placering samt rummets udformning influerer med temperaturlagdeling ikke på de grundlæggende ligninger, og dermed heller ikke på de udledte modeludgaver. Kun åbningernes indbyrdes, lodrette afstande samt deres størrelse og udformning har betydning.

Grænseforholdene, når neutralplanet ligger i højde med øverste åbning nederste kant eller nederste åbnings øverste kant, er meget nær de samme som dem, der er beskrevet for ensformet indetemperatur i afsnit 18.5.3, hvorfor der også fås meget nær samme kritiske åbningsforhold som vist samme sted.

19.6 Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning

Med neutralplanet placeret mellem næst øverste og øverste højdeniveau, kan trykdifferenser, lufthastigheder og volumenstrømme bestemmes af udtrykkene i tabel 19.1 med H_N som en kendt størrelse og antallet af ind- og udløb værende henholdsvis $N_1 = N - 1$ og $N_2 = 1$.

19.6.1 Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave

Med basismodeludgaven kan udløbsarealet fås af en af ligningerne (19.32), (19.33d) eller (19.33f), hvor $H_N^{**} = H_j = H_N$. Indløbsarealerne kan fås af ligning (19.33b), når arealerne skal være lig store, og af ligning (19.33e), når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

For udløbsarealet fås af ligning (19.32):

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,N}}{2\Delta\rho_{m,N}gH_N} \right)^{1/2} \quad (19.65a)$$

For lige store indløbsarealer fås af ligning (19.33b):

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} \Delta\rho_{m,j}^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2g} \right)^{1/2} \quad (19.65b)$$

For indløbsarealerne med lige store volumenstrømme fås af ligning (19.33e):

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j}(N-1)} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho_{m,j}gH_j} \right)^{1/2} \quad (19.65c)$$

Tabel 19.1 Modeludgaver for strømningmodel til rum med åbninger i mere end to højdeniveauer og med temperaturlagdeling.

	Massefyldebaseret modeludgave	Temperaturdifferensbaseret modeludgave	Nettovarmestrømbaseret modeludgave (med konstant Φ_{net})
Temperaturdifferens $\Delta T_{ref,N}$, K			$7,65 \cdot 10^{-5} T_u \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3}$
Indløb Trykdifferens $\Delta p_{ind,j}$ Pa	$\Delta \rho_{m,j} g H_j$	$\frac{\rho_u \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}}$	Ikke udledt
Lufthastighed $v_{j,k}$, m/s	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2}$	
Lokal volumenstrøm $q_{V,ind,j}$, m ³ /s	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2}$	
Total volumenstrøm $q_{V,ind,tot}$, m ³ /s	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,1} g H_1^{**}}{\rho_u} \right)^{1/2}$	$C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \Delta T_{ref,1} g H_1^{**}}{T_{i,ref,1}} \right)^{1/2}$	
Nederste åbningsareal A_1 , m ²	$\frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2 \Delta \rho_{m,1} g H_1^{**}} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,ref,1}}{2 \Delta T_{ref,1} g H_1^{**}} \right)^{1/2}$	

Udløb			
Trykdifferens $\Delta p_{ud,j}$, Pa	$\Delta \rho_{m,j} g H_j$	$\frac{\rho_{i,j} \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_u} \cdot \frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}}$	$\Delta p_{ud,N} = 7,52 \cdot 10^{-4} \rho_{i,m,N} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{2/3} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/3} H_N$
Lufthastighed $v_{j,k}$, m/s	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2}$	$C_{v,j} \left(\frac{2 \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2}$	$v_{N,k} = 0,0388 C_{v,N} \left(\frac{\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}}{C_{d,N} A_N} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/6} H_N^{1/2}$
Lokal volumenstrøm $q_{V,ud,j}$, m ³ /s	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2}$	$C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \Delta T_{ref,j} g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2}$	$q_{V,ud,N} = 0,0388 (C_{d,N} A_N)^{2/3} \left(\frac{\Phi_{net}}{\varepsilon_{ref,N}} \right)^{1/3} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H_N^{***}} \right)^{1/6} H_N^{1/2}$
Total volumenstrøm $q_{V,ud,tot}$, m ³ /s	$C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \Delta \rho_{m,N} g H_N^{**}}{\rho_{i,N}} \right)^{1/2}$	$C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \Delta T_{ref,N} g H_N^{**}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{1/2}$	$q_{V,ud,tot} = q_{V,ud,N}$
Øverste åbningsareal A_N , m ²	$\frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,N}}{2 \Delta \rho_{m,N} g H_N^{**}} \right)^{1/2}$	$\frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2 \Delta T_{ref,N} g H_N^{**}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2}$	$131,0 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2} (H_N^{***})^{1/4}}{C_{d,N} ((\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N}))^{1/2} (H_N^{**})^{3/4}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{3/4}$

19.6.2 Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave

Med den temperaturbaserede modeludgave kan det nødvendige udløbsareal fås af ligning (19.49c), (19.51b) og (19.51c), hvor $H_N^{**} = H_j = H_N$. Indløbsarealer kan fås af ligning (19.46b), hvis arealerne skal være lige store, og af ligning (19.46c), hvis volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

For udløbsarealet fås af ligning (19.49c):

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2\Delta T_{ref,N} g H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,n}} \right)^{1/2} \quad (19.65f)$$

For lige store indløbsarealer fås af ligning (19.46b):

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} \left(\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/2} \quad (19.65g)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås af ligning (19.46c):

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} (N-1)} \left(\frac{T_{i,ref,j}}{2\Delta T_{ref,j} g H_j} \right)^{1/2} \quad (19.65h)$$

19.6.3 Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave

Med den nettovarmestrømbaserede modeludgave kan det nødvendige udløbsareal bestemmes af ligning (19.62c), og der fås, idet $H_N^{***} = H_N^{**} = H_N$:

$$A_N = 130,7 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N} (\Phi_{net} / \varepsilon_{ref,N})^{1/2} H_N^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{3/4} \quad (19.65i)$$

Indløbsarealerne kan fås af de indløbsudtryk, der fås ved brug af energiligning (19.7d) baseret på indløbsforholdene. Alternativt kan de, når temperaturlagdelingen er fastlagt, fås af den temperaturdifferensbaserede modeludgaves ligning (19.65g), når åbningsarealerne skal være lige store, og dens ligning (19.65h), når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

19.7 Åbninger i grupper

Med flere åbninger i samme højdeniveau eller spredt i klynger kan der foretages simplificeringer, der fører til en strømningssmodel analog til den i tabel 19.1.

19.7.1 Åbningerne grupperet i højdeniveauer

Der regnes med n_j åbninger i hvert højdeniveau j , og hver af disse åbninger vil have samme åbningsafstand H_j samt samme indetemperatur $T_{i,j}$ ud for åbningen. Derfor fås et ligningssystem analogt til det, der er opstillet i afsnit 19.1 og dermed en strømningssmodel analog til den i tabel 19.1, blot med $C_{d,j} A_j$ erstattet af $\sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i}$.

Neutralplanets placering og åbningsforholdene i øvrigt bestemmes som beskrevet i afsnittene 19.2 – 19.4.

19.7.2 Åbningerne grupperet i klynger

Åbningerne regnes med at være grupperet i klynger med n_j åbninger i hver klynge, og det antages, at de lodrette afstande mellem en klynges åbninger varierer så lidt, at der kan regnes med samme indetemperatur ud for alle klyngens åbninger.

Der fås et simplificeret ligningssystem ved at indføre en referenceafstand $H_{j,ref}$ for hver klynge på samme måde som i afsnit 18.8.2, og som er defineret ved:

$$\sum_1^{n_j} A_{j,i,d} H_{j,i}^{1/2} = A_{d,j} H_{j,ref}^{1/2} \quad (19.65j)$$

hvor:

$$A_{j,i,d} = C_{d,j,i} A_{j,i} \quad (19.65k)$$

og:

$$A_{j,d} = \sum_1^{n_j} C_{d,j,i} A_{j,i,d} \quad (19.65m)$$

og hvor igen $C_{d,j,i}$ er den enkelte åbnings udstrømningskoefficient, således at $A_{j,i,d}$ bliver den enkelte åbnings udstrømningsareal, $A_{j,d}$ den enkelte klynges samlede udstrømningsareal og $H_{j,ref}$ den enkelte klynges fælles afstand til neutralplanet. Der fås et ligningssystem analogt til det i afsnit 19.1 og dermed en strømningmodel analog til den i tabel 19.1, blot med $C_{d,j} A_j$ erstattet af $A_{j,d}$ og H_j af $H_{j,ref}$.

Afstanden $H_{j,ref}$ er ikke den lodrette afstand fra klyngens fælles arealmidtpunkt til neutralplanet. Arealmidtpunktafstanden $H_{j,AMP}$ kan bestemmes af ligning (18.77). Der vil i praksis gælde, at $H_{j,ref} \cong H_{j,AMP}$ som beskrevet i afsnit 18.8.2.

Neutralplanets placering og åbningsarealforholdene i øvrigt bestemmes som beskrevet i afsnittene 19.2 – 19.4.

19.8 Tilnærmet model

Der kan fås en tilnærmet model ved at betragte de forhold, der fås med ensformet indetemperatur lig med middeltemperaturen bestemt af ligning (15.38). Der fås da samme tilnærmede, indvendige massefylde ρ_{i,T_m} og samme tilnærmede massefyldedifferens $\Delta\rho_{T_m}$ som bestemt ved ligningerne (15.39) og (15.40a), dvs.:

$$\rho_{i,T_m} = \rho_u \frac{T_u}{T_{i,m}} \quad \text{og} \quad \Delta\rho_{T_m} = \rho_u \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} \quad (19.66)$$

med ΔT_m bestemt af ligning (15.40b). Den begåede fejl kan bestemmes ved fejlforholdet defineret ved ligning (15.41).

19.8.1 Tilnærmet basismodeludgave

Den tilnærmede basismodel bliver analog til den, der er opstillet i afsnit 18.2, blot skal $\Delta\rho$ erstattes af $\Delta\rho_{i,T_m}$, ρ_i af ρ_{i,T_m} og H_j af $H_{j,m}$, hvor indekset m i sidstnævnte markerer, at neutralplanplaceringen er bestemt med en ensformet indetemperatur lig med middeltemperaturen bestemt af ligning (15.38).

For indløbsforholdene begås en fejl på trykdifferenserne bestemt af:

$$FF_{\Delta p_{ind,j}} = \frac{\Delta \rho_{Tm} H_{j,m}}{\Delta \rho_{m,j} H_j} \quad (19.67)$$

For de enkelte indløbsåbningers lufthastigheder og volumenstrømme begås en fejl bestemt af $FF_{vk,j} = FF_{qV,j} = (FF_{\Delta p,j})^{1/2}$. For den samlede volumenstrøm gennem indløbene samt det nødvendige, nederste indløbsareal bestemmes fejlen af:

$$FF_{qV,ind,tot} = \left(\frac{\Delta \rho_{Tm} \cdot \frac{H_1^*}{H_1^{**}}}{\Delta \rho_{m,1}} \right)^{1/2} \quad (19.68)$$

$$FF_{A_1} = \frac{1}{FF_{qV,ind,tot}} \quad (19.69)$$

hvor H_1^* bestemmes af ligning (18.25) og H_1^{**} af ligning (19.27).

For udløbsforholdene fås følgende fejlforhold for trykdifferenser, lufthastigheder, volumenstrømme og det nødvendige, øverste udløbsareal:

$$FF_{\Delta p_{ud,j}} = \frac{\Delta \rho_{Tm} H_{j,m}}{\Delta \rho_{m,j} H_j} \quad (19.70)$$

$$FF_{vk,j} = \left(\frac{\rho_{i,j} \cdot \Delta \rho_{Tm} \cdot \frac{H_{j,m}}{H_j}}{\rho_{i,Tm} \cdot \Delta \rho_{m,j}} \right)^{1/2} \quad (19.71)$$

$$FF_{qV,ud,j} = FF_{vk,j} \quad (19.72)$$

$$FF_{qV,ud,tot} = \left(\frac{\rho_{i,N} \cdot \Delta \rho_{Tm} \cdot \frac{H_N^*}{H_N^{**}}}{\rho_{i,Tm} \cdot \Delta \rho_{m,N}} \right)^{1/2} \quad (19.73)$$

$$FF_{A_N} = \frac{1}{FF_{qV,ud,tot}} \quad (19.74)$$

hvor H_N^* bestemmes af ligning (18.27) og H_N^{**} af ligning (19.30)

19.8.2 Tilnærmet temperaturdifferensbaseret modeludgave

Den tilnærmede, temperaturdifferensbaserede udgave bliver analog til den, der er opstillet i afsnit 18.3, blot skal ρ_i erstattes af $\rho_{i,Tm}$, ΔT af ΔT_m , T_i af $T_{i,m}$ og H_j af $H_{j,m}$.

For indløbsforholdene fås følgende fejlforhold for trykdifferenserne:

$$FF_{\Delta p_{ind,j}} = \frac{T_{i,ref,j} \cdot \Delta T_m \cdot \frac{H_{j,m}}{H_j}}{T_{i,m} \cdot \Delta T_{ref,j}} \quad (19.75)$$

For de enkelte indløbsåbningers lufthastigheder og volumenstrømme begås en fejl bestemt af $FF_{vk,j} = FF_{qV,j} = (FF_{\Delta p,j})^{1/2}$. For den samlede volumenstrøm gennem indløbene samt det nødvendige, nederste indløbsareal bestemmes fejlen af:

$$FF_{q_{V,ind,tot}} = \left(\frac{T_{i,ref,1}}{T_{i,m}} \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,1}} \cdot \frac{H_1^*}{H_1^{**}} \right)^{1/2} \quad (19.76)$$

$$FF_{A_1} = \frac{1}{FF_{q_{V,ind,tot}}} \quad (19.77)$$

hvor H_1^* bestemmes af ligning (18.25) og H_1^{**} af ligning (19.45)

For udløbsforholdene fås følgende fejlforhold:

$$FF_{\Delta p_{ud,j}} = \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_{i,j}} \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,j}} \cdot \frac{H_{j,m}}{H_j} \cdot \frac{T_{i,ref,j}}{T_{i,j}} = \frac{T_{i,j}}{T_{i,m}} \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,j}} \cdot \frac{H_{j,m}}{H_j} \cdot \frac{T_{i,ref,j}}{T_{i,j}} \quad (19.78)$$

$$FF_{v_{k,j}} = \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,j}} \cdot \frac{H_{j,m}}{H_j} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,j}}{T_{i,j}} \right)^{1/2} \quad (19.79)$$

$$FF_{q_{V,ud,j}} = FF_{v_{k,j}} \quad (19.80)$$

$$FF_{q_{V,ud,tot}} = \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,N}} \cdot \frac{H_N^*}{H_N^{**}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \quad (19.81)$$

$$FF_{A_N} = \frac{1}{FF_{q_{V,ud,tot}}} \quad (19.82)$$

hvor H_N^* bestemmes af ligning (18.27) og H_N^{**} af ligning (19.50)

19.8.3 Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Den tilnærmede, nettovarmestrømsbaserede udgave bliver analog til det formelsæt, der er opstillet i afsnit 18.4, blot skal ρ_i erstattes af $\rho_{i,Tm}$, og Φ_{net} af $\Phi_{net}/\varepsilon_{Tm,N}$, hvor $\varepsilon_{Tm} = \Delta T_N/\Delta T_m$.

Der udledes kun fejlforhold for forholdene i øverste åbning samt for den samlede volumenstrøm gennem udløbene. For åbningens temperaturdifferens, trykdifferens, lufthastighed, volumenstrøm samt den samlede volumenstrøm gennem udløbene fås:

$$FF_{\Delta T_N} = \left(\frac{\varepsilon_{ref,N}}{\varepsilon_{Tm}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/3} = \left(\frac{\Delta T_N}{\Delta T_{ref,N}} \cdot \frac{\Delta T_m}{\Delta T_N} \right)^{2/3} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/3} \quad (19.83)$$

$$= \left(\frac{\Delta T_{Tm}}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/3}$$

$$FF_{\Delta p_{ud,N}} = \frac{\rho_{i,Tm}}{\rho_{i,m,N}} \left(\frac{\varepsilon_{ref,N}}{\varepsilon_{Tm}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/3} \frac{H_{N,m}}{H_N} = \frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{2/3} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/3} \frac{H_{N,m}}{H_N} \quad (19.84)$$

$$FF_{v_{k,N}} = (FF_{\Delta p_{ud,j}})^{1/2} \quad (19.85a)$$

$$FF_{q_{V,ud,N}} = FF_{v_{k,j}} = (FF_{\Delta p_{ud,j}})^{1/2} \quad (19.85b)$$

$$\begin{aligned} FF_{q_{V,ud,tot}} &= \left(\frac{\varepsilon_{ref,N}}{\varepsilon_{Tm}} \right)^{1/3} (H_N^*)^{1/3} (H_N^{***})^{1/6} \left(\frac{1}{H_N^{**}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \\ &= \left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,N}} \right)^{1/3} \frac{(H_N^*)^{1/3} (H_N^{***})^{1/6}}{(H_N^{**})^{1/2}} \left(\frac{T_{i,ref,N}}{T_{i,N}} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (19.86)$$

For det nødvendige, øverste åbningsareal fås, når dette bestemmes af en ønsket volumenstrøm $q_{V,ud,tot}$ eller en ønsket temperaturdifferens ΔT_N , dvs. af enten ligning (19.62c) eller ligning (19.57):

$$(FF_{A_N})_{q_V} = \left(\frac{\varepsilon_{Tm}}{\varepsilon_{ref,N}} \right)^{1/2} \frac{(H_N^{**})^{3/4}}{(H_N^*)^{1/2} (H_N^{***})^{1/4}} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{3/4} \quad (19.87)$$

$$= \left(\frac{\Delta T_{ref,N}}{\Delta T_m} \right)^{1/2} \frac{(H_N^{**})^{3/4}}{(H_N^*)^{1/2} (H_N^{***})^{1/4}} \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,ref,N}} \right)^{3/4} = \left(\frac{1}{FF_{q_{V,ud,tot}}} \right)^{3/2}$$

$$(FF_{A_N})_{\Delta T} = \frac{\varepsilon_{ref,N}}{\varepsilon_{Tm,N}} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,N}}{\Delta T_m} \right)^{3/2} = \frac{\Delta T_m}{\Delta T_{ref,N}} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_{ref,N}}{\Delta T_m} \right)^{3/2} \quad (19.88)$$

$$= \left(\frac{\Delta T_{ref,N}}{\Delta T_m} \right)^{1/2} \left(\frac{H_N^{***}}{H_N^*} \right)^{1/2}$$

19.9 Kapitelsammenfatning

Med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lagdelt indetemperatur fås en strømningsmodel som vist i tabel 19.1, og som er analog til den vist tabel 18.1 for rum med ensartet indetemperatur. Modellen gælder uafhængigt af åbningernes orientering og placering og af rummets udformning.

Der er opstillet udtryk for de nødvendige åbningsarealer, når neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde af hensyn til friskluftfordelingen og herunder specielt, når neutralplanet ønskes placeret mellem næst øverste og øverste højdeniveau. Der er i denne sammenhæng skelnet mellem, om indløbsåbningerne skal være lige store, eller om volumenstrømmene gennem disse åbninger skal være lige store.

Modellen kan ved indførelse af hensigtsmæssige referencestørrelser anvendes, når der er flere åbninger i hvert højdeniveau, eller når flere åbninger er samlet i klynger.

Endelig er der udledt en tilnærmet model på basis af temperaturlagdelingens middeltemperatur med tilhørende udtryk for den begåede fejl.

20 Strømningsmodel for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lineær temperaturlagdeling

I dette kapitel betragtes samme rum som i kapitel 19, men nu med lineær temperaturlagdeling. Der udledes simple udtryk for massefylder og massefyldedifferenser til indsættelse i den generelle models basismodeludgave samt de nødvendige temperaturstørrelser til indsættelse i den temperaturdiferens- og nettovarmestrømsbaserede udgave. Der behandles de nødvendige åbningsarealer i de tilfælde, hvor neutralplanets placering fastlægges på forhånd og herunder specielt de tilfælde, hvor neutralplanet skal ligge mellem næstøverste og øverste åbning. Desuden behandles de tilfælde, hvor der er flere åbninger samlet i samme højdeniveau eller samlet i en klynge. Endelig opstilles en tilnærmet model baseret på temperaturlagdelingens middeltemperatur.

Den lineære temperaturlagdeling kan udtrykkes ved, jf. ligning (19.1a):

$$T_{i,y} = T_{i,0} + \alpha y \quad (20.1)$$

hvor $T_{i,0}$ er indetemperaturen i højde med neutralplanet, og α er en konstant temperaturgradient.

20.1 Massefyldeforhold

De indvendige massefyldeforhold er uændrede i forhold til dem, der er behandlet i kapitel 16 for rum med to åbningsniveauer. Blot er neutralplanhøjden valgt til 0-højde i stedet for nederste åbningsmidtes højde. Efter en simpel rækkeudvikling fås følgende udtryk for massefyldevariationen, jf. ligningerne (16.2) – (16.4):

$$\rho_{i,y} = \rho_{i,0} \frac{T_{i,0}}{T_{i,y}} = \rho_{i,0} \frac{T_{i,0}}{T_{i,0} + \alpha y} = \rho_{i,0} \frac{1}{1 + \frac{\alpha y}{T_{i,0}}} \quad (20.2)$$

$$= \rho_{i,0} \left(1 + \frac{\alpha y}{T_{i,0}} \right)^{-1} \cong \rho_{i,0} \left(1 - \frac{\alpha y}{T_{i,0}} \right) = \rho_{i,0} - b_0 y$$

hvor:

$$b_0 = \frac{\rho_{i,0} \alpha}{T_{i,0}} \quad (20.3)$$

Med y udgående fra neutralplanet kan der regnes med, at $\alpha y < 15$ K og dermed $\alpha y / T_{i,0} < 0,05$, således at der ved rækkeudviklingen begås en fejl mindre end 0,3 %.

For middelmassefylden $\rho_{i,m,y}$ for en luftsøjle mellem neutralplanet og et plan i højden y fås ligeledes efter en rækkeudvikling, jf. ligning (16.8):

$$\rho_{i,m,y} = \frac{\rho_{i,0} T_{i,0}}{\alpha y} \ln \left(1 + \frac{\alpha y}{T_{i,0}} \right) \cong \rho_{i,0} - \frac{1}{2} \frac{\alpha y}{T_{i,0}} = \rho_{i,0} - \frac{1}{2} b_0 y \quad (20.4)$$

hvor fejlen ved rækkeudviklingen bliver mindre end 0,2 %, når $\alpha y/T_{i,0} < 0,05$.

For massefyldedifferensen $\Delta\rho_{m,y}$ fås:

$$\Delta\rho_{m,y} = \rho_u - \rho_{i,m,y} \cong \rho_u - \rho_{i,0} + \frac{1}{2} b_0 y = \Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 y \quad (20.5)$$

hvor:

$$\Delta\rho_0 = \rho_u - \rho_{i,0} \quad (20.6)$$

De to massefyldegradienter udtrykt ved ligningerne (20.3) og (16.5) afviger fra hinanden som følge af, at 0-højden er ændret fra at være nederste åbningsmidte til at være neutralplanet. Afvigelsen er bestemt af:

$$\frac{b_0}{b} = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_{i,1}} \cdot \frac{T_{i,1}}{T_{i,0}} = \left(\frac{\rho_{i,0}}{\rho_{i,1}} \right)^2 = \left(\frac{T_{i,1}}{T_{i,0}} \right)^2 \quad (20.7)$$

20.2 Basismodeludgave

Basismodeludgaven kan fås af tabel 19.1 ved at indsætte den retlinede temperaturlagdelings udtryk for $\Delta\rho_{m,j}$ i indløbsudtrykkene og dens udtryk for $\rho_{i,j}$ og $\Delta\rho_{m,j}$ i udløbsudtrykkene.

Til indsættelse i indløbsudtrykkene, hvor $y = -H_j$ og $1 \leq j \leq N_1$ fås af ligning (20.5):

$$\Delta\rho_{m,j} = \Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \quad (20.8)$$

Til indsættelse i udløbsudtrykkene, hvor $y = H_j$ og $N_1+1 \leq j \leq N$ fås af ligningerne (20.2) og (20.5):

$$\rho_{i,j} = \rho_{i,0} - b_0 H_j \quad (20.9)$$

$$\Delta\rho_{m,j} = \Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \quad (20.10)$$

20.2.1 Neutralplanplacering

Neutralplanplaceringen kan bestemmes af ligning (19.22b) ved indsættelse af $\rho_{i,j}$ og $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved henholdsvis ligning (20.9) og ligning (20.10) i ligningens 1. led, hvor der summeres over udløbene, og ved indsættelse af $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved ligning (20.8) i ligningens 2. led, hvor der summeres over indløbene. Der fås da:

$$\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\rho_{i,0} - b_0 H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} C_{d,j} A_j \left(\left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \right) H_j \right)^{1/2} - \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right) H_j \right)^{1/2} = 0 \quad (20.11)$$

Heri kan H_j udtrykkes ved ligningerne (18.22) og (18.23). Med kendte arealforhold A_j/A_1 fås en ligningen med H_1 som eneste ubekendte, der kan løses iterativt.

20.2.2 Formelsæt for indløbsåbningerne

For indløbsåbningerne fås af tabel 19.1 følgende udtryk, når neutralplanets placering er bestemt:

$$\Delta p_{ind,j} = \Delta\rho_{m,j} g H_j = \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j \quad (20.12)$$

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (20.13)$$

$$q_{V,ind,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (20.14)$$

$$q_{V,ind,tot} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2\Delta\rho_{m,1} g H_1^{**}}{\rho_u} \right)^{1/2} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_1 \right) g H_1^{**}}{\rho_u} \right)^{1/2} \quad (20.15)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2\Delta\rho_{m,1} g H_1^{**}} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{\rho_u}{2 \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_1 \right) g H_1^{**}} \right)^{1/2} \quad (20.16)$$

hvor H_1^{**} bestemmes af, jf. ligning (19.27) sammen med ligning (20.8):

$$H_1^{**} = H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j}{\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_1} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (20.17)$$

De øvrige indløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan indløbsarealerne, når de skal være lig store, bestemmes af ligning (19.33b), og der fås:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_1 \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.18a)$$

Når volumenstrømmene i åbningerne skal være lige store, kan de bestemmes af ligning (19.33e), og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{\rho_u}{2 \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_1 \right) g H_j} \right)^{1/2} \quad (20.18b)$$

20.2.3 Formelsæt for udløbsåbningerne

For udløbsåbningerne fås af tabel 19.1 følgende udtryk, når neutralplanet's placering er bestemt:

$$\Delta p_{ud,j} = \Delta\rho_{m,j} g H_j = \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j \quad (20.19a)$$

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} = C_{v,j} \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j}{\rho_{i,0} - b_0 H_j} \right)^{1/2} \quad (20.19b)$$

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2\Delta\rho_{m,j} g H_j}{\rho_{i,j}} \right)^{1/2} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j}{\rho_{i,0} - b_0 H_j} \right)^{1/2} \quad (20.20)$$

$$q_{V,ud,tot} = C_{d,N} A_N \left(\frac{2\Delta\rho_{m,N} g H_N^{**}}{\rho_{i,N}} \right)^{1/2} = C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_N \right) g H_N^{**}}{\rho_{i,0} - b_0 H_N} \right)^{1/2} \quad (20.21)$$

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,N}}{2\Delta\rho_{m,N} g H_N^{**}} \right)^{1/2} = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,0} - b_0 H_N}{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_N \right) g H_N^{**}} \right)^{1/2} \quad (20.22)$$

og hvor H_N^{**} bestemmes af, jf. ligning (19.30) sammen med ligningerne (20.9) og (20.10):

$$H_N^{**} = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{\rho_{i,0} - b_0 H_j}{\rho_{i,0} - b_0 H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta\rho_{i,0} + \frac{1}{2} b_0 H_j}{\Delta\rho_{i,0} + \frac{1}{2} b_0 H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (20.23)$$

De øvrige udløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan udløbsarealerne, når de skal være lig store bestemmes af ligning (19.33d), og der fås:

$$A_j = A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \left(\frac{\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j}{\rho_{i,0} - b_0 H_j} \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{1}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.24a)$$

Når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, kan de bestemmes af ligning (19.33f), og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j} (N - N_1)} \left(\frac{\rho_{i,0} - b_0 H_j}{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_j \right) g H_j} \right)^{1/2} \quad (20.24b)$$

20.3. Temperaturbaseret modeludgave

Den temperaturbaserede udgave kan fås af tabel 19.1 ved at indsætte temperaturlagdelingens udtryk for $T_{i,ref,j}$ og $\Delta T_{ref,j}$ i indløbsudtrykkene og for $T_{i,j}$, $T_{i,ref,j}$ og $\Delta T_{ref,j}$ i udløbsudtrykkene. Her er, jf. ligning (19.38):

$$T_{i,ref,j} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m,j}} \quad (20.25a)$$

med $\rho_{i,m,j}$ bestemt af ligning (20.4).

Til indsættelse i indløbsudtrykkene fås af ligning (20.25a) sammen med ligningerne (20.4) og (20.3), idet $y = -H_j$:

$$T_{i,ref,j} = \frac{\rho_u T_u}{\rho_{i,m,j}} = \frac{\rho_{i,0} T_{i,0}}{\rho_{i,0} + \frac{1}{2} b_0 H_j} = \frac{T_{i,0}}{1 + \frac{1}{2} \frac{b_0}{\rho_{i,0}} H_j} = \frac{T_{i,0}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} \quad (20.25b)$$

og heraf:

$$\Delta T_{ref,j} = T_{i,ref,j} - T_u = \frac{T_{i,0} - T_u - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} = \frac{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} \quad (20.25c)$$

hvor $\Delta T_0 = T_{i,0} - T_u$. Desuden fås for den gennemgående størrelse $\Delta T_{ref,j}/T_{i,ref,j}$:

$$\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} = \left(\frac{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} \right) \left(\frac{1 + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,n}} H_j}{T_{i,0}} \right) = \frac{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_{i,0}} \quad (20.26)$$

Til indsættelse i udløbsåbningerne er, jf. ligning (20.1):

$$T_{i,j} = T_{i,0} + \alpha H_j \quad (20.27)$$

og af ligning (20.25a) sammen med ligningerne (20.4) og (20.3) fås, idet $y = H_j$:

$$T_{i,ref,j} = \frac{T_{i,0}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} \quad (20.28)$$

$$\Delta T_{ref,j} = \frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_j} \quad (20.29)$$

$$\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} = \frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_{i,0}} \quad (20.30a)$$

og for den gennemgående størrelse $(\Delta T_{ref,j}/T_{i,ref,j}) (T_{i,j}/T_u)$ fås:

$$\frac{\Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j}} \cdot \frac{T_{i,j}}{T_u} = \frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_{i,0}} \cdot \frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_u} = \frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_u} \cdot \frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_{i,0}} \quad (20.30b)$$

20.3.1 Neutralplanplacering

Neutralplanets placering kan bestemmes af ligning (19.41b). I ligningens første led, hvor der summeres over udløbene, indsættes $T_{i,j}$ udtrykt ved ligning (20.27) og $\Delta T_{ref,j}/T_{i,ref,j}$ udtrykt ved ligning (20.30). I ligningens andet led, hvor der summeres over indløbene, indsættes $\Delta T_{ref,j}/T_{i,ref,j}$ udtrykt ved ligning (20.26). Der fås da:

$$\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{T_u}{T_{i,0} + \alpha H_j} \right)^{1/2} C_{d,j} A_j \left(\left(\frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_{i,0}} \right) H_j \right)^{1/2} \quad (20.31)$$

$$- \sum_1^{N_1} C_{d,j} A_j \left(\left(\frac{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{T_{i,0}} \right) H_j \right)^{1/2} = 0$$

Ved at indsætte H_j udtrykt ved ligningerne (18.22) og (18.23) fås en ligning med H_1 som eneste ubekendte, og som med kendte åbningsarealforhold kan løses iterativt.

20.3.2 Formelsæt for indløbsåbningerne

For indløbsåbningerne fås af tabel 19.1 følgende udtryk, når neutralplanet's placering er bestemt:

$$\Delta p_{ind,j} = \rho_u \frac{\left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_{i,0}} \quad (20.32)$$

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.33)$$

$$q_{V,ind,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.34)$$

$$q_{V,ind,tot} = C_{d,1} A_1 \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_1 \right) g H_1^{**}}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.35)$$

$$A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,1}} \left(\frac{T_{i,0}}{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_1 \right) g H_1^{**}} \right)^{1/2} \quad (20.36)$$

hvor H_1^{**} bestemmes af, jf. ligning (19.45) sammen med ligning (20.26):

$$H_1^{**} = H_1 \left\{ \sum_1^{N_1} \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,1} A_1} \right) \left(\frac{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_1} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_1} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (20.37)$$

De øvrige indløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan indløbsarealerne, når de skal være lige store, bestemmes af ligning (19.46b), og der fås:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N_1} C_{d,j} \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \cdot \left(\frac{T_{i,0}}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.38a)$$

Indløbsarealerne kan, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, bestemmes af ligning (19.46c), og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} N_1} \left(\frac{T_{i,0}}{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j} \right)^{1/2} \quad (20.38b)$$

20.3.3 Formelsæt for udløbsåbningerne

For udløbsarealerne fås af tabel 19.1 følgende udtryk, når neutralplanets placering er bestemt:

$$\Delta p_{ud,j} = \rho_u \frac{\left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_u} \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_{i,0}} \right) \quad (20.39b)$$

$$v_{k,j} = C_{v,j} \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.40)$$

$$q_{V,ud,j} = C_{d,j} A_j \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) g H_j}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.41)$$

$$q_{V,ud,tot} = C_{d,N} A_N \left(\frac{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N \right) g H_N^{**}}{T_u} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_N}{T_{i,0}} \right)^{1/2} \quad (20.42)$$

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N \right) g H_N^{**}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0}}{T_{i,0} + \alpha H_N} \right)^{1/2} \quad (20.43)$$

hvor H_N^{**} bestemmes af, jf. ligning (19.50) sammen med ligningerne (20.27) og (20.30a):

$$H_N^{**} = H_N \left\{ \frac{\sum_{N_1+1}^N \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_j}{T_{i,0} + \alpha H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2}}{\left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2}} \right\}^2 \quad (20.44)$$

De øvrige udløbsarealer kan efterfølgende bestemmes af de på forhånd valgte åbningsarealforhold.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan udløbsarealerne, når de skal være lig store, bestemmes af ligning (19.51b), og der fås:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind}}{\sum_{N_1+1}^N C_{d,j} \left\{ \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) (T_{i,0} + \alpha H_j) \right\}^{1/2} H_j^{1/2}} \cdot \left(\frac{T_u T_{i,0}}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.45a)$$

Udløbsarealerne kan, når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, bestemmes af ligning (19.51c), og der fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,j} (N - N_1)} \left(\frac{T_{i,0} T_u}{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) (T_{i,0} + \alpha H_j) g H_j} \right)^{1/2} \quad (20.45b)$$

20.4 Nettovarmestromsbaseret modeludgave

Den nettovarmestromsbaserede udgaves udløbsudtryk kan fås af tabel 19.1. Til indsættelse heri fås af ligningerne (20.28), (19.54a), (20.4), (20.1), og (20.29):

$$T_{i,ref,N} = \frac{T_{i,0}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N} \quad (20.46)$$

$$\varepsilon_{ref,N} = \frac{\Delta T_N}{\Delta T_{ref,N}} = \frac{(\Delta T_0 + \alpha H_N) \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N \right)}{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N} \quad (20.47)$$

$$\rho_{i,m,N} = \rho_{i,0} - \frac{1}{2} b_0 H_N = \rho_{i,0} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{b_0}{\rho_{i,0}} H_N \right) = \frac{\rho_u T_u}{T_{i,0}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N \right) \quad (20.48)$$

$$T_{i,N} = T_{i,0} + \alpha H_N \quad (20.49)$$

$$\Delta T_{ref,N} = \frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N}{1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N} \quad (20.50a)$$

og i $\varepsilon_{ref,N}$ indgår ΔT_N bestemt af, jf. ligning (19.53b):

$$\Delta T_j = T_{i,j} - T_u = T_{i,0} + \alpha H_j - T_u = \Delta T_0 + \alpha H_j \quad (20.50b)$$

Neutralplanets placering kan bestemmes ved en iterativ proces analog til den, der er beskrevet i afsnit 19.4.1 med den der nævnte ligning (19.41c) erstattet af ligning (20.31).

Formelsættet for udløbsåbningerne fås, når neutralplanets placering er bestemt, ved indsættelse af udtrykkene (20.46) - (20.50b) i tabel 19.1 med H_N^{**} bestemt af ligning (20.44), og med H_N^{***} bestemt af, jf. ligning (19.53a) sammen med ligningerne (20.50b), (20.1) og (20.30a):

$$H_N^{***} = H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\Delta T_j}{\Delta T_N} \right) \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{T_{i,N}}{T_{i,j}} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,ref,N} \Delta T_{ref,j}}{T_{i,ref,j} \Delta T_{ref,N}} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2 \quad (20.51)$$

$$= H_N \left\{ \sum_{N_1+1}^N \left(\frac{\Delta T_0 + \alpha H_j}{\Delta T_0 + \alpha H_N} \right) \left(\frac{C_{d,j} A_j}{C_{d,N} A_N} \right) \left(\frac{T_{i,0} + \alpha H_N}{T_{i,0} + \alpha H_j} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j}{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{H_j}{H_N} \right)^{1/2} \right\}^2$$

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan udløbsarealerne, når de skal være lige store bestemmes af ligning (19.64b) sammen med ligningerne (20.46) – (20.50a). Når volumenstrømmene i åbningerne skal være lige store, er det nødvendigt at anvende den temperaturbaserede løsnings ligning (19.51c) efter at temperaturlagdelingen er bestemt. Tilsvarende kan indløbsarealerne bestemmes af ligning (19.46b), når arealerne skal være lige store, og af ligning (19.46c) når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

Temperaturdifferenskvotienten $\varepsilon_{ref,N}$ udtrykt ved ligning (20.47) kan med $\alpha H/T_{i,0} < 0,05$ og $T_u/T_{i,0} \cong 1,0$ med god tilnærmelse omformes til:

$$\varepsilon_{ref,N} \cong \frac{\Delta T_0 + \alpha H_N}{\Delta T_0 + \frac{1}{2}\alpha H_N} = \frac{\Delta T_1 + \alpha H_1 + \alpha H_N}{\Delta T_1 + \alpha H_1 + \frac{1}{2}\alpha H_N} = \frac{\Delta T_1 + \alpha H}{\Delta T_1 + \alpha H - \frac{1}{2}\alpha H_N} \quad (20.52)$$

Kvotienten, der afhænger af temperaturdifferensen ΔT_1 over nederste indløb, temperaturdifferensen αH mellem nederste og øverste åbning samt temperaturdifferensen αH_N mellem neutralplanhøjden og øverste åbning, vil kun variere beskedent, i praksis i området 1,0-1,4, hvor den nærmer sig 1,0 for små H_N/H -værdier svarende til, at neutralplanet eksempelvis ligger mellem næst-øverste og øverste åbning.

20.4 Neutralplan mellem næst øverste og øverste åbning

Med eet udløb over neutralplanet kan trykdifferenser, lufthastigheder og volumenstrømme bestemmes af udtrykkene udledt i afsnittene 20.2- 20.4 med H_N som kendt størrelse og med $N_1 = N - 1$ og $N_2 = 1$.

20.4.1 Nødvendige åbningsarealer med basismodeludgave

Med basismodeludgaven kan udløbsarealet fås af ligning (20.22). Indløbsarealer kan fås af ligning (20.18a), når arealerne skal være lig store, og af ligning (20.18b), når volumenstrømmene skal være lige store, i begge tilfælde med $\Delta\rho_{m,j}$ udtrykt ved ligning (20.8).

For udløbsarealet fås med $H_N^{***} = H_N$:

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{\rho_{i,0} - b_0 H_N}{2 \left(\Delta\rho_0 + \frac{1}{2} b_0 H_N \right) g H_N} \right)^{1/2} \quad (20.53)$$

For lige store indløbsarealer fås:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} \left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{\rho_u}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.54)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} (N-1)} \left(\frac{1}{\left(\Delta\rho_0 - \frac{1}{2} b_0 H_j \right) H_j} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_u}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.55)$$

20.4.2 Nødvendige åbningsarealer med temperaturbaseret modeludgave

Med den temperaturbaserede udgave kan det nødvendige udløbsareal fås af ligning (20.43). Indløbsarealer kan fås af ligning (20.38a), når arealerne skal være lige store, og af ligning (20.38b), når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store, i begge tilfælde med $\Delta T_{ref,j}/T_{i,ref,j}$ bestemt af ligning (20.26)

For udløbsarealet fås med $H_N^{**} = H_N$:

$$A_N = \frac{q_{V,ud,tot}}{C_{d,N}} \left(\frac{T_u}{2 \left(\Delta T_0 + \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N \right) g H_N} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0}}{T_{i,0} + \alpha H_N} \right)^{1/2} \quad (20.56)$$

For lige store indløbsarealer fås:

$$A_j = A_1 = \frac{q_{V,ind,tot}}{\sum_1^{N-1} C_{d,j} \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right)^{1/2} H_j^{1/2}} \left(\frac{T_{i,0}}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.57)$$

For indløbsarealer med lige store volumenstrømme fås:

$$A_j = \frac{q_{V,ind,tot}}{C_{d,j} (N-1)} \left(\frac{1}{2 \left(\Delta T_0 - \frac{1}{2} \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_j \right) H_j} \right)^{1/2} \left(\frac{T_{i,0}}{2g} \right)^{1/2} \quad (20.58)$$

20.4.3 Nødvendige åbningsarealer med nettovarmestrømbaseret modeludgave

Med den nettovarmestrømbaserede løsning kan det nødvendige udløbsareal fås af ligning (19.65i) med $\varepsilon_{ref,N}$, $T_{i,ref,N}$ og $T_{i,N}$ bestemt af ligningerne (20.47), (20.46) og (20.49), og der fås:

$$A_N = 130,7 \frac{q_{V,ud,tot}^{3/2}}{C_{d,N} (\Phi_{net} H_N)^{1/2}} \left(\frac{\Delta T_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{T_u}{T_{i,0}} \alpha H_N}{(\Delta T_0 + \alpha H_N) \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N \right)} \right)^{1/2} \quad (20.59)$$

$$\cdot \left(\frac{T_{i,0}}{\left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha}{T_{i,0}} H_N \right) (T_{i,0} + \alpha H_N)} \right)^{3/4}$$

Indløbsarealerne kan, når temperaturlagdelingen er blevet fastlagt, bestemmes af den temperaturbaserede løsning, og de fås af ligning (20.57), når arealerne skal være lige store og af ligning (20.58), når volumenstrømmene gennem åbningerne skal være lige store.

20.5 Åbninger i grupper

De simplificeringer, der er foretaget i afsnit 19.7 med flere åbninger grupperet i samme højdeniveau eller i klynger er uafhængige af temperaturlagdelingens form og gælder derfor uændret med retlinet lagdeling.

Med åbninger grupperet i højdeniveauerne fås samme løsninger som i afsnittene 20.1-20.3, når blot $C_{d,j}A_j$ erstattes af $\sum_1^{n_j} C_{d,j,i}A_{j,i}$

Med åbningerne grupperet i klynger fås ligeledes samme løsninger som i afsnittene 20.1-20.3, ved her at indføre en referenceafstand $H_{j,ref}$ for hver klynge defineret ved ligning (19.65j).

20.6 Tilnærmet model

Den tilnærmede model fås af den ensformede model i tabel 18.1 med en indetemperatur lig med temperaturlagdelingens middeltemperatur $T_{i,m}$ bestemt af:

$$T_{i,m} = T_{i,1} + \alpha \frac{H}{2} = T_u + \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2} \quad (20.60)$$

20.6.1 Tilnærmet basismodeludgave

Den tilnærmede basisudgave fås af tabel 18.1's basismodeludgave ved at erstatte ρ_i og $\Delta\rho$ med $\rho_{i,Tm}$ og $\Delta\rho_{Tm}$ samt H_j med $H_{j,m}$. De to massefyldestørrelser er bestemt af, jf. ligning (19.66):

$$\rho_{i,Tm} = \frac{\rho_u T_u}{T_{i,m}} = \frac{\rho_u T_u}{T_u + \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2}} \quad (20.61)$$

$$\Delta\rho_{Tm} = \rho_u \frac{\Delta T_m}{T_{i,m}} = \rho_u \frac{T_{i,m} - T_u}{T_{i,m}} = \rho_u \frac{T_u + \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2} - T_u}{T_u + \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2}} = \rho_u \frac{\Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2}}{T_u + \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2}} \quad (20.62)$$

og $H_{j,m}$ fås ud fra neutralplanplaceringen, når denne er bestemt iterativt som beskrevet i afsnit 18.2.2.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan åbningsarealerne fås af udtrykkene i afsnit 18.2.5

Den begåede fejl fås af fejlforholdene udtrykt ved ligningerne (19.67) - (19.74) med $\Delta\rho_{m,j}$, H_1^* og H_1^{**} bestemt af ligningerne (20.8), (18.25) og (20.17) for indløbsforholdene og $\rho_{i,j}$, $\Delta\rho_{m,j}$, H_N^* og H_N^{**} bestemt af ligningerne ((20.9), (20.10), (18.27) og (20.23) for udløbsforholdene.

20.6.2 Tilnærmet temperaturdifferensbaseret modeludgave

Den tilnærmede temperaturdifferensbaserede udgave fås af tabel 18.1's temperaturudgave ved at erstatte ρ_i , T_i og ΔT med $\rho_{i,Tm}$, $T_{i,m}$ og ΔT_m samt H_j med $H_{j,m}$, og hvor ΔT_m er bestemt af:

$$\Delta T_m = T_{i,m} - T_u = \Delta T_1 + \alpha \frac{H}{2} \quad (20.63)$$

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan åbningsarealerne fås af udtrykkene i afsnitte-
ne 18.3.1 og 18.3.2.

Den begåede fejl fås af fejlforholdene udtrykt ved ligningerne (19.75) – (19.82) med $T_{i,ref,j}/\Delta T_{ref,j}$, H_1^* og H_1^{**} bestemt af bestemte af ligningerne (20.26), (18.25) og (20.37) for indløbsforholdene og med $T_{i,j}$, $T_{i,ref,j}/\Delta T_{ref,j}$, H_N^* og H_N^{**} bestemt af ligningerne ((20.27), (20.30a), (18.27) og (20.44) for udløbsforholdene.

20.6.3 Tilnærmet nettovarmestrømsbaseret modeludgave

Den tilnærmede nettovarmestrømsbaserede løsning fås af tabel 18.1's nettovarmestømsudgave ved at erstatte ρ_i , T_i , ΔT og Φ_{net} med ρ_{i,T_m} , $T_{i,m}$, ΔT_m og $\Phi_{net}/\varepsilon_{T_m}$, hvor $\varepsilon_{T_m} = \Delta T_N/\Delta T_m$.

Med på forhånd bestemt neutralplanplacering kan åbningsarealerne fås af udtrykkene i afsnitte-
ne 18.4.1 og 18.4.2.

Den begåede fejl er kun bestemt for forholdene i øverste åbning og for den samlede volumenstrøm gennem udløbsåbningerne. Den fås af fejlforholdene udtrykt ved ligningerne (19.83) – (19.88) med ΔT_N , $T_{i,N}$, $T_{i,ref,N}$, H_N^* , H_N^{**} og H_N^{***} bestemt af ligningerne (20.50b), (20.49), (20.50a), (18.27), (20.44) og (20.51).

20.7 Kapitelsammenfatning

Med åbninger i mere end to højdeniveauer og med lineær temperaturlagdeling er der opstillet en strømningssmodel ved at udlede simple, tilnærmede udtryk for indvendig massefyldte med tilhørende massefyldedifferenser (med en fejl mindre end 0,3 %), og de nødvendige temperaturstørrelser til indsættelse i den i kapitel 19 opstillede generelle models basisudgave samt temperaturdifferens- og nettovarmestrømsbaserede udgave. Desuden er udledt tilhørende ligninger til iterativ bestemmelse af neutralplanets placering.

Der er for de enkelte modeludgaver opstillet udtryk for de nødvendige åbningsarealer, når neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde af hensyn til friskluftfordelingen og herunder specielt, når neutralplanet ønskes placeret mellem næst øverste og øverste højdeniveau. Der er i denne sammenhæng skelnet mellem, om indløbsåbningerne skal være lige store, eller om volumenstrømmene gennem disse åbninger skal være lige store.

Modellen kan ved indførelse af hensigtsmæssige referencestørrelser også anvendes, når flere åbninger er samlet i samme højdeniveau eller i en klynge.

Endelig er der opstillet en tilnærmet model på basis af temperaturlagdelingens middeltemperatur med tilhørende udtryk for den begåede fejl.

21. Sammenfatning (for bind 3)

Der er i dette bind udviklet en ny opdriftventilationsmodel, benævnt strømningsmodellen. Modellen er udelukkende baseret på de grundlæggende strømningsligninger, og det er sikret, at åbningernes friktions- og kontraktionsforhold er korrekt medtaget i modellens ligningssystem.

Modellen dækker principielt alle rumudformninger og rumtemperaturforhold, idet der er opstillet modelvarianter for følgende situationer, hvor der i rummet er:

- åbninger i to højdeniveauer og ensformet rumtemperatur,
- åbninger i to højdeniveauer og lagdelt rumtemperatur,
- åbninger i flere end to højdeniveauer og ensformet rumtemperatur,
- åbninger i flere end to højdeniveauer og lagdelt rumtemperatur.

Med lagdelt rumtemperatur og med åbninger i to højdeniveauer er modellen opstillet generelt samt med lineær, S-formet, nedad hul og opad hul lagdeling. Med åbninger i flere end to højdeniveauer er modellen opstillet i sin generelle form og med lineær lagdeling.

Massefylde- og temperaturdifferensen mellem rum- og udeluften samt nettovarmestrømmen til rummet kan hver for sig optræde som uafhængig, termisk variabel, og for at dække disse tilfælde er hver af de ovennævnte fire modelvarianter opstillet i tre udgaver:

- en basisudgave med massefyldedifferensen som eneste, termiske variable, der er specielt velegnet, når en ekstra gaskomponent som fx vanddamp influerer væsentligt på de to luftmassefylder,
- en temperaturdifferensbaseret udgave med temperaturdifferensen som eneste, termiske variable til brug, når primært temperaturen bestemmer de to massefylder,
- en nettovarmestrømbaseret udgave med nettovarmestrømmen som eneste, termiske variable til brug, når det er hensigtsmæssigt at bestemme ventilationsforholdene direkte ud fra nettovarmestrømmen.

Strømningsmodellen kommer derved til at bestå af de modelvarianter og -udgaver, der er vist i tabel 21.1.

Tabel 21.1 Oversigt over de fire modelvarianter og de i alt 12 modeludgaver, der repræsenterer den nyudviklede strømningsmodel.

Modelvarianter		Modeludgaver
Antal højdeniveauer	Rumtemperaturforløb	
to	ensformet	massefyldedifferensbaseret
		temperaturdifferensbaseret
		nettovarmestrømbaseret
to	lagdelt, generelt	massefyldedifferensbaseret
		temperaturdifferensbaseret
		nettovarmestrømbaseret
flere end to	ensformet	massefyldedifferensbaseret
		temperaturdifferensbaseret
		nettovarmestrømbaseret
flere end to	lagdelt, generelt	massefyldedifferensbaseret
		temperaturdifferensbaseret
		nettovarmestrømbaseret

Med hver modeludgave er der udledt udtryk for neutralplanplacering, trykdifferenser over åbningerne, lufthastigheder og volumenstrømme i åbningerne samt nødvendige åbningsarealer for opnåelse af en ønsket termisk komfort. For rum med åbninger i flere end to åbningsniveauer er udtrykkene for de nødvendige åbningsarealer opstillet, når enten åbningsarealforholdene er kendte, eller når neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde for at opnå en bestemt fordeling af den

indstrømmende luft. I sidstnævnte tilfælde skelnes der yderligere imellem, om indløbsarealerne skal være lige store eller om volumenstrømmene gennem indløbsåbningerne skal være lige store, og forholdene behandles specielt, når neutralplanet skal placeres mellem næstøverste og øverste højdeniveau. Endelig er der for simpelhedens skyld indført referencestørrelser for visse højdestørrelser samt for åbningsarealerne i de situationer, hvor flere åbninger ligger i samme højdeniveau, eller hvor flere åbninger er samlet i klynger.

Den opstillede strømningssmodel forudsætter, at neutralplanet ikke skærer en af åbningsfladerne. Risikoen herfor optræder, når åbningerne er lodret- eller skråtstillede, og der er opstillet udtryk for de grænser, forholdet mellem ind- og udløbsarealet skal overholde for at undgå denne skæring og dermed undgå to-vejs strømning i åbningerne.

Modellen gælder uafhængigt af rummets geometri og indretning, åbningsfladenormalernes orientering og åbningernes placering på rummets begrænsningsflader, hvad enten rumtemperaturen er ensformet eller lagdelt, eller der er åbninger i to eller flere højdeniveauer.

Teoretiske analyser gennemført med modellen viser, at der kun er proportionalitet mellem volumenstrøm og ind- eller udløbsareal, når åbningsarealforholdene holdes konstante. Analyserne viser også, at i rum med åbninger i to højdeniveauer, og hvor enten ind- eller udløbsarealet holdes konstant, kan volumenstrømmen kun vokse inden for visse grænser, uanset hvor meget det andet åbningsareal øges. De viser endvidere, at for et givet, samlet åbningsareal fås størst volumenstrøm for et bestemt (optimalt) forhold mellem ind- og udløbsareal. Endelig viser de, at der er grænser for, hvor meget et af åbningsarealerne kan reduceres i forhold til det optimale, hvis volumenstrømmen skal holdes konstant, uanset hvor stort det andet åbningsareal gøres.

For rum med lagdelt rumtemperatur er der opstillet tilnærmede modeller på basis af temperaturlagdelingens middeltemperatur, og de derved begåede fejl er fastlagt.

22. Litteratur (for bind 3)

Andersen, K.T. (2007). Airflow rates by combined natural ventilation with opposing wind - unambiguous solutions for practical use. *Building and Environment*, 42, 534-542.

Andersen, K. T. , Heiselberg, P., & Aggerholm, S. (2002). *Naturlig ventilation i erhvervsbygninger* (By og Byg Anvisning 202). Hørsholm: Statens Byggeforskningsinstitut.

Andersen A & Bjerre M. (2000). *Natural Ventilation – Induced by Combined Wind and Thermal Forces* (Master Thesis). Aalborg: Aalborg Universitet, Afdeling for Indeklima.

ASHRAE (2009). *2009 Handbook – Fundamentals, SI ed., Ventilation and Infiltration, chapter 16*. Atlanta: American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers Inc.

Hellickson, M.A. et al. (1983). In: *Ventilation of Agricultural Structures, Natural Ventilation, chapter 5*. Michigan: American Society of Agricultural Engineering

Hütte (1955). *Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch. Theoretische Grundlagen*. Berlin. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn

Kreichelt, T. E., Kern, G. R., & Higgins, J. F. B. (1976). Natural ventilation in hot process buildings in the steel industry. *Iron and Steel Engineer*, (December), 39-46.

Li, Y., & Delsante, A. (2001). Natural ventilation induced by combined wind and thermal forces. *Building and Environment*, 36, 59-71.

Randall, W., C., & Conover, E. W. (1931). Predetermining the aeration of industrial buildings. *Transactions of the American Society of Heating and Ventilating Engineers*, 37, 605-618.

Selby S.M. (editor) (1967). *Standard Mathematical Tables*. Cleveland: The Chemical Rubber Co. (CRC)

23. Sammenfatning, diskussion og konklusion (for hele afhandling)

I denne afhandling i tre bind er der udviklet en ny opdriftventilationsmodel som resultatet af et litteraturstudium (bind 1), opstillingen af et teoretisk grundlag (bind 2) og selve modelopstillingen (bind 3).

Litteraturstudiet i bind 1 viser, at de i litteraturen hidtidigt anvendte modeller til beskrivelse af opdriftventilation, dvs. søjle-, ventilator- og neutralplanmodellen, giver vidt forskellige beregningsresultater. Dette hænger sammen med, at friktions- og kontraktionsforholdene i åbningerne samt tryk- og rumtemperaturforholdene behandles forskelligt både de enkelte modeller imellem og af de forskellige forfattere inden for samme modeltype. Desuden er der det fælles træk ved de tre litteraturmodellers respektive ligningssystemer, at der ikke er strømningsmæssig sammenhæng mellem den modelligning, der fastlægger drivtrykket og de øvrige modelligninger, der fastlægger henholdsvis rummets massebalance, trykfordelingen i rummet og sammenhængen mellem trykdifferenser og lufthastigheder i åbningerne. Samlet fører dette til behovet for en ny opdriftventilationsmodel baseret på et konsistent modelligningssystem.

I bind 2 opstilles det teoretiske grundlag for en opdriftventilationsmodel under stationære forhold. Det omfatter de grundlæggende ligninger for strømningen gennem et kontrolvolumen, hvis form svarer til det ventilerede rum. Desuden inddrages tryk-, temperatur- og fugtforholdene ude og inde for med god nøjagtighed at kunne bestemme dels de størrelser, der karakteriserer ude- og indeluftens termiske og strømningsmæssige egenskaber, dels de fejl, der begås ved tryk-, temperatur- og fugtbetingede tilnærmelser. Endelig behandles strømningen gennem korte åbninger, hvor der redegøres for åbningernes friktions- og kontraktionsforhold.

I bind 3 opstilles den nye model, benævnt strømningsmodellen. Modellen afviger fra litteraturens modeller ved udelukkende at være baseret på de grundlæggende strømningsligninger. Desuden afviger den ved ikke blot at være opstillet for den simple, traditionelle rumsituation med åbninger i to højdeniveauer og med ensformet rumtemperatur, men ved også at omfatte modelvarianter for rum med åbninger i to højdeniveauer, og hvor rumtemperaturen er lagdelt, samt for rum med åbninger i mere end to højdeniveauer, og hvor rumtemperaturen er ensformet eller lagdelt. Nyt er også, at der for hver modelvariant ud over den traditionelle udgave med temperaturdifferensen mellem inde og ude som uafhængig, termisk variabel, er opstillet modeludgaver med henholdsvis massefyldediferensen mellem ude og inde (en slags basisudgave) og nettovarmestrømmen som uafhængig, termisk variabel, jf. oversigten i tabel 21.1.

Hver af de 12 modeludgaver består af udtryk for neutralplanplacering, trykdifferenser over åbningerne, lufthastigheder og volumenstrømme i åbningerne samt nødvendige åbningsarealer for opnåelse af en ønsket termisk komfort. Derudover er der for rum med åbninger i flere end to åbningsniveauer som noget nyt opstillet udtryk for de nødvendige åbningsarealer, når neutralplanet ønskes placeret i en bestemt højde, og her skelnes yderligere imellem, om indløbsarealerne skal være lige store, eller om volumenstrømmene gennem indløbsåbningerne skal være lige store. Specielt behandles forholdene, når neutralplanet skal placeres mellem næst øverste og øverste højdeniveau.

Nyt i forhold til litteraturen er også analyserne af modellens gyldighedsområde, herunder betydningen af åbningernes placering og orientering og af rummets udformning og indretning. Der er desuden fastlagt de grænser, der skal overholdes af åbningsarealforholdene for at undgå to-vejs strømning i åbningerne.

Af interesse for dimensionering og styring af opdriftventilation er der som noget nyt gennemført analyser af de sammenhænge mellem volumenstrømme og åbningsarealer, der skal gælde for at opnå eller for at fastholde en given volumenstrøm, og for at få størst volumenstrøm for et givet, samlet ind- og udløbsareal (benævnt det optimale åbningsarealforhold). Desuden bestemmes grænserne for den maksimalt opnåelige volumenstrøm ved givne åbningsarealforhold. Som noget, der heller ikke tidligere er set, rummer analyserne for rum med åbninger i to højdeniveauer parameter-

studier med en parameterstørrelse bestemt af forholdet henholdsvis mellem ude- og indetemperatur og mellem åbningernes friktions- og kontraktionsforhold.

Som noget nyt i forbindelse med temperaturlagdeling er neutralplanets placering analyseret ved en lineær temperaturlagdeling i afhængighed af temperatur- og åbningsarealforholdene. Nyt er også, at der for alle rumsituationer med lagdelt rumtemperatur er opstillet tilnærmede modeller baseret på lagdelingens middeltemperatur, og hvor der er opstillet udtryk for den fejl, der derved begås, bestemt af temperatur-, åbnings- og åbningsafstandsforholdene.

23.1 Diskussion

Sammenholdes strømningsmodellens modeludgave gældende for et rum med åbninger i to højdeniveauer og med ensformet rumtemperatur, og hvor temperaturdifferensen er den uafhængige, termiske variable, med litteraturens tre modeller, ses, at der med strømningsmodellen fås samme drivtryk som med de tre modeller, samme fordeling af drivtrykket over de to åbninger og samme sammenhæng mellem drivtryk og lufthastighederne i åbningerne som med ventilator- og neutralplanmodellen og samme trykfordeling i rummet som med neutralplanmodellen. Disse overensstemmelser hænger sammen med de tilnærmelser, der er gjort ved opstillingen af strømningsmodellens grundlæggende strømningsligninger, og som knytter sig til, at nogle af leddene i ligningerne giver så små bidrag til ligningernes opfyldelse, at de kan negligeres. Disse led er bevægelsesmængdeleddene i den lodrette bevægelsesmængdeligning, der kan negligeres i forhold til det dominerende volumen-kraftled. Endvidere er det samme lignings friktionskraftled, der virker langs rummets begrænsningsflader, og som på grund af de små lufthastigheder langs disse flader også kan negligeres i forhold til volumenkraften. Endelig er det de kinetiske og potentielle effektled i energiligningen, der kan negligeres i forhold til nettovarmestrømmen. Tilnærmelserne bevirker:

- at strømningsmodellens lodrette bevægelsesmængdeligning fører til en hydrostatisk trykfordeling i rummet, der igen sammen med den udvendige hydrostatiske trykfordeling og energiligningen for strømningen gennem en åbning fører til samme drivtryk som det, der fås med de intuitive opdriftbetragtninger, der anvendes i litteraturens tre modeller,
- at bevægelsesmængdeligningen sammen med energiligningen for strømningen gennem en åbning fører til samme trykfordeling over åbningerne som den, der intuitivt er anvendt i ventilatormodellen, og som den, der ud fra logiske ræsonnementer fås i neutralplanmodellen,
- at energiligningen for strømningen gennem en åbning fører til samme sammenhæng mellem trykdifferens og strømningshastighed som de intuitive, bernouillilignende betragtninger, der er anvendt i ventilator- og neutralplanmodellen.

Overensstemmelserne betyder, at der med den betragtede modeludgave fås en opdriftventilation, der meget nær er identisk med den, der fås med litteraturens neutralplanmodel i dennes referencemodelform beskrevet i afsnit 2.7.1 i bind 1. Under forudsætning af ens behandling af åbningernes friktions- og kontraktionsforhold bliver nævnte modeludgave også sammenfaldende med ventilatormodellen, når denne udbygges med en neutralplanbetragtning til at beskrive den lodrette trykfordeling i rummet.

Strømningsmodellen beskriver en sammenhængende strømning gennem et kontrolvolumen, hvor kontrolvolumenet sikrer et korrekt regnskab for strømningens udveksling af masse, bevægelsesmængde og energi med omgivelserne. En tilsvarende strømningsmæssig sammenhæng er som tidligere nævnt ikke opfyldt i neutralplanmodellens ligningssystem. At der på trods af denne teoretiske uoverensstemmelse alligevel fås et sammenfald mellem de to modeller, skyldes altså, at en række led, som er med til at sikre den strømningsmæssige sammenhæng, er så små, at de kan negligeres.

For hver af strømningsmodellens varianter er der opstillet et sæt grundlæggende ligninger. For de varianter, der er opstillet for rum med lagdelt rumtemperatur, er det kun den lodrette bevægelsesmængdeligning, der medfører afvigelser i forhold til den tilsvarende ligning i neutralplanmodellens ligningssystem. Bevægelsesmængdeligningen fører, når rummet har åbninger i to højdeniveau-

er, til et drivtryk bestemt af forskellen mellem vægten af en udvendig og indvendig, lodret luftstøje, begge med højden H (åbningsafstanden) og et vandret tværsnit på 1 m^2 , dvs $\Delta p_{driv} = (\rho_u - \rho_{i,m})gH$, hvor $\rho_{i,m}$ er middelmassefylden i den indvendige luftstøje. I litteraturen anvendes de enkelte gange, hvor der betragtes en situation med lagdelt rumtemperatur, middeltemperaturen til bestemmelse af middelmassefylden, men dette er kun tilnærmelsesvis korrekt. Det korrekte er at anvende en referencetemperatur, jf. ligning (15.24b). Ved at bruge den korrekte middelmassefyldning kan neutralplanmodellen også anvendes på rumsituationer med åbninger i to højdeniveauer og med lagdelt rumtemperatur. Man skal dog være opmærksom på, at i de udtryk, ved hvis opstilling massebalance- og/eller energiligningen er anvendt, skal den ensformede rumtemperatur erstattes af rumtemperaturen i højde med udløbet og/eller af referencetemperatur (sammenlign tabel 15.1 med tabel 12.4), og der skal i en nettovarmestrømsbaseret udgave indføres en temperaturdifferenskvotient (se ε_{ref} defineret ved ligning (15.31)).

For den modelvariant, der gælder for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med ensformet rumtemperatur vil den lodrette bevægelsesmængdeligning uændret føre til en hydrostatisk trykligning i rummet, og dette fører igen til drivtrykforhold over de enkelte åbninger, der er analoge til dem over ind- og udløbet i varianten for rum med åbninger i to højdeniveauer. Endelig fås ved at indføre vægtede højdestørrelser en modelvariant, der er analog til varianten gældende for rum med åbninger i to højdeniveauer og med ensformet rumtemperatur (sammenlign tabellerne 18.1 og 12.4).

For modelvarianten for rum med åbninger i flere end to højdeniveauer og med lagdelt rumtemperatur gør omtrentlig de samme forhold sig gældende, hvad angår referencetemperatur, temperaturer ud for udløbsåbningerne og temperaturdifferenskvotient, som for varianten med åbninger i to højdeniveauer, og ved brug af vægtede højdestørrelser og af referencetemperature får varianten en form, der er analog til den for to åbninger, jf. tabellerne 19.1 og 15.1.

I analyserne af strømningsmodellens gyldighedsområde fås uafhængigheden af åbningernes placering og orientering og af rummets form og indretning ved brug af lodret bevægelsesmængdeligning. Denne uafhængighed vil også gælde for neutralplanmodellen, da samme bevægelsesmængdeligning kan opstilles for neutralplanmodellen uafhængigt af dennes ligningssystem. Yderligere vil de for strømningsmodellen fundne grænser for åbningsarealforholdene, der skal hindre to-vejs strømning, også kunne udledes af neutralplanmodellens ligningssystem. For begge modeller er det vigtigt for disse grænser, om åbningerne er vandret-, lodret- eller skråstillede.

De analyser, der er gennemført af sammenhængen mellem volumenstrømme og åbningsarealer for at opnå eller fastholde en given volumenstrøm, få størst volumenstrøm for et givet, samlet ind- og udløbsareal, samt finde grænserne for den maksimalt opnåelige volumenstrøm ved givne åbningsarealforhold, vil også kunne gennemføres for neutralplanmodellen med dennes ligningssystem.

Sammenfattende ses, at strømningsmodellen og neutralplanmodellen har ens anvendelsesområde og ens gyldighedsområde. Det skal bemærkes, at uafhængigheden af rummets form er i god overensstemmelse med modelforsøgsresultaterne omtalt i afsnittene 2.5 og 2.7.9.2 i bind 1. Det skal også bemærkes, at det er muligt at opstille en generel strømningsmodel gældende for alle de nævnte rumsituationer ved indførelse af karakteristiske højde- og termiske størrelser, jf. tabellerne 12.4, 15.1, 18.1 og 19.1.

Strømningsmodellen har den fordel frem for neutralmodellen, at der er så meget styr på de gjorte tilnærmelser, at fejlen ved at anvende modellen i forskellige situationer kan bestemmes.

23.2 Konklusion

Der er med denne afhandling udviklet en ny opdriftventilationsmodel, strømningsmodellen, der som noget nyt i forhold til litteraturens modeller er baseret alene på de grundlæggende strømningsligninger uden intuitive betragtninger af nogen art. Resultatet er en model, der gælder for alle rumudformninger og rumtemperaturforhold uanset åbningernes placering og orientering og uanset rum-

mets geometriske form og indretning, og med et veldefineret gyldighedsområde, hvor der er opstillet grænser for de åbningsarealforhold, der skal overholdes for at undgå to-vejs strømning i åbningerne

Der fås med strømningsmodellen resultater, der ligger tæt på de resultater, der kan fås med litteraturens neutralplanmodel, hvilket indikerer, at der har været en god intuition til stede ved opstillingen af neutralplanmodellen, herunder specielt ved bestemmelsen af drivtrykket og ved valget af sammenhængen mellem trykdifferens og lufthastigheder i åbningerne.

Strømningsmodellen er fordelagtig i forhold neutralplanmodellen derved, at opstillingsmetoden sikrer en korrekt inddragelse af åbningernes friktions- og kontraktionsforhold og af rumtemperaturforholdene specielt ved temperaturlagdeling og en sikker fastlæggelse af gyldighedsområdet. Endvidere betyder opstillingsmetoden, at der er så meget styr på de gjorte tilnærmelser, at de begåede fejl ved brugen af modellen under forskellig forhold kan bestemmes.

Alt i alt er den nye model en pålidelig referencemodel, der kan fjerne den usikkerhed ved brugen af opdriftventilation, der har været knyttet til de hidtil anvendte modeller.