



AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Aalborg Universitet

Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton

Jensen, B. C.; Sørensen, John Dalsgaard

Publication date:
2004

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Jensen, B. C., & Sørensen, J. D. (2004). *Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton*. Institut for Bygningsteknik, Aalborg Universitet. Structural Reliability Theory Bind R0403 Nr. 232
<http://www.civil.auc.dk/i6/publ/JDS-Resumerapport-2.pdf>

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Sammen

Sammenligning af
sikkerhedsniveauet for
elementer af beton og
letbeton

B. C. Jensen, J. D. Sørensen

Paper No 232

Structural Reliability Theory

ISSN 1395-7953 R0403

The ***Structural Reliability Theory*** papers are issued for early dissemination of research results from the Structural Reliability Group at the Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University. These papers are generally submitted to scientific meetings, conferences or journals and should therefore not be widely distributed. Whenever possible reference should be given to the final publications (proceedings, journals, etc.) and not to the Structural Reliability Theory papers.

Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton

Bjarne Chr. Jensen, Ingeniørhøjskolen Odense Teknikum

John Dalsgaard Sørensen, Aalborg Universitet

Februar 2004

Indhold:

1	Introduktion	3
1.1	Formål	3
1.2	Baggrund	3
1.3	Konklusion	3
2	Materialebeskrivelse	5
3	Sikkerhedsvurderingsmetode	7
3.1	Partialkoefficientmetoden	7
3.2	Sikkerhedsindeksmetoden	7
4	Bæreevne ved beregning	9
4.1	Enkeltpændte dæk	9
4.2	Uarmeret, centralt belastet væg	13
4.3	Uarmeret, excentrisk belastet væg uden trækstyrke medregnes	16
4.4	Uarmeret, excentrisk belastet væg hvor trækstyrke medregnes	20
5	Sikkerhedsniveau og partialkoefficienter for beton og letbeton konstruktioner	23
5.1	Sikkerhedsniveau for enkeltpændte dæk – Bøjningsbæreevne	26
5.2	Sikkerhedsniveau for enkeltpændte dæk – Forskydningsbæreevne	29
5.3	Bæreevner af uarmerede centralt belastede vægge	33
5.4	Uarmeret, excentrisk belastet væg uden trækstyrke medregnes	37
5.5	Sammenfatning	40
6	Robusthed	42
6.1	Generelt	42
6.2	Duktilitet	42
6.3	Soliditet	45
6.4	Sammenfatning vedr. robusthed	45
7	Acknowledgement	47
8	Litteratur	47

1 Introduktion

1.1 Formål

Formålet med projektet er på en række udvalgte punkter at sammenligne beregningsmetoder og sikkerhedsniveau for konstruktionselementer af henholdsvis uarmeret beton og armeret beton og af letbeton. Hensigten er at belyse om elementer af beton og elementer af letbeton sikkerhedsmæssigt er stillet ens i deres indbyrdes konkurrence.

1.2 Baggrund

Med udgivelse af DS 420 har letbetonelementer fået deres egen konstruktionsnorm. Noget tilsvarende gælder ikke for betonelementer, hvor der er og har været mange års tradition for, at de dækkes af den almindelige betonnorm DS 411. I hvilken udstrækning det er hensigtsmæssigt eller ej, er ikke et spørgsmål, der er til diskussion her. Derimod er nærværende arbejde et led i en vurdering af, om de forskellige konstruktionsmaterialer konkurrerer på lige vilkår. Et væsentligt element til igangsætning af arbejdet er en forhåndsviden om, at uarmeret beton har et større sikkerhedsniveau end armeret beton, og at armeret beton har et sikkerhedsniveau svarende til øvrige konstruktionsmaterialer som stål, træ, aluminium etc.

I rapporten er givet en række delkonklusioner og kommentarer. Desuden er en række iagttagelser om ensartetheder og forskelle nævnt. De baserer sig på udvalgte emner om sikkerhed ved beregning, der er vurderet sammen med nogle konstruktive forhold fra de to normer. Der er altså ikke tale om en total sammenligning af de to normer, bl.a. er kontrolniveauer og prøvningsstandarder ikke sammenlignet.

I kapitel 2 beskrives kort materialerne beton og letbeton og i kapitel 3 omtales hvorledes sikkerheden af konstruktioner kan vurderes vha. partialkoefficientmetoden og sikkerhedsindeksmetoden. Kapitel 4 indeholder en detaljeret gennemgang og sammenligning af beregningsmetoder til bestemmelse af den regningsmæssige bæreevne for udvalgte konstruktionselementer i henhold til betonnormen DS411:1998 og letbetonnormen DS420:2003, der begge er baseret på partialkoefficientmetoden. I kapitel 5 benyttes sikkerhedsindeksmetoden til at fastlægge sikkerhedsniveauer for de fleste konstruktionselementer, der er undersøgt i kapitel 4. Der opstilles stokastiske modeller for laster, materialeparametre og modelusikkerheder og sikkerhedsniveauerne sammenlignes. Kapitel 6 sammenligner de krav til robusthed, som stilles i betonnormen DS411:1998 og letbetonnormen DS420:2003.

1.3 Konklusion

Hovedkonklusionen af rapporten er at betonelementer og letbetonelementer ikke konkurrerer på lige vilkår. Baggrunden for denne hovedkonklusion er i hovedtræk følgende forhold:

- Armeret beton og armeret letbeton til dækelementer har et sikkerhedsniveau svarende til de øvrige klassiske konstruktionsmaterialer som stål, træ og aluminium. Det skyldes at armeringen i de to normer har samme partialkoefficient.
- Uarmerede vægelementer af beton har et betydeligt højere sikkerhedsniveau end det, der svarer til de øvrige konstruktionsmaterialer. En ændring af partialkoefficienten for uarmeret præfabrikeret beton fra 2,5 til 1,82 ($\gamma_2=1.5$, $\gamma_1=1.1$ og $\gamma_4=1.1$) vil bringe materialerne på samme sikkerhedsniveau.
- Uarmerede vægelementer af letbeton har et lavere sikkerhedsniveau end det, der svarer til de øvrige konstruktionsmaterialer. En forøgelse af partialkoefficienten for uarmeret letbeton er således nødvendig for at bringe materialerne på samme sikkerhedsniveau. Statistisk analyse

af de eksakte forøgsdata, som ikke har været til rådighed i dette projekt, kan evt. nedsætte modelusikkerheden for letbeton og dermed reducere partialkoefficienten.

- Partialkoefficienten for materialeparametre bestemmes som et produkt af en række delfaktorer. Fastsættelsen af delfaktorerne γ_1 (afhængighed af brudform) og γ_4 (sikkerhed ved bestemmelse af materialeparametre) er meget vigtig, og bør fastsættes ud fra de samme principper for letbeton og beton.
- Letbetonnormen tillader at trækstyrker medregnes ved tværbelastede vægge. Det gør betonnormen ikke. Rimeligheden af denne forskel er ikke diskuteret i rapporten, men, hvis der er forhold, der taler for at trækstyrken kan medregnes for letbetonelementer, bør betonelementer have samme mulighed med dertil hørende krav for at kunne gøre det.
- Ved stabilitetsberegninger er der i betonnormen anvendt et forsigtighedsprincip ved fastsættelse af elasticitetsmodul. Det er ikke tilfældet i letbetonnormen – for letbeton uden tilslag vælges endda et elasticitetsmodul, der ligger langt over det, der i øvrigt angives i letbetonnormen med deraf for højt beregnet bæreevne i forhold til den, man ville få med det mere korrekte elasticitetsmodul.
- Af hensyn til bl.a. robusthed indeholder de to normer en række krav og begrænsninger. Disse regler er i vid udstrækning parallelle, men det er karakteristisk, at letbetonnormen tager lettere på disse ting end betonnormen, ligesom letbetonnormen ikke indeholder retningslinier for, hvorledes robusthedskrav kan regnes tilgodeset.
- Blandt de punkter, hvor betonnormens krav er strengere end letbetonnormens, er følgende: armeringens duktilitet, minimumsarmering, vægges slankhedsforhold, vægtykkelser og begrænsninger i styrker. Desuden er der en øget partialkoefficient på uarmeret beton i forhold til det, der bestemmes af sikkerhedsniveauet. I betonnormen øges partialkoefficienten fra 1,65 til 2,5, når betonen ændres fra armeret til uarmeret beton. I letbetonnormen finder ikke nogen forøgelse sted. Alt sammen noget der betyder, at byggeri med letbetonelementer er mindre robust end byggeri med betonelementer.

Sammenfattende kan det konstateres at normalt må det forventes, at et byggeri med letbetonelementer har mindre sikkerhed og mindre robusthed end et byggeri med betonelementer, hvis de er beregnet efter henholdsvis letbetonnormen og betonnormen.

2 Materialebeskrivelse

Beton

Beton består af cement, tilslag (grus og sten), vand og eventuelle tilsætningsmidler. Alle delmaterialerne skal opfylde en række standarder og sammensættes i henhold til DS 481. Disse forhold skal ikke gennemgås nærmere her, blot skal det konstateres, at produktet som konstruktionsmateriale er dækket af Eurocodesystemet og af Dansk Standards normer for konstruktioner, herunder DS 411, Norm for Betonkonstruktioner. Denne norm forudsætter at betonens tørdensitet er over 2000 kg/m^3 . Normen gælder for såvel uarmeret som armeret beton, og den gælder for beton støbt på stedet og for betonelementer. I henhold til betonnormen må den karakteristiske betonstyrke ikke regnes højere end 60 MPa for armeret beton og 25 MPa for uarmeret beton.

Betonelementer kan anvendes til mange forskellige typer bygninger, men vi vil her koncentrere os om elementer til vægge og dæk, idet det er her, der umiddelbart kan foretages sammenligning med elementer af letbeton.

Letbeton

Letbeton dækker to meget principielt forskellige materialer, nemlig det der kaldes *letbeton uden tilslag* og *letbeton med uorganiske, porøse tilslag*.

Letbeton uden tilslag

Letbeton af denne type er en porebeton produceret i en autoklave og kaldes også autoklaveret porebeton eller blot porebeton. I daglig tale ofte gasbeton, uanset hvem der har produceret porebetonen. Råmaterialerne til porebeton skal opfylde kravene i EN 12602, 4.1.

Porebeton har typisk densiteter fra 250 kg/m^3 til 1000 kg/m^3 og deklarerede styrker (\approx karakteristiske styrker) fra 1,5 MPa til 7 MPa. Produktet som konstruktionsmateriale er dækket af Dansk Standards normer for konstruktionsmaterialer, herunder DS 420, Norm for letbetonkonstruktioner af letbetonelementer.

Porebeton anvendes som blokke, hvor det er dækket af DS 414, Norm for murværkskonstruktioner, men denne anvendelse skal ikke yderligere omtales her. Desuden anvendes porebeton til dækelementer og vægelementer til lavt byggeri, hvor det som nævnt er dækket af DS 420.

Letbeton med uorganiske, porøse tilslag

Letbeton af denne type består af cement, tilslag, (letklinker og sand) vand og eventuelle tilsætningsstoffer. Alle delmaterialer skal opfylde kravene i den harmoniserede standard EN 1520. Det betyder, at letklinkerne skal være i overensstemmelse med EN 13055-1 og øvrige delmaterialer skal være i overensstemmelse med EN 206-1:2000, 5.1.

Letbeton af denne type betegnes typisk letklinkerbeton, som følge af dens indhold af letklinker, der er klinkebrændt ler.

Letklinkerbeton kan fremstilles med åben struktur, og det er den type hvorom betegnelsen letklinkebeton normalt anvendes. Den kan også fremstilles med lukket struktur, hvor den kaldes letkonstruktionsbeton, og den omtales senere. Letklinkebetonen med åbenstruktur, dvs. hvor mellemrummene mellem tilslagskornene kun delvist er udfyldt med cementpasta, fremstilles ved en tørstøbning, og den har typisk densiteter fra 950 kg/m^3 til 1950 kg/m^3 og deklarerede styrker fra 3,5 MPa til 20 MPa.

Produktet som konstruktionsmateriale anvendt i elementer er dækket af Dansk Standards normer for konstruktionsmaterialer, herunder DS 420, Norm for letbetonkonstruktioner af letbetonelementer. Letklinkebeton anvendes typisk som dæk- og vægelementer til bygninger i moderat højde, dvs. op til 5 etager.

Let konstruktionsbeton

Let konstruktionsbeton kan være en letklinkerbeton med lukket struktur, dvs. hvor mellemrummene mellem tilslagskornene er udfyldt med kitmasse. Let konstruktionsbeton har typisk densiteter fra 1400 kg/m^3 til 2000 kg/m^3 og typisk styrker fra 15 MPa og op til 50 MPa.

Let konstruktionsbeton er dækket af Eurocodesystemet, idet Eurocode 2 indeholder et kapitel om let konstruktionsbeton. I Danmark er det dækket af DS 411, Norm for betonkonstruktioner, idet der tidligere har været udarbejdet et DS/INF 103, Teknisk rapport vedrørende konstruktioner af let konstruktionsbeton, der knyttede den lette konstruktionsbeton til DS 411. Netop nu er DS 411 Tillæg 1, Norm for konstruktioner af letbeton med lukket struktur udsendt til høring. Den indeholder nogle justeringer af DS 411, således at DS 411 med justeringerne kan anvendes for let konstruktionsbeton.

Desværre indeholder DS 420 ikke nogen klar formulering af, at den begrænser sig til letklinkerbeton med åben struktur, dvs. der er uklarhed over hvilken norm, der er gældende for let konstruktionsbeton med lukket struktur. Dansk Standard må opfordres til at få fjernet denne uklarhed, og det er vores opfattelse, at det skal ske ved at behandle let konstruktionsbeton som et tillæg til DS 411, således som det hidtil har været dansk praksis, og således som det gøres i Eurocodes.

Let konstruktionsbeton er for øjeblikket ikke særlig meget anvendt i Danmark og er ikke yderligere behandlet her.

3 Sikkerhedsvurderingsmetode

3.1 Partialkoefficientmetoden

I såvel de danske normer som i de europæiske Eurocodes vurderes sikkerheden mod brud, kaldet brudgrænsetilstanden, ved hjælp af partialkoefficientmetoden.

Ved denne metode udtrykkes materialernes styrkeparametre ved hjælp af karakteristiske værdier normalt svarende til 5% fraktilen, dvs. den værdi, hvorunder 5 % af forsøgsresultater vil falde, hvis man lavede uendeligt mange forsøg til bestemmelse af styrkeparameteren.

De laster, der påføres konstruktionerne betegnes karakteristiske laster, og de er fastsat som 50% fraktilen for permanent last og som 98% fraktilen for variabel last.

Lasterne påføres partialkoefficienter (partielle sikkerheder) og den regningsmæssige lastvirkning findes. Styrkeparametrene påføres ligeledes partialkoefficienter, og konstruktionernes regningsmæssige modstandsevne findes. Den regningsmæssige modstandsevne skal være større end den regningsmæssige lastvirkning, hvis konstruktionens regningsmæssige bæreevne skal være tilstrækkelig.

Partialkoefficienterne kan fastsættes efter sikkerhedsindeksmetoden. Metoden muliggør at sikkerheden kan fastlægges på en sådan måde, at uanset hvilket materiale, der anvendes, vil sikkerheden mod brud være den samme. Sikkerhedsindeksmetoden muliggør hensyntagen til usikkerheder, brudtyper etc., se efterfølgende afsnit 3.2. Samme sikkerhed opnås ved at vælge samme sikkerhedsindeks uanset konstruktionsmateriale. I Eurocodes anbefales samme fremgangsmåde, og den er i Danmark fulgt i konstruktionsnormerne DS 409 – DS 415, hvor der er anvendt et sikkerhedsindeks på 4,8. Ved fastsættelse af partialkoefficienter har Dansk Standards udvalg for last og sikkerhed normalt været inddraget i de enkelte materialenormers fastsættelse af partialkoefficienter.

3.2 Sikkerhedsindeksmetoden

Sikkerhedsniveauet kan fastlægges ved at benytte den såkaldte sikkerhedsindeksmetode, hvor der bestemmes et sikkerhedsindeks β . Groft set svarer et sikkerhedsindeks β til en årlig svigtsandsynlighed på $10^{-\beta}$. Ved kalibreringen af partialkoefficienter i de reviderede danske normer i 1998 blev der benyttet et sikkerhedsniveau, som i normal sikkerhedsklasse og svigt uden bæreevnereserve svarer til $\beta = 4,8$. Det er vigtigt at bemærke, at dette sikkerhedsniveau (sikkerhedsindeks) ikke repræsenterer et absolut sikkerhedsniveau (svigtsandsynlighed pr. år), men kan benyttes ved sammenligninger af sikkerhedsniveauer for f.eks. forskellige materialer og laster. Endvidere er sikkerhedsniveauet knyttet til valget af stokastisk model (fordelingstyper og variationskoefficienter). Den stokastiske model, som er benyttet ved kalibreringen af partialkoefficienter i de danske normer er beskrevet i Sørensen et al. [8] og [9].

Et sikkerhedsindeks kan bestemmes ved at opstille en svigtfunktion, f.eks.:

$$g = R - S$$

hvor R er bæreevnen og S er lasten. Negative værdier af g svarer til svigt. Generelt kan svigtfunktionen skrives som en funktion af stokastiske variable X_1, X_2, \dots, X_n , der modellerer de parametre, som er usikre (stokastiske). Usikkerheden kan skyldes naturlige variationer af parameteren (f.eks. vindlast og betons trykstyrke), statistiske usikkerheder (relateret til at datagrundlaget er begrænset) og modelusikkerheder.

Svigtsandsynligheden P_f svarende til svigtfunktionen g bestemmes ved sikkerhedsindeksmetoden af

$$P_f = P(g \leq 0) \cong \Phi(-\beta)$$

hvor

β sikkerhedsindeks

$\Phi(\cdot)$ fordelingsfunktion for Normalfordeling med middelværdi = 0 og spredning = 1

Sikkerhedsindekset bestemmes ved først at omformulere svigtfunktionen til en funktion af normerede og uafhængige Normalfordelte stokastiske variabler, og dernæst at linearisere svigtfunktionen i designpunktet (hvis koordinater er de mest sandsynlige værdier af de stokastiske variable i tilfælde af svigt). Svigtsandsynligheden er approksimativ pga. lineariseringen.

Til vurdering af konstruktioners sikkerhedsniveau anbefales sikkerhedsindeksmetoden bl.a. i Eurocode 0, [14] – Annex C (hvor det anbefalede sikkerhedsindeks er $\beta = 4.7$ med en referenceperiode på 1 år), i ISO 2394, [15] og af JCSS – Joint Committee of Structural Safety, [13].

4 Bæreevne ved beregning

I det følgende er enkelte beregningsmetoder for beton- og letbetonelementer gennemgået og kommenteret. Beregningsmetoderne er taget fra henholdsvis DS 411 og DS 420, der i det følgende også kaldes henholdsvis betonnormen og letbetonnormen.

Der er foretaget konkrete sammenligninger af regningsmæssige styrker for beton- og letbetonelementer ved anvendelse af beregningsmetoderne. Sammenligningerne er foretaget for de samme styrker for de forskellige betontyper. Det er gjort, for at kunne foretage kvantitative sammenligninger, selv om det for nogle betontyper er ekstreme værdier. De i letbetonnormen anvendte deklarerede styrkeparametre sidestilles med de i betonnormen anvendte karakteristiske værdier. Regningsmæssige styrkeparametre fremkommer ved at dividere deklarerede/karakteristiske værdier med partilakoefficienter. Alle sammenligninger er foretaget i normal sikkerhedsklasse og normal kontrolklasse, hvor de anvendte partilakoefficienter ifølge normerne er:

Beton

Beton til armeret beton: $\gamma_c = 1,65$

Beton til uarmeret beton $\gamma_c = 2,50$

Armering: $\gamma_s = 1,30$

Letbeton

Letbetons trykstyrke og E-modul: $\gamma_c = 1,50$

Letbetons bøjningstrækstyrke $\gamma_c = 1,65$

Armering: $\gamma_s = 1,30$

Der skelnes ikke mellem armeret og uarmeret letbeton.

Det bemærkes at betonnormen i pkt. 1.4.1 (2)P indeholder en sætning, der gør at kombinationen af høj sikkerhedsklasse og lempet kontrolklasse ikke må kombineres. En tilsvarende udelukkelse af denne kombination findes ikke i letbetonnormen.

I de fleste tilfælde, er sammenligningerne foretaget for en deklareret/karakteristisk styrke på 7,5 MPa, der er en høj styrke for porebeton, en middelstyrke for letklinkerbeton og en ekstremt lav styrke for beton til elementer.

For bøjning i enkeltspændte dækelementer er sammenligningen foretaget for en deklareret/karakteristisk styrke på 15 MPa, der er en middel til høj styrke for letklinkerbeton og en lav styrke for beton til elementer.

4.1 Enkeltspændte dæk

Beregning af bæreevner for beton og letbeton sammenlignes for bøjningsbæreevne og for forskydningsbæreevne. For forskydningsbæreevne sammenlignes kun tilfældet med ikke-forskydningsarmerede plader, svarende til at forskydningsarmering stort set aldrig anvendes i plader.

4.1.1 Bøjningsbæreevne

I såvel betonnormen som letbetonnormen forudsættes armeringsmængden, således at der ved brud kan regnes med flydning i armeringen og trykbrud i betonen. Betonens styrke regnes lig med den regningsmæssige trykstyrke fra dækoversiden og så langt ned i dækket, at der er vandret ligevægt mellem armeringskraften og betontrykket. Den regningsmæssige momentbæreevne kan herefter skrives som

$$M_{Rd} = \omega \left(1 - \frac{1}{2} \omega \right) b d^2 f_{cd} \text{ eller}$$

$$M_{Rd} = \left(1 - \frac{1}{2} \omega \right) d A_s f_{yd}$$

hvor

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} \text{ armeringsgraden}$$

b tværsnittets bredde

d tværsnittets nyttehøjde

A_s trækarmringens tværsnitsareal

f_{cd} betonens regningsmæssige styrke (for letbeton den deklarerede styrke divideret med partialkoefficienten, dvs. $\frac{f_{cg}}{\gamma_c}$)

f_{yd} armeringens regningsmæssige styrke

Bæreevnerne for bøjning sammenlignes i et konkret tilfælde med deklareret/karakteristisk styrke på 15 MPa. Det gøres på et 180 mm tykt dæk, armeret med $\emptyset 10$ pr 150 mm og en nyttehøjde $d = 155$ mm. Armeringens karakteristiske flydespænding er 550 MPa.

Letbeton

$$f_{cg} = 15 \text{ MPa}, \quad \gamma_c = 1,5, \quad d = 155 \text{ mm}, \quad f_{yd} = \frac{550}{1,3} = 423 \text{ MPa}, \quad A_s = \frac{79}{0,15} = 527 \text{ mm}^2 / \text{m},$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yk} \gamma_c}{b d f_{ck} \gamma_s} = \frac{79 \cdot 550 \cdot 1,5}{150 \cdot 155 \cdot 15 \cdot 1,3} = 0,144$$

$$M_{Rd} = \left(1 - \frac{1}{2} 0,144 \right) 155 \cdot 527 \cdot 423 \cdot 10^{-6} = 32,0 \text{ kNm} / \text{m}$$

Beton

$$f_{ck} = 15 \text{ MPa}, \quad \gamma_c = 1,65, \quad d = 155 \text{ mm}, \quad f_{yd} = \frac{550}{1,3} = 423 \text{ MPa}, \quad A_s = \frac{79}{0,15} = 527 \text{ mm}^2 / \text{m},$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yk} \gamma_c}{b d f_{ck} \gamma_s} = \frac{79 \cdot 550 \cdot 1,65}{150 \cdot 155 \cdot 15 \cdot 1,3} = 0,158$$

$$M_{Rd} = \left(1 - \frac{1}{2} 0,158 \right) 155 \cdot 527 \cdot 423 \cdot 10^{-6} = 31,8 \text{ kNm} / \text{m}$$

Bæreevnen er altså ganske lidt større for letbeton på grund af den mindre partialkoefficient på betonstyrken.

4.1.2 Forskydningsbæreevne

For såvel beton som letbeton findes forskydningsbæreevnen for ikke-forskydningsarmerede plader ved hjælp af formler, der er empiriske, men som afspejler forskellige forhold, der har indflydelse på bæreevnen. Den regningsmæssige forskydningskraftbæreevne kan efter letbetonnormen henholdsvis betonnormen skrives som

$$\text{Letbeton uden tilslag: } V_{Rd} = 0,063 \frac{\sqrt{f_{cg}}}{\gamma_c} (1 - 0,83 d)(1 + 240 \rho_l) b d$$

$$\text{Letbeton med porøse tilslag: } V_{Rd} = 0,125 \frac{f_{lg}}{\gamma_{c2}} k (1,2 + 40 \rho_l) b d$$

$$\text{Beton: } V_{Rd} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40 \rho_l) b z$$

hvor

f_{cg}	deklarerede trykstyrke
γ_c	partialkoefficienten for trykstyrke
d	tværsnittets nyttehøjde (indsættes i meter i $(1 - 0,83 d)$)
b	tværsnittets bredde
$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b d}$	længdearmeringsforholdet
A_{sl}	tværsnitsarealet af længdearmeringen
f_{lg}	deklarerede bøjningstrækstyrke
γ_{c2}	partialkoefficienten for bøjningstrækstyrke
$k = 1,6 - d$	hvor d indsættes i meter
f_{ctd}	betons regningsmæssige enaksede trækstyrke
z	indre momentarm.

Det bemærkes, at man i betonnormen har en styrkeforøgelse nær vederlagene som en effekt af buevirkningen. Den er ikke medtaget i foran angivne udtryk for bæreevnen for beton. I letbetonnormen er denne effekt ikke medregnet. I hvilken udstrækning effekten forekommer ved letbeton er os ikke bekendt, men nogen effekt vil der formodentlig være, men i letbetonnormen er der på den sikre side set helt bort fra effekten.

Det bemærkes også, at der anvendes forskellige partialkoefficienter for de to typer letbeton. I formlerne ovenfor er indsat et udtryk for en grundlæggende forskydningsstyrke, kaldet τ_{ud} i letbetonnormen.

For letbeton uden tilslag er den $0,063 \frac{\sqrt{f_{cg}}}{\gamma_c}$ og for letbeton med porøse tilslag er den $0,125 \frac{f_{lg}}{\gamma_{c2}}$. Da den grundlæggende forskydningsstyrke normalt fastsættes i forhold til trækstyrken, kan det undre, at der ikke anvendes partialkoefficienten for bøjningstrækstyrken i begge tilfælde.

Det kan ligeledes undre, at man i letbetonnormen anvender nyttehøjden d i formlerne, mens man i betonnormen anvender den indre momentarm z . Teoretisk set er d forkert, idet det svarer til, at der også optages forskydningsspændinger i trykzonen. Anvendelse af z baseres på antagelse af at træk- og trykkræfter til optagelse af bøjning optræder som stringerkræfter med afstanden z imellem stringerne. Heller ikke det er helt korrekt, idet størst forskydning ofte forekommer, hvor der er mindst bøjning, mens værdien for z findes, hvor der er størst moment. Det ene er altså ikke nødvendigvis mere rigtigt end det andet, men det ville være ønskeligt med samme afstand i de to normer, idet metoderne til beregning af forskydningsbæreevnen grundlæggende er ens.

Bæreevnerne for forskydning sammenlignes i et konkret tilfælde med deklareret/karakteristisk styrke på 7,5 MPa. Det gøres på et 180 mm tykt dæk, armeret med $\emptyset 10$ pr 150 mm og en nyttehøjde $d = 155$ mm.

Letbeton uden tilslag

$$f_{cg} = 7,5MPa, \gamma_c = 1,5, d = 155mm, \rho_l = \frac{A_s}{bd} = \frac{79}{150 \cdot 155} = 0,0034$$

$$V_{Rd} = 0,063 \frac{\sqrt{7,5}}{1,5} (1 - 0,83 \cdot 0,155) (1 + 240 \cdot 0,0034) 10^3 \cdot 155 = 28200N/m = 28,2kN/m$$

Letbeton med porøse tilslag

$$f_{cg} = 7,5MPa, \gamma_c = 1,65, d = 155mm, \rho_l = \frac{A_s}{bd} = \frac{79}{150 \cdot 155} = 0,0034, k = 1,6 - 0,155 = 1,445m$$

Der regnes med en middeldensitet på letbetonen på 1400 kg/m³ og dermed findes jf. letbetonnormen pkt. 3.4.4(4)

$$\eta_1 = 0,45 + 0,45 \frac{1400}{1100} = 1,023 \text{ og } f_{ig} = 0,42 f_{cg}^{\frac{2}{3}} \eta_1 = 0,42 \cdot 7,5^{\frac{2}{3}} \cdot 1,023 = 1,65MPa$$

$$V_{Rd} = 0,125 \frac{1,65}{1,65} 1,445 (1,2 + 40 \cdot 0,0034) 10^3 \cdot 155 = 37400N/m = 37,4kN/m$$

I virkeligheden kan bæreevnen regnes endnu større, idet den deklarerede bøjningstrækstyrke for letbeton er større end den, der beregnes efter letbetonnormens formler. I [1] anføres en deklareret bøjningstrækstyrke på $f_{ig} = 1,8MPa$. Anvendes denne værdi findes:

$$V_{Rd} = 37,4 \frac{1,8}{1,65} = 40,8kN/m$$

Beton

$$f_{ck} = 7,5MPa, \gamma_c = 1,65, d = 155mm, \rho_l = \frac{A_s}{bd} = \frac{79}{150 \cdot 155} = 0,0034, k = 1,6 - 0,155 = 1,445m$$

$$f_{ctk} = \sqrt{0,1 f_{ck}} = \sqrt{0,1 \cdot 7,5} = 0,87MPa, f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = \frac{0,87}{1,65} = 0,53MPa$$

Der regnes med at armeringens karakteristiske flydespænding er $f_{yd} = 550MPa$ og dermed findes

$$\text{armeringsgraden til } \omega = \frac{A_s f_{yk} \gamma_c}{bd f_{ck} \gamma_s} = \frac{79 \cdot 550 \cdot 1,65}{150 \cdot 155 \cdot 7,5 \cdot 1,3} = 0,316.$$

$$\text{Den indre momentarm findes til } z = \left(1 - \frac{1}{2} \omega\right) d = \left(1 - \frac{1}{2} \cdot 0,316\right) 155 = 131mm$$

$$V_{Rd} = 0,25 \cdot 0,53 \cdot 1,445 (1,2 + 40 \cdot 0,0034) 10^3 \cdot 131 = 33700N/m = 33,7kN/m$$

Bæreevnen er altså 83% af bæreevnen for letbeton med porøse tilslag

På baggrund af foranstående kan konkluderes:

Bøjningsbæreevnen beregnes efter samme bæreevneformler, men på grund af forskelle i partialkoefficienter vil letbeton have en lidt større bøjningsbæreevne end beton.

Ved forskydningsbæreevnen anvendes forskellige partialkoefficienter for letbeton, afhængig af om det er letbeton uden tilslag eller letbeton med porøse tilslag.

Ved beregning af forskydningsbæreevnen medregner letbetonnormen ikke nogen buevirkning, der, hvis den er til stede, vil øge bæreevnen nær vederlag.

Selv om forskydningsbæreevnen for letbeton med porøse tilslag beregnes efter samme principper og med samme partialkoefficient som for beton, bliver forskydningsbæreevnen størst for letbeton, idet man anvender nyttehøjden og betonnormen anvender den indre momentarm.

4.2 Uarmeret, centralt belastet væg

4.2.1 Bæreevne

Selv om centralt belastede vægge i princippet ikke findes, foretages alligevel en sammenligning af formlerne for centralt belastede vægge, idet de ofte anvendes som udgangspunkt for excentrisk belastede vægge.

Betonvæg

I henhold til betonnormen anvendes Ritters formel med restriktioner på elasticitetsmodulen, således at den regningsmæssige kritiske spænding er

$$\sigma_{crd} = \frac{f_{cd}}{1 + \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} \left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

hvor l er søjlelængden og i er inertiradius.

For elasticitetsmodulet anvendes ikke begyndelseselasticitetsmodulet, men en reduceret størrelse, der sættes til 75% af begyndelseselasticitetsmodulet, dog maksimalt $E_{ocrd} = 1000 f_{cd}$

For uarmeret beton må maksimalt regnes med $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$, og for sådanne styrker er det $E_{ocrd} = 1000 f_{cd}$, der er gældende. Den reducerede elasticitetskoefficient fører til mindre regningsmæssige bæreevner, og den er anvendt, dels fordi der er stor spredning på sammenhængen mellem elasticitetsmodul og trykstyrke, og dels fordi søjleberegninger generelt er usikre.

For en væg med tykkelsen t kan man skrive inertiradius $i^2 = \frac{I}{A_c} = \frac{\frac{1}{12}bt^3}{bt} \Rightarrow i = \frac{t}{\sqrt{12}}$

Den regningsmæssige bæreevnen N_{Rd} bliver hermed

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

For betonstyrke op til maksimalt 25 MPa gælder som nævnt $E_{ocrd} = 1000 f_{cd}$ og dermed bliver faktoren $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = 10^{-4}$, idet π^2 er sat til 10. Bæreevnen bliver dermed

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

For betonstyrker større end 25 MPa, bliver faktoren foran $A_c f_{cd}$ mindre, idet $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}}$ bliver større end 10^{-4} .

Letbeton

Letbetonnormen anfører i pkt. 6.2.3.3 en bæreevneformel for excentrisk last. Sættes excentriciteten til nul findes bæreevnen til

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

idet der er indført den regningsmæssige styrke i stedet for $\frac{f_{cg}}{\gamma_c}$. Det ses at formelen svarer til formelen for beton, når betonstyrken er mindre end eller lig med 25 MPa. Det svarer til at man også for letbeton anvender $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = 10^{-4}$.

4.2.2 Sammenligning af bæreevner

I letbetonnormen er elasticitetsmodulerne beskrevet under punkterne 6.3.5(6) for letbeton uden tilslag og i 6.3.5(7) for letbeton med porøse tilslag.

For *letbeton uden tilslag* angives den nedre karakteristiske værdi i MPa til

$$E_{cg} = 4,5(\rho - 150) \text{ idet } \rho \text{ er middeldensitet i kg/m}^3.$$

For en letbeton uden tilslag ses nu på et eksempel med $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ og styrken $f_c = 7,5 \text{ MPa}$. For dette tilfælde beregnes elasticitetskoefficienten til

$$E_{cg} = 4,5(1000 - 150) = 3825 \text{ MPa}$$

Indsættes denne værdi i udtrykket for faktoren i nævneren til bæreevneudtrykket findes

$\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = \frac{7,5}{\pi^2 \cdot 3825} = 2,0 \cdot 10^{-4}$ og ikke 10^{-4} som ligger til grund for bæreevneformlen i letbetonnormen. Hvis man yderligere ville reducere elasticitetsmodulet til 75% af begyndelseshærdheden, sådan som det er gjort i betonnormen, ville man få $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = 2,6 \cdot 10^{-4}$.

For *letbeton med porøse tilslag* angives tilsvarende

$$E_{cg} = 9500 f_{cg}^{\frac{1}{3}} \eta_2 \text{ og } \eta_2 = \frac{14}{22} \frac{\rho_g}{2200} \text{ for } \rho_g \leq 1400 \text{ kg/m}^3$$

Vi ser nu på et eksempel med $\rho = 1400 \text{ kg/m}^3$ og styrken $f_c = 7,5 \text{ MPa}$. For dette tilfælde beregnes elasticitetskoefficienten til

$$\eta_2 = \frac{14}{22} \cdot \frac{1400}{2200} = 0,405 \text{ og } E_{cg} = 9500 \cdot 7,5^{\frac{1}{3}} \cdot 0,405 = 7531 \text{ MPa}$$

Indsættes denne værdi i udtrykket for faktoren i nævneren til bæreevneudtrykket findes

$$\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = \frac{7,5}{\pi^2 \cdot 7531} = 1,01 \cdot 10^{-4} \text{ hvilket svarer til de } 10^{-4}, \text{ som ligger til grund for bæreevneformlen}$$

i letbetonnormen. Hvis man yderligere ville reducere elasticitetsmodulet til 75% af begyndelsesværdien, sådan som det er gjort i betonnormen, ville man få $\frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} = 1,3 \cdot 10^{-4}$.

Foretages yderligere en sammenligning for en væg med $l = 2800$ mm og $t = 150$ mm findes

Letbetonnormens og betonnormens formel:

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2800}{150}\right)^2} A_c f_{cd} = 0,705 A_c f_{cd}$$

Indsættes yderligere styrken $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$, hvor $f_{ck} = 7,5 \text{ MPa}$, findes pr. m væg

Beton efter betonnormens metode:

$$N_{Rd} = 0,705 \cdot 0,15 \cdot \frac{7,5}{2,5} 10^3 = 317 \text{ kN / m}$$

Letbeton efter letbetonnormens metode:

$$N_{Rd} = 0,705 \cdot 0,15 \cdot \frac{7,5}{1,5} 10^3 = 529 \text{ kN / m}$$

Det ses at letbetonens bæreevne er væsentlig større end betonens på grund af forskellen i partialkoefficienterne.

Anvendes i stedet de værdier for begyndelseselasticitetsmodulet der er udregnet ovenfor findes tilsvarende:

Letbeton uden tilslag med "korrekt" elasticitetsmodul

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (2,0 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (2,0 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150}\right)^2} 150 \frac{7,5}{1,5} = 408 \text{ kN / m}$$

Letbeton med porøse tilslag og med "korrekt" elasticitetsmodul:

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (1,01 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (1,01 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150}\right)^2} 150 \frac{7,5}{1,5} = 527 \text{ kN / m}$$

Det ses at letbeton med porøse tilslag får samme bæreevne som findes af formelen fra letbetonnormen. For letbeton uden tilslag findes derimod kun 77% af letbetonnormens bæreevne.

Anvendes desuden samme forsigtighedsprincip for letbeton som for beton, dvs. et formindsket be-
gyndelseselasticitetsmodul findes

Letbeton uden tilslag med forsigtigt elasticitetsmodul som i betonnormen

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (2,6 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150} \right)^2} 150 \frac{7,5}{1,5} = 359 \text{ kN / m}$$

Letbeton med porøse tilslag og med forsigtigt elasticitetsmodul som i betonnormen:

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150} \right)^2} 150 \frac{7,5}{1,5} = 486 \text{ kN / m}$$

Det ses, at med det forsigtige elasticitetsmodul, svarende til betonnormens beregningsmetode får letbeton med porøse tilslag en bæreevne, der er 92% af letbetonnormens bæreevne, mens letbeton uden tilslag kun får 68% af letbetonnormens bæreevne.

På baggrund af foranstående kan derfor konkluderes:

Letbetonnormen forudsætter samme forhold mellem styrke og elasticitetsmodul som betonnormen ved beregning af centralt belastede vægge/søjler, selv om der opgives andre sammenhænge mellem styrker og elasticitetsmoduler i letbetonnormen.

Letbetonnormen angiver samme bæreevne af centralt belastede vægge/søjler for letbeton uden tilslag og letbeton med porøse tilslag, selv om der angives forskellige elasticitetsmoduler for de to materialer.

Betonnormen anvender et forsigtigt elasticitetsmodul ved bæreevneberegning, hvilket ikke er tilfældet ved letbeton.

Anvendes samme forsigtige sammenhæng mellem elasticitetsmodul og styrke for letbeton som for beton findes med de beregnede eksempler at bæreevne bliver ned til 68% af den bæreevne letbetonnormen giver. Anvendes de sammenhænge der anføres i letbetonnormen bliver de tilsvarende bæreevner ned til 77% af den bæreevne letbetonnormen giver.

Sammenlignes alene bæreevnerne ved hjælp af normernes formler, giver letbetonnormen væsentlig højere bæreevne på grund af betonnormens store partialkoefficient.

4.3 Uarmeret, excentrisk belastet væg uden trækstyrke medregnes

4.3.1 Bæreevne

Under forudsætning af at excentriciteterne er så små, at væggene kan bære uarmerede, har de to normer formler for bæreevner, der minder om hinanden i deres opbygning.

Letbeton

Den regningsmæssige bæreevne bestemmes af

$$N_{sd} = \frac{\frac{f_{cg}}{\gamma_c} A_c}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d - 2e_t} \right)^2}$$

hvor

- f_{cg} deklarerede trykstyrke for letbetonen
 γ_c partialkoefficienten for letbetons trykstyrke
 l_s søjlelængden
 t_d væggens regningsmæssige tykkelse
 e_t resulterende excentricitet
 $A_c = l(t_d - 2e_t)$ - det trykkede areal
 l vægtværsnittets længde

Man kan erstatte det trykkede areal med det totale areal $A = lt_d$ og da $A_c = A \left(1 - 2 \frac{e_t}{t_d} \right)$ finder man

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{t_d} \right) \frac{f_{cg}}{\gamma_c} A}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d - 2e_t} \right)^2}$$

Beton

Den regningsmæssige bæreevne bestemmes af

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{t_d} \right)^p f_{cd} A}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d} \right)^2}$$

hvor

- f_{cd} regningsmæssig trykstyrke for betonen
 l_s søjlelængden
 t_d væggens regningsmæssige tykkelse
 e_t resulterende excentricitet
 A tværsnitsarealet

$$p = 1 + \frac{l_s}{25t_d}$$

Formlen for letbeton baserer sig på, at Ritters søjleformel anvendes for et tværsnit, der får et jævnt fordelt tryk placeret symmetrisk om normalkraftens angrebepunkt. For formelen gør der sig alle de ting om elasticitetsmodulet gældende, der er nævnt i afsnit 4.2.2.

Formlen for beton er en tilnærmelse til flere formler, der beskriver forskellige brudformer, se f.eks. [3].

4.3.2 Sammenligning af bæreevner

En væg med tykkelse 150 mm og højde 2,8 m betragtes. Højden svarer til væggenes søjlelængde, og væggen belastes af en lodret last N med excentriciteten $e_l = 40$ mm.

Væggenes bæreevne N_{Rd} bestemmes, hvis den udføres letbeton og beton. For sammenligningens skyld sættes styrken til 7,5 MPa, dvs. for letbeton er det den deklarerede trykstyrke og for beton er det den karakteristiske styrke.

Letbeton efter letbetonnormens formel

$$\gamma = 1,5$$

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 40}\right)^2} \frac{f_{cg}}{\gamma} A = 0,160 \frac{7,5}{1,5} 150 = 120 \text{ kN / m}$$

Beton efter betonnormens formel

$$\gamma = 2,5$$

$$p = 1 + \frac{2800}{25 \cdot 150} = 1,75$$

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)^{1,75}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2800}{150}\right)^2} \frac{f_{ck}}{\gamma} A = 0,186 \frac{7,5}{2,5} 150 = 83,7 \text{ kN / m}$$

Det bemærkes, at der er en betydelig forskel i bæreevnen. Det bemærkes også at bæreevnen for letbeton er uafhængigt af hvilken type letbeton, der er tale om, selv om der er betydelig forskel i de to typers elasticitetsmodul, jf. afsnit 4.2.2.

I stedet for letbetonnormens formel gennemføres beregningerne med de rigtige elasticitetsmoduler for letbeton, forstået som de sammenhænge mellem elasticitetsmodul og styrke, der er angivet i letbetonnormen. Værdierne for disse elasticitetskoefficienter er beregnet i afsnit 4.2.2 for såvel letbeton uden tilslag som for letbeton med porøse tilslag.

Letbeton uden tilslag med "korrekt" elasticitetsmodul

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)}{1 + 12 \cdot (2,0 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 40}\right)^2} \frac{7,5}{1,5} 150 = 72,3 \text{ kN / m}$$

Letbeton med porøse tilslag med "korrekt" elasticitetsmodul

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)}{1 + 12 \cdot (1,01 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 40}\right)^2} \frac{7,5}{1,5} 150 = 119 \text{ kN / m}$$

Det ses at letbeton med porøse tilslag får samme bæreevne som findes af formelen fra letbetonnormen. For letbeton uden tilslag findes derimod kun 60% af letbetonnormens bæreevne.

Anvendes samme forsigtighedsprincip for letbeton som for beton, dvs. et formindsket begyndelseselasticitetsmodul findes

Letbeton uden tilslag med forsigtigt elasticitetsmodul som i betonnormen

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)}{1 + 12 \cdot (2,6 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 40}\right)^2} \frac{7,5}{1,5} 150 = 58,4 \text{ kN/m}$$

Letbeton med porøse tilslag med forsigtigt elasticitetsmodul som i betonnormen

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{40}{150}\right)}{1 + 12 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4}) \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 40}\right)^2} \frac{7,5}{1,5} 150 = 100 \text{ kN/m}$$

Det ses at med det forsigtige elasticitetsmodul, svarende til betonnormens beregningsmetode får letbeton med porøse tilslag en bæreevne, der er 83% af letbetonnormens bæreevne, mens letbeton uden tilslag kun får 49% af letbetonnormens bæreevne.

På baggrund af beregningerne kan derfor konkluderes:

Letbetonnormen forudsætter samme forhold mellem styrke og elasticitetsmodul ved beregning af uarmerede excentrisk belastede vægge/søjler som betonnormen forudsætter ved stabilitetsberegninger, selv om der opgives andre sammenhænge mellem styrker og elasticitetsmoduler i letbetonnormen.

Letbetonnormen angiver samme bæreevne af excentrisk belastede vægge/søjler for letbeton uden tilslag og letbeton med porøse tilslag, selv om der angives forskellige elasticitetsmoduler for de to materialer.

Betonnormen anvender et forsigtigt elasticitetsmodul ved bæreevneberegning, hvilket ikke er tilfældet ved letbeton.

Anvendes samme forsigtige sammenhæng mellem elasticitetsmodul og styrke for letbeton som for beton, findes med de beregnede eksempler at bæreevne bliver ned til 49% af den bæreevne letbetonnormen giver. Anvendes de sammenhænge der anføres i letbetonnormen bliver de tilsvarende bæreevner ned til 60% af den bæreevne letbetonnormen giver.

Sammenlignes alene bæreevnerne ved hjælp af normernes formler, giver letbetonnormen væsentlig højere bæreevne på grund af betonnormens store partialkoefficient.

4.4 Uarmeret, excentrisk belastet væg hvor trækstyrke medregnes

4.4.1 Bæreevne

Letbetonnormen tillader at deklareret trækstyrke tages i regning for tværbelastede vægge, jf. letbetonnormens afsnit 6.2.3.4. En tilsvarende beregningsmetode tillades ikke i betonnormen, hvor der derimod er sat begrænsninger for anvendelse af betons trækstyrke, jf. betonnormens afsnit 5.1.1(3)P, 5.1.1(4) og 6.2.1.2(1)P. En vindpåvirket facadevæg er et typisk eksempel på et konstruktionselement, hvor letbetonnormen tillader at medregne trækstyrken, hvorimod betonnormen ikke tillader trækstyrken medregnet.

En uarmeret tværbelastet betonvæg skal derfor beregnes efter metoden beskrevet i denne rapport's afsnit 4.3.1. Kan den ikke holde efter denne beregningsmetode, skal den derfor armeres.

En uarmeret tværbelastet letbetonvæg med deklarerede tryk- og bøjningstrækstyrker kan beregnes efter letbetonnormens afsnit 6.2.3.4. Efter disse regler skal det eftervises at de regningsmæssige trækspændinger σ_{td} og de regningsmæssige trykspændinger σ_{cd} opfylder efterfølgende betingelser, idet spændingerne regnes lineærelastiske:

$$\sigma_{td} = -\frac{N_d}{bt} + \frac{6N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \frac{N_d e_t}{bt^2} \leq \frac{f_{tg}}{\gamma}$$

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{bt} + \frac{6N_{cr}}{N_{cr} - N_d} \frac{N_d e_t}{bt^2} \leq \frac{f_{cg}}{\gamma}$$

hvor

N_d regningsmæssig normalkraft (positiv som tryk)

e_t resulterende excentricitet fra såvel lodret som vandret last

f_{tg} letbetonens deklarerede bøjningstrækstyrke

f_{cg} letbetonens deklarerede trækstyrke

$$N_{cr} = k_s f_{cd} A_c$$

$$A_c = b(t - 2e_{cr})$$

$$k_s = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t - 2e_{cr}} \right)^2}$$

l_s søjlelængde

e_{cr} letbetonelementets afvigelse fra plan form

γ partialkoefficient (forskellig i de to formler)

Den anvendte formel er generelt accepteret og baseres på elasticitetsteorien, idet 2. ordenseffekten er indregnet, se f.eks. [4].

Der er i letbetonnormen indført en ekstra sikkerhed ved at N_{cr} beregnes på basis af A_c og ikke det fulde areal. Til gengæld indeholde faktoren k_s alle de usikkerheder med elasticitetsmodulet, der er beskrevet i afsnit 4.2.2 og som er eksemplificeret i afsnittene 4.2.2 og 4.3.2.

4.4.2 Sammenligning af bæreevner

For at sammenligne letbetonnormens bæreevne med betonnormens bæreevne se igen på et vægelement med tykkelse $t = 150 \text{ mm}$ og højde $l_s = 2,8 \text{ m}$. Betonstyrken sættes til $f_{ck} = f_{cg} = 7,5 \text{ MPa}$. For letbeton sættes den deklarerede trækstyrke til $f_{tg} = 1,8 \text{ MPa}$.

Væggen belastet med en lodret regningsmæssig last $N_d = 50 \text{ kN/m}$. Herefter beregnes hvilken resulterende excentricitet e_t den regningsmæssige lodrette last kan placeres med efter de to normer.

Beton

Der kan ikke regnes med trækstyrker efter betonnormen så bæreevnen bestemmes efter formlerne for beton i afsnit 5.3.1

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{t_d}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d}\right)^2} f_{cd} A, \quad p = 1 + \frac{l_s}{25 t_d} \quad \text{og} \quad \gamma = 2,5$$

Indsættes findes

$$p = 1 + \frac{2800}{25 \cdot 150} = 1,75$$

$$50 = \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{150}\right)^{1,75}}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2800}{150}\right)^2} \frac{7,5}{2,5} 150 \Rightarrow e_t = 48 \text{ mm}$$

Letbeton

Letbetonnormens formler anvendes, idet $e_{cr} = \frac{l_s}{500} = \frac{2800}{500} = 6 \text{ mm}$

$$A_c = 1000(150 - 2 \cdot 6) = 138 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

$$k_s = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{2800}{150 - 2 \cdot 6}\right)^2} = 0,67$$

$$N_{cr} = 0,67 \frac{7,5}{1,5} 138 = 462 \text{ kN/m}$$

Først ses på den begrænsning bøjningstrækstyrken giver

$$-\frac{50}{150} + \frac{6 \cdot 462}{462 - 50} \cdot \frac{50 e_t}{150^2} = \frac{1,8}{1,65} \Rightarrow e_t = 95 \text{ mm}$$

Dernæst ses på den begrænsning trykstyrken giver

$$\frac{50}{150} + \frac{6 \cdot 462}{462 - 50} \cdot \frac{50 e_t}{150^2} = \frac{7,5}{1,5} \Rightarrow e_t = 312 \text{ mm}$$

Det ses, at det er bøjningstrækstyrken, der er den begrænsende faktor.

Det bemærkes også, at den resulterende excentricitet for letbeton må være dobbelt så stor som for beton. Betydningen kan være lidt vanskelig at se, men antager man, at den regningsmæssige lodrette last har excentriciteten $e = 20 \text{ mm}$, skyldes resten af excentriciteten den vandrette last, f.eks. vind på en facadevæg. Man får altså for det samlede moment i væggen

$$M = N_d e_t = N_d e + \frac{1}{8} p l^2$$

Beton

$$M = 50 \cdot 0,048 = 50 \cdot 0,020 + \frac{1}{8} p 2,8^2 \Rightarrow p = 1,43 \text{ kN/m}^2$$

Letbeton

$$M = 50 \cdot 0,095 = 50 \cdot 0,020 + \frac{1}{8} p 2,8^2 \Rightarrow p = 3,83 \text{ kN/m}^2$$

Det ses altså at letbetonvæggen kan bære en vandret last, der i det her tilfælde er 2,7 gange den vandrette last en tilsvarende betonvæg kan bære.

På baggrund af ovenstående kan konkluderes

Letbetonnormen tillader anvendelse af bøjningstrækstyrke i tværbelastede vægge, hvilket ikke tillades i betonnormen.

Letbetonnormens formel for beregning af tværbelastede vægge er en anerkendt formel, hvor normen anvender en mindre kritisk normalkraft end den traditionelle euler-kraft, dog med anvendelse af elasticitetsmoduler, med de problemer, der er beskrevet i afsnit 4.2.2.

Anvendelse af bøjningstrækstyrke betyder at letbetonvægge kan optage betydeligt større vandrette kræfter end tilsvarende betonvægge, når de belastes med samme lodrette last – i et gennemregnet eksempel 2,7 gange så stor en vandret last.

5 Sikkerhedsniveau og partialkoefficienter for beton og letbeton konstruktioner

Sikkerhedsniveauet afhænger dels af fastlæggelsen af den karakteristiske bæreevne og dels af partialkoefficienterne:

- I henhold til DS 409 defineres den karakteristiske bæreevne som 5 % fraktilen i fordelingsfunktionen for bæreevnen. Hvis bæreevnen bestemmes ved beregning ved anvendelse af en matematisk model benyttes normalt karakteristiske værdier af de indgående materialeparametre. Imidlertid kan en ikke-lineær model og / eller bias (modellen over- eller undervurdere den reelle bæreevne) gøre, at den karakteristiske bæreevne er konservativ / ikke-konservativ.
- Partialkoefficienternes størrelse afspejler den usikkerhed, som er forbundet med bæreevnen og lasteffekten. Usikkerhedernes størrelse modelleres primært ved variationskoefficienten og dels ved typen af statistisk fordelingsfunktion (Normal, Lognormal og Gumbel fordelinger er de mest anvendte). Kendes usikkerheden kan partialkoefficienterne kalibreres ved anvendelse af statistiske metoder (pålidelighedsteori), således at det ønskede sikkerhedsniveau opnås.

Derudover kan der i sikkerhedsniveauet indgå andre ting som f.eks. minimumskrav forårsaget af ønsker til en vis robusthed. Stilles der f.eks. krav om minimumsarmering, der er større end den armeringsmængde en beregning vil stille, betyder det naturligvis et højere sikkerhedsniveau. Sådanne forhold kan ikke behandles generelt og er ikke medregnet i sikkerhedsvurderingen, men omtalt selvstændigt i kapitlet: Robusthed.

I dette kapitel vurderes sikkerhedsniveauet med udgangspunkt i de bæreevnomodeller, som er beskrevet i kapitel 4 og de usikkerheder, der er knyttet til laster, materialeparametre og modeller. Disse usikkerheder er beskrevet i det følgende.

Laster

Til vurdering af sikkerhedsniveauet betragtes konstruktioner belastet med egenvægt og variabel last fra naturlast (vind eller sne) eller nyttelast. Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger kan lasten skrives:

$$S = z((1 - \alpha)G + \alpha Q)$$

hvor

- z designvariabel, der skalerer lasten så normens designligning bliver opfyldt.
- G permanent last
- Q variabel last (naturlast eller nyttelast)
- α faktor til modellering af hvor stor en del af lasten, der er henholdsvis variabel og permanent last. Hvis $\alpha = 1$ er al last variabel last.

Ved design efter normen skrives designlasten (den regningsmæssige last) iht. DS 409:1998:

$$S_d = z((1 - \alpha)G_k \gamma_G + \alpha Q_k \gamma_Q)$$

hvor

- G_k karakteristisk værdi af permanent last (= middelværdi)
- γ_G partialkoefficient for permanent last (= 1.0)
- Q_k karakteristisk værdi af variabel last (= 98% fraktil i årlig maksimal last)
- γ_Q partialkoefficient for variabel last (= 1.3 for nyttelast og = 1.5 for naturlast)

variabel	Fordeling	Middelværdi	Variationskoefficient	Kilde
Permanent last G	Normal	1	10 %	Sørensen et al. [8]
Variabel last Q Nyttelast	Gumbel	1	20 %	Sørensen et al. [8]
Variabel last Q Naturlast	Gumbel	1	40 %	Sørensen et al. [8]

Tabel 1. Stokastisk model for laster.

Til vurdering af sikkerhedsniveauet benyttes for laster den stokastiske model i tabel 1, som er i overensstemmelse med den model, der blev benyttet ved kalibrering af partialkoefficienter i de nye danske normer i 1998, se Sørensen et al. [8] og Sørensen et al. [9].

Materialeparametre - Styrker

Stokastiske modeller for materialeparametre baseres i denne rapport dels på baggrundsdokumentet Sørensen et al. [8], den probabilistiske modelcode JCSS [13], der løbende opdateres af JCSS (Joint Committee of Structural Safety, se www.jcss.ethz.ch), et EU projekt om usikkerheder og partialkoefficienter for betonelementer af almindelig beton og præfabrikeret beton, se Gulvanesian et al. [10], BIH - hæfte 8 [11] og Goltermann et al. [12]. I de 2 sidstnævnte referencer, som omhandler vægge af letbeton med porøse tilslag, er i figurer vist forsøgsresultater for en række materialeparametre. Disse forsøgsresultater har været anvendt ved fastlæggelse af usikkerheder og dermed partialkoefficienter i letbetonnormen. De nøjagtige data og den præcise baggrund for disse har ikke været til rådighed i dette projekt, og statistiske parametre (middelværdi og spredning), som er anvendt i denne rapport, er derfor delvist estimeret på basis af data aflæst på figureerne.

Modelusikkerheder

Ved vurdering og sammenligning af sikkerhedsniveauer for forskellige konstruktioner og materialer bør følgende aspekter vedr. modelusikkerheder inddrages:

- Modelusikkerheder ved materialeparametre
 - Materialeparametres størrelse fastlægges normalt på basis af laboratorieforsøg. Usikkerheden knyttet til materialeparameteren skyldes
 - naturlig, fysisk usikkerhed
 - evt. statistisk usikkerhed pga. få testresultater
 - evt. usikkerhed ved overførsel af værdier fra laboratorium til 'virkelig' konstruktion
 - Modelusikkerhed kan f.eks. skyldes 'lack-of-fit' ved valg / fastlæggelse af fordelingsfunktion ud fra data
- Modelusikkerheder ved beregningsmodeller kan skyldes:
 - At der i beregningsmodellerne er negligeret en eller flere variabler, som har betydning for bæreevnen
 - At der benyttes en simplificeret matematisk model (sammenlignet med en bedre, men uhensigtsmæssig beregningstung model, f.eks. en finite element model)

Ved vurdering af modelusikkerhedernes betydning kan der skelnes mellem om bæreevnen fastsættes ved beregning eller baseret på forsøg:

- Hvis bæreevnen fastsættes ved beregning bør både materialeparametrenes usikkerhed og modelusikkerheden medtages ved sikkerhedsvurderinger.

Hvis bæreevnen fastsættes baseret på forsøg, skal både usikkerheden (variabiliteten) fra forsøgsresultaterne og evt. usikkerhed ved overførsel af værdier fra laboratorium til 'virkelig' konstruktion medtages ved sikkerhedsvurderinger. Modelusikkerhed vil normalt være inkluderet i usikkerheden (variabiliteten) fra forsøgsresultaterne.

Fastlæggelse af sikkerhedsniveau

Sikkerhedsniveauet kan fastlægges ved at benytte den såkaldte sikkerhedsindeksmetode, se afsnit 2.2.

Sikkerhedsindeks bestemmes ved at opstille følgende svigtfunktion:

$$g = R - S = R - z((1 - \alpha)G + \alpha Q)$$

hvor R er bæreevnen. Negative værdier af g svarer til svigt. Lastfaktoren z bestemmes af designudtrykkene for regningsmæssig last S_d og regningsmæssig bæreevne R_d , således at $S_d = R_d$.

Sikkerhedsniveauet for forskellige konstruktionselementer i beton og letbeton er i det følgende bestemt som middelværdien af 6 sikkerhedsindekser bestemt for

- Variabel last = naturlast eller nyttelast
- $\alpha = 0.3, 0.4$ og 0.5 (fordeling mellem permanent last og variabel last)

Partialkoefficienter

Den regningsmæssige bæreevne R_d bestemmes på basis af en regningsmæssig værdi m_d af materialeparameteren:

$$m_d = \eta \frac{m_k}{\gamma_m}$$

hvor

η konverteringsfaktor

m_k karakteristiske værdi af materialeparameter, typisk 5% fraktilen.

γ_m materiale partialkoefficient, der ifølge DS 409:1998 bestemmes af

$$\gamma_m = \gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 \gamma_5$$

hvor

γ_0 tager hensyn til svigtkonsekvenserne, se tabel 2

γ_1 tager hensyn til bruddets karakter, se tabel 3

γ_2 tager hensyn til muligheden af ugunstige afvigelser fra den karakteristiske værdi af materialeparameteren, se tabel 4

γ_3 tager hensyn til usikkerhed i beregningsmodellen hidrørende, se tabel 5

γ_4 tager hensyn til sikkerheden ved fastsættelsen af materialeparameteren i konstruktionen på grundlag af den kontrollerede materialeparameter, se tabel 6

γ_5 tager hensyn til omfanget af kontrollen på byggeplads eller arbejdssted (udover den statiske kvalitetskontrol), se tabel 7

Sikkerhedsklasse	lav	Normal	høj
γ_0	0,90	1,00	1,10

Tabel 2. γ_0 - sikkerhedsklasse.

Brudtype	Sejt		Skørt
	med reserve	uden reserve	
γ_1	0,90	1,00	1,10

Tabel 3. γ_1 - brudtype.

Variationskoefficient	<0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
γ_2	1,30	1,38	1,50	1,64	1,83	2,06

Tabel 4. γ_2 som funktion af variationskoefficienten (5 % fraktiler).

	God	Normal	Dårlig
γ_3	0,95	1,00	1,10
Normal nøjagtighed i beregningsmodellen svarer til sædvanlige beregninger af normale konstruktioner			

Tabel 5. γ_3 - beregningsmodellens nøjagtighed.

Sikkerhed	Stor	Middel	Lille
γ_4	0,95	1,00	1,10

Tabel 6. γ_4 - sikkerheden ved fastsættelse af værdien for materialeparametre i konstruktionen bestemt på grundlag af den kontrollerede materialeparameter.

Kontrolklasse	Skærpet	Normal	Lempet
γ_5	0,95	1,00	1,10

Tabel 7. γ_5 - omfang af kontrol for materialeidentitet og udførelse.

γ_2 repræsenterer således usikkerheden knyttet til materialeparameteren. I sikkerhedsvurderingerne, som beskrives i det følgende, vælges alle partialkoefficienter for beton og letbeton γ_c derfor lig γ_2 , idet der kun ses på selve usikkerheden, og ikke på brudform (γ_1) og usikkerhed ved vikarierende materialeparametre (γ_4). Det skal dog understreges, at fastsættelsen af disse for beton- og letbetonkonstruktioner er meget vigtigt, og bør fastsættes ud fra de samme principper. Det bemærkes endvidere, at den grundlæggende kalibrering af partialkoefficienter til de danske 1998 konstruktionsnormer var baseret på materialepartialkoefficienter lig γ_2 værdier og usikkerheder af laster og materialeparametre som beskrevet i Sørensen et al. [8]. I de enkelte konstruktionsnormer er der så efterfølgende vurderet hvilke værdier af faktorerne γ_1 , γ_3 og γ_4 , der skal benyttes for de forskellige anvendelser.

I det følgende anvendes bæreevne modellerne beskrevet i kapitel 4 til at opskrive udtryk for henholdsvis den regningsmæssige bæreevne og bæreevnen til sikkerhedsberegninger.

5.1 Sikkerhedsniveau for enkeltspændte dæk – Bøjningsbæreevne

Beton

Den regningsmæssige momentbæreevne skrives

$$M_{Rd} = \left(1 - \frac{1}{2}\omega\right) d A_s f_{yd}$$

hvor

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} \text{ armeringsgraden}$$

b tværsnittets bredde

d tværsnittets nyttehøjde

A_s trækarmringens tværsnitsareal

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad \text{betonens regningsmæssige trykstyrke}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \text{armeringens regningsmæssige styrke}$$

$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$ partialkoefficient for betons trykstyrke – i betonnormen anvendes desuden $\gamma_4 = 1.1$ (lille sikkerhed ved bestemmelse af trykstyrke)

$\gamma_s = \gamma_2 = 1.3$ partialkoefficient for armeringen

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$M_R = X_R \left(1 - \frac{1}{2} \omega \right) d A_s f_y$$

hvor

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b d f_c} \quad \text{armeringsgraden}$$

f_c betonens trykstyrke

f_y armeringens styrke

X_R modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne

Letbeton

Den regningsmæssige momentbæreevne skrives

$$M_{Rd} = \left(1 - \frac{1}{2} \omega \right) d A_s f_{yd}$$

hvor

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} \quad \text{armeringsgraden}$$

b tværsnittets bredde

d tværsnittets nyttehøjde

A_s trækarmoringens tværsnitsareal

$$f_{cd} = \frac{f_{cg}}{\gamma_c} \quad \text{letbetonens regningsmæssige trykstyrke}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad \text{armeringens regningsmæssige styrke}$$

$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$ partialkoefficient for letbetons trykstyrke

$\gamma_s = \gamma_2 = 1.3$ partialkoefficient for armeringen

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$M_R = X_R \left(1 - \frac{1}{2} \omega \right) d A_s f_y$$

hvor

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b d f_c} \quad (\text{armeringsgraden})$$

f_c letbetonens styrke

f_y armeringens styrke

X_R modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne

Variabel	Fordeling	Karakteristisk værdi	Variationskoefficient	Kilde
Beton – almindelig				
Betontrykstyrke	Lognormal	15 MPa	15 %	JCSS [13] Gulvanesian et al. [10] Sørensen et al. [8]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nytteøjde	Normal		Spredning = 5 mm	Gulvanesian et al. [10]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	8.5 %	Gulvanesian et al. [10]
Beton – præfab.				
Betontrykstyrke	Lognormal	15 MPa	6 %	Gulvanesian et al. [10]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nytteøjde	Normal		Spredning = 3.7 mm	Gulvanesian et al. [10]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	5 %	Gulvanesian et al. [10]
Letbeton				
Betontrykstyrke	Lognormal	15 MPa	15 %	BIH - Hæfte 8 [11]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nytteøjde	Normal		Spredning = 3.7 mm	Som præfab. Beton
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	7.5 %	Baseret på Goltermann [12], figur 7

Tabel 8. Stokastisk model for bøjningsbæreevne.

	Gennemsnitlig sikkerhedsindeks
Beton – almindelig	4.29
Beton – præfabrikeret	4.54
Letbeton	4.40

Tabel 9. Sikkerhedsniveau for bøjningsbæreevne.

I tabel 8 er vist den stokastiske model, som benyttes ved bestemmelse af sikkerhedsniveauer. Der er stokastiske modeller for almindelig beton (som er anvendt ved kalibreringen af partialkoefficienter i de danske konstruktionsnormer i 1998), præfabrikeret beton (baseret på data i Gulvanesian et al. [109] og letbeton (baseret delvist på figurer i BIH-Hæfte 8 [11] og Goltermann et al. [12]).

I tabel 9 er vist sikkerhedsniveauer bestemt med denne stokastiske model. Af tabellen ses:

- Sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$ er sikkerhedsniveauerne lidt lavere. For almindelig beton skyldes dette, at der ved kali-

breringen til $\beta = 4.8$ er der benyttet en mindre variationskoefficient på 5% for alm. betonkonstruktioner, se Sørensen et al. [8].

- Der er ikke væsentlig forskel på sikkerhedsniveauerne. Dette skyldes især, at styrken af armeringen er den dominerende materialeparameter for bøjningsbæreevnen, og at partialkoefficienten for armering er ens i betonnormen og letbetonnormen.

I tabel 10 er vist en typisk fordeling af vigtigheden af de forskellige stokastiske variabler. Det ses, at

- Variabel last er den stokastiske variabel, der bidrager mest til den totale usikkerhed – dvs. denne variabel er den vigtigste stokastiske variable.
- Betontrykstyrken er uden betydning
- Styrken af armeringen er af betydning – dog lille

	Beton – alm.	Beton – præfab.	letbeton
G	0.5 %	0.5 %	0.5 %
Q	86.6 %	93.0 %	89.1 %
f_c	0.1 %	0.0 %	0.1 %
f_y	1.8 %	2.0 %	1.9 %
Nytteøjde	1.7 %	1.0 %	1.0 %
X_R	9.2 %	3.5 %	7.4 %

Tabel 10. Typisk fordeling af vigtighed af stokastiske variabler (naturlast).

5.2 Sikkerhedsniveau for enkeltspændte dæk – Forskydningsbæreevne

Beton

Den regningsmæssige forskydningsbæreevne skrives

$$V_{Rd} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40 \rho_l) b z$$

hvor

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} \quad \text{betons regningsmæssige en-aksede trækstyrke}$$

$$f_{ctk} = \sqrt{0,1} f_{ck} \quad \text{betons karakteristiske en-aksede trækstyrke}$$

$$k = 1,6 - d \quad \text{konstant, } d \text{ indsættes i meter}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b d} \quad \text{længdearmeringsforholdet}$$

$$d \quad \text{tværsnittets nytteøjde}$$

$$b \quad \text{tværsnittets bredde}$$

$$A_{sl} \quad \text{tværsnitsarealet af længdearmeringen}$$

$$z = \left(1 - \frac{1}{2} \omega\right) d \quad \text{indre momentarm}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} \quad \text{armeringsgraden}$$

$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$	armeringens regningsmæssige styrke
$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$	partialkoefficient for betons styrke – i betonnormen anvendes desuden $\gamma_4 = 1.1$ (lille sikkerhed ved bestemmelse af trykstyrke)
$\gamma_s = \gamma_2 = 1.3$	partialkoefficient for armeringen

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$V_R = X_R 0,25 f_{ct} k (1,2 + 40 \rho_l) b z$$

hvor

$$f_{ct} = \sqrt{0,1} f_c \quad \text{betons en-aksede trækstyrke}$$

$$\omega = \frac{A_s f_y}{b d f_c} \quad \text{armeringsgraden}$$

$$f_c \quad \text{letbetonens styrke}$$

$$f_y \quad \text{armeringens styrke}$$

$$X_R \quad \text{modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne, dvs. især usikkerhed relateret til trækstyrken}$$

Letbeton uden tilslag

Den regningsmæssige forskydningsbæreevne skrives

$$V_{Rd} = \frac{\tau_{uk}}{\gamma_c} (1 - 0,83 d) (1 + 240 \rho_l) b d$$

hvor

$$\tau_{uk} = 0,063 \sqrt{f_{cg}} \quad \text{karakteristisk forskydningsstyrke}$$

$$f_{cg} \quad \text{deklarerede trykstyrke}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b d} \quad \text{længdearmeringsforholdet}$$

$$d \quad \text{tværsnittets nyttehøjde}$$

$$b \quad \text{tværsnittets bredde}$$

$$A_{sl} \quad \text{tværsnitsarealet af længdearmeringen}$$

$$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5 \quad \text{partialkoefficient for letbetons styrke}$$

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$V_R = X_R 0,063 \sqrt{f_c} (1 - 0,83 d) (1 + 240 \rho_l) b d$$

hvor

$$f_c \quad \text{letbetonens trykstyrke}$$

X_R modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne, især relateret til forskydningsstyrken

Letbeton med porøse tilslag

Den regningsmæssige forskydningsbæreevne skrives

$$V_{Rd} = \frac{\tau_{uk}}{\gamma_{c2}} k (1,2 + 40 \rho_l) b d$$

hvor

$\tau_{uk} = 0,125 f_{tg}$ karakteristisk forskydningsstyrke

$f_{tg} = 0,42 f_{cg}^{2/3} \eta_1$ deklareret bøjningstrækstyrke

f_{cg} deklarerede trykstyrke

$\eta_1 = 0,45 + 0,45 \frac{\rho}{1400}$ konstant, ρ indsættes i kg/m^3

ρ middeldensitet i kg/m^3

$k = 1,6 - d$ konstant, d indsættes i meter

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b d}$ længdearmingsforholdet

d tværsnittets nyttehøjde

b tværsnittets bredde

A_{sl} tværsnitsarealet af længdearmeringen

$\gamma_{c2} = \gamma_2 = 1,5$ partialkoefficient for letbetons styrke – i letbetonnormen anvendes desuden $\gamma_1 = 1,1$ (skørt brud for bøjningstrækstyrke)

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$V_R = X_R \tau_u k (1,2 + 40 \rho_l) b d$$

hvor

$\tau_u = 0,125 f_t$ forskydningsstyrke

$f_t = 0,42 f_c^{2/3} \eta_1$ bøjningstrækstyrke

f_c letbetonens trykstyrke

X_R modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne, især til bøjningstrækstyrken

I tabel 11 er vist den stokastiske model, som benyttes ved bestemmelse af sikkerhedsniveauer. I tabel 12 er vist sikkerhedsniveauer bestemt med denne stokastiske model. Af tabellen ses:

- Sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4,8$ er sikkerhedsniveauerne lavere. For almindelig beton skyldes dette, at der i tabel 12 er benyttet en meget højere variationskoefficient for modelusikkerheden end i Sørensen et al. [8].
- Der er ikke væsentlig forskel på sikkerhedsniveauerne for beton og letbeton. Dog afhænger sikkerhedsniveauet for letbeton meget af om variationskoefficienten for modelusikkerheden er 15 % (baseret på data i BIH-Hæfte 8 [11], figur 6) eller 20% (baseret på data i Goltermann [12], fi-

gur 8). Sikkerhedsniveau for letbeton er lavere end for beton, hvis der benyttes en variationskoefficient på 20%, og partialkoefficienten bør i dette tilfælde øges for letbeton for at der opnås samme sikkerhedsniveau som for beton. Variationskoefficienten for modelusikkerheden bør derfor undersøges nærmere.

Variabel	Fordeling	Karakteristisk værdi	Variationskoefficient	Kilde
Beton – almindelig				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	JCSS [13] Gulvanesian et al. [10] Sørensen et al. [8]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nyttehøjde	Normal		Spredning = 5 mm	Gulvanesian et al. [10]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	17.5 %	Gulvanesian et al. [109]
Beton – præfab.				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	6 %	Gulvanesian et al. [10]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nyttehøjde	Normal		Spredning = 3.7 mm	Gulvanesian et al. [10]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	15 %	Gulvanesian et al. [10], annex s. 67
Letbeton				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	BIH-Hæfte 8 [11]
Armering	Lognormal	550 MPa	4 %	Gulvanesian et al. [10]
Nyttehøjde	Normal		Spredning = 3.7 mm	Som præfab. Beton
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	15 % / 20 %	Baseret på BIH-Hæfte 8 [11], figur 6 og Goltermann [12], figur 8 (med porøse tilslag)

Tabel 11. Stokastisk model for forskydningsbæreevne.

	Gennemsnitlig sikkerhedsindeks
Beton – almindelig	4.05
Beton – præfabrikeret	4.22
Letbeton – uden tilslag	4.29 / 3.78
Letbeton – med tilslag	4.29 / 3.75

Tabel 12. Sikkerhedsniveau for forskydningsbæreevne.

I tabel 13 er vist en typisk fordeling af vigtigheden af de forskellige stokastiske variabler. Det ses, at

- Variabel last er den stokastiske variabel, der bidrager mest til den totale usikkerhed – dvs. denne variabel er den vigtigste stokastiske variable.
- Modelusikkerheden og trykstyrken er vigtige.

	Beton – alm.	Beton – præfab.	Letbeton uden tilslag	Letbeton med tilslag
G	0.5 %	0.5 %	0.5 %	0.5 %
Q	62.7 %	73.4 %	67.6 %	70.8 %
f_c	8.5 %	1.6 %	9.7 %	5.7 %
Nyttehøjde	0.9 %	0.6 %	0.3 %	0.0 %
X_R	27.4 %	23.8 %	21.9 %	23.0 %

Tabel 13. Typisk fordeling af vigtighed af stokastiske variabler (naturlast).

5.3 Bæreevner af uarmerede centralt belastede vægge

Beton:

Den regningsmæssige bæreevne skrives

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

hvor

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ regningsmæssig betontrykstyrke

f_{ck} karakteristisk værdi af betontrykstyrke

$E_{ocrd} = 1000 f_{cd}$ regningsmæssig elasticitetsmodul for beton

$\gamma_c = 2.5$ partialkoefficient for uarmeret beton

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_R = X_R \frac{1}{1 + 12 \frac{f_c}{\pi^2 E_{ocr}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_c$$

hvor

f_c betontrykstyrke

$E_{ocr} = X_E 1000 f_c$ elasticitetsmodul for beton

X_E modelusikkerhed relateret til bestemmelse af elasticitetsmodul

X_R modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne

Letbeton, generelt:

Den regningsmæssige bæreevne skrives

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

hvor

$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ regningsmæssig letbetontrykstyrke

f_{ck} karakteristisk værdi af letbetontrykstyrke

$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$ partialkoefficient for letbetons styrke

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_R = X_R \frac{1}{1 + \frac{12 \cdot 10^{-4}}{X_E} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_c$$

hvor

f_c	letbetontrykstyrke
X_R	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne
X_E	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af elasticitetsmodul

Letbeton uden tilslag:

Den regningsmæssige bæreevne skrives, idet elasticitetsmodul for letbeton uden tilslag benyttes:

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

hvor

$E_{ocrd} = 4,5(\rho - 150)$	elasticitetsmodul i MPa
ρ	middeldensitet i kg/m ³
$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$	regningsmæssig letbeton trykstyrke
f_{ck}	karakteristisk værdi af letbeton trykstyrke
$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$	partialkoefficient for letbetons styrke

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_R = X_R \frac{1}{1 + 12 \frac{f_c}{\pi^2 E_{ocr}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_c$$

hvor

$E_{ocr} = X_E 4,5(\rho - 150)$	elasticitetsmodul i MPa
ρ	densitet i kg/m ³
f_c	letbeton trykstyrke
X_R	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne
X_E	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af elasticitetsmodul

Letbeton med porøse tilslag:

Den regningsmæssige bæreevne skrives, idet elasticitetsmodul for letbeton med tilslag benyttes:

$$N_{Rd} = \frac{1}{1 + 12 \frac{f_{cd}}{\pi^2 E_{ocrd}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_{cd}$$

hvor

$E_{ocrd} = 9500 f_{cd}^{\frac{1}{3}} \eta_2$	elasticitetsmodul i MPa (faktor 9500 benyttes ved karakteristiske værdier)
$\eta_2 = \frac{14}{22} \frac{\rho}{2200}$	faktor

ρ	middeldensitet i kg/m^3
$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$	regningsmæssig letbeton trykstyrke
f_{ck}	karakteristisk værdi af letbeton trykstyrke
$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$	partialkoefficient for letbetons styrke

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_R = X_R \frac{1}{1 + 12 \frac{f_c}{\pi^2 E_{orc}} \left(\frac{l}{t}\right)^2} A_c f_c$$

hvor

$E_{orc} = X_E 10000 f_c^{1/3} \eta_2$	elasticitetsmodul i MPa (faktor 10000 benyttes ved middelværdier)
$\eta_2 = \frac{14}{22} \frac{\rho}{2200}$	faktor, ρ i kg/m^3
ρ	densitet i kg/m^3
f_c	letbeton trykstyrke
X_R	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne
X_E	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af elasticitetsmodul

I tabel 14 er vist den stokastiske model, som benyttes ved bestemmelse af sikkerhedsniveauer. Det bemærkes, at der for letbeton er anvendt 2 modeller for modelusikkerheden. Model a) er baseret på at modelusikkerheden vurderes at være den samme som for almindelig beton. Model b), der er baseret på aflæste data fra figur 3 i BIH-Hæfte 8 [11], giver en væsentlig større usikkerhed. Som tidligere nævnt kendes data i BIH-Hæfte 8 [11] ikke præcist og modelusikkerheden kan derfor være fastsat for højt. Den større modelusikkerhed i [11] kan dog også afspejle problemerne omkring elasticitetsmodulet som beskrevet i afsnit 4.2.2.

I tabel 15 er vist sikkerhedsniveauer bestemt med denne stokastiske model. Af tabellen ses:

- Sikkerhedsniveauet for beton er væsentligt højere end for letbeton. Dette skyldes den meget højere partialkoefficient for beton's trykstyrke.
- Sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$ er sikkerhedsniveauet for betonkonstruktioner væsentligt højere, især for præfabrikeret beton. Dette skyldes især den høje partialkoefficient på 2.5. Partialkoefficienten γ_2 for præfabrikeret beton kan sænkes til 1.5 og sikkerhedsniveauet er stadig OK.
- Sikkerhedsniveauet for letbeton er OK, hvis model a) for modelusikkerheden benyttes. Hvis derimod model b) benyttes er det lidt for lavt. Benyttes bæreevnomodellerne med elasticitetsmoduler for letbeton med og uden tilslag, se ovenfor, fås sikkerhedsniveauer, som er alt for lave. Partialkoefficienten γ_2 bør øges væsentligt, mindst til 1.64 svarende til en variationskoefficient på den totale bæreevne på 20 %, se tabel 4. Variationskoefficienten for model b) der som anført ovenfor er fastsat ud fra figur 3 i BIH-Hæfte 8 [11], bør derfor undersøges nærmere.
- Vedr. letbeton skal yderligere knyttes den kommentar, at letbetonnormens generelle metode må antages at have en meget stor modelusikkerhed, se kommentarer i afsnit 4.2.2, medens de to metoder med rigtige E-moduler må have relativt mindre usikkerhed. Da disse forhold med de til rådighed værende data ikke kan kvantificeres, er de ikke medtaget direkte i den stokastiske model i tabel 14 og dermed i resultaterne i tabel 15.

Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton

Variabel	Fordeling	Karakteristisk værdi	Variationskoefficient	Kilde
Beton – almindelig				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	JCSS [13] Gulvanesian et al. [10] Sørensen et al. [8]
Densitet	Normal		2 %	JCSS [13]
Tykkelse	Normal		Spredning = 5 mm	Gulvanesian et al. [10]
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	JCSS [13]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	10 %	Gulvanesian et al. [10]
Beton – præfab.				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	6 %	Gulvanesian et al. [10]
Densitet	Normal		2 %	JCSS [13]
Tykkelse	Normal		Spredning = 3.7 mm	Gulvanesian et al. [10]
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	JCSS [13]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	5 %	Gulvanesian et al. [10]
Letbeton				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	BIH-Hæfte 8 [11]
Densitet	Normal		2 %	JCSS [13]
Tykkelse	Normal		Spredning = 3.7 mm	Som præfab. Beton
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	Baseret på JCSS [13] og BIH-Hæfte 8 [11], figur 5 (med porøse tilslag)
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	a) 10 % b) 25 % og bias 1.2	a) som alm. beton b) Baseret på BIH-Hæfte 8 [11], figur 3 (med porøse tilslag)

Tabel 14. Stokastisk model for uarmerede centralt belastede vægge. *) karakteristisk værdi antages at være en 5% fraktil.

	Gennemsnitlig sikkerhedsindeks
Beton – almindelig	6.66 (4.76 med $\gamma_c=1.5$)
Beton – præfabrikeret	8.48 (5.40 med $\gamma_c=1.5$)
Letbeton – modelusikkerhed a)	4.80 (5.14 med $\gamma_c=1.64$)
Letbeton – modelusikkerhed b)	4.46 (4.74 med $\gamma_c=1.64$)
Letbeton – uden tilslag modelusikkerhed a)	4.34 (4.59 med $\gamma_c=1.64$)
Letbeton – uden tilslag modelusikkerhed b)	3.99 (4.18 med $\gamma_c=1.64$)
Letbeton – med tilslag modelusikkerhed a)	4.49 (4.75 med $\gamma_c=1.64$)
Letbeton – med tilslag modelusikkerhed b)	4.14 (4.14 med $\gamma_c=1.64$)

Tabel 15. Sikkerhedsniveau for uarmerede centralt belastede vægge.

	Beton alm.	Beton præfab.	Letbeton a)	Letbeton b)	Letbeton uden tilslag a)	Letbeton uden tilslag b)	Letbeton med tilslag a)	Letbeton med tilslag b)
G	0.2 %	0.2 %	0.4 %	0.4 %	0.5 %	0.5 %	0.5 %	0.5 %
Q	62.5 %	85.0 %	65.9 %	50.5 %	75.6 %	55.7 %	71.5 %	53.5 %
f_c	22.9 %	6.0 %	21.6 %	16.3 %	5.6 %	4.1 %	14.2 %	10.5 %
Tykkelse	3.0 %	2.7 %	1.4 %	1.0 %	2.9 %	2.1 %	1.8 %	1.3 %
X_E	1.1 %	1.9 %	0.9 %	0.7 %	4.2 %	3.1 %	1.6 %	1.2 %
X_R	16.2 %	4.2 %	9.7 %	31.1 %	11.0 %	34.4 %	10.4 %	33.0 %
Densitet	0.1 %	0.0 %	0.0 %	0.0 %	0.2 %	0.1 %	0.0 %	0.0 %

Tabel 16. Typisk fordeling af vigtighed af stokastiske variabler (naturlast).

I tabel 16 er vist en typisk fordeling af vigtigheden af de forskellige stokastiske variabler. Det ses, at

- Variabel last er igen den stokastiske variabel, der bidrager mest til den totale usikkerhed – dvs. denne variabel er den vigtigste stokastiske variable.
- Modelusikkerheden er vigtig, især for letbeton hvor model b) benyttes. Dette understreger at fastsættelsen af størrelsen af denne modelusikkerhed er meget vigtig.
- Trykstyrken er også vigtig, medens usikkerheden på elasticitetsmodulet ikke har nogen videre betydning.

5.4 Uarmeret, excentrisk belastet væg uden trækstyrke medregnes

Beton

Den regningsmæssige skrives:

$$N_{sd} = \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{t_d}\right)^p}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d}\right)^2} f_{cd} A$$

hvor

- $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ regningsmæssig betontrykstyrke
 f_{ck} karakteristisk værdi af betontrykstyrke
 l_s søjlelængde
 t_d væggenes regningsmæssige tykkelse
 e_t resulterende excentricitet
 A tværsnitsarealet

$$p = 1 + \frac{l_s}{25 t_d} \quad \text{konstant}$$

$$\gamma_c = 2.5 \quad \text{partialkoefficient for uarmeret beton}$$

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_S = X_R \frac{\left(1 - 2 \frac{e_t}{t}\right)^p}{1 + \frac{12 \cdot 10^{-4}}{X_E} \left(\frac{l_s}{t}\right)^2} f_c A$$

hvor

f_c	betontrykstyrke
t	væggens tykkelse
X_R	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne
X_E	modelusikkerhed relateret til elasticitetsmodul

Letbeton

Den regningsmæssige bæreevne skrives

$$N_{sd} = \frac{\frac{f_{cg}}{\gamma_c} A_c}{1 + 12 \cdot 10^{-4} \left(\frac{l_s}{t_d - 2e_t} \right)^2}$$

hvor

f_{cg}	deklarerede trykstyrke for letbetonen
l_s	søjlelængde
t_d	væggens regningsmæssige tykkelse
e_t	resulterende excentricitet
$A_c = l(t_d - 2e_t)$	det trykkede areal
l	vægtværsnittets længde
$\gamma_c = \gamma_2 = 1.5$	partialkoefficient for letbetons styrke

Ved probabilistiske sikkerhedsvurderinger skrives bæreevnen:

$$N_{sd} = X_R \frac{f_c A_c}{1 + \frac{12 \cdot 10^{-4}}{X_E} \left(\frac{l_s}{t - 2e_t} \right)^2}$$

hvor

f_c	betontrykstyrke
t	væggens tykkelse
X_R	modelusikkerhed relateret til bestemmelse af bæreevne
X_E	modelusikkerhed relateret til elasticitetsmodul

I tabel 17 er vist den stokastiske model, som benyttes ved bestemmelse af sikkerhedsniveauer. Modellen svarer til den, som anvendes for uarmerede centralt belastede vægge.

I tabel 18 er vist sikkerhedsniveauer bestemt med denne stokastiske model. Af tabellen ses:

- Sikkerhedsniveauet for beton er væsentligt højere end for letbeton. Dette skyldes igen den meget højere partialkoefficient for beton's trykstyrke.
- Sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$ er sikkerhedsniveauet for beton konstruktioner væsentligt højere, især for præfabrikeret beton. Dette skyldes især den høje partialkoefficient på 2.5. Partialkoefficienten γ_2 for præfabrikeret beton kan sænkes til 1.5 og sikkerhedsniveauet er stadig OK.
- Sikkerhedsniveauet for letbeton er for lavt. Partialkoefficienten γ_2 bør øges, mindst til 1.64 svarende til en variationskoefficient på den totale bæreevne på 20 %, se tabel 4.

Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton

Variabel	Fordeling	Karakteristisk værdi	Variationskoefficient	Kilde
Beton – almindelig				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	JCSS [13] Gulvanesian et al. [10] Sørensen et al. [8]
Tykkelse	Normal		Spredning = 5 mm	Gulvanesian et al. [10]
Excentricitet	Normal	Middelværdi + $1.645 l_s / 1000 *$	Spredning = $l_s / 1000$	JCSS [13]
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	JCSS [13]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	10 %	Gulvanesian et al. [10]
Beton – præfab.				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	6 %	Gulvanesian et al. [10]
Tykkelse	Normal		Spredning = 3.7 mm	Gulvanesian et al. [10]
Excentricitet	Normal	Middelværdi + $1.645 l_s / 1000 *$	Spredning = $l_s / 1000$	JCSS [13]
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	JCSS [13]
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	5 %	Gulvanesian et al. [10]
Letbeton				
Betontrykstyrke	Lognormal	7.5 MPa	15 %	BIH-Hæfte 8 [11]
Tykkelse	Normal		Spredning = 3.7 mm	JCSS [13]
Excentricitet	Normal	Middelværdi + $1.645 l_s / 1000 *$	Spredning = $l_s / 1000$	Som præfab. Beton
Elasticitetsmodul X_E	Lognormal	1*	15 %	Baseret på JCSS [13] og BIH-Hæfte 8 [11], figur 5 (med porøse tilslag)
Modelusikkerhed X_R	Lognormal	1	a) 10 % b) 25 % og bias 1.2	a) som alm. beton b) Baseret på BIH-Hæfte 8 [11], figur 3 (med porøse tilslag)

Tabel 17. Stokastisk model for uarmerede excentrisk belastede vægge. *) karakteristisk værdi antages at være en 5% fraktil.

	Gennemsnitlig sikkerhedsindeks
Beton – almindelig	5.63 (4.40 med $\gamma_c = 1.5$)
Beton – præfabrikeret	6.32 (4.86 med $\gamma_c = 1.5$)
Letbeton – modelusikkerhed a)	4.37 (4.57 med $\gamma_c = 1.64$)
Letbeton – modelusikkerhed b)	4.39 (4.58 med $\gamma_c = 1.64$)

Tabel 18. Sikkerhedsniveau for uarmerede excentrisk belastede vægge.

	Beton alm.	Beton præfab.	Letbeton a)	Letbeton b)
G	0.3 %	0.2 %	0.4 %	0.4 %
Q	32.0 %	43.5 %	28.5 %	25.4 %
f_c	10.3 %	2.4 %	9.6 %	8.7 %
Tykkelse	28.4 %	20.2 %	15.7 %	13.4 %
Excentricitet	20.1 %	26.0 %	35.9 %	30.6 %
X_E	4.4 %	6.1 %	5.6 %	5.0 %
X_R	4.6 %	1.6 %	4.3 %	16.5 %

Tabel 19. Typisk fordeling af vigtighed af stokastiske variabler (naturlast).

I tabel 19 er vist en typisk fordeling af vigtigheden af de forskellige stokastiske variabler. Det ses, at

- Variabel last er igen en vigtig stokastiske variabel, men tykkelse (geometri) og excentricitet er også meget vigtige.
- Modelusikkerheden er vigtig, især for letbeton hvor model b) benyttes. Dette understreger igen, at fastsættelsen af størrelsen af denne modelusikkerhed er meget vigtig.
- Trykstyrke og usikkerhed på elasticitetsmodul har også nogen betydning.

5.5 Sammenfatning

Ovenstående undersøgelser kan sammenfattes i følgende:

- For bøjningsbrud i dæk er sikkerhedsniveauet lidt lavere for både beton og letbeton sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$. Dette skyldes, at der ved kalibreringen til $\beta = 4.8$ er benyttet en lidt mindre variationskoefficient for modelusikkerheden end i denne rapport. Der er ikke væsentlig forskel på sikkerhedsniveauerne. Dette skyldes især, at styrken af armeringen er den dominerende materialeparameter for bøjningsbæreevnen, og at der anvendes ens partialkoefficienter for denne i beton- og letbetonnormen.
- For forskydningsbrud i dæk er sikkerhedsniveauet lavere for både beton og letbeton sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$. For almindelig beton skyldes dette, at der er benyttet en meget højere variationskoefficient for modelusikkerheden end i kalibreringen. Der er ikke væsentlig forskel på sikkerhedsniveauerne for beton og letbeton. Dog afhænger sikkerhedsniveauet for letbeton meget af om variationskoefficienten for modelusikkerheden er 15 % (baseret på data i BIH-Hæfte 8 [11], figur 6) eller 20% (baseret på data i Goltermann et al. [12], figur 8). Sikkerhedsniveau for letbeton er lavere end for beton, hvis der benyttes en variationskoefficient på 20% og i dette tilfælde bør partialkoefficienten øges. Variationskoefficienten for modelusikkerheden bør derfor undersøges nærmere.
- For uarmerede vægge er sikkerhedsniveauet for beton er væsentligt højere end for letbeton. Dette skyldes den meget højere partialkoefficient for uarmeret beton's trykstyrke. Sammenlignet med det gennemsnitlige sikkerhedsniveau for alle konstruktionsmaterialer på $\beta = 4.8$ er sikkerhedsniveauet for beton konstruktioner væsentligt højere, især for præfabrikeret beton. Dette skyldes især den høje partialkoefficient på 2.5. Partialkoefficienten γ_2 for præfabrikeret beton kan sænkes til 1.5 og sikkerhedsniveauet er stadig tilfredsstillende.
- Sikkerhedsniveauet for uarmerede vægge af letbeton er undersøgt for to modeller for modelusikkerheden. Denne ene model er baseret delvist på skøn, medens den anden model er baseret på data i BIH-Hæfte 8 [11]. Sidstnævnte model må derfor betragtes som den bedst underbyggede og resulterer i sikkerhedsniveauer, som er for lave. Partialkoefficienten γ_2 bør øges væsentligt, mindst til 1.64 svarende til en variationskoefficient på den totale bæreevne på 20 %.

- For letbeton bemærkes endvidere, at letbetonnormens metode til fastlæggelse af bæreevnen af en væg må antages at have en meget stor modelusikkerhed, se kommentarer i afsnit 4.2.2, mens de to metoder med rigtige E-moduler må have relativt mindre usikkerhed. Da disse forhold med de til rådighed værende data ikke kan kvantificeres, er de ikke medtaget direkte i undersøgelserne.
- Endelig skal understreges, at undersøgelserne i dette afsnit vedrører usikkerheden på materialeparametre og modelusikkerheder, dvs. usikkerheder knyttet til faktoren γ_2 i bestemmelsen af materialepartialkoefficienten γ_m . Sikkerheden i forbindelse med bestemmelse af den karakteristiske bæreevne er behandlet i afsnit 4. Sikkerhedsniveauet og partialkoefficienternes afhængighed af brudform (γ_1) og sikkerhed ved bestemmelse af materialeparametre (γ_4) er ikke medtaget. Fastsættelsen af disse faktorer for beton- og letbetonkonstruktioner er meget vigtig, og de bør fastsættes ud fra de samme principper.

6 Robusthed

6.1 Generelt

Robusthed har fået større og større interesse. Senest er det udmøntet sig i et tillæg 1 til DS 409, hvori der formuleres krav til konstruktioners robusthed. Desuden har Dansk Standard udsendt et informationskrift DS/INF 146 om robusthed.

Ifølge DS/INF 146 defineres robusthed som:

En konstruktion er robust

- når de sikkerhedsmæssigt afgørende dele af konstruktionen kun er lidt følsomme overfor utilsigtede påvirkninger og defekter, eller
- når der ikke sker et omfattende svigt af konstruktionen, hvis en begrænset del af konstruktionen svigter.

Robusthed har til formål at formindske konstruktionens følsomhed overfor utilsigtede påvirkninger og defekter, der ligger udenfor almindelige projekteringsforudsætninger. Netop det, at der er tale om ukendte påvirkninger, gør det vanskeligt at kvantificere kravene til robusthed.

Krav til robusthed stilles jf. DS 409 til alle bygninger, uanset sikkerhedsklasse, men i høj sikkerhedsklasse er der krav om, at robustheden dokumenteres, for normal sikkerhedsklasse er der kun krav om, at der skal foreligge en vurdering af robustheden, mens der ikke stilles sådanne krav for lav sikkerhedsklasse.

I betonnormen har man med rettelse 1:2002 givet en liste over konstruktive forhold, hvis overholdelse betyder, at robustheden kan betragtes som værende opfyldt i bygninger i høj sikkerhedsklasse, hvis hovedkonstruktionen består af sammenhængende vægge og dæk.

Med rettelsen forsvandt samtidig en liste med en række tilsvarende krav for bygninger i normal og lav sikkerhedsklasse. Indtil nye regler er indført i DS 411, er det bedste man kan gøre, at følge de tidligere regler.

I letbetonnormen findes ikke tilsvarende vejledninger, blot er der en henvisning til DS 409s krav om robusthed.

Lister af den type, der findes i betonnormen hjælper til at få sikret, at robusthed kontrolleres og sikres, og tilsvarende lister bør også findes i letbetonnormen. Som det ses i det efterfølgende, er robusthed generelt mindre for byggeri med letbetonelementer end for byggeri med betonelementer, derfor må de tilsvarende lister i letbetonnormen stille strengere krav end listerne i betonnormen.

Netop fordi det er vanskeligt at kvantificere robusthedskravene, er der i DS/INF 146 omtalt en række forhold i konstruktioner og materialer, der er med til at øge en konstruktions robusthed. I det følgende vil betonnormens og letbetonnormens håndtering af nogle af disse forhold blive kommenteret og sammenlignet.

6.2 Duktilitet

Duktilitet er et udtryk for deformationsevne, og duktilitet af et konstruktionselement, en samling eller tilsvarende betyder, at et brud i elementet eller samlingen først sker efter store plastiske deformationer. Duktilitet af et materiale er derfor en vigtig egenskab i forbindelse med robusthed og

samtidig en nødvendighed for at statisk ubestemthed kan bidrage til robusthed. Materialer, der er duktile, er f.eks. stål, armeret beton og træ ved stukningsbrud.

Armeringens duktilitet

I betonnormen stilles der krav til armeringens duktilitet, idet der bl.a. henvises til DS 13080. Et af kravene er at den jævnt fordelte forlængelse efter brud målt udenfor indsnøringen skal være større end eller lig med 3,0%. Et andet krav er at forholdet mellem trækbrudspænding og øvre trækflyde-spænding (eller 0,2%-spændingen) skal være større end eller lig med 1,08.

I letbetonnormen nedsættes de to tilsvarende krav til henholdsvis 2,5% og til 1,05 såfremt:

- elementstyrken bestemmes på grundlag af funktionsprøvning, eller
- elementstyrken bestemmes ved beregning, og snitkræfterne i konstruktionen fastsættes efter elasticitetsteorien med sædvanlige anerkendte tilnærmelser.

Når sidstnævnte betingelse er indført er det tydeligvis for ikke at udnytte plastiske snitkraftfordelinger, når materialets plasticitet begrænses på grund af reduceret duktilitet i armeringen.

Begge de to tilladte reduktioner i duktiliteten er med til at nedsætte robustheden i byggeri med letbetonelementer i forhold til byggeri med betonelementer.

Det skal også med i betragtningerne at dækelementer indgår i en dækskive, der fordeler vandrette laster, dvs. vind eller masselast ud til afstivende vægge. Skulle ideen bag det, at anvende armering med reduceret duktilitet gennemføres, betyder det, at de vandrette kræfter skal fordeles til de understøttende vægge efter elasticitetsteorien, hvis armeringen har reduceret duktilitet. Det er ikke det, der anbefales i Helvægge af letbeton, 2, Bæreevne og stabilitet, hvor det er understøtningernes inertimomenter, der indgår ved beregning af fordelingen af de vandrette kræfter. Fordeling efter inertimomenter er en acceptabel tilnærmelse, hvis deformationerne i de afstivende vægge primært skyldes bøjningsvirkning

Letbetonelementer anvendes normalt ved bygninger i moderat højde, hvor deformationerne i de afstivende vægge i vid udstrækning skyldes forskydningsdeformationer. Det samme gælder for muret byggeri, hvorfor Hagsten og Nielsen, [16] fordeler de vandrette laster efter de afstivende vægges kroparealer.

Fordeling baseret på enten inertimomenter eller kroparealer af de afstivende vægge er imidlertid begge plastiske fordelinger, hvorimod en elastisk fordeling skal baseres på både inertimoment og kropareal af de afstivende vægge, dvs. ved hjælp af det såkaldte korrigerede inertimoment som beskrevet i [6] og [7].

Den reducerede duktilitet af armeringen burde derfor føre til at vandrette kræfter i dækskiven fordeles efter elasticitetsteorien, hvor stivhederne af de afstivende vægge baseres på såvel væggenes inertimomenter som deres kroparealer, hvilket ikke gøres ved normal projektering.

Minimumsarmering

Tilstedeværelse af en vis armering sikre en vis deformationsevne ved et brud, derfor foreskrives der i en række tilfælde minimumsarmering i beton- og letbetonnormen.

For forskydningsarmerede bjælker foreskriver letbetonnormen henholdsvis betonnormen en minimumsforskydningsarmering som i snit vinkelret på bøjlerne svarer til et armeringsforhold på

$$\rho_{\min} = 0,1 \frac{f_{tG}}{f_{yk}} \text{ (letbeton)}$$

$$\rho_{\min} = 0,2 \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} \text{ (beton)}$$

hvor

f_{tg}	letbetons deklarerede bøjningstrækstyrke
f_{ctk}	betons karakteristiske enaksede trækstyrke
f_{yk}	armeringens karakteristiske flydespænding

Karakteristiske og deklarerede styrker betragtes her som værende det samme, men bøjningstrækstyrken er større end den enaksede trækstyrke, så de to udtryk er ikke umiddelbart sammenlignelige.

Sammenlignes de to udtryk ved en karakteristisk styrke, der sættes lig med en deklareret styrke på 15 MPa, findes, at kravene stort set er de samme. Fra hjemmesiden www.expan.dk ses at den deklarerede bøjningstrækstyrke for en letbeton 15 er $f_{tg} = 2,5$ MPa, og den beregnede karakteristiske enaksede trækstyrke for en beton 15 bliver $f_{ctk} = \sqrt{0,1 f_{ck}} = \sqrt{0,1 \cdot 15} = 1,22$ MPa. Indsættes disse værdier i formlerne for minimumsarmering for forskydning, findes som nævnt stort set de samme værdier.

På tilsvarende vis kan minimumsarmeringen for bøjning betragtes. I betonnormen er minimumsarmeringskravet formuleret som et krav til armeringsforholdet (pkt. 6.4.3.1(3) i DS 411), men det kan omregnes til et krav til armeringsgraden, se f.eks. Betonkonstruktioner efter DS 411. Dette krav skal sammenlignes med letbetonnormens krav til $\Phi_{\min,1}$ (6.2.2.2(1) i DS 420) Her anvendes dog betegnelsen ω fra betonnormen i stedet for letbetonens Φ for armeringsgraden.

$$\omega_{\min} = 0,2 \frac{\gamma_c f_{tg}}{\gamma_s f_{cg}} = 0,2 \frac{1,5 f_{tg}}{1,3 f_{cg}} = 0,23 \frac{f_{tg}}{f_{cg}} \text{ (letbeton)}$$

$$\omega_{\min} = 0,57 \frac{f_{ctk}}{f_{ck}} \text{ (beton)}$$

også her baseres letbetonnormens krav på bøjningstrækstyrken og betonnormens krav baseres på den enaksede trækstyrke.

Vi sammenligner igen de to udtryk for en karakteristisk styrke lig med en deklareret styrke på 15 MPa, hvortil der svarer en deklareret bøjningstrækstyrke for letbeton på $f_{tg} = 2,5$ MPa, og en karakteristisk enakset trækstyrke for beton på $f_{ctk} = 1,22$ MPa. Indsættes i formlerne for minimumsarmering for bøjning findes:

$$\omega_{\min} = 0,23 \frac{f_{tg}}{f_{cg}} = 0,23 \frac{2,5}{15} = 0,038 \text{ (letbeton)}$$

$$\omega_{\min} = 0,57 \frac{f_{ctk}}{f_{ck}} = 0,57 \frac{1,22}{15} = 0,046 \text{ (beton)}$$

I det aktuelle tilfælde ses altså at betonnormen foreskriver godt 20% mere minimumsarmering end letbetonnormen, hvilket påvirker det generelle sikkerhedsniveau og robustheden, således at betonnormen har større sikkerhed og robusthed, hvis der anvendes minimumsarmering.

Styrkebegrænsning og partialkoefficient

Uarmeret letbeton og beton har mindre duktilitet end tilsvarende armeret letbeton og armeret beton. Desuden er det sådan, at øget betonstyrke generelt giver mindre plastisk beton. Det sidste har ført til en begrænsning af betonstyrkerne i forbindelse med brug af betonnormen, nemlig til $f_{ck} \leq 60$ MPa

for armeret beton og $f_{ck} \leq 25\text{MPa}$ for uarmeret beton. Analoge begrænsninger findes ikke i letbetonnormen.

Den mindre duktilitet for uarmeret beton end for armeret beton er formodentlig en væsentlig årsag til at partialkoefficienten for uarmeret beton er øget ud over det som en sikkerhedsvurdering ville tilskrive. For uarmeret beton er partialkoefficienten således sat til $\gamma_c = 2,5$, hvor den for armeret beton er $\gamma_c = 1,65$. For letbeton er der ingen skelnen mellem partialkoefficienten for armeret og for uarmeret letbeton, idet den i begge tilfælde er $\gamma_c = 1,5$, hvilket helt klart gør letbetonen mindre robust end betonen.

Ligeledes betyder muligheden for at anvende trækstyrken i letbeton, at den er mindre robust end betonen. Når man i beton normalt ikke tillader anvendelse af materialets trækstyrke, skyldes det en frygt for, at den ikke er til stede som følge af især svind i betonen. For betonelementer må der gøres sig de samme forhold gældende som for letbetonelementer, herunder at svind stort set er overstået, når elementerne indbygges. Det virker ikke logisk at trækstyrken tillades anvendt ved det ene materiale og ikke ved det andet.

6.3 Soliditet

En konstruktions soliditet, dvs. at den har relativt store dimensioner og evt. en stor masse medvirker til at øge robustheden. Når normerne begrænser slankheden af trykpåvirkede dele som trykstænger eller trykkede bjælkeflanger, er det med til at opnå soliditet og dermed forbedre robustheden.

Slankhedsforhold

For letbeton- og betonnormen er det interessant at sammenligne den øvre grænse for slankhedsforholdet for uarmerede søjler. Grænserne findes i letbetonnormens pkt. 6.4.3.2(1)P og betonnormens pkt. 6.4.3.4(1)P og de er

$$\frac{l}{h} \leq 30 \text{ for uarmeret letbeton}$$

$$\frac{l}{h} \leq 25 \text{ for uarmeret beton}$$

hvor l er søjlelængden og h er søjlens mindste sidelængde (evt. vægtykkelsen).

Umiddelbart ses, at betonnormen stiller strengere krav end letbetonnormen og dermed bedre tilgodeser robustheden.

Vægtykkelse

Tilsvarende kan man sammenligne mindste tykkelse h af vægge. For letbeton findes værdierne i pkt. 6.4.3.3(1)P og i betonnormen i pkt. 6.4.3.3(7) og pkt. 6.4.3.4(2) og de er

$$h \geq 120\text{mm} \text{ for beton}$$

$$h \geq 100\text{mm}, \text{ for letbeton, dog } 75\text{mm} \text{ for kombinationsvægge, hvis } l \leq 2,8\text{m}.$$

Igen ses, at betonnormen stiller strengere krav end letbetonnormen og dermed bedre tilgodeser robustheden. Dog skal det nævnes, at for letbeton er der tale om normkrav, mens det for beton er vejledende værdier.

6.4 Sammenfatning vedr. robusthed

Det er konstateret at:

Letbetonnormen tillader anvendelse af armering med mindre duktilitet end armering der tillades anvendt i betonnormen.

Hvis reglerne i letbetonnormen for beregninger af snitkræfter, når der anvendes reduceret duktilitet af armeringen, overføres til stabilitetsberegninger bliver disse meget komplicerede.

Minimumsarmering er i nogle tilfælde højere i betonnormen end i letbetonnormen – i et aktuelt beregnet tilfælde er minimumsarmering ved bøjning godt 20% højere for beton- end for letbetonelementer

Letbetonnormen tillader at materialets trækstyrke medregnes ved styrkeberegninger, hvor det tilsvarende ikke tillades i betonnormen.

Partialkoefficienten for uarmeret beton er i betonnormen øget ud over det som en sikkerhedsvurdering tilsiger. I letbetonnormen er partialkoefficienten for letbeton den samme, uanset om der er tale om armeret eller uarmeret letbeton. For trykstyrker er partialkoefficienterne 2,5 for uarmeret beton og 1,5 for uarmeret letbeton.

For vægge er der begrænsninger i slankhedsforholdet $\frac{l}{h}$ i begge normer. Begrænsningerne er strengest i betonnormen, hvor grænsen er 25, mens den er 30 i letbetonnormen.

For bærende vægge er der i begge normer minimumstykkelser for væggene. Letbetonnormen tillader mindre vægtykkelser end betonnormen. I letbetonnormen tillades vægtykkelser ned til 100 mm, dog 75 mm for kombinationsvægge, hvis højden ikke overskrider 2,8 m. I betonnormen tillades vægtykkelser ned til 120 mm.

På baggrund af de foran nævnte konstateringer, der alle vedrører robusthed, kan det yderligere konstateres at:

Byggeri udført med letbetonelementer efter letbetonnormen er betydeligt mindre robust end byggeri udført af betonelementer udført efter betonnormen.

Med hensyn til opfyldelse af robusthedskrav er det yderligere konstateret at:

Betonnormen har opstillet en liste med krav hvis opfyldelse betyder at robusthedskravet for en konstruktion kan betragtes som for høj sikkerhedsklasse. En tilsvarende liste for normal og lav sikkerhedsklasse findes ikke, men umiddelbart kan listen fra høj sikkerhedsklasse anvendes. I letbetonnormen findes ikke tilsvarende bestemmelser.

7 Acknowledgement

Denne rapport er blevet til i et samarbejde mellem Ingeniørhøjskolen Odense Teknikum, Sektoren for Industri og Byggeri ved ingeniørdocent, lic. techn. Bjarne Chr. Jensen og Aalborg Universitet, Institut for Bygningsteknik ved lektor, civilingeniør, lic. techn. John Dalsgaard Sørensen, HD.

Projektet har været støttet af Betonelementforeningen.

Synspunkter, konklusioner mv. udtrykt i rapporten står dog for forfatterne egen regning.

8 Litteratur

- [1] Betonindustriens Helvægsgruppe: Helvægge af letbeton, 2. Bæreevne og stabilitet, September 1990.
- [2] Dansk Beton Industriforenings Elementfraktion: Helvægge af letklinkerbeton, Uarmerede vægelementer, Hæfte 8, Oktober 2003.
- [3] Bjarne Chr. Jensen: Betonkonstruktioner efter DS 411, Ingeniøren/Bøger, 2003.
- [4] Nielsen, M. P. & L. Pilegaard Hansen, Mekanik 3.2 Søjler og bjælkesøjler, Den private Ingeniørfond ved DtH, 1973.
- [5] DS/INF 146: Robusthed – Baggrund og principper. Information – 2003, Dansk Standard.
- [6] Borchersen, E. & H. Larsen: Skivebygningers statik. Forelæsningsnotat nr. 68, 2. udgave 1992, Institut for Husbygning, DTU.
- [7] Jensen, B. C. & S. O Hansen: Bygningsberegninger efter DS 409 og DS 410. Forelæsningsnotat, Ingeniørhøjskolen Odense Teknikum, 2004. Under udgivelse som lærebog.
- [8] Sørensen, J.D., S.O. Hansen & T. Arnbjerg Nielsen: Calibration of Partial Safety Factors for Danish Structural Codes. Draft – not published, 2000.
- [9] Sørensen, J.D., S.O. Hansen & T. Arnbjerg Nielsen: Calibration of Partial Safety Factors and Target Reliability Level in Danish Structural Codes. Proc. IABSE Conf. 'Safety, Risk and Reliability – trends in Engineering', Malta, 2001, pp. 179-184.
- [10] Gulvanesian et al.: European Research – Precast Concrete Safety Factors. Final report from EU Project SMT4 CT98 2276, 2002.
- [11] Helvægge af letklinkerbeton – udvikling, erfaring og sikkerhed vedrørende dimensionering af uarmerede vægelementer, BIH Dansk Beton Industriforenings Elementfraktion, 2003.
- [12] Goltermann, P.: Prefabricated floor slabs in roller-compacted lightweight aggregate concrete. Proc. 2nd Int. Symp. on Structural Lightweight Aggregate Concrete, Kristiansand, Norway, 2000.
- [13] JCSS (Joint Committee on Structural Safety). Probabilistic model code. www.jcss.ethz.ch, 2004.
- [14] Eurocode 0: Basis of Structural Design. EN 1990, 2002.
- [15] ISO 2394 - General principles on reliability for structures, 1998.
- [16] Hagsten, L. G. & M. P. Nielsen: Murværk - lærebog for ingeniører, Forlaget Tegl, 2002.

STRUCTURAL RELIABILITY THEORY SERIES

PAPER NO. 232: B.C. Jensen, J.D. Sørensen: Sammenligning af sikkerhedsniveauet for elementer af beton og letbeton (47 pages). (ISSN 1395-7953 R0403).

PAPER NO. 231: P. Thoft-Christensen: FEM Modelling of the Evolution of Corrosion Cracks in Reinforced Concrete Structures. Presented at the IFIP WG 7.5 Conference on "Reliability and Optimization of Structural Systems", Banff, Alberta, Canada, November 2-5, 2003 (8 pages). (ISSN 1395-7953 R0302).

PAPER NO. 230: P. Thoft-Christensen: Modelling of Corrosion Cracks. Presented at the IFIP TC 7 Conference on "System Modeling and Optimization", Sophia Antipolis, France, July 21-25, 2003 (6 pages). (ISSN 1395-7953 R0305).

PAPER NO. 229: P. Thoft-Christensen: Stochastic Modelling and Optimization of Complex Infrastructure Systems. Presented at the IFIP TC 7 Conference on "System Modeling and Optimization", Sophia Antipolis, France, July 21-25, 2003. (14 pages). (ISSN 1395-7953 R0306).

PAPER NO. 228: P. Thoft-Christensen: Corrosion and Cracking of Reinforced Concrete. In proceedings of the 3rd IABMAS Workshop on Life-Cycle Cost Analysis and Design of Infrastructure Systems, Lausanne, March 2003: Life-Cycle Performance of Deteriorating Structures (edited by D.M. Frangopol, E. Brühwiler, M.H. Faber, B. Adey). ISBN 0-7844-0707-X. Printed by ASCE, USA, 2003, pp. 26-36. (ISSN 1395-7953 R0313).

PAPER NO. 227: Sørensen, J.D. ; Brandstrup, J.D.: Stochastic Models for Directional Maximum Wave Height. ISSN 1395-7953 R0312 (25 pages).

PAPER NO. 226^E: Sørensen, J.D. ; Damkilde, L.: Load-Bearing Capacity of Roof Trusses. (12 pages). (ISSN 1395-7953 R0309).

PAPER NO. 225: Sørensen, J.D. ; Tarp-Johansen, N.J.: Cost- and Reliability-Based Optimization of Wind Turbines. ISSN 1395-7953 R0308 (25 pages).

PAPER NO. 224: P. Thoft-Christensen: Risk Analysis in Civil Engineering. Module 1 of a textbook used for a short course on Risk and Reliability in Civil Engineering at the International Conference on Safety, Risk and Reliability - Trends in Engineering, (IABSE), Malta, March 21, 2001 (43 pages). (ISSN 1395-7953 R0163).

PAPER NO. 223: Thoft-Christensen, P.: Service Life and Maintenance Modelling of Reinforced Concrete Bridge Decks. In Proceedings ACI Workshop, Cancun, Mexico, December 2002. (8 pages). (ISSN 1395-7953 R0224).

PAPER NO. 222: Sørensen, J. D. ; Stang, Birgitte Dela ; Svensson, Staffan: Calibration of Load Duration Factor k_{mod} . (25 pages). (ISSN 1395-7953 R0223).

PAPER NO. 221: Thoft-Christensen, P.: Stochastic Modelling of the Diffusion Coefficient for Concrete. . Presented at the IFIP Working Conference, Osaka, Japan, March 2002 (10 pages). (ISSN 1395-7953 R0204).

E = Electronic version, see address below

A full list of papers can be seen from <http://www.bt.aau.dk/publ/srlist.html>

Sammen

ISSN 1395-7953 R0403

Instituttet for Bygningsteknik

Aalborg Universitet, marts 2004

Sohngårdsholmsvej 57, 9000 Aalborg

Tlf. 9635 8080 Fax: 9814 8243

www.bt.aau.dk