

#### **Aalborg Universitet**

#### Læring som sprogspilsoverskridelse?

Dahl, Bettina

Published in: NOMAD nordic studies in mathematics education

Publication date: 1996

Document Version Også kaldet Forlagets PDF

Link to publication from Aalborg University

Citation for published version (APA):

Dahl, B. (1996). Læring som sprogspilsoverskridelse? NOMAD nordic studies in mathematics education, 4(1), 7-24. https://ncm.gu.se/wp-content/uploads/2020/06/4\_1\_007024\_dahl.pdf

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
  You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

#### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Downloaded from vbn.aau.dk on: December 04, 2025

Volym 4 • Nr 1 • Mars 1996

### Nordie Studies in Studies in Mathematics Education

ISSN 1104-2176

Samtidigt blir de olika hemsidorna mer och mer omfattande, mer och mer invävda i varandra. Från redaktionens sida försöker vi med begränsade resurser – att följa utvecklingen så gott det går.

I detta nummer ger vi adresser till några hemsidor där ambitionen är att tillhandahålla klassificerade och strukturerade förteckningar över andra hemsidor av intresse för matematikdidaktiker. Vi ger också adresser från vilka man kan söka efter andra hemsidor. So we now have a site with all sites on it. At least one of those sites is a site with other sites. Would it be in order to begin a site for all sites of sites. Yes, and a site classifying all sites into

I. sites that don't include themselves in their listing

those that do

(Paul Ernest)

## sprogspilsoverskridelse Læring som

**Bettina Dahl** 

en forhandling, hvori vigtige variable er individemes Formål med dialogen, deres afspejle, at et sprog er en del af en livsform og en social proces. Læring sker ved Referenceramme, Ordforråd, Metafysik og holdning til den Ydre ramme de befinder sig i (FROMY-variable). Læning af matematik er at kunne bevæge sig til dette matematiksprogspil, udspændt af en mængde FROMY-variable, fra sit naturlige sprogspil, udspændt af en anden mængde FROMY-variable. Dvs. individeme har Matematik har fællestræk med sprog, men jeg benytter begrebet 'sprogspil' for at udviklet deres FROMY-variable, og de kan nu deltage i begge sprogspil.

### ndledning

proces. I et traditionelt undervisningsmiljø foregår denne proces Lemke er af den holdning, når han siger, at "Language is a system of resources for making meaning." (1990, s.ix). Et individ lærer altså gennem et sprog og ved at være virksomt. At have lært matematik struktør" eller "rekonstruktør" af viden gennem en forhandlingsmellem en elev og dennes subjektive viden og en lærer, der repræsenterer den "objektive" autoriserede kulturelt akkumulerede viden. Mellin-Olsen taler i denne tradition om, at "language is the basic konstruktivismen betragtes det enkelte individ som en aktiv "konthinking-tool" (1987, p.77). Sproget medierer altså tænkningen. Også ser jeg derfor som at kunne tænke og handle gennem matematiksproget, som om det var ens modersmål.

Tesen: Læringsvanskeligheder i skolen er bl.a. et spørgsmål om ligsproget og skolematematiksproget. Fra en anden synsvinkel er det et spørgsmål om, hvor nemt eleven kan "skride" fra sit u-oversættelighed mellem hjemme-matematiksproget eller dagnjemme-matematiksprog eller dagligsprog til skole-matematik-

Denne tese vil gradvist blive udviklet gennem artiklen.

Hon har hovedfagseksamen i måtematik med speciale indenfor matematik-kens videnskabsteori og didaktik. Artiklen er et udtræk af specialet, der blev udført under vejledning af Ole Skovsmose (Dahl, 1995). Bettina Dahl er lærer ved Nordjysk Handelskollegium, Aalborg, Danmark.

Nordisk matematikkdidaktikk Vol 4, nr 1, 7-24

# Sprogspilssyn på læring

At lære matematik er en aktiv handlen i et sprog, og med et sprog. Et ords betydning er ikke kun det ordet står for, men ordenes betydning er deres brug i sproget. "Nur in der praxis einer Sprache kann ein Wort Bedeutung haben." (Wittgenstein, 1991, p.344). Wittgenstein heden, sproget og de aktiviteter, hvormed det er sammenvævet, for sprogspillet' ... Ordet 'sprogspil' skal her fremhæve, at det at tale et sprog er en del af en aktivitet eller livsform." (1994, §7 & §23). At lære et sprog er mere end blot at kunne nogle ord. Et sprog læres ved brug og anvendelse. At lære matematik er at kunne deltage i det natikerens arbejde er skabende aktivitet: "Der Mathematiker ist ein opfandt begrebet "sprogspil", hvorom han siger: "Jeg vil kalde helat deltage i det, og meningerne befinder sig i det sociale mønster af specielle matematiksprogspil og derved at kunne dets regler. "Spillet skal da være bestemt ved reglerne!" (Wittgenstein, 1994, \$567). give en meddelelse, udstede en befaling, spille et parti skak, er skik Regler har at gøre med social enighed omkring at følge disse regler. og brug (sædvaner, institutioner)." (Wittgenstein, 1994, §199). Denne regelbrug er konstrueret, og bliver rekonstrueret, under forhanding. For Wittgenstein opfindes matematik, det opdages ikke. Mate-Denne enighed kan være u-udtalt og ubevidst: "Det at følge en regel Erfinder, kein Entdecker." (1991, s.99).

Tesen nu: Menneskelige handlinger knyttes til ords mening. Derved bliver læring af et ord til et spørgsmål om at kende anvendelsen af ordet, og hvordan ordet (be)handles. Matematik er konstrueret af mennesker. Læring er knyttet til handling, og matematik er en aktivitet, der udvikles og læres gennem et sprog. Derfor er læring en sprogspilsoverskridende proces mellem forskellige sprogspil, hvorigennem eleverne bliver i stand til at konstruere den matematik, de skal lære – hvorved de har lært den.

Wittgenstein ser sprog som en del af en handling eller en livsform. Der kan ikke gives en præcis definition på sprogspil, og der er ikke noget fælles for alle sprogspil, men på kryds og tværs er der familieligheder. Det karakteristiske for alle sprogspil er, at sprogspillene, fx. parvis, har ligheder. Kan der intet generelt siges om sprogspillene, vej Men idet der er familieligheder indenfor grupper af sprogspil, vil disse kunne fremdrages som de generelle egenskaber for den pågældende gruppes sprogspil. Familielighederne mellem en gruppe matematiksprogspil er mellem denne sprogspilsgruppes matema-

tikker. Disse familieligheder kan findes ved at betragte en undervisningssituation i matematik, hvor mange matematiksprogspil er repræsenteret på samme tid, og nogle (fx. elevernes) udvikles. Dette

vil jeg vende tilbage til senere.

Ords og sprogs betydning afhænger af konteksten. Ordene får deres betydning ud fra udsagnets mening. Et sprog er et organ for erkendelse, men et sprog erkender ikke for os. To sprogspil, der ikke optræder i samme kontekst, er ikke ens. Det er ikke konteksten, som skaber et sprogspil, men når menneskene i en kontekst handler, spiller eller leger med ord/ et sprog i overensstemmelse med de regler, de er enige i at følge, skabes der et sprogspil.

Idealtesen: I det ideelle tilfælde, som kun vil opstå i teorien, gælder det, at hvis to mennesker deltager i et sprogspil, og der om disse to mennesker gælder, at de er "ens" på alle "vigtige punkter" mht. sprogspil, vil de kunne forstå hinanden fuldt ud.

rakteriserer et sprogspil. Dertil er empiri nødvendig. Ved at betragte lede efter disse ved at se på eksempler, hvor dialogen er brudt samme sprogspil! Spørgsmålet er i stedet, om de i virkeligheden taler de. Fremover vil to sprogspil, der således er "ens nok" blive benævnt som ensartede. Dette forudsætter igen, at man ved, hvad der kamen og dernæst finde frem til, hvilke faktorer var årsag til sammenbrudet. Disse faktorer må derfor være vigtige i en dialog. Hvis nogle være forskellige. Et billede på dette er barduner, der udspænder et deltager i samme sprogspil. Fordi de taler sammen, deltager de i samforbi hinanden. Idealtesen er en teoretisk tese og kan ikke verificeser, interesser og omgangskredse er ens. Er tesen så ikke værdiløs? pil er "ens nok" til, at de individer, der deltager i dem, uden væsentlige problemer kan kommunikere, og at en informationsoverførsel kan finde sted, vil man dermed kunne tilnærme sig det ideelle tilfælvirkelige eksempler kan disse faktorer – eventuelt – udledes. Jeg vil oversejl. Et oversejl, der udspændes af fem barduner vil se anderledes ud, hvis en af bardunerne flyttes. På samme måde kan de fakto-Man kan derfor ikke tale om, om to mennesker, der taler sammen, res, da der ikke findes to mennesker, hvis tankegang, viden, oplevel-Nej. Kan der afdækkes nogle af de vigtigste faktorer for at to sprogsaf disse faktorer er forskellige i to sprogspil, vil disse to sprogspil rer, der understøtter et sprogspil, siges at udspænde sprogspil.

Læring er afhængig af, at der kan opbygges et sprogspil hvor risikoen for misforståelser er minimal. Dertil, vil jeg undersøge, er det nødvendig, at de interagerende individer har klarhed over hinandens

o,

ormål med samtalen, referencerammer, ordforråd, "metafysik" og og hvad denne ydre ramme indebærer. Uklarhed eller forskel på blot og hvor stor uklarhed der er omkring dem. Sidstnævnte vil jeg ikke forståelser, når der er uklarhed og uoverensstemmelse på ovenstående faktorer mellem en dialogs individer. Jeg vil også slå fast, at jeg ikke ket heller ikke kan forekomme, men de må heller ikke være ens, idet klarhed over, hvorvidt de er placeret i samme ydre ramme eller ej, en af variablene, betyder ikke, at de ikke kan tale sammen, men der let af dem afhænger af, hvor mange uklare faktorer der er til stede, gå i dybden med, men i stedet fokusere på, at der forekommer misder så ikke vil foregå en forhandling og en læring. Jeg skelner her imellem at lære og det at forstå. Fuld forståelse (jvf. idealtesen) kræver ens faktorer mens læring kræver, at de forhandlende parter har nogle vil fremkomme misforståelser. Omfanget af misforståelser og antaltaler om, at der ikke må være forskel i indholdet af faktorerne, hvilforskellige faktorer.

I det følgende vil jeg ved hjælp af empiri undersøge og illustrere denne tese. Jeg vil gruppere hver enkelt faktor velvidende, at dermed er alt ikke med. For eksempel kunne man forestille sig, at den enkeltes personlige ressourcer, sociale velbefindende osv. har beydning for læringen. Når der laves "firkantede" inddelinger, vil der spilsperspektiv med disse fem faktorer er højest en delforklaring af æring - et perspektiv på læringssituationen. I Lakakatos' ånd er det et gæt på, hvordan læring skal forståes. Jeg vil nu efterfølge den ovennævnte idé, om at disse faktorer kan uddrages af en undervisningssituation. Jeg benytter empiri fra et undervisningsforløb i en dansk 3.-klasse hos Alrø & Skovsmose (1993) og empiri fra et undervisningsforløb i sandsynlighedsregning i en tysk 6.-klasse hos ne er hovedsageligt valgt pga., at der i de to artikler er lange ubrudte sekvenser, der gjorde det muligt, forholdsvist uafhængigt af forfatternes tolkninger, at danne sig et indtryk af undervisningsforløbet. Jeg bruger også forfatternes egne konklusioner, men giver nogle steder være overlap og gentagelser og fare for over-simplificering. Et sprog-Steinbring (1991). Enkelte andre kilder vil blive inddraget. Artikleren nyfortolkning af materialet.

## 1.1 Formålets betydning

Eleverne har også en mangfoldighed af grundlæggende mål, når de Et individ har ikke blot eet formål med at deltage i en dialog. En er i skole. Måske at gøre læreren glad eller at lære noget. Det er dog lærer kan både have til hensigt at tjene penge og følge et lærerkald.

efter. Elevernes nære formål kan være, om de den pågældende time ikke den slags formål, jeg vil beskæftige mig med. Jeg vil betragte og hvilket formål en lærer har med et spørgsmål – hvad han "fisker" har lyst til at høre efter, eller om de blot ønsker at kunne gætte svarnære formål som fx., hvor læreren vil hen i en undervisningstime, ene til lærerens spørgsmål.

Fremover vil "F" hentyde til en persons formål, hensigt, mål, plan, taktik eller det, personen ser som sin opgave bag en interaktion. Peron 1's formål kaldes F1.

### Alro & Skovsmose

gætte sig frem. Dette resulterer i to forskellige måder at kommunikere på." (s.17). I det sprogspil, de får opbygget, går de skævt af hvor dette spørgsmål er en indledning til bl. a. at tale om areal. 'Fylde' er et flertydigt ord, der bruges i forskellige sprogspil. Fx. kan fylde' bruges i sammenhæng med, hvor meget en bunke aviser 'fylder', eller hvor meget en udbredt avis 'fylder' på et bord. Denne flertydighed ønsker læreren i timens begyndelse at spille på. Læreat hvis de følger læreren, skal det nok gå godt. ... Der er altså tale om en tillidserklæring til læreren." (s.15). Elevernes mål med undervisningstimen bliver derfor at finde ud af, hvor læreren vil hen. Eleverne konkluderer, at når de ikke kan få det at vide ved at spørge, må de gætte sig frem. Eleverne har altså en intention om at være med i undervisningen, men denne intention kan, pga. lærerens oplæg, kun føres ud i livet ved en gættekonkurrence. "Dialogen viser, at læreren har en idé eller en intention, som han forfølger, mens eleverne må ren forvirrer eleverne, idet han ikke kun spiller på 'fylde's flertydighed, men specielt leger med synonymer, der giver associationer til rumfang, nar han ønsker, de skal lære om areal. Fx. taler han om, hvor tykke aviser er. Eleverne står ikke af, da "de sandsynligvis ved, Alrø og Skovsmose refererer til projektet: "Aviser, hvad fylder de?" hinanden.

struktivistisk) måde, er der tale om en forskel i F. Når lærerens F er ne netop ikke skal gætte, men skal lære om areal på en bestemt (konskjult for eleverne tror de, at formålet er en gættekonkurrence. Læreren ser elevernes F som "at eleverne skal udvikle matematik gennem en arbejdsproces, snarerer end de skal informeres om begreberne" (s.11). Der er derfor stor uklarhed om F. Der kan således ikke opbygges et sprogspil, hvor kommunikationen lykkes direkte uden hindringer, når individerne ikke har samme F og specielt heller ikke har Når elevernes F er at gætte lærerens F, og lærerens F er, at eleverklarhed over hinandens F.

Nordisk matematikkdidaktikk nr 1, 1996

# 1.2 Referencerammens betydning

Dette er en del af etnomatematikkens "program", idet denne slår på, at mennesker fra forskellige kontekster ud fra deres respektive *referencerammer* og baggrundsviden har udviklet matematik. Fx. skriver D'Ambrosio om etnomatematik, at det er "the mathematics which is practised among identifiable cultural groups, such as national-tribal societies, labour groups, children of a certain age." (1985, p.45).

En persons viden, hjemmekultur, erfaringer og behov farver persons viden, hjemmekultur, erfaringer og behov farver personens opfattelse af ting. En forskel i referenceramner mellem to individer, og mangel på opmærksomhed omkring, at et andet individs referenceramne er forskellig fra ens egen, vil gøre, at det, der sker, opleves forskelligt, hvorved dialogen kan afspores. Der må være et fælles tilløb til dialogen, og baggrunden for samtalen må være kendt. Fremover vil "R" hentyde til en persons referenceramme, baggrundsviden, erfaringer eller horisont bag en interaktion. Person 1's referenceramme kaldes R1.

### Steinbring

forskel i den viden, de hver for sig refererer til. Dette er endnu mere interessant, fordi læreren tror, at elevernes svar afspejler en viden hos eleverne, der svarer til hans egen viden på dette område, nemlig strakt, hvilket er naturligt for ham pga. hans lange uddannelse, mens eleverne tænker på udfaldet som noget, der kan ske. Derved er der talelse en anden referenceramme, nemlig den, at et terningekast kun giver et udfald på mellem et og seks øjne. Denne forvirring omkring rede den viden, sôm eleverne skal til at tilegne sig. Læreren får her der" (linie 48). Læreren forsøger at knytte det nye stof an til elevernes referenceramme, idet han ved, at eleverne ved, at et terningskast inbring viser især giver problemer, når læreren introducerer et nyt ikke kan vise et antal øjne, der er mindre end 1. Eleverne står helt af, netop fordi der ikke kan tales om dette udfald. Læreren tænker abat en mængde kan være tom. I virkeligheden afspejler elevernes ud-Der er forskel i lærerens og elevernes baggrundsviden, hvilket Stematematisk begreb, som kræver en forandring i elevernes baggrundsorståelse af matematiske begrebers natur. Læreren behersker alleeleverne til at tale om udfaldet af terningkastet: "1 øje eller derun-R fører til, at dialogen mislykkes.

En forskel i referenceramme for en dialogs deltagere vil føre til En forskel i referenceramme for en dialogen, fordi deltagerne vurderer deres handlinger i forhold til, hvad de mener, er de andres baggrundsviden. Er der ikke overensstemmelse mellem, hvad deltagerne mener, er de andres bag-

grundsviden, og det der rent faktisk er deres baggrundsviden, vil de i dialogen på et tidspunkt gå skævt af hinanden.

## 1.3 Ordforrådets betydning

For at sikre en succesfuld dialog må deltagerne gå ind i dialogen "med det samme sprog". De må benytte cirka de samme *ord* i cirka de samme betydninger. Her taler jeg ikke om sprogspil. Et sprogspil er ikke noget man *har*, men noget man *gør*; men regleme for måden man anvender ordene på, og hvilken mening en bestemt sammensætning af ord giver, er fæstnet i et individs hjemmesprog. De interagerende parter må være bekendt med, hvilket hjemmesprog de andre i dialogen har. Fremover vil "O" hentyde til en persons ordforfåd, og disses betydninger og meninger. Person 1's ordforråd kaldes

### Alrø & Skovsmose

gyndelsen er det flertydigt, idet læreren hos eleverne fisker efter alle trækker een bestemt betydning af 'fylde' i den "gættekontekst", han har opbygget med eleverne, hvor alle betydninger for eleverne før kens kontekst, hvor 'fylde' hovedsageligt er eentydigt. Elevernes undervisningsepisoden bruges det generelle målebegreb 'fylde' i betydningen "areal" og i betydningen "rumfang". 'Fylde' er således et flertydigt ord, som i enkelte sammenhænge bruges entydigt. I bede mulige betydninger af ordet 'fylde', de kan komme i tanker om. Senere prøver læreren at få eleverne til at konstruere den betydning (s.16), spørger han ledende, som om der kun var een betydning af fylde'. Derpå gætter en elev ud fra lærerens tidligere vink, der blandt til syneladende helt af, da læreren spørger, om en avis kan fylde på andre måder. Det har han jo ret beset lige foreslået og fået afvist." (s.16). Problemet med 'fyldes' flertydighed ses, når læreren forevar ligeværdige. Læreren vil have eleverne ind i skolematematikproblemer skyldes ikke, at fylde har en flertydig natur, men probleaf 'fylde', han vil have frem. "Hvad vil det nemlig sige at fylde?" Dette er et rigtigt gæt ud fra lærerens tidligere vink, men eleven "står andet gav associationer til rumfang, at: "Den kan fylde et rum." (s.16). met er 'fyldes' eentydige natur.

Saussure taler om arbitræere tegn¹, hvor der ikke nødvendigvis er en forbindelse mellem signifier og signified. Forbindelsen er bestemt

1 Et tegn består af et symbol/ et ydre billede ("a signifier") og en mening/ betydning ("a signified"). Fremover bøjes 'signifier' og 'signified' som på dansk (fra Barthes (1990)). 5

af konventioner, regler og enighed blandt brugerne. Betragtes 'fylde' ikke en social enighed og accept af, at de fem bogstaver 'fylde' som et arbitrært tegn, kan 'fylde' og 'fylde' ses som to forskellige tegn - to forskellige ord - hvor signifierne er ens, men signifiederne ydigt, og når det er entydigt. Eleverne kender kun det flertydige som udgør signifieren - kan forbindes med den entydige betydning forskellige. Læreren kender begge tegn. Både 'fylde', når det er flerværelset, når kun læreren kender denne betydning. Derved er der af 'fylde'. Læreren prøver altså at operere med to forskellige tegn, avoraf kun det ene reelt er til stede i kommunikationsprocessen, idet tegn. 'Fylde' er et tegn af arbitrær karakter, idet den eneste forbindelse mellem 'fylde', som en signifier bestående af fem bogstaver, og hvad dvs. at fylde, signified, er en konvention og en social accept fra brugerne. 'Fylde' som entydigt ord eksisterer reelt ikke i klassedet entydige 'fylde' ikke er en del af elevernes O.

#### Steinbring

direkte siger, at det vigtigste er notationen, det "rette" ordforråd og ene ordvalg til det andet - og ikke selv indehaver det ordvalg, som æreren beder eleverne nævne alle de mulige udfald af et terninge-'Right! And this set, we are going to call this the fundamental set." nvorester han navngiver disse som "udfald". På baggrund af lærerens store fokusering på, hvad ting kaldes og på, at det skrives på en den "rette" brug af dette. Hvis eleverne ikke forstår at skride fra det æreren præsenterer dem for, vil dialogen bryde sammen, hvilket Undervisning i sandsynlighedsregning er her et spørgsmål om at navngive forskellige begreber, og det essentielle er notationen. (linie 8). Der er her tale om, at to forskellige formuleringer betyder stillede, idet læreren kun fremstiller det, der sker som en navngivning ("going to call this"). Reelt set er det en abstrahering. Læreren helt bestemt – entydig – måde, er det naturligt, at eleverne i linie 47 cast, hvorefter han evaluerer deres svar som korrekt, og han præsenerer dem for et nyt ord, som skal dække betydningen af deres ord: præcis det samme, deres betydninger fremstilles i alt fald som ligebeder derpå eleverne skrive alle delmængder af grundmængden ned, len også gør her.

Forskel mellem formuleringer eller uklarhed om to formuleringer betyder det samme, eller den ene er mere rigtig end den anden, vil orstyrre dialogen. Derved vil dialogen ikke føre til, at når en part udtaler noget, vil modparten direkte kunne forstå det.

# 1.4 Metafysikkens betydning

den enes ord har større vægt end den andens, vil det påvirke deres står mellem linierne og det usagte bag en interaktion. Person 1's ventuinger til hinanden, har betydning for dialogen. Uenighed om dette, eller forskel i dette, kan give forskellig vurdering af, hvad der siges mellem linierne. Hvis to taler sammen, og begge er enige 1, at sprogspil i forhold til, hvis begges ord var ligeværdige, eller hvis der tageme være enighed og klarhed omkring disse ting. Det usagte må kunne omgås, som var det blevet ud-sagt. Fremover vil "M" hentyde til en persons metafysik, menneskesyn, "filosofi", ideologi, hvad han har "fidus", den ubevidste måde at "se" og fortolke, og det han tror Deltagernes metafysik, menneskesyn og opfattelser, af hvad der er rigtigt, funktionelt, autoritet eller ikke er det, samt hinandens forer sket i en undervisningstime, og det har at gøre med den indstilling, man går ind til undervisningen med. Det afspejles i, hvad der var uenighed om, hvis ord havde størst vægt. Der må blandt delmetafysik kaldes M1.

er foranderlig, men har et irrationelt islæt over sig, der gør, at M et sprog, hvilket har med R at gøre, er en persons metafysik ikke nødvendigvis en størrelse, der afhænger af et sprog. En metafysik er en erkendelse, der kan være foregået, eventuelt ubevidst, udenom et sprog. Desuden bliver det, der siges mellem linierne i en dialog, ofte kan (be)gribes og sættes til debat, hvilket en Mikke kan. En M kan være ubegribelig som begreb, men viser sig og kan fremvises. Den M adskiller sig fra R, idet selvom man tænker og erkender gennem ubevidst erkendt udenom et sprog, fx. gennem mimik og ostensive definitioner. En anden forskel er måden, hvorpå de ændres. En R modsat R - oftest ikke ændres gennem den bevidste rationelle tænkning gennem et sprog. To personer kan have samme R, uden at have samme M, og omvendt. Fx. kan to matematiklærere have samme kendskab til forskellige undervisningsteorier, men pga. forskel i menneskesyn vil de ikke vælge at praktisere den samme teori. Omvendt kan to lærere have samme syn på det at lære, men den ene har en viden om dette ud fra en teori, han har læst, og den anden har på baggrund af erfaringer deduceret sig frem til, hvad læring er. Et sprogspil er underlagt en metafysik, der indebærer kriterier og standarder for bedømmelse for "hvad man kan", "hvad man bør" i de sammenhænge, de udspiller sig i.

### Alro & Skovsmose

begyndelsen er alle gæt på 'fyldes' betydning lige gode, men på et blokere for, at læreren og eleverne kan opbygge et sprogspil, hvorgennem de kan kommunikere. De vil ikke nå frem til en fælles rigtigt svar. Elevernes "matematikfilosofi" kan således være en han føler er den "rigtige", og denne er skjult for eleverne, vil det for i virkeligheden lytter læreren ikke til elevernes forslag. Dette kan væsentligt og uvæsentligt. ... I matematik er der altid et og kun et sandsynligvis af den tro - MI - at eleverne selv skal konstruere de der er underlagt et slags "konstruktivisme kriterium". Når Me er forståelse af det, de taler om. Samtalen er kun tilsyneladende åben, gentagne tilfælde resultere i en metafysik hos eleverne om, at "Læreren har altid ret, og uanset hvad vi mener, er det læreren der sætter dagsordenen og bestemmer, hvad der er rigtigt og forkert, afspejlning af lærerens kommunikationsform." (s.18-19). Eleverne dem er underlagt et slags autoritetskriterium. Kun elevernes "fidus" til læreren får dem til ikke at stå helt af. Læreren her er derimod forskellig fra Ml, og der er uklarhed omkring dette, vil det lede til, at tidspunkt skifter læreren taktik og fisker efter een betydning af 'fylde'. sidder tilbage med en "filosofi" - Me- om, at læreren er en autoritet, der skal følges i blinde, og de vil derfor udvikle et sprogspil, som for i det sprogspil der opbygges, vil parterne gå skævt af hinanden, og Dette skift kommenterer læreren ikke. Har læreren en bestemt vej, matematiske begreber, hvorfor han søger at opbygge et sprogspil, der vil ikke ske en direkte informationsoverførsel.

# 1.5 Den ydre rammes betydning

De ydre omgivelser og de samtalendes forhold til disse er bestemmende for et sprogspil. Fx. vil en lærer ofte ikke flytte sin undervisning ned i skolegården i godt vejr, idet denne ydre ramme indbyder til hygge, hvilket divergerer med, hvad en matematikundervisning skal udstråle. Føler nogle sig mere "hjemme" i een ramme end i andre, vil dette også påvirke det fælles sprogspil. Det er ikke altid de ydre rammer, der direkte påvirker individerne, som fx. at varmt vejr får een til at blive sløv og træt. Ofte er det individets forhold til den ydre ramme, eller det der er social accepteret som værende det, der "hører sig til" under en bestemt ydre ramme, der påvirker individerne. Et tilfælde, hvor Y ikke er det samme for individerne i en matematikundervisningssituation, er når en lærer og en elev kommunikerer per telefon. Fremover vil variablen "Y" hentyde til de ydre fysiske rammer for en dialog. For person 1 kaldes rammen Y1.

Man kan forstå den ydre fysiske ramme på to planer. For det første er der den "helt ydre", som er selve skolen, klasseværelset, de andre elever, vejret, tidspunkt på dagen/ ugen osv. For det andet er læreren og eleverne ofte bundet til en skolebogs fremstilling, hvilket lægger bånd på, hvordan fx. læreren evaluerer elevernes spørgsmål og svar. Med hensyn til at finde undervisningseksempler på den første form for ydre ramme, som jeg her vil koncentrerer mig om, er det nødvendigt at gå til andre undersøgelser end dem, der undersøger, hvordan en interaktion i et klasseværelse foregår.

"uformelle tests", i deres normale arbejdsomgivelser, som var på når de blev præsenteret for samme type opgave i en ydre ramme, der ig skolematematik- undervisningsramme, vil "the children try to det og det begynder at opføre sig anderledes end i den tidligere ydre Carraher et al. (1985) undersøgte brasilianske børns uformelle matematik i forhold til deres formelle. Børnene blev først udsat for gadehjørner og derefter for "formelle tests" i en kontekst "similar to the school setting." (p.24). Et vigtigt resultat blev, at når børnene var i vante ydre omgivelser, løste de opgaverne ved egne metoder, men lignede en almindelig skolematematik-undervisningsramme, skiftede de løsningsstrategi. Ved indtrædelse i et Y, der ligner en almindefollow, without succes, school-prescribed routines." (p.27). Når et ramme. Individet ser det at skifte ramme som noget, der indebærer vælger deres daglige løsningsstrategier, selv overfor opgaver, de ved markedsboden ville løse helt anderledes. At de også normalt løser Også Christiansen er inde på noget sådant, når hun skriver, at "the setting constricts the reading of the context, the relation between individ træder ind i en anden ydre ramme, sker der et "skift" i indiviandre regler for opførsel. Dette gør, at børnene her ikke længere der sker i børnene for, hvilken handlen de tror, de skal i gang med. context and mathematics, and the mathematical activity." (1994, dem mere korrekt er her uinteressant; det interessante er det "skift". Chapter 5, p.7).

De regler, der gælder i de rammer, en interaktion finder sted i, spiller en rolle for, hvilken måde et individ handler på. Er der forskel eller uklarhed omkring hvilke regler parterne tillægger Y, kan dette lede til konflikt i den pågældende ramme.

## 2 FROMY-modellen

Jeg vil tale om F, R, O, M og Y, som hovedpunkterne, når der tales om sprogspil og om at lære matematik i form af at lære at handle i et matematiksprogspil, deres indbyrdes forhold, samt begrunde deres

benævnes fra nu af "FROMY-variable", hvilket understreger, at de betydning for, hvilket sprogspil, der fremkommer. Disse hovedpunkter bestemmer matematiksprogspillenes generelle egenskaber og MY-variablene kan både betragtes i forhold til individet og i forhold ikke er statiske men udvikles og flyttes gennem et tidsrum. FRO-

Et individ favner FROMY-variable. Y er her speciel, idet den så at sige favner individet. Jeg vil dog omtale alle FROMY-variablene spænder over alle de FROMY-variable, som sprogspillets deltagere i forhold til individet som det, at individet fanner disse. Et sprogspil res, men FROMY-variablene er de steder, der er vigtige, når der tales om sprogspil. De er derfor også vigtige, når der tales om læring som en sprogspilsoverskridende proces. Sprogspil kan betragtes fra to synsvinkler. Den ene er en overordnet ydre betragtning, hvor man idet den har at gøre med en vurdering af sprogspillene efter, at der er medfører, at sprogspillene er forskellige. Sprogspil kan ikke define-Den anden synsvinkel er, hvordan det indefra opfattes at handle i hvordan en sådan proces foregår, hvorfor det er mere interessant at overveje FROMY-variablene i forhold til, hvornår det er muligt at avner over. Når to FROMY-variable har sammenfaldende indhold, kaldes de ens. En forskel i FROMY-variable mellem to sprogspil vurderer forskelle og ensartetheder mellem en mængde sprogspil. og udvikle et sprogspil, og hvad der skal være gældende, hvis et sprogspil skal udvikles. Jeg udelader en diskussion om førstnævnte, sket en sprogspilsoverskridende proces. Jeg vil i stedet diskutere, idvikle et sprogspil fx. i retning af et bestemt matematiksprogspil.

# FROMY-variablenes betydning set fra indersiden

For at matematisk viden kan forhandles skal FROMY-variablene hverken være helt ens eller helt forskellige for alle interagerende parter. Det er derimod nødvendigt, at de er kendt og klargjort. To personer kan opbygge et fælles sprogspil, hvori kommunikationen ykkes og matematisk viden forhandles, når der er klarhed over modpartens FROMY-variable. En form for enshed mellem FROMY-variablene er dog nødvendig – specielt O – ellers kan man jo kun smile til hinanden.

Et sprogspil udvikles efterhånden som de interagerende parters FROMY-variable udvikles og forandres. Forandringen sker når nogle af individerne fx. får større viden indenfor et område, hvorved R endres. Et sådant sprogspil, hvor matematikviden kan forhandles og FROMY-variablene derved kan ændres, vil jeg kalde et direkte

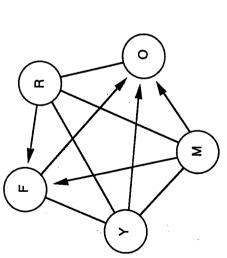
ner, vil man opnå det bredest mulige direkte sprogspil. I et direkte man inde fra kunne sige, at sprogspillet har ændret sig. Ud fra en foretaget en sprogspilsoverskridelse. Her vil det se ud, som om det hvorved det ude fra ser ud til, at deltagerne har bevæget sig fra et FROMY-variablene kan parterne også opbygge et sprogspil, men dette vil være et skævt sprogspil, hvor parterne vil løbe ind i hyppige misforståelser, og den kommunikation, der kan finde sted vil have et delse graden af klarhed omkring den enkelte FROMY-variabel har på opbygning af et direkte sprogspil, vil jeg ikke gå ind i. Jeg vil slå sprogspil vil individerne kunne udvikle sig i retning mod at kunne jonglere med den formelle matematiske viden. Efter et stykke tid vil ignst-observerede sprogspil er anderledes end det sidst-observerede, satte vil jeg kalde et skævt sprogspil. Er der ikke klarhed, omkring begrænset omfang. De kan f.eks. kun tale om vejret. Hvilken indflyfast, at er der klarhed over alle de FROMY-variable individerne favydre betragtning vil man om samme tilfælde sige, at individerne har sprogspil til et andet. Fra deltagernes side er der tale om, at det sprogssprogspil. Ensartede sprogspil er derfor direkte sprogspil. Det modpil, de begyndte at forhandle i, er ændret.

# 2.1 Forholdet mellem de fem variable

er speciel, idet den er meget påvirkelig under en læreproces, idet O idet vi erkender gennem et sprog. Et sprog erkender ikke for os, men er et redskab for erkendelse. M påvirkes ikke altid af O, netop fordi der ligger udenfor et sprog. Et individs O påvirker ikke F. Et individ kan ændre sit F gennem en rationel tænkeproces gennem et sprog, men dertil er O kun et værktøj for R. Det er gennem R og de erfanvor ingen af variablene er uundværelig, men forskellige af natur. O påvirkes af alle andre variable. F påvirker O, idet et individs F med en samtale til en vis grad påvirker dennes ordvalg. En persons R har den får ham til at præsentere eleverne for specielle fagudtryk. M påvirker O, hvilket ses når en lærer har en matematikfilosofi, der O, idet O i en matematikundervisning for alle deltagere er præget af korte sætninger og "spørgsmål - svar" dialog. Mht, de andre variable påvirker disse som oftest hinanden begge veje. O påvirker kun R, kke al erkendelse sker gennem sproget. En M er ofte en erkendelse, inger og den viden, der ligger deri, at et individ, efter en tankeprobetydning for personens O, hvilket ses når en lærers akademiske vihedder, at matematik er et spørgsmål om korrekt notation. Her vil ærerens ordvalg røbe hans matematikfilosofi. Endvidere påvirker Y FROMY-modellen er en model for et *netværk* af *hoved*påvirkninger,

Nordisk matematikkdidaktikk nr 1, 1996

Bettina Dahl



Figur 1. Relationer mellem FROMY-variablene.

#### æring

Læring er fra en ydre betragtning at bevæge sig fra "(FROMY)1" til "(FROMY)2", hvortil det er nødvendigt, at elever og lærer sammen deltager i et direkte sprogspil. Tallene I og 2 illustrerer, at der er tale om en udvikling fra et matematiksprogspil til et andet. Læringsvanskeligheder kommer af deltagelse i et skævt sprogspil. Læring er variablene. At fokusere på en af variablene vil ikke vise det fulde en sprogspilsoverskridende proces, der involverer alle FROMYher dels andre bidrag til de sprogspil individet deltager i, og dels er billede. Læring er en individuel forandring, der sker i og med, at eleven er blevet udviklet i FROMY-variablene. Derfor giver individet til, hvordan individerne "spiller" med det indhold, de hver især har i det deltager i – eller forsøger at deltage fuldt i. Processen er en fordet anderledes modtagelig overfor det, der forhandles i de sprogspil, handling mellem lærer og elev, hvor et sprogspil bygges op i forhold deres FROMY-variable. Men efter at læringen har fundet sted, vil det ude fra se ud som om, eleverne har skredet over og blevet inkuliveret i et andet sprogspil med andre FROMY-variable.

# 3 En sprogspilsoverskridelse for O

I dette afsnit udvælges en FROMY-variabel, og sprogspilsoverskridelsen beskrives for denne. Jeg vælger O, idet den er mest følsom og derfor en meget afhængig variabel, og således kan karakteriseres som læreprocessens kerne. Jeg vil beskrive, hvilken proces 'fylde' skal gennemgå for eleverne, for at de også har 'fylde' som entydigt begreb. Problemet med elevernes læring af arealbegrebet hos Alrø og Skovsmose er, at læreren binder dette til ordet 'fylde'. Det er ikke forskellige betydninger af ordet 'fylde', der skal læres, men 'fylde' er repræsentant for areal i et forsøg på at skabe et støttesprog. De to 'fylder' knytter sig til forskellige sprogspil. Jeg betragtes den sprogspilsoverskridende proces for O som en proces, der i væsentligste grad består af:

- a Regelbrud/ Kriterieskift,
- b Oversættelse/ Overførsel,
- c Generalisering/ Abstrahering samt
- d Eksemplificering/ Præcisering.

Disse fire vil jeg kalde *overgangshandlinger*, og opfatte som læring set fra fire forskellige synsvinkler. I det følgende vil jeg for 'fylde' redegøre for de fire overgangshandlinger.

- a Regelbrud og Kriterieskift: Foretager et individ en sprogspilsoverskridelse, vil der være blevet "ændret" i O's indhold, og nye regler vil være blevet tilknyttet O. Derved vil mængden af regler hørende til elevernes sprogspil have ændret sig. Mht. hvilke regler, der forandres og brydes fra konteksten omkring det flertydige 'fylde' til konteksten omkring det entydige 'fylde', er der tale om socialt accepterede regler. En sprogspilsoverskridende proces for regelbrud har derfor at gøre med en accept af noget nyt. Elevernes normale kriterium mht. ords betydning er, at ord er flertydige. Et gæt i en undervisningssituation opfindes ud fra elevernes virkelighedsforståelse, som er præget af, at ord er flertydige. Hvis læreren i et direkte sprogspil eventuelt fortalte eleverne noget om flertydige og entydige ord, ville elevernes kriterier, for hvad ord kan være, udvides.
- **b** Oversættelse og overførsel: En del af det at lære er at udvikle ens O, dvs. at lære ord og tegn. 'Fylde' skal oversættes til 'fylde'. Der kan tales om nedenstående to former for oversættelse af 'fylde'. Oversættelsen sker fra venstre mod højre.

Hertydig (elev): Entydig (lærer):

Indholdsoversættelse: signifier1/ signified1

signified1/ signified2

signifier 3. "signifier 2."/ signified 2.

I indholdsoversættelsen eksisterer bogstavkombinationen 'fylde' (signifier1) før oversættelsen i forvejen for eleverne, men meningen af 'fylde', er forskellig fra den betydning læreren repræsenterer (signified2). Den ene måde at betragte overførselsfassen for eleverne på er derfor, at en ny betydning føres over i en "gammelkendt" bogstavkombination. I illustrationsoversættelsen kender eleverne en mening (signified2) eller betydning af et eller andet – f.eks. at noget kan være entydigt, men de har endnu ikke "sat ord på dette". De har ikke valgt en passende bogstavkombination til det, de godt ved (derfor "gåseøjne"), eller også har de en anden bogstavkombination til det (derfor 'signifier2').

c Eksemplificering og Præcisering: Præcisering har at gøre med en overgang fra et dagligsprog til et formelt matematik sprog. Et formelt sprog er et utvetydigt sprog, hvorfor 'fylde' i entydig betydning kan siges at tilhøre et sådant sprog. Onvendt tilhører 'fylde' i flertydig betydning et dagligsprog. Overgangen fra 'fylde' i flertydig betydning til 'fylde' i entydig betydning, kan altså betragtes som en formalisering, i form af en præcisering.

d Generalisering og Abstrahering: Den sprogspilsoverskridende proces for 'fylde' også indeholde en abstrahering, som er en omvendt proces i forhold til ovenstående. Det er en abstraktion, når ordet 'fylde' fjerner sig fra sin dagligdags brugog generaliseres. Dets konkrethed forsvinder for eleverne, og 'fylde' fremstår som et abstrakt begreb. Overgangen fra 'fylde' i flertydig betydning til 'fylde' i entydig betydning, kan altså betragtes som en formalisering, i form af en abstrahering.

### 4 Afrunding

FROMY-modellen angiver hovedpunkterne i et netværk, hvor der også kunne peges på andre variable, der har betydning for en læringsproces. FROMY-modellen sætter ord på kompleksiteten omkring en læringsproces. En læringsproces er en sprogspilsoverskridende proces på fem områder, og for virkeligt at kunne beskrive denne proces,

må man se denne kompleksitet, og ikke kun en af dem, som etnomatematikken gør med R.

søgelser andre foretager. Alrø & Skovsmose (1993) undersøger, hvad der sker med læreprocessen, når formålet – F – er skjult for eleverne. Christiansen (1994) fokusere på, at "the setting" – Y – har betydning for hvordan eleverne læser fx. deres matematikopgaver. Etnomatematikken tager stort hensyn til forskellige folkeslags baggrund – R – når de taler om, at forskellige kulturer har udviklet forskellige matematikker, samt at dette har betydning for læringen. Læreren hos Stein-Denne fokusering resulterede i, at eleverne intet forstod men sad tilbage med en matematikfilosofi om, at matematik kun drejede sig om notation. Sådan er det ikke. Matematik er blandt andet et sprog. Et sprog er i sig selv dødt. Kun når det tales, kan det siges at eksistere<sup>2</sup>. Derfor må der fokuseres på matematik som et sprogspil, hvorigennem der også ligger en anerkendelse af, at matematik skal ses i sammenhæng med blandt andet de ting som variablene F, R, O, M FROMY-modellen kan bruges til at kritisere, hvilke tiltag og underbring i Afsnit 1.3 har forstået, at matematik bl.a er et sprog - O. og Y omhandler.

Om den sprogspilsoverskridende proces for O, kan man for "Regelbrud/ Kriterieskiff" sige, at en betragtning blot på O ikke fortæller hele historien. En dybere forståelse af "Regelbrud/ Kriterieskiff" fås først ved at se på "Regelbrud/ Kriterieskiff" for de fire andre FROMY-variable. Sprogspilsoverskridende processer for de andre variable ligner dog ikke nødvendigvis ellers den sprogspilsoverskridende proces for O.

Tesen, der udvikles gennem artiklen, kan nu endelig formulereres færdig – nu som en *anskuelse*:

Læring af den akademiske matematik er en sprogspilsoverskridende proces, hvori individet er virksomt og sammen med en lærer forhandler i et direkte sprogspil, hvorved eleven udvikler sine FROMY-variable. Derved er eleven i stand til at deltage i det akademisk matematiksprogspil.

#### Litteratur

Alrø, H., & Skovsmose, O. (1993). Det var ikke meningen! – om kommunikation i mate-matikundervisningen. Nordisk Matematikk Didaktikk, 1(2), 6-29.

Barthes, R. (1990). Elements of Semiology. New York: Hill and Wang.

2 Mht forskere der har koncentreret sig om M, vil jeg her kort henvise til Malmivuori (1994). బ్జ

Bettina Dahl

Christiansen, I. M. (1994). Classroom Interactions in Applied Mathematics Courses: Case Studies in the Danish Highschool. Aalborg: Aalborg Universitet. [Afdeling for matematik og datalogi, PhD-afhandling.]

Dahl, B. (1995). Sprogspilsoverskridende variable i en sprogspilsoverskridende proces i matematikundervisningen. Aalborg: Aalborg Universitet. IR-95-2006.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics. For the Learning of Mathematics, 5(1), 44-48.

.emke, J. L. (1990). Talking Science – Language, learning and values. New York: Ablex Publishing Corporation.

ruonshing Corporation. Malmivuori, M. (1994). About Pupils' Mathematical Beliefs System. Rapport nr. 8, Pedagogiste fakulteten vid Aabo Akademi: Matematik i Norden. Redigeret af O Bjorkqvist & L Finne.

Mellin-Olsen. (1987). The Politics of Mathematics Education. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.

Steinbring, H. (1991). Mathematics in Teaching Processes. The disparity between teacher and student knowledge. Recherches en Didactique des Mathématique, 11(1), 65-109

Wittgenstein, L. (1991). Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik. Frankfurt am Main: Suhrkamp Taschenbuch Verlag.

Wittgenstein, L. (1994). Filosofiske Undersøgelser. København: Munksgaard.

# Learning as language-game transitions

Mathematics is among other things a language, but I use the concept "language-game" to cover the fact that a language is a part of a form of life and a social process. Learning takes place as a negotiation in a dialogue, where important variables for the learning process are the Setting, Intension, Metaphysics, Underlying language and range of Reference (SIMUR-variables). Learning of mathematics is then to be able to move to this language-game, spanned by one set of SIMUR-variables, from one's natural language-game, spanned by another set of SIMUR-variables. That is to say that the induviduals have developed their SIMUR-variables so that they can participate in both language-games.

#### uthor

Bettina Dahl is a teacher at Nordjysk Handelskollegium, Aalborg, Denmark. She has a master degree in mathematics focused on theory of science and didactics. The article is based on her thesis. (Dahl, 1995).

#### Adrose

Stolpedalsvej 61, værelse 17, 9000 Aalborg, Danmark

# Hva er en vinkel?

## Veslemøy Johnsen

Det har vært gjort mange undersøkelser om elevers utvikling av matematiske begreper. Hensikten med denne artikkelen er å beskrive elevers utvikling av vin-kelbegrepet i en bestemt klasse. Vinkler kan oppfattes dynamisk som rotasjoner, statisk som stråler eller de kan analyseres ved måling.

Forskning viser at elever har begrepsmessige problemer med å oppfatte vinkler der ingen av vinkelbeina er orientert horisontalt, sammenlikne vinkler med samme måltall, men med ulik lengde på vinkelbeina, oppfatte vinkler som er større enn 180 grader, og at de har enda større problemer med å oppfatte en vinkel på 180 grader.

Undervisningen som vi observerte, viste at læreren la vekt på elevenes egen utforsking og at samspillet mellom dynamiske og statiske erfaringer med virkler var grunnlaget for begrepslæringen. Læreren fokuserte på de vanskelige virklene (0, 180 og 380 grader), på hvor stor en virkel kan bli og på hvor mange virkler vi kan finne.

Elevene arbeidet også med hvilken vinkel som skal måles (v eller 360° – v), når vinkelen er større enn 180 grader. Elevene hadde problemer med det statiske perspektivet på vinkler, med måling av vinkler, og med vinkler større enn 180 grader - særlig når konteksten ikke var praktisk. Men det var få elever som hadde problemer med å gjenkjenne vinkler med forskjellig orientering eller å sammenlikne vinkler med ulik lengde påvinkelbeina.

#### Forord

Iløpet av de siste par tiår har elevers begrepsutvikling innenfor ulike deler av matematikken blitt gjenstand for omfattende undersøkelser. Et eksempel på oppfølging av Piagets banebrytende arbeid er CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science), se Hart (1981). Her undersøkes begrepsutviklingen innenfor måling, talloperasjoner, plassverdi og desimaler, brøker, positive og negative tall, forhold, algebra, grafer, speiling og rotasjon samt vektorer og matriser. Vi vil følge denne typen forskning ved å se på vinkelbegrepet og hvilke oppfatninger barn kan ha om vinkler.

Spesielt vil vi se på hvordan begrepene kommer til syne, bevisstgjøres og utvikles gjennom diskusjoner i et klasserom. Dette er dynamiske aspekt som vanskelig fanges opp ved kvantitative tester, men som vi ved nøye observasjoner kan analysere.

Veslemay Johnsen er ansatt som hagskolelærer ved Hagskolen i Agder, Kristiansand, Norge, og holder på med å avslutte hovedfag (mai 1996) i matematikkdidaktikk innenfor begrepsutvikling i geometri og bruk av Cabri oeometri.